This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

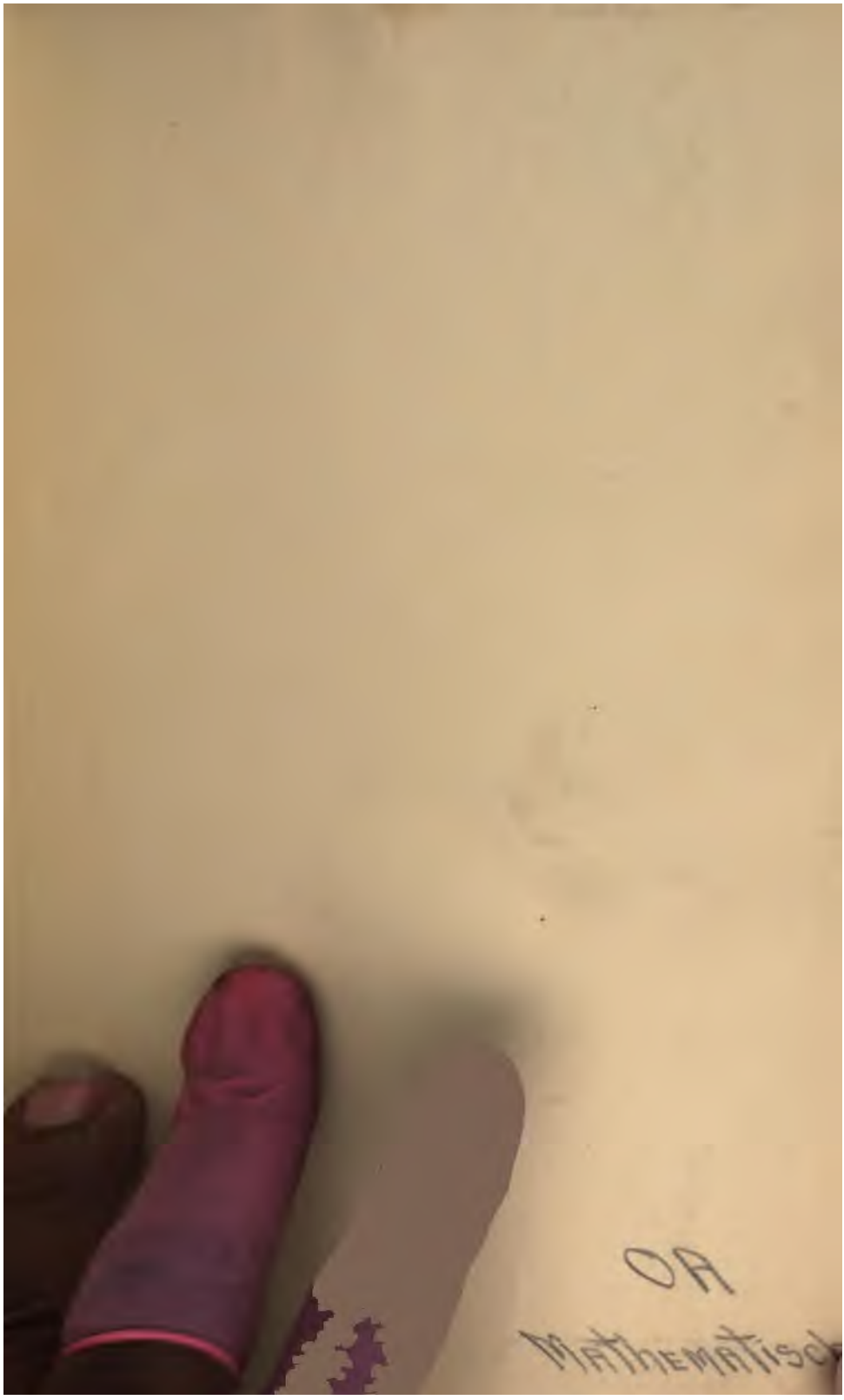
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06907584 8


OA
Mathematisch

OR

Mathematics

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN.

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS, JULIUS KÖNIG, KARL VON THAN.

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK,
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

1903.

MIT 4 TAFELN UND 55 FIGUREN IM TEXT.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1907.

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN.

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS, JULIUS KÖNIG, KARL VON THAN.

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK,
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

EINUNDZWANZIGSTER BAND.

1903.

MIT 4 TAFELN UND 55 FIGUREN IM TEXT.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1907.

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & K^IE.]

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
369314
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R 1903 L

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

INHALT DES XXI. BANDES.

Abhandlungen.

Seite

1. Alexander v. Kalecsinszky, Über die Akkumulation der Sonnenwärme in den verschiedenen Flüssigkeiten 1
2. Moritz v. Hoor, Über Nachwirkungserscheinungen in dielektrischen Körpern 24
3 Anton Kerndl, Beiträge zur graphischen Theorie der Gelenkträger mit elastisch unbestimmten Auflagedrücken 60
4. Géza Entz sen., Über einige patagonische Protozoen 84
5 Jenő Berkátszky, Morphologische Beurteilung des Ruscus-Phyllocladiums auf anatomischer Grundlage 113
6. Franz Herzog, Untersuchungen über die Histologie und Entwicklung der männlichen Harnröhre 119
7. Jenő Cholnoky, Über die täglichen Temperaturänderungen des Sandes bei Deliblát 126
8 Julius Szakáll, Das Gehörorgan der ungarischen Blindmaus (Spalax hungaricus Nehr.) 135
9 Isidor Fröhlich, Experimentelle Darstellung der Gesetze der Interferenz polarisierten Lichtes 159

Sitzungsberichte.

I. Der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften. 226
II. Der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft 229
A) Fachsektion für Zoologie 229
B Fachsektion für Botanik 241
C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie 251
D Fachsektion für Physiologie 257
E) Populäre Abendvorlesungen 269
F) Populäre Kurse 269

Seite

Bericht über die Tätigkeit, den Vermögensstand u. a.
der ungarischen Akademie der Wissenschaften und der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften 270
II. Königl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft 278

Bücherschau.

Julius König, Az algebrai mennyiségek általános elméletének alapvonalai (Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Größen) 280

Repertorium
der ungarischen mathematischen und naturwissenschaftlichen Zeitschriften und Jahrbücher 284

NAMENREGISTER.*

Abonyi, A., Über den Darmkanal der Honigbiene (Apis mellifica L.) 232*.

Aigner-Abafi, L. v., Monographie der Tagfalter Ungarns 231*. — Eine neue Depressaria-Art 235*.

Alexander, B., Beiträge zur Kenntnis der knorpeligen Wirbel 229*.

Árkövy, J., Die Bedeutung des Diverticulum Tomes-Zsigmondyi, des Cingulum an den oberen lateralen Schneidezähnen und des Foramen coecum molarium (Milleri) in phylogenetischer Beziehung 228*.

Auer, H., Über die Anwendung der Temperaturerniedrigung zur technischen Trennung von Salzgemischen in Lösungen 256*.

Augustin, B., Über den Öffnungsmechanismus der Antheren bei den Solanaceen 245*.

Bálint, A., Kritik des ersten Teiles der Allgemeinen Entwicklungsgeschichte von J. Perényi 230*.

Balló, M., Geschichte und Einrichtung der chemischen Untersuchung und Lebensmittelprüfungsanstalt von Budapest 256*.

Bartal, K., Vorkommen von Schoenus ferrugineus L. im Szepeser Komitat 243*. — Beiträge zur Kenntnis der Vegetation des Baba-Gebirgsstockes in den Karpaten 247*.

Bernátsky, E., Morphologische Beurteilung des Ruscus-Phyllocladiums auf anatomischer Grundlage 113, 227*. — Zur Frage des Ruscus-Phyllocladiums 249*.

Biró, L., Steinzeitliches Leben in der Gegenwart 269.

Borbás, V. v., Eine teratologisch entwickelte Kartoffel 250*.

Bugárszky, St., Eine neue Methode zur quantitativen Bestimmung des Aethylalkohols 229*.

Cholnoky, J., Über die täglichen Temperaturänderungen des Sandes bei Deliblát 126.

Csiki, E., Geschichte der ungarischen Malakologie 230*. — Prachtkäfer des Ungarischen Reiches 231*. — Eine neue ungarische Käferart Psyllodes Wachsmanni, Csiki 232*. — Die Histeriden Ungarns 233*. — Die historische Entwicklung des Systems der Coleopteren 239*.

* Die mit * bezeichneten Seitenzahlen beziehen sich auf eine Erwähnung oder kurze Besprechung in den Sitzungsberichten.

Csorba, G., Über die zweifachen Partitionen 228*.

Daday, E., Mikroskopische Tiere aus den Süßwässern von Turkestan 228*.
Daniel, J., Kollektion von Baumstämmen aus Paraguay 245*. — Neuerdings eingetroffene Schenkungen 251*.
Degen, Á. v., Vorlage im Interesse der botanischen Nomenklatur 247*. — Sammlung der ungarischen Gramineen 247*.
Donáth, J., Die Bedeutung des Cholins bei Epilepsie. Beiträge zur Chemie der Cerebrospinalflüssigkeit 257*.

Entz sen., G., Über einige patagonische Protozoen 84. — Das Ableben J. V. Carus' 234*. — Das von dem Freiburger Professor Hildebrandt erschienene Werk „Ähnlichkeiten im Pflanzenreich" 235*. — Das Ableben Stefan Lengyels 235*. — Rückblick auf die hervorragenderen Momente im 13jährigen Leben der Zoologischen Sektion 236*. — Die Farbe der Tiere und die Mimicry 240*.
Eötvös, Br. R. v., Über Gravitation und Erdmagnetismus 269*. — Unveränderliche Maßeinheiten (Eröffnungsrede der feierlichen Jahresversammlung der Ungar. Akademie der Wissenschaften) 270*.
Ernyey, J., Slavische Beiträge in der ungarischen botanischen Literatur 245*.

Farkas, G., Zur Methodik der elektrometrischen Messung der Reaktion des Blutserums 261*.
Farkas, G., und Scipiades, E., Über die molekularen Konzentrationsverhältnisse des Blutserums und Fruchtwassers bei Schwangeren 228*, 265*.
Fenyő, B., Pflanzenphysiologische Wirkung des Kupfervitriols 248*.
Fialowski, L., Der von Wagner ins Ungarische übertragene, von Mágocsy-Dietz revidierte Pflanzenatlas 245*. — A. Lehrs ungarische Übersetzung des Gedichtes „Armensünderblume" von Heine 249*.
Frischauf, J., Die Kubatur des Tetraeders in der absoluten Geometrie 227*.
Fröhlich, I., Experimentelle Darstellung der Gesetze der Interferenz polarisierten Lichtes 159.

Gabnay, F. v., Roßkastanienbaum mit abnormal spät abfallenden Früchten 250*.
Gombocz, E., Die erste ungarische Pflanzenenumeration von Deccard 243*.
Gorka, A. v., Giftige Raupenhaare 233*.
Györffy, J., Volkstümliche Offizinalpflanzen 250*.

Halász, A., Beiträge zur Kenntnis der bei Diabetes auffindbaren Veränderung der Pancreas 267*.
Herczog, F., Untersuchungen über Histologie und Entwicklung der männlichen Harnröhre 119. — Daten zur Kenntnis der Urethra 228*.
Högyes, A., Bericht über die Tätigkeit des Budapester Pasteur-Institutes im Jahre 1902 228*. — Das Verhältnis zwischen dem häutigen Labyrinth und den assoziierten Körper- und Augenbewegungen 258*.
Hollós, L., Zwei neue Lycoperdon-Arten 241*. — Die Hypogaeen des Nógráder Komitates 241*. — Geasteropsis nov. gen. 245*.

Hoor, M. v., Über die Nachwirkungserscheinungen in dielektrischen Körpern 25.

Horváth, G. v., Die Hemipteren-Fauna Serbiens 227*. — Mimicryerscheinungen bei den Hemipteren Ungarns 237*.

Istvánffi, J., Über die Lebensfähigkeit der Botrytis-, Monilia- und Coniothyriumsporen 226*. — Über das gleichzeitige Erscheinen von Ithyphallus impudicus und Coepophagus echinopus in den ungarischen Weingärten 227*. — Coniothyrium Diplodiella, White rot des Weinstockes 242*. — Neue Rebenschädlinge in Ungarn 243*. — Grundlegende Versuche zur Bekämpfung von Botrytis und Monilia 244. — Beiträge zur Kenntnis der Wurzelpilze des Weinstockes 245*. — Über die Sclerotien von Botrytis cinerea auf Weinbeeren 246*.

Javorka, S., Neuere Standortsangaben von 30 Phanerogamen aus Ungarn 246*. — Beiträge zur Kenntnis der Flora des Piliser Gebirges 251*.

Jendrassik, E., Die Grundsätze der Bewegungseinrichtungen des Organismus mit Berücksichtigung der Funktion der einzelnen Muskeln 228*, 264*. — Weitere Beiträge zum Studium des Ganges 268*.

Justus, J., Weitere Forschungen über den physiologischen Jodgehalt der Zellen 267*.

Kalecsinszky, A. v., Über die Akkumulation der Sonnenwärme in verschiedenen Flüssigkeiten 1, 229*.

Kertész, K., Eine südamerikanische Dipterenart (Tachinisca cyanei ventris n. sp. 9) 232*.

Kherndl, A., Beiträge zur graphischen Theorie der Gelenkträger mit elastisch unbestimmten Auflagedrücken 60.

Klein, J., Ableben des Kanzleidirektors der Gesellschaft J. Lengyel 247*. — Verlauf des Pfingstausfluges der botanischen Sektion nach Selmeczbánya 247*.

Klug, F., Der Einfluß des Blutdruckes und der Temperatur auf das Herz 228*. — Phantom für den Blutkreislauf 257*. — Zwei Blutkreislaufphantome 265*.

Koch, A., Die fossilen Fische des Beocsiner Zementmergels 226*.

Konek, F., Eine neue Methode zur schnellen Bestimmung des Schwefels 227*.

Kosutány, T., Daten zur Kenntnis des Weizenmehles und Weizenklebers 226*.

Kovács, L., Chemische Eigenschaften, physiologische Rolle und Entstehung des Anthokyans 248*.

König, J., Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Größen 227*, 280.

Körössy, K. v., Die Resorption in der Peritonealhöhle 263*.

Körössy, K., Lormayer, G. und Röth-Schultz, W., Zur Physiologie der Aufsaugung 228*.

Kövesligethy, R. v., Referat über den II. internationalen seismographischen Kongreß 229*. — Aus der Astronomie 269*.

Krompacher, E., Untersuchungen über die gegenseitige Beziehung der Oberhaut, des Endothel und des Bindegewebes 229*, 269*.

Kümmerle, J., Die Botanische Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums 241*. — Ein neuer Stand-

ort von Waldsteinia trifolia Rochel 248*.
Kürschák, J., Bemerkungen zur allgemeinen Eliminationstheorie 226*.

László, E., Über den Weinfaktor 254*.
Lengyel, B., Hypenantron fragrans Balb. in Ungarn 245*. — Ein Brief Kitaibels an Samuel Diószegi 251*. — Präparate von Claviceps purpurea 251*. — Triticum dicoccum-Körner aus ägyptischen Gräbern 251*.
Lengyel, B., Über einige Grundbegriffe und Gesetze der Chemie 269*.
Lenhossék, M., Beitrag zur Technik des anatomischen Unterrichts 259*.
Lobmayer, G., Körössy, K., und Roth-Schultz, W., Zur Physiologie der Aufsaugung 228*.
Loczka, J., Über die chemische Analyse des Lorandites und Claudetites von Szomolnok 254*.
Lósy, J., Über die Entwicklung und den biologischen Wert des Geweihes 229*.

Marek, J., Neuere Untersuchungen über die Zeugungslähmung (Polyneuritis) der Pferde 264*.
Marikoszky, G., Neuere Daten zur Lehre vom Labyrinthreflex 226*.
Mauritz, B., Neuere Daten über den Pyrit von Porkura 228*.
Méhely, L. v., Die Frühlingstierwelt der Sandwüste von Deliblát 236*. — Lacerta mosoriensis in ihrem phylogenetischen Zusammenhang 237*.
Melczer, G., Über den Aragonit von Úrvölgy 227*. — Symmetrie und Achsenverhältnis beim Hämatit 253*.
Mocsáry, A., Über die Erdbienen (Bombus) 239*.

Némai, J., Einige Eigenheiten der ungarischen Aussprache 261*.
Neumann, S., Mineralwasseranalysen 255*.
Nuricsán, J., Analyse der Ludwigsquelle von Abány-Tihany 254*. — Über die Bestimmung von Jod und Brom 256*.

Oláh, D., Einfluß der Elektrizität auf die Vegetation 245*.
Ónodi, A , Das Verhältnis der Nebenhöhlen der Nase zu Kanälen der Sehnerven 227*. — Beiträge zur Kenntnis der Stirnhöhle 227*. — Offene Fragen in der Anatomie und Physiologie der Kehlkopfnerven 259*.
Ordódy, L., Textilerzeugnisse aus den Fasern ungarischer Pflanzen 248*.

Papp, D., Beiträge zur Kenntnis der Anatomie des Irisblattes 241*.
Pertik, O., Über die Struktur der Markhülle 258*.
Péterfi, M., Bryologische Mitteilungen 247*.
Preisz, H., Beiträge zur Physiologie und Morphologie des Anthraxbazillus (mit besonderer Berücksichtigung der Sporenbildung) 260*.
Preuss, E., Über den modernen Stand der Holzdestillation 252*.

Rátz, St., Über eine neue Gattung der Trematoden 227*. — Das Vorkommen von Bothriocephalus latus in Ungarn 234*. — Dimorphismus der Fadenwürmer 238*.
Réthy, M., Über das Prinzip der Aktion und über die Klasse mechanischer Prinzipien, der es angehört 226*. — Das Ostwaldsche Prinzip in der Mechanik 228*. — Das Ostwaldsche Prinzip vom Energieumsatze 228*.
Riegler, G., Die chemischen Haupt-

bestandteile und die durch verschiedene Tiefen bedingten Temperaturschwankungen der Siebenbürger Salzseen 251*.

Róth, R., Vergleichende Anatomie des Blattes der ungarischen Ericaceen 241*.

Roth-Schulz, W., Diffusion durch Membranen und Resorption 262*.

Roth-Schultz, W., Kőrössy, K. und Lohmayer, G., Zur Physiologie der Aufsaugung 228*.

Schaffer, K., Über die pathologische Histologie der Tay-Sachsschen Erkrankung 268*.

Schiffel, A., Neuere Beiträge zur Kenntnis der niederen Organismen Ungarns 249*.

Schilberszky, K., Über die numerischen Schwankungen der Bestandteile der Blume 228*. — Neuere teratologische Fälle 242*. — Pharmazeutisch-botanisches Lehrbuch 243*. — Programm des Pfingstausfluges der botanischen Sektion 247*. — Über einen eigentümlichen Fall der Fasziation der Weinrebe 248*. — Ein Wallnußbaum (Juglans regia), der niemals männliche Blütenkätzchen anlegte, aber reichlich Nüsse brachte 250*. — Teratologisch ausgebildete Mohnkapseln und Birnen 251*.

Schuler, W., Apparate zur Demonstration der gemeinsamen Funktion des Augenpaares 228*.

Schuller, A., Destillation in luftleeren Quarzgefäßen 228*.

Schwalm, A., Die See-Fledermaus (Myotis dasycneme Boie) in Ungarn 239*.

Sciiades, E. und Farkas, G., Über die molekularen Konzentrationsverhältnisse des Blutserums und des Fruchtwassers bei Schwangeren usw. 228*, 265*.

Sigmond, E., Düngewirkung der verschiedenen Stickstofformen 252*. — Beiträge zur Bestimmung der in natronhaltigen Böden vorkommenden schädlichen Salze 253*.

Simonkai, L., Die im Königreich Ungarn vorkommenden Pulmonaria-Arten und Varietäten nebst ihren wichtigen Lebenserscheinungen 247*. — Weitere Beiträge zur Kenntnis der Vegetation von Budapest und Umgebung 249*.

Szabó, Z., Eine blühende Agave attenuata im Botanischen Garten der Universität in Budapest 242*. — Phyllosticta sabalicola n. sp. 246*

Szakáll, J., Das Gehörorgan der ungarischen Blindmaus (Spalax hungaricus Nbrg) 135.

Szilágyi, J., Beiträge zur Kenntnis der Weine Ungarns und zur chemischen Zusammensetzung ihrer Asche 255*.

Szili, A., Eine sehr eigentümliche Veränderung der menschlichen Linse 259*.

Szily, P., Die Anwendung der Indikation bei der Bestimmung der Reaktion tierischer Flüssigkeiten 262*.

Tellyesniczky, K. v., Teilung durch Reduktion. Centrosomen 257*.

Thaisz, L., Beiträge zur Kenntnis der Flora des Csongrader Komitates 242*. — Bulbocodium ruthenicum Bunge 244*. — Ein farnwedelförmiges Blatt der Roßkastanie 249*. — Über das Vorkommen der Euphorbia humifusa Willd und E. Chamaesyce im siebenbürgischen Teile Ungarns 249*.

Than, K. v., Über Kohlenmonosulfid 227*, 254*.
Toborffy, J., Über den Chalcopyrit von Pulacago 228*.
Tuzson, J., Über die Zersetzung und Konservierung des Buchenholzes 243*.
— Über den spiralen Bau der Zellwände in den Markstrahlen 248*.

Vajdafy, A., Über die Bestimmung des Kalkes und der Magnesia in Kesselspeisewässern 253*.
Vámossy, Z., Über die Fähigke Leber zur Zurückhaltung von 229*.

Wallner, J., Enumeration der nerogamen und Kryptogame von Sopron 249*.
Weiser, S., Über das Avenin
Wiener, M., Die Entwicklun Zuckerindustrie in Ungarn 25
Wittmann, F., Objektive Darst des Stromes der Leydener F 228*.

1.

ÜBER DIE AKKUMULATION DER SONNENWÄRME IN VERSCHIEDENEN FLÜSSIGKEITEN.

Antrittsvortrag von ALEXANDER v. KALECSINSZKY, korr. Mitglied der Akademie der Wissenschaften.

Vorgelegt der ungar. Akademie der Wissenschaften in der Sitzung am 14. Dez. 1903.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXII p. 29—53.

In meiner in der Oktobersitzung 1901 der III. Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften vorgelegten Arbeit* gelangte ich betreffs meiner Untersuchungen an den Salzseen von Szováta zu folgenden Ergebnissen:

1. daß die in einer gewissen Tiefe unter der Oberfläche zwischen zwei kälteren Schichten befindliche und mehrere Meter mächtige heiß-warme Schicht der Szovátaer Salzseen ihre Wärme nur von der Sonne erhalten kann;

2. daß sich sowohl der natürliche als auch der künstlich hergestellte Salzsee nur dann in höherem Maße zu erwärmen vermag, wenn die Oberfläche mit einer Süß- oder diluierten Salzwasserschicht bedeckt ist;

---

* Über die ungarischen warmen und heißen Kochsalzseen als natürliche Wärmeakkumulatoren, sowie über die Herstellung von warmen Salzseen und Wärmeakkumulatoren. Földtani Közlöny, Bd. XXXI, 1901. — Im Auszuge, Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn Bd. XIX pp. 51—54.

3. daß solche Salzseen, nachdem sie die Sonnenwärme bis zu 70° C. und darüber aufspeichern und diese Wärme ziemlich andauernd festhalten — der Medve-See zeigt sogar im Winter unter dem Eise 30—32° C. — als Wärmeakkumulatoren betrachtet werden müssen.

Im darauffolgenden Jahre (1902) erstreckte ich meine Untersuchungen auch auf das Salzwasser des nächst Szováta gelegenen Korond.

Die Sole von Korond weist von der Szovátaer völlig abweichende Eigenschaften auf. Sie ist nicht so konzentriert wie das Wasser der Quellen von Szováta; ihr spezifisches Gewicht beträgt 1,066—1,135, und der Kochsalzgehalt schwankt zwischen 9—18 %; außerdem enthält dieselbe größere Quantitäten von kohlensauren Salzen, namentlich kohlensauren Kalk, ferner auch Kohlendioxyd und schwefelhaltige Gase. Der Gehalt an kohlensaurem Kalke ist ein so großer, daß sich in der Nähe der Quellen Aragonitanhäufungen bilden* und sich — wird das Wasser in offenen Kanälen geleitet — dieselben alsbald mit dem abgesetzten Salze überziehen.

Als ich dieses Salzwasser in Holzfässern, die in die Erde gegraben waren, gesammelt und auf die Oberfläche vorsichtig Süßwasser gegossen hatte, erwärmte sich dasselbe bei Sonnenschein schon nach einigen Stunden im Innern um 3—4° C. mehr als an der Oberfläche oder als das in einem andern Behälter befindliche reine Wasser.

Einen ähnlichen Versuch stellte ich auch im größeren sog. kalten Salzbade von Korond an. Leitete ich auf die Oberfläche desselben Süßwasser, so zeigte auch dieses in den tieferen Schichten ein Steigen der Temperatur um 2—3° C., obzwar das Wetter nicht günstig war und der Wasserspiegel infolge des Holzgebäudes nur zum Teile von der Sonne beschienen wurde.

Die mit dem Koronder Salzwasser vorgenommenen Unter-

* Diese Quellen werden hierdurch allmählich verstopft, und das Wasser tritt dann an anderer Stelle zu Tage. Durch eine Durchbohrung oder stellenweise Sprengung des Arragonits könnte der Wasserreichtum gewiß in erheblichem Maße gesteigert werden.

suchungen bekräftigen also meine an den Salzseen von Szováta erzielten Resultate in jeder Hinsicht.

In meiner oben erwähnten Arbeit gab ich der Überzeugung Ausdruck, daß die Aufspeicherung der Sonnenwärme — unter ähnlichen Verhältnissen — außer in der Kochsalzlösung auch in anderen Lösungen und Flüssigkeiten möglich ist.

Diesbezüglich stellte ich im Laufe des Sommers 1903 mit verschiedenen Salzlösungen und anderen Flüssigkeiten in kleinerem Maßstabe vergleichende Versuche an.

Ich ließ im Garten der königl. ungarischen Geologischen Anstalt zu Budapest an sonnenbeschienener Stelle Holzfässer von ca. 200 l Inhalt eingraben, deren Durchmesser 50 cm und deren Höhe ca. 78 cm betrug. Die reinen Fässer wurden bis zur Marke mit Leitungswasser gefüllt. Im Fasse I wurde zum Vergleiche reines Wasser gelassen, in den übrigen aber je ca. 60 kg der verschiedenen Salze gelöst und zwar im Fasse II Bittersalz ($MgSO_4$), im Fasse III Glauberzalz (Na_2SO_4), im Fasse IV Salmiak ($[H_4N]Cl$) und im Fasse V Soda (Na_2CO_3).

In den Fässern II, III, IV und V wurde auf die Oberfläche der Salzlösungen vorsichtig ca. 10 cm Trinkwasser gegossen, das nach dem Verdunsten mit entsprechender Vorsicht erneuert wurde. Die Temperatur der sonnenbeschienenen Flüssigkeiten wurde in verschiedenen Tiefen, namentlich an der Oberfläche, ferner 15, 40 und 75 cm unter derselben in der Regel nachmittags 1 Uhr abgelesen.

Das Messen der Temperatur erfolgte in der einfachen Weise, daß an Holzleisten mit der entsprechenden Flüssigkeit gefüllte Glasflaschen von 200 ccm Inhalt in jedem Fasse befestigt wurden, die in die erwähnten Tiefen hinabreichten und in deren jeder sich ein Glasthermometer befand. Diese Thermometer waren beständig in den Fässern und nahmen somit die Temperatur der Lösung an, wodurch ein rasches Ablesen der in den verschiedenen Tiefen herrschenden Temperaturen durch Emporhebung der Leiste zu jeder Zeit möglich war.

Die folgenden Tabellen enthalten die Daten der an den verschiedenen Lösungen in den Monaten Mai, Juni, Juli und August 1903 erfolgten Beobachtungen, während deren Dauer zumeist abnorm kühles und bewölktes Wetter vorherrschte.

I.

Wasser.

Datum 1903	t^0 C. an der Oberfläche	t^0 C. 15 cm	t^0 C. 40 cm	t^0 C. 75 cm	Lufttemperatur im Schatten nachm. 1^h	Bemerkungen
		unter der Oberfläche				
16. Mai	18	18	17	16		
18. „	15	15	15	14	11	Kalt, stürmisch, ganz bewölkt.
19. „	13	13	13	13	12	
20. „	15	15	13,3	12	19	Halb bewölkt, windig.
22. „	21	18,5	16	15,7	21	Starker Wind, kühl.
23. „	19	18	16	16	21	Windig, 2—3 bewölkt.
24. „	19	19	17	16,5	20	„ „ „
25. „	17,5	17,5	16,5	16	22	„ „ „
27. „	21	19	17,3	17	23	
28. „	25	21	19	18	26	Halb bewölkt nachm. und nachts Regen und Sturm.
29. „	21	20	18,5	18	23	
31. „		18	17,8	17,4		
1. Juni		20,8	18,8	18		
3. „	25	23	20	19	27	Nachm. 1^h sonnig, warm.
3. „	25	25	20,5	19		Nachm. 5^h ganz bewölkt.
4. „	26	22,3	20,8	19		Bewölkt, regnerisch, kühl.
7. „	22	22	20	19		
9. „	25	22	20	18,8		
16. Juli	26	24	22	21		
17. „	25	25	23	21		
18. „	26	26	23	21,8		
20. „	28	28	25	23		
25. „	25	24,8	21	20,5		
27. „	25	24	21,5	20,3		
29. „	25	24,8	21	20,5		
30. „	25	24,5	21,3	20,3		
2. Aug.	24	23	21,5	20,3		
10. „	24,3	24,5	20,5	19,5		
11. „	23	23,3	20,8	20		
13. „	26	26	21,8	21		
14. „	26	26	21,8	21		
16. „	26,3	26	21,8	21		
29. „	22,8	22,8	19,3	19		

II.

$MgSO_4$-Lösung (spez. Gew. = 1,1470), darüber eine ca. 10 cm dicke Wasserschicht.

Datum 1903	t° C. an der Oberfläche	t° C. 15 cm	t° C. 40 cm	t° C. 75 cm	Bemerkungen
		unter der Oberfläche			
18. Mai	11	18,5	18,5	16	
19. „	11	16,5	17	16	
20. „	16	17,6	16,8	16	
22. „	21	21,7	19	17	
23. „	19	21	19,5	17	
24. „	19	22,2	20	17,5	
25. „	18	20	19,7	17,7	
27. „	22	21	20	17	Die obere Wasserschicht war allmählich verdunstet und wurde nicht erneuert, infolgedessen die Erwärmung an der Oberfläche am größten war.
28. „	26	23,4	21	18,5	
29. „	21	22	21	18,4	
3. Juni	25	25	21,7	19	
3. „	25	25,3	22	19	
4. „	27	24,8	22	19	
7. „	26	27	23	20	
16. Juli	25	27	24	21	
17. „	24	27	24,3	21,5	
18. „	25	31	25	22	
20. „	28	31	26	23	
25. „	25	28	23	21,8	
27. „	25	28	23	21,8	
29. „	25	28	23	21,5	
30. „	25	27	22	21,5	
2. Aug.	24	26	22	21	
10. „	24	29	22	20,5	
11. „	23	28	22	21	
13. „	26,5	28,8	23	21	
14. „	27,8	29,5	23,3	21,8	
16. „	28	29	23,8	22	
29. „	23	25	22,3	21,5	

Aus Tabelle I—V erhellt, daß sich das reine Süßwasser infolge der Insolation in der Weise erwärmt, daß die Oberfläche am wärmsten wird und von da an die Temperatur nach unten zu fortwährend fällt. Die Maximaltemperatur überschritt 30° C. nicht.

Die konzentrierten Lösungen des Bittersalzes, Glaubersalzes, des Salmiak und Soda hingegen erwärmen sich, wenn sie eine Süßwasserschicht bedeckt, durch die Sonne in abweichender Weise.

III.

Na_2SO_4-Lösung (spez. Gew. = 1,063), darüber eine ca. 10 cm dicke Wasserschicht.

Datum 1903	$t°$ C. an der Oberfläche	$t°$ C. 15 cm	$t°$ C. 40 cm	$t°$ C. 75 cm	Bemerkungen
		unter der Oberfläche			
18. Mai	11	17	18	16	
19. „	11	14	17	16	
20. „	16	16	17	16,2	
23. „	19	20	19	16,5	
24. „	19	21,8	19,5	17	
25. „	17,5	19,3	19,5	17	
27. „	22	21	19,3	17,1	Die obere Wasserschicht war verdunstet und wurde nicht erneuert.
28. „	26	23,5	20,5	17,8	
3. Juni	27	25	21	18,5	
4. „	29	24,8	21,8	18,8	
7. „	29	27,8	21	19,5	
16. Juli	25	26,7	24	21	
17. „	25	25,5	24	21	
18. „	25	27	24,8	22	
20. „	28,5	29,3	27	23	
29. „	25	27	22	21	
30. „	25	26	22	21	
2. Aug.	24	25	22	21	
10. „	24	28,3	22	20,3	
11. „	23	27	22,8	21	
13. „	26,5	28	23	21	
14. „	27	28	23,8	21,8	
16. „	28	28,5	24	22	
29. „	23	25,8	23,5	22	

Hier treffen wir die höchste Temperatur nicht an der Oberfläche, sondern unter derselben, nahe jenem Punkte an, wo sich Süßwasserschicht und konzentriertere Lösungen berühren, ähnlich wie z. B. bei den warmen Salzseen von Szováta. Gleichzeitig wurde auch beobachtet, daß sich die Salzlösungen, wenn die Süßwasser-

schicht verdunstet war und nicht ersetzt wurde, ganz auf dieselbe Art erwärmten wie das Süßwasser und daß sich ein Steigen der Temperatur in tieferen Schichten erst nach vorsichtigem Erneuern

IV.

$(H_4N)Cl$-Lösung (spez. Gew. = 1,100), darüber eine ca. 10 cm dicke Wasserschicht.

Datum 1903	$t°$ C. an der Oberfläche	$t°$ C. 15 cm	$t°$ C. 40 cm	$t°$ C. 75 cm	Bemerkungen
		unter der Oberfläche			
18. Mai	11	17	19	16	
19. „	11,5	15	17	16	
20. „	16	17	17	17	
22. „	21	22	19,8	17,8	
23. „	19	21	20	17,3	
24. „	19	22	20	18	
25. „	17,5	20	20	17,6	
27. „	22	21,8	20,2	18	Die obere Wasserschicht war verdunstet und wurde nicht erneuert.
28. „	26	24	21,8	18,5	
3. Juni	27	25,3	22	19	
4. „	27	25	22,5	19,5	
7. „	27	26	23	20	
16 Juli	26	26,7	24	21	
17. „	26	27	24,8	21,5	
18. „	26	32	25,3	22	
20. „	29	32	27	23	
25. „	26	27	24	22	
29. „	25	29	24	21,8	
30. „	25	28	23	21,5	
2. Aug.	24	27	22,5	21	
10. „	24	29	23,8	21	
11. „	23	28	24	21,3	
13. „	27,5	28,8	25	22	
14. „	27	30	25,5	22,3	
16. „	29	30	25,8	22,8	
29. „	25	25,3	24,3	22,3	

des verdunsteten Süßwassers an der Oberfläche wiederholte. Mit Salzlösungen verschiedener Konzentrationen konnte ich in Ermangelung entsprechender Einrichtung keine Versuche anstellen,

doch dürfte analog auch bezüglich dieser Salzlösungen derselbe gesetzmäßige Zusammenhang obwalten, wie ich ihn bei dem Salzwasser von Szováta konstatiert habe.

V.

Na_2CO_3-Lösung (spez. Gew. = 1,077), darüber eine ca. 10 cm dicke Wasserschicht.

Datum 1903	t^0 C. an der Oberfläche	t^0 C. 15 cm	t^0 C. 40 cm	t^0 C. 75 cm	Bemerkungen
		unter der Oberfläche			
18. Mai	11	17	18	15,5	
19. „	12	15,6	16,8	15,8	
20. „	16	17	16,8	16,1	
22. „	21	22	18,5	16,5	
23. „	19	21	19	17	
24. „	19	22,3	19,2	17	
25. „	17	20	19	17	
28. „	26	24,5	21	18	Die obere Wasserschicht war verdunstet und wurde nicht erneuert.
3. Juni	27	25,3	21	18,7	
4. „	27	24	21,3	19	
9. „	26	24	21	20	
16. Juli	26	26,6	23,5	21	
17. „	25	26	23,5	21	
18. „	25,8	29	24	22	
20. „	29	32	26	23	
25. „	25,3	27,5	23	21,3	
29. „	25	27	23	21	
30. „	25	26	22,5	21	
2. Aug.	24	26	22,5	21	
10. „	24	27,5	22	20,5	
11. „	23	26	23	21	
13. „	27	28	23	21	
14. „	27	28	23,8	21,7	
29. „	23	24	22,8	21,3	

Im Zusammenhange mit diesen Versuchen nahm ich auch an gewöhnlichem Wasser Untersuchungen vor, das ich an die Stelle der Salzlösungen treten ließ, wobei auf dessen Oberfläche Öle von kleinem spezifischen Gewichte, namentlich in einem Fasse Petroleum in einer etwa zwei Finger breiten Schicht (ca. 3 Liter), in einem

VI.

Wasser, darüber ca. 3 Liter Petroleum.

Datum 1903	Zur selben Zeit die Temperatur des reinen Wassers an d. Oberfläche	$t°$ C. an der Berührungsfläche	$t°$ C. 15 cm unter der Oberfläche	$t°$ C. 40 cm unter der Oberfläche	$t°$ C. 75 cm unter der Oberfläche	Bemerkungen
16 Mai	18	—	22	17	16	
18. „	15	11	17	17,5	16	
19. „	13	15	16	16	16	
20. „	15	22	18	15	15	
22. „	21	29	22,6	18	16	
23. „	19	27	22	18,5	17	
24. „	19		23	18,3	17	
25. „	17,5	22	20	18,5	17,5	
27. „	21	30	21	19	17	
28. „	25	35	23	20	18	
29. „	21	27	22,3	20	17,8	
31. „			19	18	17,5	
1. Juni			22,3	19,3	18	
3. „	25	33	25	20,8	18,5	1h nachm.
3. „	25	33,8	28,3	21	18,8	5h nachm.
4. „	26	31	25	22	19	
7. „	22	30	26	22	19,5	
9. „	25	35	25	21	19	
16. Juli	26	27	25	23	21,5	Der größte Teil des Petroleum ist verdunstet.
17. „	25	27	25	22,8	21,3	
18. „	26	26	26	22,8	21,3	
20. „	28	29	30	24	22	
25. „	25	30	29	21	20	
29. „	25	38	29	21,4	20,5	
30. „	25	37	29	21,5	20,5	
2. Aug.	24	30	27	21,3	20,3	
10. „	24,3	25,8	26	20	19,5	
11. „	23	25	25	20,5	20	
13. „	26	29	28	21,8	20,8	
14. „	26	28	27,8	21,3	20,5	
16. „	26,2	29	28	21,8	21	
29. „	22,8	24,5	24,3	20	19,5	

andern aber eine gleiche Quantität von Olivenöl gegossen wurde. Die Tabellen VI und VII führen die hierbei gewonnenen Daten vor.

Aus diesen Tabellen ist ersichtlich, daß sich die mittels Erd-

oder Olivenöl abgeschlossene Wassermasse in bedeutend höherem Maße erwärmte, wie zur selben Zeit das gewöhnliche Wasser oder die Salzlösungen. Trotz des schlechten abnormalen Wetters erwärmte sich der unter dem Öle befindliche Teil des Wassers doch alsbald bis auf 49° C., während das reine Wasser eine 30° C.

VII.

Wasser, darüber ca. 3 Liter Olivenöl.

Datum 1903	Zur selben Zeit die Temperatur des reinen Wassers an d. Oberfläche	$t°$ C. an der Berührungsfläche	$t°$ C. 15 cm	$t°$ C. 40 cm	$t°$ C. 75 cm	Bemerkungen
			unter der Oberfläche			
27. Mai	21	28	20	18	16	
28. „	25	34	23	20	17	
29. „	21	28	22	20	18	
3. Juni	25	37	26	21	19	
4. „	26	33	25	22	19	
7. „	22	28	25	21,8	19,8	
9. „	25	38	22	20,5	19,5	
4. Juli	26	37	30,7	24	22	
5. „	28	46	30	25	23	
18. „	26	38	31	23,8	22	
19. „	30	49	30,5	26	23	
20. „	28	40	32	25	23	
29. „	25	36	27	23	22	
30. „	25	35	26	22,5	21,5	
10. Aug.	24	35	28	23	22	
12. „	26	44	28	24	22,3	
13. „	26	36	28,8	24,5	22,5	
14. „	26	35	29	24,8	23	
16. „	26	41	29	25	23	
29. „	23	38	25	23,5	22	

übersteigende Temperatur nie erreichte. Die erwärmte Wassermasse teilte seine höhere Temperatur allmählich auch dem Öle mit, was bei dem Olivenöl außer der Erwärmung kaum irgendwelche Veränderung hervorrief, während das Petroleum, welches ziemlich rein war, langsam verdunstete, was ein Sinken der Temperatur des in diesem Fasse befindlichen Wassers zur Folge hatte, das sich sodann annähernd nur in demselben Maße erwärmte wie

das gewöhnliche Wasser im Fasse I. Eine Erwärmung in höherem Maße trat erst mit dem Erneuern des Petroleums ein, dessen Verdunstung durch in demselben gelöstes Paraffin herabgemindert wurde. Rohes Erdöl verdunstete gleichfalls langsamer.

VIII.

Vergleichung einiger der höchsten Temperaturen aus Tabelle I—VII.

Datum 1903	I. Wasser $t°$ C.	II. $MgSO_4$ + Wasser $t°$ C.	III. Na_2SO_4 + Wasser $t°$ C.	IV. $(H_4N)Cl$ + Wasser $t°$ C.	V. Na_2CO_3 + Wasser $t°$ C.	VI. Wasser + Petroleum $t°$ C.	VII. Wasser + Olivenöl $t°$ C.
16. Mai	18	23	22	21	21	22	
18. „	15	18,5	17	17	17	17	
19. „	13	18,5	14	15	15,6	16	
20. „	15	17,6	16	17	17	22	
22. „	21	21,7	20,5	22	22	29	
23. „	19	21	20	21	21	27	
24. „	19	22,2	21,8	22	22	23	
25. „	17,5	20	19,3	20	20	22	
18. Juli	26	31	27	32	29	26	38
20. „	28	31	29,3	32	32	30	40
25. „	25	28	25	27	27,5	30	32
29. „	25	28	27	29	27	38	36
30. „	25	27	26	28	26	37	35
2. Aug.	24	26	25	27	26	30	33
10. „	24,3	29	28,3	29	27,5	25,8*	35
11. „	23	28	27	28	26	25*	29
13. „	26	28,8	28	28,8	28	29	36
14. „	26	29,5	28	30	23,8	28	35
16. „	26,3	29	28,5	30	28	29	41
29. „	22,8	25	25,8	25,3	24	24,5	38

Der größte Teil des Petroleum ist verdunstet.

Einen ähnlichen Versuch mit Wasser und Petroleum habe ich 1902 auch in Korond angestellt, wobei die Temperatur des Wassers in dem in die Erde eingegrabenen Holzbehälter bereits nach mehrstündiger Insolation auf 38° C. stieg, während in dem daneben befindlichen, gleichfalls eingegrabenen Fasse das reine Wasser 30° C. nicht erreichte.

Das Öl löst sich im Wasser nicht, infolgedessen der Übergang des spezifischen Gewichts ein sprungweiser ist, wohingegen sich die Salzlösungen, wenn nicht anders, durch Diffusion mit dem Wasser vermengen und dadurch einen allmählichen Übergang im spezifischen Gewicht bewirken. Hieraus läßt sich die Erscheinung erklären, daß die mit Erd- oder Olivenöl bedeckte Wassermasse zuoberst, unmittelbar unter dem Öle die höchste Temperatur erreicht, während bei den Salzlösungen die größte Erwärmung etwas tiefer unter der Wasserschicht erfolgt.

Ferner zeigt sich das an der Oberfläche schwimmende Olivenöl für die Erwärmung bedeutend vorteilhafter, da dasselbe bei gewöhnlicher Temperatur nicht verdunstet und somit der mit dem Verdunsten Hand in Hand gehende Wärmeverlust wegfällt.

Vergleichen wir nunmehr die bisherigen höchsten Temperaturen (Tafel I—VII), welche sich in der gleichen Zeit ergeben haben.

Wir gelangen hieraus zu folgenden Resultaten: Es kann mit Sicherheit nachgewiesen werden, daß sich die verschiedenen Salzlösungen, wenn auf ihrer Oberfläche eine dünne Süßwasserschicht vorhanden ist, in einer tieferen Schicht mehr erwärmen als an ihrer Oberfläche. Die Abweichung vom reinen Wasser überstieg in mehreren Fällen 5° C. Jene Wassermasse aber, auf deren Oberfläche sich Erd- oder Olivenöl befunden hat, nahm eine um 10—20° C. höhere Temperatur an wie das gewöhnliche Wasser.*

Meine oben erwähnte Arbeit erweckte im Ausland allgemeines Interesse für die darin besprochenen Beobachtungen. Manches Fachblatt übernahm dieselbe ihrem ganzen Wortlaut nach, andere

* Würde demnach auf irgendwelchen seichten kleineren Teich soviel Petroleum oder Öl gegossen werden, daß dasselbe die Oberfläche ganz bedeckt, so würde in demselben die gesamte Fauna und Flora allmählich zugrunde gehen; erstens da das Wasser von der Atmosphäre abgeschlossen wäre und der notwendige Sauerstoff nicht eindringen könnte, zweitens weil sich das Wasser durch die Insolation immer mehr erwärmen würde und der tierische und pflanzliche Organismus sich an die ungewohnte Temperatur nicht so rasch anpassen könnte. So gingen z. B. in dem Ostravik-See (siehe die weiter unten erwähnten Lagunenseen), dessen Temperatur plötzlich auf 34° C. gestiegen war, 1885 die Austern zugrunde.

brachten ausführliche Referate, und in mehreren Fachgesellschaften bildete sie den Gegenstand von Vorträgen. Nach dem Erscheinen erhielt ich von vielen Fachgenossen Briefe, von welchen ich hier einige im Auszuge umsomehr mitteilen zu dürfen glaube, da sie interessante und wertvolle Daten enthalten, aus welchen hervorgeht, daß auch anderwärts den ungarischen ähnliche warme Salzseen vorhanden sind.

Prof. Dr. L. Mrazec, Bucuresci, schreibt: „Bei uns in den sogenannten Salzteichen soll ähnliches beobachtet worden sein, aber nicht in solchem Maße wie bei Ihnen."

Prof. Dr. A. G. Högbom, Upsala, teilt mir folgendes mit: „Es dürfte vielleicht Sie interessieren, zu wissen, daß im westlichen Norwegen — Umgegend von Bergen — an der Meeresküste warme Lagunenseen vorkommen, welche wahrscheinlich in ähnlicher Weise ihre Temperaturanomalien bekommen haben. Sie bestehen aus salzreichem Meereswasser mit dünner Bedeckung von salzarmem Wasser. Ihre Tiefentemperaturen erreichen nach Angaben über 30° C., während das Oberflächenwasser viel niedrigere Temperaturgrade zeigt. Meines Wissens sind sie noch nicht eingehend studiert; sie werden für Austernkultur verwendet, wie man mir erzählt hat, mit gutem Erfolge."

Auf Herrn Högboms Anraten wandte ich mich um eingehendere Daten an Herrn Dr. A. Appelof, Konservator am Museum zu Bergen, der die Freundlichkeit hatte, mir eine norwegische und eine englische, mit diesen Lagunenseen sich befassende Arbeit zu senden.

Aus diesen Mitteilungen* und der Beschreibung des Prof. Dr. Häpke** übernehme ich hier folgendes:

Nach einer etwa vierstündigen Fahrt per Eildampfer erreichen wir von der Stadt Bergen aus die Insel Tysnäs. Im südöstlichen Teile der ausgedehnten Insel befindet sich bei

---

* The Oyster ponds an the West Coats of Norway. By Hermann Friele B. S., Temperaturen i Osterstjernene (af Amund Helland) „Norsk Fiskeritidende" 1889.

** Die Warmwasserteiche an der Westküste Norwegens von Prof. Dr. Häpke in Bremen. Himmel und Erde XII, p. 316.

Espevik ein natürliches, beinahe eirundes Becken, welches sich, von bewaldeten Bergen umgeben, in südwest-nordöstlicher Richtung erstreckt und eine Länge von 300 m, eine Breite von 170 m und eine Tiefe von 5 m besitzt.

In diesem Becken wurde von einer Gesellschaft eine Austernzucht angelegt und dasselbe mittels eines 45 m langen Kanals mit dem Fjorde bezw. dem Meere verbunden.

Dieser Teich bietet ein eigenartiges Bild. An seiner Oberfläche schwimmen in bestimmten Abständen voneinander 160 schwarz geteerte Fässer, welche von den zwischen den Ufern ausgespannten verzinkten Eisendrähten schwebend erhalten werden. An diesen hängen 3000 Faschinen aus Birkenreisern, die sogen. Kollektoren, welche mit Austernbrut besetzt sind. Die jungen Austern werden im Alter von 1—2 Jahren losgelöst und in den bei Stavanger befindlichen Austernpark gesendet, wo sie so lange verbleiben, bis sie dem Handel übergeben werden können. Von den umgebenden Bergen ergießen sich die Niederschlagswässer in Form kleiner Bäche in den Teich. Als die beständige Verbindung mit dem Meere mittels des regulierbaren Kanals noch nicht bestanden hatte, gelangte das Seewasser bloß anläßlich von Stürmen, zumeist während der Wintermonate, in das Becken, wo sich sein Salzgehalt infolge der Verdunstung des Wassers allmählich anreicherte.

Der Espevik-Teich lieferte nach den Messungen Prof. Hellands folgende Daten:

		Temperatur	Salzgehalt
An der Oberfläche		22,3° C.	24,51 %
In einer Tiefe von	0,5 m	22,7 „	24,53 „
	1,0 „	23,0 „	25,15 „
	1,5 „	27,0 „	27,26 „
	2,0 „	**27,4** „	27,93 „
	2,5 „	26,8 „	30,73 „
	3,0 „	25,3 „	30,81 „
	3,5 „	25,2 „	30,73 „
	4,0 „	23,7 „	30,24 „
	4,5 „	23,2 „	31,19 „
	5,0 „	22,6 „	31,99 „

Die Untersuchungen von Prof. Dr. ARNOLD, St. Petersburg, ergaben folgendes:

	Salzgehalt	
	am 4. August mittels Areometer	am 20. Oktober titriert
An der Oberfläche	11,79 %	6,13 %
In einer Tiefe von ½ m	— „	17,37 „
1 „	25,89 „	21,14 „
2 „	26,62 „	25,04 „
3 „	26,65 „	26,02 „
4 „	26,84 „	26,09 „

Auf der etwa 5 km von Espevik entfernten kleinen Insel Selö befindet sich ein ähnliches Austernbecken von annähernd gleicher Größe und Temperatur. Die Menge des zufließenden Süßwassers ist hier geringer als bei dem vorhergehenden, trotzdem steigt aber die Temperatur doch auf 30° C. und darüber. Tier- und Pflanzenleben ist in diesem Teiche sehr üppig.

Der Selö-Teich zeigte nach Prof. HELLAND am 1. Juli 1888 folgende Verhältnisse:

	Temperatur	Salzgehalt
An der Oberfläche	20,5° C.	18,1 %
In einer Tiefe von 0,5 m	20,0 „	19,1 „
1,0 „	26,5 „	25,2 „
1,5 „	27,5 „	27,3 „
2,0 „	**29,0** „	28,0 „
2,5 „	27,3 „	28,2 „
3,0 „	26,2 „	27,6 „
3,5 „	25,2 „	26,2 „
4,0 „	24,1 „	25,3 „

Es ist noch ein drittes derartiges Warmwasserbecken vorhanden, der Ostravik-See, welchen Prof. RASCH im südlichen Teile Norwegens bei Egersund mit einer Temperatur von 28° C. entdeckte. Die Tiefe desselben beträgt 12 m; an seiner Oberfläche ist der Salzgehalt gering, in einer Tiefe von 1—1,5 m kommt derselbe aber bereits dem des Seewassers gleich.

Die Teiche Espevik und Selö wurden 1884 entdeckt; auf ihre Temperatur üben die meteorologischen Verhältnisse einen

großen Einfluß aus, so zwar, daß in manchem Jahre das Maximum auf den Monat Mai, in anderen Jahren aber auf den August oder September fällt.

Im Jahre 1885 stieg im Ostravik-See die Temperatur in einer Tiefe von 3 m auf 34,5° C., bei welcher die Austern zugrunde gingen. Dies gab den Anstoß zur Herstellung des regulierbaren Verbindungskanals mit dem nahen Meere.

Prof. RASCH suchte die Erwärmung der Teiche durch die Zersetzung des Schlammes und der organischen Stoffe zu erklären. HELLAND brachte die Erscheinung mit der Insolation in Verbindung, was HÄPKE für nicht wahrscheinlich hielt. Andere vermuteten unterirdische Ursachen.

In neuester Zeit gewann die Untersuchung der Salzseen und Bäder der siebenbürgischen Landesteile Ungarns in der Person Prof. Dr. G. RIGLERS einen eifrigen Fachmann, der seine diesbezüglichen Ergebnisse in seiner Arbeit: Erdély nevesebb fürdöi 1902-ben (Die bekannteren Bäder der siebenbürgischen Landesteile im Jahre 1902)* in ausführlicher Form niederlegte.

Dr. G. RIGLER untersuchte außer den Seen von Szováta auch die übrigen Salzseen der siebenbürgischen Landesteile und zwar mit Hinsicht darauf, ob sich dieselben durch die Insolation in einer tieferen Schicht nicht gleichfalls erwärmen. Hierbei gelangte er zu dem Ergebnisse, daß bei manchen die Temperaturverhältnisse jenen des Medve-Sees von Szováta ganz ähnlich sind und nur die Erwärmung derselben eine bedeutend geringere ist.

So zeigt das Wasser des sog. Dörgö bei Kolozs in einer Tiefe von 2 m eine um 2° C. höhere Temperatur als an der Oberfläche, wobei die Quantität der festen Bestandteile mit der Tiefe zunimmt.

Tiefe m	Die gesamten festen Bestandteile ‰	t° C.	Tiefe m	Die gesamten festen Bestandteile ‰	t° C.
0,0	105,67	28,0	5,0	208,07	22,4
0,5	108,60	28,5	10,0	276,16	18,4
1,0	108,67	28,5	15,0	294,55	18,4
1,5	108,76	28,5	17,5	266,70	18,4
2,0	128,72	30,0			

* P. 142 und 150.

Beim Római-See von Torda:

Tiefe m	Die gesamten festen Bestandteile ‰	t^0 C.	Tiefe m	Die gesamten festen Bestandteile ‰	t^0 C.
0,0	24,160	21,2	3,0	97,850	21,4
0,5	31,345	24,0	5,0	101,910	18,8
1,0	40,050	27,9	7,0	97,260	17,8
2,0	57,750	26,6			

Beim Tököly-See von Vízakna:

0,0	176,360	23,25	2,0	233,350	27,0
0,5	176,637	23,75	2,5	288,690	29,0
1,0	177,050	23,5	3,0	315,760	30,0
1,5	177,770	23,0	5,0	307,770	26,25

Das Salzwasser des im westlichen Teile Sibiriens in der Statthalterei Akmolinsk gelegenen Sees Kysilkak wurde von dem russischen Geographen IGNATOFF untersucht*, der an der Oberfläche des 15 km langen und 12 km breiten Sees eine Temperatur von 20—27° C., in der Tiefe aber eine solche von 34° konstatierte.

Die beiden einander nahe gelegenen noch größeren Seen Teke und Selety Dongis (letzterer unter 50° n. Br. und 60° östl. L. gelegen) zeigen eine ähnliche Erscheinung. Die an den Ufern derselben wohnenden Kirgisen behaupten, daß diese Seen selbst bei der größten Kälte nicht einfrieren.

Es ist wahrscheinlich, daß man solche durch Insolation erwärmte Salzseen noch in größerer Anzahl entdecken wird.

Bei Durchsicht der auf die Meere bezüglichen Temperaturangaben fand ich, daß eine derartige Wärmeanhäufung auch in den Meeren vorkommt. So wurde im Mittelländischen Meere, namentlich in dessen nordöstlichem Teile, 1—5 m unter der Oberfläche stellenweise eine um 0,5—2° C. wärmere Schicht konstatiert, was aber der Strömmung von wärmeren Wasserschichten zugeschrieben wurde.

* Petermanns Mitteilungen 1902.

Einer der Forscher gibt darüber seiner Verwunderung Ausdruck, daß der nördliche Teil des Mittelländischen Meeres beinahe ebenso warm ist wie der südliche, trotzdem sich im Norden das kalte Wasser von mehreren ansehnlichen Flüssen in dasselbe ergießt. Nachdem hier und anderwärts der Salzgehalt an der Oberfläche geringer ist, liegt gerade hierin der Grund für die Erwärmung der tieferen Wasserschichten.

Ein ähnliches Steigen der Temperatur ist auch an mehreren Punkten der Ostsee zu beobachten.

Im Mittelländischen Meere muß es der Sonnenwärme zugeschrieben werden, daß seine Temperatur bis zu einer Tiefe von 4000 m 12,7—13° C. beträgt, während am freien Ozean, z. B. westlich von Gibraltar, bereits in viel geringerer Tiefe bloß 0—2° beobachtet wurde.

Die Salzseen von Szováta suchte ich im Sommer 1902 abermals auf. Die Temperatur des Salzwassers zeigte sich dem herrschenden Wetter entsprechend, obzwar sich einige Veränderungen in der Umgebung vollzogen hatten. Das Wasser des an die Oberfläche des Medve-Sees sich ergießenden Süßwasserbaches wird jetzt zum Teil im neuen Badehause verwendet. Es ist nicht ausgeschlossen, daß dieser Umstand in der physikalischen Beschaffenheit des Sees einige Veränderungen hervorrufen wird.* Außerdem wurde der Abfluß des Medve-Sees mit einem Wehr versehen, wodurch sowohl der Wasserstand des Sees als auch die Quantität des abfließenden Wassers reguliert werden kann. Diese Neuerung kann eventuell gleichfalls Veränderungen in den Temperaturverhältnissen dieses Sees zur Folge haben.

Beim Mogyoróser See zeigte sich seit 1902 während des Sommers insofern eine Veränderung, daß das nunmehr regulierbare Wasser des Medve-Sees aus dem Kanale wasserfallähnlich in denselben gelangt, was den Badenden vielleicht angenehm ist, für den See aber, als Salz- und warmen See, mit der Zeit ver-

* Es wäre jedenfalls zweckmäßiger, das Süßwasser sowohl für das Badehaus, als auch für die neuerbauten Wohnhäuser aus dem nahen Sebesbache herzuleiten, dessen Wasserkraft gleichzeitig zu elektrischer Beleuchtung und andern Zwecken benutzt werden könnte.

hängnisvoll werden kann. Durch das herabstürzende Wasser wird die Sole des Mogyoróser Sees immer mehr aufgerührt, das Salzwasser durch die Strömung des durchfließenden Baches in höherem Maße wie bisher mitgerissen und so wird dann die konzentriertere Solenschicht ein immer tieferes Niveau einnehmen. Mit anderen Worten die Wärme und die untere konzentrierte Sole des Mogyoróser Sees wird bedeutend rascher verschwinden als es im bisherigen Zustande der Fall gewesen wäre.

Im Juli 1902 besuchte auch Prof. Dr. RIGLER den Medve- und Fekete-See bei Szováta, und teilte über dieselben folgende Beobachtungen mit*:

Medve-See bei Szováta.

m	Die gesamten festen Bestandteile	Chlor	Gebundene Kohlensäure	$t°$ C.
0,0	83,62	44,375	0,073	29,5
0,25	109,55	60,35	0,076	36,5
0,5	183,85	110,40	0,154	54,5
1,0	227,48	134,365	0,160	61,0
1,5	210,08	127,50	0,144	58,0
2,0	210,08	127,50	0,148	52,3
2,5	230,28	129,63	0,140	48,9
3,0	255,77	136,55	0,140	43,4
5,0	278,54	160,76	0,136	34,5
7,0	307,45	180,76	0,136	32,5
10,0	305,59	182,115	0,140	26,25
15,0	326,76	179,63	0,142	26,0

Fekete-See bei Szováta.

0,0	23,87	14,20	0,154	25,0
0,5	23,88	14,317	0,168	23,6
1,0	23,86	14,277	0,156	22,6
1,5	23,97	14,302	0,162	22,7
2,0	49,30	29,110	0,208	24,25
5,0	239,35	136,326	0,324	18,0

* Erdély nevesebb fürdői 1902.

Ich lasse hier die von meinem Kollegen Dr. K. Emszt durchgeführte Analyse jener Wasserprobe folgen, welche ich 1901 dem Medve-See entnommen habe.

Das den Gegenstand der Analyse bildende Wasser stammt aus einer gegen den Vörös-See zu gelegenen Bucht des Medve-Sees, aus einer Tiefe von 12 m. Die Temperatur desselben war 20° C. und sein spezifisches Gewicht bei gewöhnlicher Temperatur 1,194.

Die chemische Zusammensetzung des Wassers des Medve-Sees.

In einem Liter Wasser ist enthalten in Grammen:

Kalium (K)	0,0352
Natrium (Na)	119,8390
Kalzium (Ca)	0,8106
Magnesium (Mg)	0,1452
Chlor (Cl)	185,2155
Brom (Br)	0,0132
Jod (J)	0,0048
Hydrokohlensäure (HCO_3)	0,0622
Schwefelsäure (SO_4)	1,1775
Zusammen	307,3030

Die Äquivalente der Bestandteile in Prozenten:

Kalium	0,017
Natrium	98,984
Kalzium	0,769
Magnesium	0,230
Chlor	99,249
Brom	0,003
Jod	0,001
Schwefelsäure	0,466
Hydrokohlensäure	0,281
Zusammen	100,000

Die Bestandteile in der gewohnten Weise zu Salzen umgerechnet:

Natriumchlorid ($Na\,Cl$)	304,1000 g
Kaliumchlorid ($K\,Cl$)	0,0520 „
Kaliumbromid ($K\,Br$)	0,0197 „
Kaliumjodid ($K\,J$)	0,0063 „
Magnesiumchlorid ($Mg\,Cl_2$)	0,5677 „
Kalziumchlorid ($Ca\,Cl_2$)	0,7932 „
Kalziumhydrocarbonat ($Ca\,HCO_3$) .	0,1046 „
Kalziumsulphat ($Ca\,SO_4$)	1,6472 „
Eisen (Fe)	
Kieselsäure ($Si\,O_2$)	0,0125 „
Zusammen	307,3030 „

Aus dem Bisherigen ist bekannt, daß in der Gegenwart infolge Insolation erwärmte heiß-warme Seen nicht nur bei Szováta, sondern an zahlreichen anderen Punkten der Erde vorhanden sind, ja sogar künstlich hergestellt werden können. Daß auch in der geologischen Vergangenheit größere und kleinere Salzseen existiert haben, geht aus den Steinsalzlagern hervor. Im Wege der Analogie kann angenommen werden, daß das Süßwasser von Bächen oder Flüssen, oder aber das der Niederschläge auch auf die Oberfläche der einstigen z. B. miozänen Salzseen gelangte, die sich sodann durch die Insolation unbedingt erwärmt haben mußten. Im Laufe der Jahrhunderte und Jahrtausende dürfte sich die Erwärmung durch Leitung der ganzen Wassermasse, ja sogar dem Salze selbst mitgeteilt haben, wie ich dies bei der Beschreibung des Medve-Sees bereits berührte.* Die Temperaturschwankungen konnten auch zu dieser Zeit nur durch das Wetter, die Jahreszeit und das Fehlen oder Vorhandensein von Süßwasser resp. diluierter Salzlösung an der Oberfläche bedingt gewesen sein. Es war somit die Möglichkeit vorhanden, daß die Temperatur der Sole dieser einstigen Salzseen von der niedersten ausgehend, zeitweilig bis über 70° C. steigen konnte, wie wir dies heute bei dem Medve-See beobachten.

Der italienische Chemiker USIGLIO**, welcher als erster die

* Über die ungarischen warmen und heißen Kochsalzseen als natürliche Wärmeakkumulatoren. Földtani Közlöny, Bd. XXXI, 1901.

** Comptes rendues **27**, 429; Annal. chim. et phys. **27**, 172.

Verdampfung des Meerwassers im Großen eingehender studierte, fand bei seinen Untersuchungen folgende Verbindungen: Kalk ($CaCO_3$), $NaCl$, Gips ($CaSO_4 \cdot 2H_2O$), $MgSO_4 \cdot 7H_2O$, $MgSO_4 \cdot 6H_2O$, Schönit ($MgSO_4 \cdot K_2SO_4 \cdot 6H_2O$), KCl, Karnallit ($KCl \cdot MgCl_2 + 6H_2O$) und $MgCl_2$. Anderseits fehlen aber sehr wesentliche Mineralien, Verbindungen, vollständig, so Anhydrit ($CaSO_4$), Polyhalit ($2CaSO_4 \cdot MgSO_4 \cdot K_2SO_4 + 2H_2O$) und Kieserit ($MgSO_4 + H_2O$).

Van 't Hoff und Meyerhoffer haben in ihren großangelegten Studien* nachgewiesen, daß die Salze, welche auch in den Salzlagern von Staßfurt vorkommen, aber bei gewöhnlicher und rascherer Verdampfung des Meerwassers nicht entstehen, künstlich zumeist bei 25° C. hergestellt werden können und sogar der Polyhalit, welchen Usiglio nicht fand, bei 25° C. leicht entsteht.

Andere Salze bilden sich aber nur bei einer höheren Temperatur; so

der Langbeinit ($2MgSO_4 \cdot K_2SO_4$) über 37° C.,
der Löweit ($MgSO_4 \cdot Na_2SO_4 \cdot 2H_2O$) bei 43° C.,
der Schönit ($MgSO_4 \cdot 5H_2O \cdot K_2SO_4 \cdot H_2O$) bei 47,5° C.,
der Reichardit ($MgSO_4 \cdot 7H_2O$) bei 47° C.,
das sog. Hartsalz ($NaCl \cdot KCl \cdot MgSO_4 \cdot H_2O$) bei 72° C.

Hieraus ist ersichtlich, daß zur Entstehung der verschiedenen Salze eine tiefere oder höhere Temperatur notwendig ist. Anderseits aber verweist die Analogie auf eine kleinere oder größere Erwärmung der einstigen Salzseen durch die Insolation, die es gewesen sein dürfte, welche diese höhere Temperatur — dieses Entstehungsbedingnis der verschiedenen Verbindungen, der Salzarten — hervorgerufen hat.

Diese Erkenntnis kann jedoch auch anders ausgedrückt werden. Wir können sagen, daß z. B. im Staßfurter Salzlager, in welchem wir die verschiedenen Salze finden, an der Stelle, wo sich im verflossenen geologischen Zeitalter ein gewisses Salz abgelagert

* Untersuchungen über die Bildungsverhältnisse der ozeanischen Salzablagerungen, insbesondere des Staßfurter Salzlagers. Sitzungsber. d. kgl. preuß. Akad. d. Wissensch. 1897 bis heute.

hat, eine Temperatur geherrscht haben mußte, die der Entstehungstemperatur desselben entspricht. So mußte z. B. dort, wo wir Langbeinit antreffen, bei dessen Entstehung die herrschende Temperatur 37° C. gewesen sein; dort aber, wo Hartsalz vorhanden ist, dieselbe 70° C. überstiegen haben u. s. f.

Diese bekannten Verbindungen, diese Salzarten, können als aus der betreffenden geologischen Zeit auf uns überkommene Beweise — als geologische Thermometer — betrachtet werden, da das Vorhandensein dieser Salzarten für die Temperatur der betreffenden Lokalität zur Zeit der Entstehung der fraglichen Verbindung von eben so großer, wenn nicht größerer Beweiskraft ist, wie die Fossilien bei Bestimmung des geologischen Alters.

Es ist bekannt, daß die Temperatur in den Salzseen zeitweiligen Veränderungen unterworfen ist, auch sind die Lösungsverhältnisse der einzelnen Verbindungen bei verschiedenen Temperaturen bekannt, woraus wir schließen können, welche Salze und zu welcher Zeit dieselben in größter Menge zur Ausscheidung gelangen.

Bei den Salzlagern, z. B. bei jenen von Staßfurt, sehen wir, daß in die Salzmasse der tieferen Regionen *Anhydrit-*, in den oberen aber *Polyhalit*schichten eingelagert sind. Diese Ein- resp. Wechsellagerung der Schichten ist den Jahresringen der Bäume nicht unähnlich, und die Bergleute haben diese Schichten tatsächlich als Jahresringe bezeichnet und ihr Auftreten mit den Jahreszeiten in Verbindung gebracht. Nunmehr steht die Frage der Entstehung dieser Jahresringe in hellerem Lichte vor uns. Die Erklärung wurde, obzwar ich sie selbst gleichfalls in dieser Richtung zu ermitteln suchte, doch von VAN 'T HOFF in seinem am 28. Mai 1902 an mich gerichteten Schreiben zuerst gegeben. Der diesbezügliche Passus seines Briefes, den ich hier mit seiner freundlichen Einwilligung veröffentliche, lautet folgendermaßen:

„Ich bin sehr geneigt zur Annahme, daß dieselbe (Bildung der Jahresringe) mit der zu- und abnehmenden Löslichkeit unter Einfluß von der Temperatur zusammenhängt. Nehmen wir z. B. Anhydrit und Chlornatrium und denken wir uns Einengung unter abwechselndem Sinken und Steigen der Temperatur. Die Löslichkeit von Anhydrit nimmt mit steigender Temperatur ab, die-

jenige von Chlornatrium etwas zu. Beim Ansteigen der Temperatur, also im Sommer, wird deshalb Anhydritausscheidung stattfinden, während im Winter dieselbe aufhört und Kochsalz sich absetzt. Dieselbe entgegengesetzte Löslichkeitsbeeinflussung findet man bei anderer Jahresringbildung von Langbeinit, Polyhalit, Kieserit, alles Lösungen, deren Löslichkeit mit Temperaturzunahme abnimmt."

Zum Schlusse nunmehr alles Vorgebrachte kurz zusammengefaßt, sehen wir experimentell nachgewiesen, daß die Erwärmung durch Insolation nicht bloß die Eigentümlichkeit der Salzseen von Szováta ist, sondern daß sich vielmehr auch das Salzwasser von Korond, ferner konzentriertere Lösungen von Glaubersalz, Bittersalz, Salmiak und Soda in gleicher Weise erwärmen, wenn ihre Oberfläche mit Süßwasser oder einer diluierten Lösung bedeckt ist, daß sich sogar das Süßwasser selbst beträchtlich erwärmt, wenn auf dessen Oberfläche Erd- oder Olivenöl schwimmt.

Die Erwärmung hat seine Ursache nicht in den chemischen, sondern in den physikalischen Eigenschaften und in der Anordnung der Lösungen oder Flüssigkeiten.

Gleichzeitig erfuhren wir, daß in der Gegenwart nicht nur bei Szováta, sondern an zahlreichen andern Punkten der Erdoberfläche derartige — obzwar nicht so warme — Salzseen vorhanden sind und daß solche auch in vergangenen geologischen Zeitaltern existiert haben dürften.

Die in den Seen auftretende und zeitweilig sich verändernde Wärmemenge und die Lösungsverhältnisse der einzelnen Salze haben als geologische Faktoren bei der Entstehung der bis auf unsere Tage erhalten gebliebenen Salzlager mitgewirkt.

2.

ÜBER NACHWIRKUNGSERSCHEINUNGEN IN DIELEKTRISCHEN KÖRPERN.

Antrittsvortrag von Dr. MORITZ v. HOOR, korr. Mitglied der Akademie.

Vorgelegt der Akademie in der Sitzung am 17. Nov. 1902.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie), Bd. XXI, pp. 1—35.

Unter dem Titel „Neuere Beiträge zur Naturgeschichte dielektrischer Körper" habe ich in den Jahren 1900 und 1901 in der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften zwei Abhandlungen mitgeteilt*, in denen ich die Resultate der Untersuchungen zusammenfaßte, die ich auf Betrauung und mit Unterstützung der Akademie zur Untersuchung der Induktionskurven und der viskosen Eigenschaften der dielektrischen Körper seit dem Jahre 1896 ausgeführt habe. — Auf Grund dieser Untersuchungen und mit Benutzung der einschlägigen Litteratur habe ich nachgewiesen, daß man sich über die viskosen Vorgänge in den schlechten Leitern durch Beobachtung mit dem ballistischen Galvanometer allein, d. h. also durch Bestimmung der elektrischen Ladung, die beim Schließen eines Kondensators durch das ballistische Galvanometer fließt, kein richtiges Bild machen kann.

Die von mir untersuchten Fälle zeigen zwar, daß die der gegebenen elektromotorischen Kraft entsprechenden, und bei Ladung

* Auch deutsch erschienen, *Elektrotechnische Zeitschrift* Bd. XXII (1901); Mitteilung I auf S. 170—172, 187—191, 213—215; Mitteilung II auf S. 716—719, 749—751, 781—786. Vgl. außerdem meinen Vortrag „Über die Beziehungen zwischen den Erscheinungen der magnetischen, dielektrischen und mechanischen Polarisation", diese Berichte Bd. XVIII (1900) S. 365—394.

und Entladung des Kondensators mit Hilfe des ballistischen Galvanometers beobachteten elektrischen Ladungen Q_1 und Q_2 verschiedene Werte annehmen, wenn die Ladungszeiten und die diesen vorangehenden Schließungszeiten geändert werden, doch sind die beobachteten Unterschiede verhältnismäßig klein und erreichen kaum einige Prozent der beobachteten Quantitäten. Diese Beobachtungsmethode ist also nicht genügend genau, und man darf daher die mittels dieser Methode gewonnenen Resultate erst nach gründlicher Vergleichung mit den Ergebnissen genauerer Methoden verwenden.

Den Ergebnissen der mit dem ballistischen Galvanometer ausgeführten Untersuchungen darf man bei Betrachtung der viskosen Eigenschaften übrigens schon aus prinzipiellen Gründen kein entscheidendes Gewicht beimessen, da — wie ich das bereits in meiner zweiten Mitteilung ausgeführt habe — der Ladungs- und Entladungsvorgang ein kontinuierlicher ist. Man darf daher zwischen den einzelnen Abschnitten des Polarisationsvorganges a priori keinen Unterschied machen. Auch habe ich gezeigt, daß die Teilung des Polarisationsvorganges in zwei Teile — einen ballistisch und einen galvanometrisch gemessenen — nur in Hinsicht auf die Eigenschaften der Versuchsinstrumente und Methoden eine Berechtigung hat.

Darum habe ich mich bei Untersuchung der viskosen Eigenschaften der dielektrischen Körper nicht allein auf die Versuche mit den ballistischen Methoden beschränkt, sondern mittels des Galvanometers auch diejenigen Teile der Ladungs- und Entladungsvorgänge untersucht, die zufolge ihres *langsamen Verlaufes* mit Hilfe der zu Gebote stehenden ballistischen Instrumente nicht mehr beobachtet werden können.

Auf diese Weise habe ich die obere Grenze der Energie bestimmt, die während des langsam verlaufenden Teiles des Ladungs- und Entladungsvorganges im Dielektrikum aufgespeichert, beziehungsweise aus diesem entnommen wird, und konnte das Verhältnis dieser Energie zu derjenigen Arbeit feststellen, die auf Grund der Formel $\frac{QV}{2}$ aus den Ergebnissen der ballistischen Messungen gerechnet werden kann. Diese Methode erwies sich

als dankbar, denn ich konnte zwischen den untersuchten Glas-, Papier-, Guttapercha-, Mikanit- und Parafin-Kondensatoren so *tiefgreifende quantitative und qualitative* Unterschiede feststellen, die mit Hilfe der ballistischen Methoden allein nicht aufgedeckt werden können.

Es ist jedoch leicht einzusehen, daß die Reihe der erfolgversprechenden Methoden durch die vorerwähnten Versuche noch nicht erschöpft ist und daß wir zur Erkennung der Polarisationsvorgänge im Dielektrikum auch noch in anderer Richtung Versuche auszuführen haben. Wir dürfen uns nicht allein mit der Untersuchung derjenigen Vorgänge begnügen, die in den dielektrischen Körpern unter der Einwirkung einer konstanten elektromotorischen Kraft verlaufen, sondern wir müssen unser Augenmerk auf jene Vorgänge lenken, die sich abspielen, wenn die polarisierende elektromotorische Kraft sich mit der Zeit periodisch ändert, oder aber die Verbindung zwischen dem Kondensator und der polarisierenden elektromotorischen Kraft in — praktisch genommen — unendlich kurzer Zeit aufgehoben wird und in diesem Moment die elektromotorische Kraft zufolge der Entladung durch das Dielektrikum zu sinken beginnt.

Ich habe daher parallel zu meinen bisher mitgeteilten Untersuchungen in letzterer Richtung Versuche ausgeführt und auch das Verhalten der Kondensatoren unter der Einwirkung periodisch wechselnder elektromotorischer Kräfte mit Aufmerksamkeit verfolgt. Besonders eingehend aber habe ich diejenigen Vorgänge untersucht, die nach Unterbrechung der Verbindung zwischen Kondensator und polarisierender Stromquelle eintreten, und die Entladungskurven der Kondensatoren, d. h. die Werte der momentanen elektromotorischen Kräfte V_t als Funktionen der seit der Unterbrechung verflossenen Zeit t bestimmt. Zugleich habe ich in den verschiedenen Punkten V_t, t den Kondensator durch das ballistische Galvanometer geschlossen und die den Momentwerten V_t entsprechenden ballistischen Ladungen Q_t bestimmt.

Ich habe übrigens diese Methode bereits bei denjenigen Untersuchungen zur Anwendung gebracht, die ich mit petroleumgetränktem Pflanzenfaser-Dielektricis seinerzeit ausgeführt habe. Ich habe in meiner ersten Mitteilung diese Versuche behandelt

und gezeigt, daß die Entladungskurven der Kondensatoren merkb von der idealen, und auf ein Dielektrikum mit konstanter Diele trizitätskonstante und konstantem spezifischen Widerstande abg leiteten logarithmischen Form abweichen.* Die aus den tatsäc lich beobachteten Kurven gerechneten Werte der $\log \cdot \frac{Q_o}{Q_t}$ u $\log \cdot \frac{V_o}{V_t}$, die für ein ideales Dielektrikum sich mit der Zeit pr portional ändern sollten, wachsen langsamer an als die Zeit u verändern sich nur im ersten Teil des Entladungsvorganges pr portional mit der Zeit.**

Die aus den Werten Q_t und V_t gerechneten Kapazität $k_t = \frac{Q_t}{V_t}$ stimmen mit jenen k-Werten überein, die aus den u mittelbar nach Unterbrechung der Ladung bestimmten Ladung berechnet werden können. Die Dauer der Ladung hat in diese Falle auf die Entladungskurven keinen nennenswerten Einfluß.

Bei den *nachfolgend beschriebenen Beobachtungen* ging ich v den in der Berliner physikalisch-technischen Reichsanstalt übe prüften WESTON-Normalelementen und Normalwiderständen a Die elektromotorische Kraft wurde in der in Figur 2 der ob erwähnten ersten Mitteilung*** beschriebenen Anordnung mitte CARPENTIERschem Spiegelgalvanometer oder WESTONschem Pr zisionsvoltmeter gemessen. Die Momentanwerte V_t der elektr motorischen Kraft wurden mittels eines vom Verfasser ko struierten aperiodischen Spiegelquadrantenelektrometer und CA PENTIERschen aperiodischen Spiegelelektrometern gemessen; d Quadranten der Elektrometer wurden in der MASKARTschen A ordnung auf symmetrischem Potential gegen Erde gehalten.

Die Elektrometer wurden nach und vor jeder Versuchsse geeicht; die Voltkonstanten schwankten während der ganze

* Siehe die Tafeln VI, VII und VIII meiner ersten Mitteilung (ET pp. 213—214).

** Ich habe in Figur 6 der ersten Mitteilung (l. c. p. 215) zwei Kurv dargestellt, die den Zusammenhang zwischen den Zeiten t und den e sprechenden Werten $\log \cdot \frac{Q_o}{Q_t}$ bezw. $\log \cdot \frac{V_o}{V_t}$ geben; diese Kurven weich merkbar von der Geraden ab und sind gegen die t-Achse konvex.

*** L. c. p. 172.

16 Monate umfassenden Versuchszeit zwischen den Werten 0,16 —0,163, 0,191—0,194, 0,542—0,546, 6,3—6,49 und 7,87—8,18.

Die Ladungen Q_t wurden mittels CARPENTIERschem astatischen Galvanometers und teilweise mit SIEMENSschem ballistischen Galvanometer in der in Figur 2 der oben erwähnten Mitteilung I angegebenen Anordnung gemessen; das ballistische Galvanometer habe ich mit ELLIOTTschem Mikakondensator geeicht.*

Während der Versuche war die ballistische C. G. S. Konstante des SIEMENSschen Instrumentes nahezu unverändert $0{,}00248.10^{-7}$. (Während der Versuche in den Jahren 1900 und 1901 schwankte die Konstante zwischen $0{,}00246.10^{-7}$ und $0{,}0025.10^{-7}$.)

Das CARPENTIERsche ballistische Galvanometer verwendete ich in Stromkreisen von 1520, 2500 und 10520 Ohm. Int. Gesamtwiderstand.

Die ballistische C. G. S. Konstante dieses Instrumentes war:

im Stromkreis von	1520 Ohm	Widerstand	$0{,}1976.10^{-7}$ bis $0{,}199.10^{-7}$
„ „	„ 2500 „	„	$0{,}1646.10^{-7}$ „ $0{,}1672.10^{-7}$
„ „	„ 10520 „	„	$0{,}128.10^{-7}$ „ $0{,}1293.10^{-7}$
und im offenen Stromkreis			$0{,}1162.10^{-7}$ „ $0{,}1165.10^{-7}$

Die Zeit wurde mittels Chronographs und Metronoms gemessen.

Die orientierenden Versuche habe ich auf die in der zitierten zweiten Mitteilung beschriebenen Kondensatoren ausgedehnt, eingehenden Versuchen habe ich diesmal jedoch nur die Crownglas-, Megohmit- und SZVETICSsche Paraffin-Kondensatoren** unterzogen.

Vor Aufnahme der Entladungskurven habe ich in den früher beschriebenen Anordnungen (siehe Mitteilung I und II in der ETZ.) die Kapizität der Kondensatoren und deren Isolationswiderstand zu dem Zwecke bestimmt, um mich zu überzeugen, ob seit den früheren Untersuchungen der molekulare Zustand der einbezogenen Isolatoren sich merkbar verändert habe; die Messungen ergaben, daß in der Zwischenzeit keine nennenswerten Veränderungen eingetreten waren.

---

* Die charakteristischen Daten dieser zwei Instrumente habe ich in den bereits zitierten Abhandlungen mitgeteilt.

** Im Laboratorium des Herrn EMIL v. SZVETICS in Budapest hergestellt.

Die Entladungskurven habe ich in der Weise bestimmt, daß ich auf die Kondensatoren die polarisierende elektromotorische Kraft V_o während der Ladungszeiten $T_1 = 5$ Sek. bis $T_1 = 600$ Sekunden einwirken ließ, und dann die Verbindung zwischen Stromquelle und Kondensator unterbrechend, diejenigen Momentanwerte V_t der elektromotorischen Kraft beobachtete, die im Zeitpunkt t vom Moment der Unterbrechung an gerechnet eintraten. Gleichzeitig untersuchte ich, welchen Einfluß der Richtungswechsel der elektromotorischen Kraft während der Ladung auf die Entladungskurven ausübe. Zu diesem Zwecke habe ich die Kondensatoren in der einen Richtung während der Zeiten $T_1' = 5$ bis 600 Sekunden polarisiert, am Ende der Periode T_1' plötzlich die Richtung der polarisierenden elektromotorischen Kraft geändert und in dieser Richtung das Dielektrikum während der Zeit T_1 polarisiert; nach der Zeit T_1 wurde die Verbindung mit der Stromquelle unterbrochen und die Beobachtung der Entladungskurven begonnen.

Weiter mußte ich mein Augenmerk dem Einfluß der jeweiligen Kurzschlußdauer T_2 nach Erfolg der Aufnahme der Entladungskurven zuwenden; bei den orientierenden Versuchen wurde die Zeit T_2 zwischen 30—300 Sekunden variiert.

Zur Vermeidung einer Beeinflussung der Beobachtungen durch Rückstand der vorhergehenden Ladungen, mußten die nach dem vorhergehenden Kurzschluß noch bemerkbaren Rückstände durch kurze Ladung in entgegengesetzter Richtung vernichtet werden; die Abwesenheit jeglichen Rückstandes wurde durch ein, an den offenen Kondensator geschaltetes empfindliches Elektrometer von Fall zu Fall und vor Aufnahme einer jeden Entladungskurve festgestellt.

Die stetige Ablesung der Elektrometer, das gleichzeitige Notieren der Werte, die richtige Einschaltung und Vertauschung der Elektrometer verschiedener Empfindlichkeit erfordert ziemliche Gewandtheit, doch zeigen die nachfolgenden Versuchsresultate, daß mit Hilfe der nötigen Übung große Beobachtungssicherheit erreicht werden kann.

Aus den zahlreichen Versuchsreihen will ich nur die charakteristischen Beispiele und unbedingt verläßliche Ergebnisse herausgreifen.

Die Tafeln I, II und III geben die Entladungskurven des in der oben zitierten Mitteilung II beschriebenen Crownglas-Kondensators.

Die Schichtendicke dieses Kondensators ist $d = 0{,}065$ cm, die polarisierte einfache Fläche $S = 1440$ cm^2, das polarisierte Volumen $v = 93{,}6$ cm^3. Die in 1901 mit diesem Kondensator ausgeführten Versuche ergaben für die Kapazität die Werte zwischen 0,021—0,0251 Mikrofarad. Die Dielektrizitätskonstante schwankte also zwischen den Werten 10,7 –12,8 bei 20—21° C. Der spezifische Widerstand schwankte innerhalb ziemlich weiter Grenzen um 4.10^{13} Ohmzentimeter.

Die erste horizontale Reihe der unten mitgeteilten Tafeln gibt die laufende Reihe der Versuche, die zweite Reihe die Dauer T_1' der Polarisation in negativer Richtung, die dritte Reihe die Zeitdauer T_1 der unmittelbar auf jene folgenden Polarisation in positiver Richtung. Die erste Kolonne mit der Überschrift t gibt die Zeit vom Ende der Ladungszeit T_1 gerechnet, d. h. die seit der Unterbrechung der Verbindung zwischen Stromquelle und Kondensator verflossene Zeit in Sekunden. Die übrigen Kolonnen geben die der Zeit t entsprechenden Momentwerte V_t der elektromotorischen Kraft des offenen Kondensators.

Tafel I zeigt, daß der Einfluß der Ladungszeit T_1 und der Dauer T_1' der vorhergehenden entgegengesetzten Ladung bereits bei verhältnismäßig niedriger elektrostatischer Beanspruchung deutlich wahrnehmbar ist. So ist z. B. in der 50. Sekunde von der Unterbrechung an gerechnet für $T_1' = 0$ und $T_1 = 5$ Sek. $V_t = 9{,}67$, $T_1' = 0$ und $T_1 = 120$ Sek. $V_t = 17{,}12$, für $T_1' = 60$ und $T_1 = 5$ $V_t = 2{,}0$, für $T_1' = 120$ und $T_1 = 5$ $V_t = -0{,}256$(!). Für $t = 180$ Sek. sinkt V_t in den drei Fällen auf 1,68 bezw. 4,25, –0,232 und –0,704 % der Ladungsspannung.

Bei höheren polarisierenden elektromotorischen Kräften wird der Einfluß der Ladungszeiten noch auffälliger. So ist z. B. aus Tafel II ersichtlich, daß bei rund 254 Volt Ladungsspannung im Zeitpunkte $t = 180$ Sek. für $T_1' = 0$ und $T_1 = 5$ Sek. $V_t = 2{,}28$ % der Anfangsspannung, für $T_1' = 0$ und $T_1 = 240$ Sek. 7,28 %, für $T_1' = 240$ und $T_1 = 5$ Sek. –2,69 % beträgt. Für $T_1' = 240$ und $T_1 = 5$ erreicht im Laufe der Entladung V_t ungefähr in der

100. Sekunde das negative Maximum, das 3,5 % der Anfangsspannung d. h. —8,83 Volt erreicht.

Figur 1 gibt die aus den Daten der Tafel II für V_t und t konstruierten Kurven Nr. 6, 7, 8, 9, 10 und 14. Figur 2 gibt die V_t-Kurven Nr. 6—14 mit zehnfach vergrößerter Voltskala.

Tafel I.

Crownglas-Kondensator Nr. III.

Beanspruchung ca. 954 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Laufende Nummer	1	2	3	4	5	6
T_1'	0	0	0	0	60	120
T_1	5	20	40	120	5	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	61,7	62,8	62,0	62,0	62,7	61,4
5	44,2	48,8	49,8	51,0	37,7	34,65
10	33,32	39,3	41,05	42,8	22,85	20,15
20	21,95	27,35	29,08	32,0	9,67	8,34
30	16,52	20,47	—	24,95	—	4,56
40	13,13	16,56	18,65	20,90	3,76	1,60
50	9,67	13,05	14,40	17,12	2,0	0,256
60	7,99	10,32	11,95	14,20	1,12	—0,496
70	6,08	8,40	9,82	11,85	0,528	—0,848
80	4,86	6,88	8,14	9,76	0,192	—0,992
90	4,16	5,76	6,88	8,53	—	—1,056
100	3,54	4,88	5,87	7,36	—0,16	—1,007
110	2,96	4,08	4,94	6,36	—0,208	—0,96
120	2,48	3,49	4,25	5,58	—0,256	—0,912
130	2,12	2,96	3,66	4,88	—0,272	—0,80
150	1,568	2,24	2,75	3,75	—0,224	—0,656
180	1,04	1,472	1,845	2,635	—0,144	—0,432
200	—	—	—	—	—	—0,224

Tafel III gibt die V_t-Kurven für polarisierende elektromotorische Kräfte zwischen 401 und 405 Volt.

Die Kurven für die Kolonnen Nr. 1—8 gibt Figur 3, Figur 4 aber zeigt die Kurven der Kolonnen 1—13 in zwanzigfach vergrößerter Voltskala. In der 180. Sekunde z. B. sinkt die elektromotorische Kraft V_t für Kurve 1 auf 2,03 %, für Kurve 4 auf

5,7 %, für Kurve 8 auf −2,25 % herab. Für $T_1' = 240$ und $T_1 = 5$ war das Minimum −12,55 %. Die Kulmination trat ebenso wie in der vorerwähnten Serie in der 100. Sekunde ein.

In Verbindung mit obigen Versuchen habe ich in den verschiedenen Punkten V_t und t dieser Kurven die den momentanen elektromotorischen Kräften entsprechenden Ladungen Q_t in der Weise bestimmt, daß ich den Kondensator im Zeitpunkte t durch das ballistische Galvanometer entlud.

Tafel IV gibt die V_t und Q_t Werte für eine Anfangsspannung von 61—62 Volt; die erste Kolonne gibt die seit Beginn der Entladung des offenen Kondensators verstrichene Zeit t in Sekunden, die zweite Kolonne gibt die entsprechenden Momentanwerte V_t und die dritte Kolonne die diesem Werte entsprechende und ballistisch beobachtete Ladung Q_t; Kolonne 4 gibt die Ladungsspannung, Kolonne 5 gibt die aus den Werten Q_t und V_t gerechneten Kapazitäten $k_t = \frac{Q_t}{V_t}$, Kolonne 6 gibt endlich die Ladungszeit T_1' und T_1.

Tafel V gibt die Werte Q_t, V_t und k_t für Anfangsspannung zwischen 261 — 262 Volt, Tafel VI für die Anfangsspannung von 402 Volt.

Die k_t Werte der Tafel IV schwanken zwischen 0,02415 bis 0,02665 Mikrofarad, in Tafel V zwischen 0,0194—0,0257 Mikrofarad und in Tafel VI zwischen 0,0204 — 0,02715 Mikrofarad, woraus ersichtlich ist, daß aus den V_t-Werten und den ballistisch gemessenen Q_t-Werten *keinerlei Schluß auf die im Dielektrikum vor sich gehenden langsamen Veränderungen gezogen werden kann* und daß der aus den Momentanwerten Q_t und V_t gerechnete Wert $\frac{Q_t V_t}{2}$ *nicht* die gesamte im Glasdielektrikum aufgehäufte Energie gibt.

Ähnliche Verhältnisse finden wir für den in der oben erwähnten zweiten Mitteilung beschriebenen Megohmitkondensator.

Die Dimensionen dieses mit Nr. X bezeichneten, aus Mikaplatten zusammengelegten Kondensators waren: $d = 0{,}21$ cm, die polarisierte einfache Fläche $S = 50600$ cm², das polarisierte Volumen $v = 10625$ cm³.

Tafel

Crownglas-

Beanspruchung

Laufende Nummer	0	1	2	3	3′	4	5	6
T_1'	5	0	0	0	0	0	0	20
T_1	5	5	20	40	80	120	240	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	254,0	253	254	254,6	254	252,6	253,5	254
5	168,2	180	199,4	204,0	211,5	214,5	218,5	146,2
10	126,2	140,8	151,3	166,5	179,0	185,3	189	111,3
15	99,0	120,5	—	—	—	162,5	166,2	85,7
20	81,8	95,2	112,7	120,7	127,4	144,7	146,8	66,7
30	57,9	69,2	84,7	93,9	99,1	118,0	120,7	43,0
40	44,1	53,6	65,6	73,2	79,3	98,5	101,7	30,0
50	34,5	42,5	51,3	58,4	64,2	80,8	86,3	—
60	27,9	34,35	41,6	47,1	52,6	69,2	71,3	18,04
70	22,6	28,55	33,95	39,55	44,1	58,7	61,7	13,92
80	18,4	23,9	28,15	32,85	37,5	51,9	53,9	10,95
90	15,62	19,9	23,65	27,77	31,9	45,4	47,5	8,68
100	13,14	16,98	20,02	23,66	27,55	39,9	41,9	6,99
110	11,25	14,50	17,10	21,20	23,70	35,4	37,3	5,72
120	9,62	12,16	14,92	18,33	21,25	27,15	33,55	4,56
130	8,45	11,02	12,77	16,07	18,80	—	30,25	3,86
140	7,34	9,63	—	—	16,5	25,35	27,3	3,30
150	—	—	10,45	12,07	—	—	—	—
160	5,55	7,4	—	—	13,18	20,7	22,05	2,255
180	4,35	5,76	7,38	8,74	10,66	16,77	18,45	1,61
200	3,43	4,57	—	—	8,83	13,76	15,37	1,158
220	2,705	3,70	4,935	5,79	7,35	11,57	12,88	0,79
240	2,175	2,98	—	—	6,19	9,79	10,94	0,532
260	1,74	2,4	3,64	4,16	5,27	8,31	9,34	0,354
280	1,40	1,93	3,10	3,36	4,52	7,12	8,05	0,2255
300	1,142	1,61	2,68	3,085	3,97	6,13	7,00	0,0967
320	—	1,35	2,38	2,75	3,52	5,28	6,12	—
340	—	—	2,10	2,43	3,17	—	5,36	—
360	—	—	1,91	2,16	2,82	—	4,72	—
380	—	—	1,747	1,953	2,57	—	—	—

II.

Kondensator Nr. III.

ca. 3910 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

7	8	9	10	11	12	13	14	Laufende Nummer
40	120	240	10	20	40	120	240	T_1'
5	5	5	20	20	20	20	20	T_1
V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	t
253,5	253,5	252,5	254	254	254	254	254	0
151,2	143,0	142,82	196,1	193	188,8	190,2	189,3	5
100,5	90,2	82,50	152,5	152,5	148,5	141,6	148,3	10
66,7	61,5	57,8	124,5	124,5	121,6	112,4	117,2	15
52,1	42,5	39,35	104,7	104,7	98,7	92,8	95,9	20
32,75	20,07	15,95	79,2	76,0	70,5	62,2	66,0	30
20,85	3,02	5,41	60,0	56,7	51,0	42,8	45,3	40
13,78	—	0,451	46,2	43,7	39,3	31,25	32,85	50
10,32	—0,483	—4,59	37,65	34,9	30,8	22,95	24,10	60
7,0	—2,945	—6,44	30,80	28,35	24,15	17,8	17,4	70
4,75	—4,47	—7,81	25,2	23,05	19,55	13,92	12,57	80
3,155	—5,32	—8,57	21,95	19,10	16,75	10,51	9,8	90
2,095	—5,76	—8,83	18,23	16,42	13,85	7,96	6,84	100
1,336	—5,96	—8,62	15,52	14,18	11,38	5,99	4,50	110
0,757	—5,96	—8,54	13,10	11,93	9,50	—	3,0	120
0,354	—5,84	—8,42	11,25	10,18	8,00	—	1,515	130
0,105	—5,70	—7,98	9,61	8,68	6,72	2,357	0,505	140
—	—	—	—	—	—	—	—	150
—0,3705	—5,28	—7,49	7,14	6,59	4,82	1,177	—0,915	160
—0,564	—4,83	—6,8	5,37	4,97	3,48	0,3025	—1,785	180
—0,692	—4,295	—6,19	4,05	3,785	2,58	—0,1748	—2,285	200
—0,741	—4,09	—5,51	3,12	2,875	1,882	—0,509	—2,53	220
—0,757	—3,69	—5,07	2,37	2,21	1,406	—0,70	—2,69	240
—0,773	—3,38	—4,64	1,80	1,72	1,06	—0,796	—2,73	260
—0,773	—3,06	—4,235	1,342	1,31	0,759	—0,86	—2,765	280
—0,757	—2,735	—3,86	1,012	0,981	0,506	—0,955	—2,65	300
—0,741	—2,56	—3,575	0,727	—	0,332	—0,97	—2,60	320
—0,709	—2,335	—3,27	0,474	—	0,221	—1,003	—2,445	340
—0,709	—	—	—	—	—	—0,923	—2,355	360
—	—	—	—	—	—	—0,906	—	380

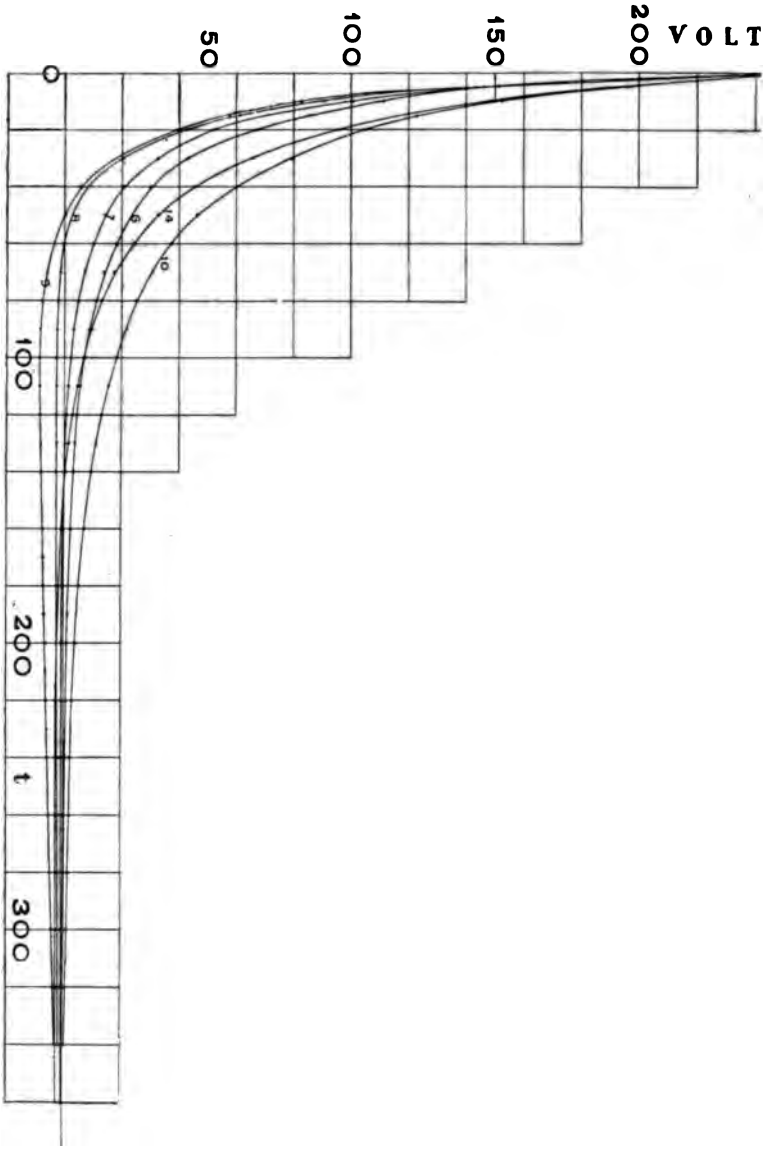


Fig. 1.

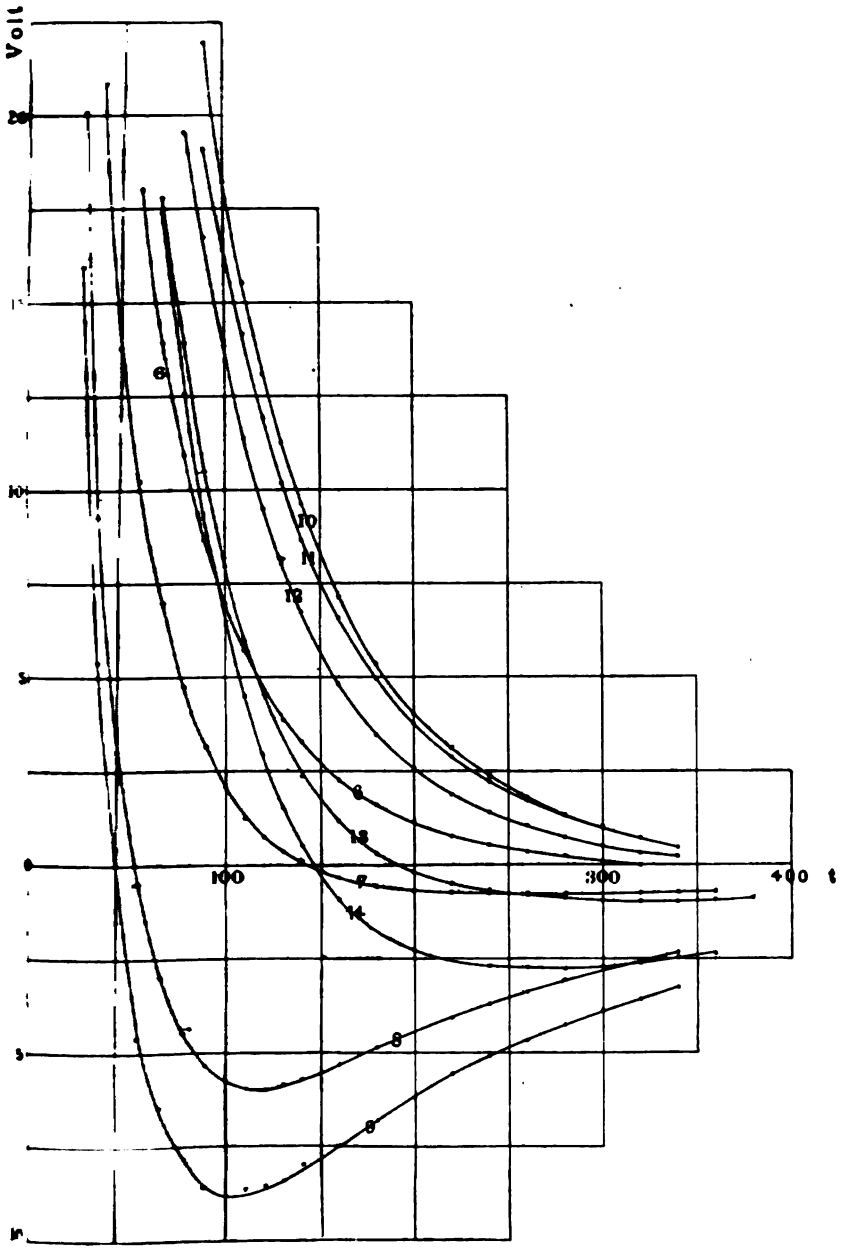


Fig. 2.

Tafel

Crownglas-

Beanspruchung

Laufende Nummer	1	2	3	4	5	6	7
T_1'	0	0	0	0	20	40	120
T_1	5	20	40	120	5	5	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	405	401,5	403	403	403	403	403,
5	286,0	324,0	324	337	234,5	224	216,7
10	220,5	266,8	269	285	162,5	142	135
15	177,6	—	226,5	249,5	120,0	99,8	88,5
20	146,7	—	197,2	217,5	94,4	71,7	57,8
30	108,0	144,7	150,8	171,0	68,1	44,3	30,2
40	80,8	115,3	120,4	140,4	39,1	27,8	12,59
50	66,0	94,2	96,6	115,6	29,0	17,9	3,75
60	53,15	78,3	78,4	95,6	21,8	12,8	—0,438
70	43,60	61,5	73,6	88,3	16,6	8,8	—3,60
80	36,50	52,0	62,5	75,9	13,02	6,25	—5,23
90	31,70	44,5	53,5	66,7	10,45	4,53	—6,06
100	25,60	38,4	46,75	57,6	8,50	3,43	—6,43
110	—	33,2	40,35	50,9	6,99	2,58	—6,43
120	18,72	29,0	35,20	45,1	5,81	2,12	—6,26
130	16,05	24,9	31,25	40,2	4,83	1,746	—5,93
140	13,90	22,0	27,7	35,8	3,92	1,56	—5,59
150	—	—	—	—	—	—	—
160	10,6	16,88	20,95	29,25	2,96	1,282	—4,93
180	8,25	13,28	16,31	22,95	2,18	1,133	—4,21
200	6,57	10,47	13,0	18,65	1,69	1,189	—3,545
220	5,25	8,63	10,44	15,18	1,325	1,225	—2,92
240	4,28	7,11	8,55	12,64	1,072	1,265	—2,39
260	3,53	5,88	7,10	10,57	0,817	1,30	—1,953
280	2,92	4,89	5,95	8,92	0,635	—	—1,549
300	2,425	4,11	4,98	7,64	0,527	—	—1,222
320	2,025	3,49	4,18	6,59	0,435	—	—0,912
340	1,72	2,98	3,59	5,71	0,363	—	—,0638
360	—	—	—	5,05	—	—	—0,474
380	—	—	—	—	—	—	—0,273
400	—	—	—	—	—	—	—0,073
420	—	—	—	—	—	—	+0,0547
440	—	—	—	—	—	—	+0,20

III.

Kondensator Nr. III.

ca. 6240 $\frac{\text{Volt}}{cm}$.

8	9	10	11	12	13
240	10	20	40	120	240
5	20	20	20	20	20
V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
405,5	403	403,5	401,0	402,5	403,0
217,4	306,5	304,0	300,7	295,0	296,5
138,8	245,5	243,0	232,0	224,0	222,5
92,2	201,0	195,5	190,0	175,2	175,3
62,3	167,6	168,0	187,4	141,0	140,0
29,76	123,0	119,8	111,6	97,0	92,8
10,07	93,6	91,3	83,5	69,0	64,6
1,568	74,3	71,5	64,1	50,7	45,5
—5,02	60,3	57,0	50,35	37,6	32,4
—8,82	49,6	46,3	40,30	28,4	23,3
—11,2	41,2	38,35	32,9	21,7	16,88
—12,12	34,5	31,95	27,0	17,75	12,80
—12,53	29,15	26,95	22,65	13,80	9,40
—12,50	24,85	23,00	19,75	10,85	6,5
—12,37	22,25	20,35	16,80	8,55	4,47
11,86	19,40	17,48	14,42	6,78	2,87
11,33	16,95	15,44	12,46	5,35	1,63
—	—	—	—	—	—
—10,22	13,13	12,04	9,62	3,40	0,097
—9,12	10,42	9,58	7,58	2,16	—0,835
—8,07	8,44	7,83	6,06	1,437	—1,28
—7,11	6,94	6,22	4,98	0,933	—1,495
6,115	5,75	5,34	4,18	0,622	—1,65
5,49	4,83	4,57	3,58	0,427	—1,63
4,82	4,145	3,98	3,03	0,292	—1,552
4,25	3,555	3,52	2,72	0,233	—1,476
3,76	3,135	3,11	2,43	0,175	—1,36
—3,33	2,75	2,80	2,20	0,175	—1,26
—2,96	2,46	—	—	—	—1,45
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—

Die im Laufe des Jahres 1901 ausgeführten Versuche ergaben für k 0,113 Mikrofarad als größten und 0,1085 als kleinsten Wert bei 19,5° C. Die Dielektrizitätskonstante D liegt also annähernd zwischen den Werten 5,09 und 5,31. Der Isolationswiderstand schwankte zwischen 5000—7000 Megohm, der spezifische Widerstand zwischen $1{,}1{,}10^{15}$ und $1{,}4{,}10^{15}$ Ohmcentimeter.

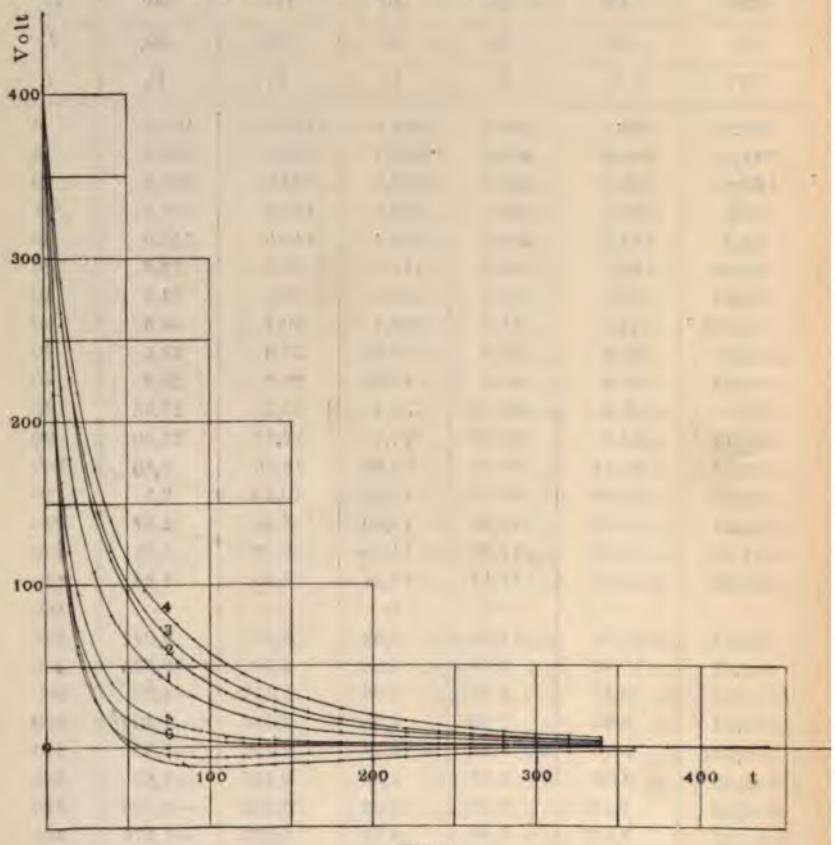


Fig. 3.

Tafel VII zeigt die V_t-Kurven des Kondensators Nr. X für Anfangsspannung zwischen 81,3—82,5 Volt, Tafel VIII die V_t Kurven für 383,5 Volt.

Der Einfluß der Ladungszeiten T'_1 und T_1 ist auch hier deutlich wahrnehmbar, jedoch nicht in demselben Maße wie im

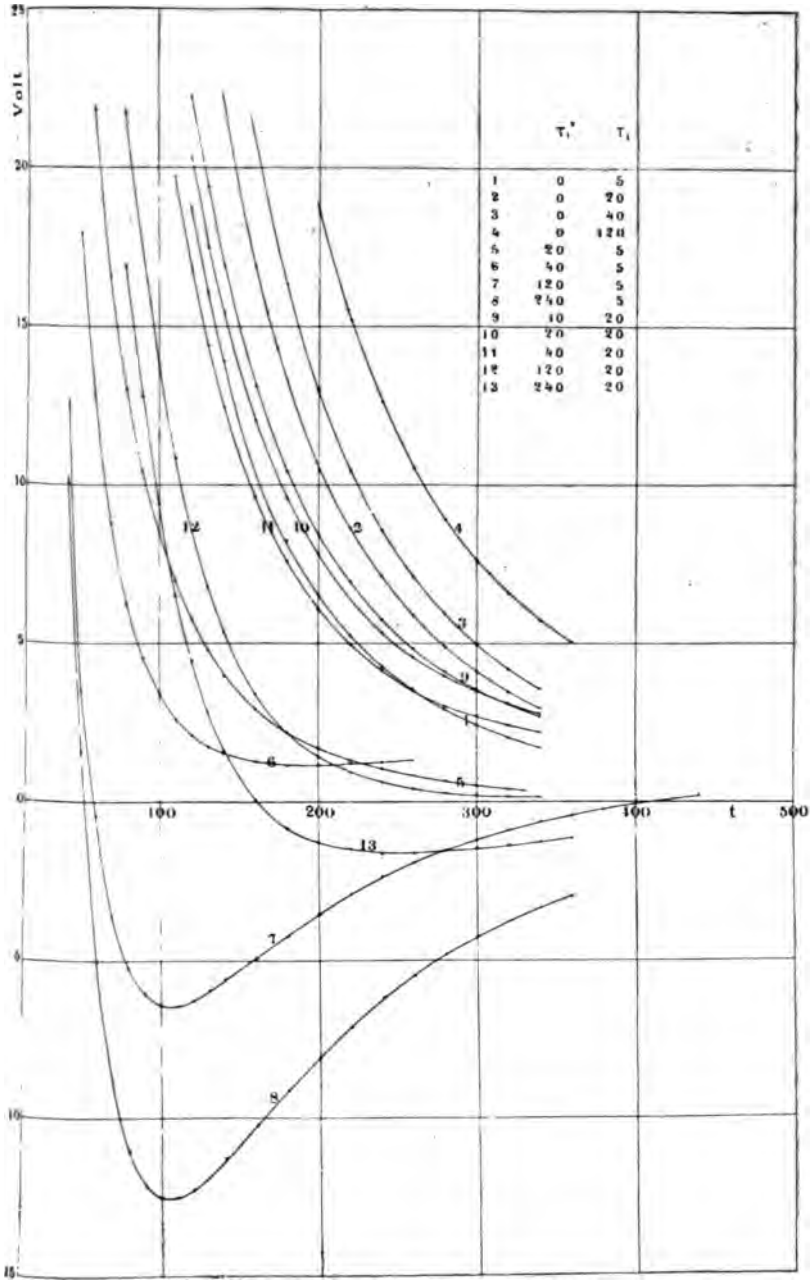

Volt
t
100
200
300
400
500
T_1' T_1
1 0 5
2 0 20
3 0 40
4 0 120
5 20 5
6 40 5
7 120 5
8 240 5
9 10 20
10 20 20
11 40 20
12 120 20
13 240 20

Fig. 4.

oben beschriebenen Crownglas-Kondensator. Weiter ist zu bemerken, daß die Entladung in diesem Dielektrikum zufolge des größeren spezifischen Widerstandes viel langsamer verläuft.

Für eine Ladungszeit von 81 Volt und für $t = 280$ Sek. war $T_1' = 0$ und $T_1 = 5$ Sek. $V_t = 59{,}8\ \%$, für $T_1' = 0$ und $T_1 = 120$ $77{,}9\ \%$, für $T_1' = 120$ und $T_1 = 5$ $39{,}9\ \%$ der Anfangsspannung. Für die Anfangsspannung von 383,5 Volt betrug für $t = 280$ Sek.

Tafel IV.

Crownglas-Kondensator Nr. III.

t	a / V_t	A / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	61,4	1,505	61,4	0,0245	
10	36,1	0,938	61,3	0,0260	
20	24,25	0,625	61,3	0,0258	$T_1' = 0,\ T_1 = 10$
40	13,51	0,3587	61,4	0,02655	
60	9,54	0,245	61,4	0,02565	
t	b / V_t	B / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	61,4	1,514	61,4	0,02465	
10	38,35	0,97	61,4	0,0253	
20	26,62	0,692	61,4	0,026	$T_1' = 0,\ T_1 = 20$
40	15,62	0,407	61,4	0,02605	
60	10,64	0,270	61,4	0,02538	
t	c / V_t	C / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	62,0	1,577	62	0,02545	
10	41,7	1,094	62	0,02625	
20	33,6	0,877	62	0,0261	$T_1' = 0,\ T_1 = 120$
40	20,25	0,539	62	0,02665	
60	13,97	0,319	62	0,02285	
t	d / V_t	D / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	61	1,474	61	0,02417	
20	22	0,5305	61	0,02415	$T_1' = 120,\ T_1 = 20$
40	10,95	0,268	61	0,02445	

V_1 im ersten Falle 54,3 %, im zweiten Falle 71,5 % und im dritten Falle 32,15 %.

Es ist zu bemerken, daß für kleine Polarisationszeiten T_1 die denselben Zeitpunkten t entsprechenden Werte V_t mit der Dauer der Ladungszeiten T_1 anfangs rasch zunehmen, bei höheren Ladungszeiten — etwa über 60 Sekunden — ist der Einfluß der Ladungszeit T_1 weniger auffällig.

Tafel V.

Crownglas-Kondensator Nr. III.

t	a / V_t	A / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	261,5	5,08	261,5	0,0194	
10	144,5	3,235	261,5	0,02235	
40	56,3	1,308	261,5	0,02326	$T_1' = 0,\ T_1 = 5$
100	19,42	0,447	261,5	0,02302	
200	5,15	0,1183	261,5	0,02296	
t	b / V_t	B / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	261,5	5,49	261,5	0,02098	
10	179,2	4,105	261,5	0,0229	
40	83,5	2,027	261,5	0,02428	$T_1' = 0,\ T_1 = 40$
100	28,4	0,731	261,5	0,02575	
200	8,64	0,2185	262	0,0253	
t	c / V_t	C / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	261	5,60	261	0,02145	
40	90,2	2,195	261	0,02436	$T_1' = 0,\ T_1 = 120$
100	32,75	0,845	260,5	0,0258	
t	d / V_t	D / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	261,0	5,275	261	0,0202	
10	87,4	1,975	261	0,0226	
40	10,65	0,238	261	0,02235	$T_1' = 120,\ T_1 = 5$
60	−1,746	−0,0772	261	0,0442	
100	−5,79	−0,151	261	0,0261	
54,0	0	−0,0513	261	—	

Die Figuren 5 und 6 geben die V_t Kurven aus den Tafeln VII und VIII.

Tafel IX gibt die ballistisch gewonnenen Werte Q_t und aus diesen gerechneten Werte k_t des Megohmitkondensators Nr. X für

Tafel VI.

Crownglas-Kondensator Nr. III.

t	a / V_t	A / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	402	8,97	402	0,02235	
10	205,2	4,99	402	0,02433	
40	73,3	1,80	402	0,02455	$T_1' = 0,\ T_1 = 5$
80	30,85	0,792	402	0,02567	
120	16,14	0,399	402	0,02471	
t	b / V_t	B / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	402	9,52	402	0,02367	
10	261	6,36	402	0,02438	
40	114,0	2,925	402	0,02565	$T_1' = 0,\ T_1 = 40$
80	53,0	1,39	402	0,02625	
120	28,9	0,759	402	0,02628	
t	c / V_t	C / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	402	9,41	402	0,0234	
10	296	6,85	402	0,02315	
40	138	3,44	402	0,0249	
80	73,3	1,859	402	0,02536	$T_1' = 0,\ T_1 = 120$
120	42,1	1,143	402	0,02715	
200	16,45	0,405	402	0,02465	
300	8,37	0,218	402	0,02605	
t	d / V_t	D / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	402	8,23	402	0,02048	
10	183	4,11	402	0,02245	
40	18,1	0,408	402	0,02255	$T_1' = 120,\ T_1 = 5$
60	0,06	0,059	402	0,982	
120	−8,12	−0,218	402	0,02687	
200	−6,15	−0,154	402	0,02505	

verschiedene Ladungszeiten T_1' und T_1 für die Ladungsspannung von 393,5 bezw. 397 Volt. Die Kapazität k_t schwankt zwischen 0,1085—0,113 Mikrofarad, also zwischen engen Grenzen. Dieses Resultat ergibt in Hinsicht auf die V_t-Kurven, daß die Formel

Tafel VII.

Megohmit-Kondensator Nr. X.

Beanspruchung ca. 407 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Laufende Nummer	1	2	3	4	5
T_1'	0	0	0	0	120
T_1	5	20	40	120	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	81,3	81,3	82,5	81,3	81,7
5	73,9	73,15	81,2	80,5	67,05
10	70,3	69,85	80,0	80,0	58,4
15	68,0	67,60	79,0	79,4	55,9
20	66,4	65,7	78,1	79,0	53,15
30	64,2	63,7	76,7	78,25	49,50
40	62,4	62,0	75,3	77,4	47,2
50	61,2	60,9	74,3	76,6	45,4
60	60,8	60,0	73,2	75,8	43,9
70	59,2	59,1	72,3	—	42,7
80	58,4	58,4	71,4	74,2	41,7
90	57,6	57,6	70,6	—	40,9
100	56,9	57,1	69,8	72,8	40,1
110	56,2	56,5	69,0	—	39,4
120	55,6	56,0	68,35	71,8	38,65
140	54,3	55,1	67,0	70,6	37,55
160	53,4	54,5	65,6	69,4	36,70
180	52,5	53,6	64,6	68,4	35,9
200	51,7	53,1	63,4	67,2	35,2
220	50,9	52,3	62,3	66,1	34,48
240	50,15	50,9	61,4	65,05	33,82
260	49,22	50,3	60,3	64,15	33,2
280	48,60	49,5	59,5	63,35	32,6
300	47,85	48,9	58,6	—	32,05
320	47,3	48,1	57,8	—	—
340	—	47,65	—	—	—

Tafel VIII.

Megohmit-Kondensator Nr. X.

Beanspruchung ca. 1827 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Laufende Nummer	1	2	3	4
T_1'	0	0	120	240
T_1	5	120	5	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	383,5	383,5	383,5	383,5
5	345,2	379,4	314,0	303
10	328	376,0	281,5	270,4
15	315	373,2	264,5	253,1
20	306,7	370,1	252,0	238,4
30	297,0	363,7	233,2	220,2
40	289,0	359,5	222,6	206,3
50	281,5	355,0	213,6	195,8
60	275,8	348,4	205,5	189,4
70	270,8	344,2	200,8	181,4
80	265,2	340,1	195,7	175,8
90	261,0	336,0	191,0	171,8
100	257,8	332	187,0	167,8
110	253,0	327,0	183,5	162,7
120	250,5	323,8	179,5	158,0
140	244,8	315,3	173,8	153,0
160	236,5	308,7	169,7	147,5
180	231,6	302	163,2	141,7
200	227,5	296	161,5	137,0
220	222,0	289,9	157,5	134,5
240	216,0	283,9	154,2	128,9
260	212,2	278,2	150,8	126,5
280	—	274,1	146,8	123,2
300	—	267,0	—	—
320	—	—	—	—
340	—	—	—	—

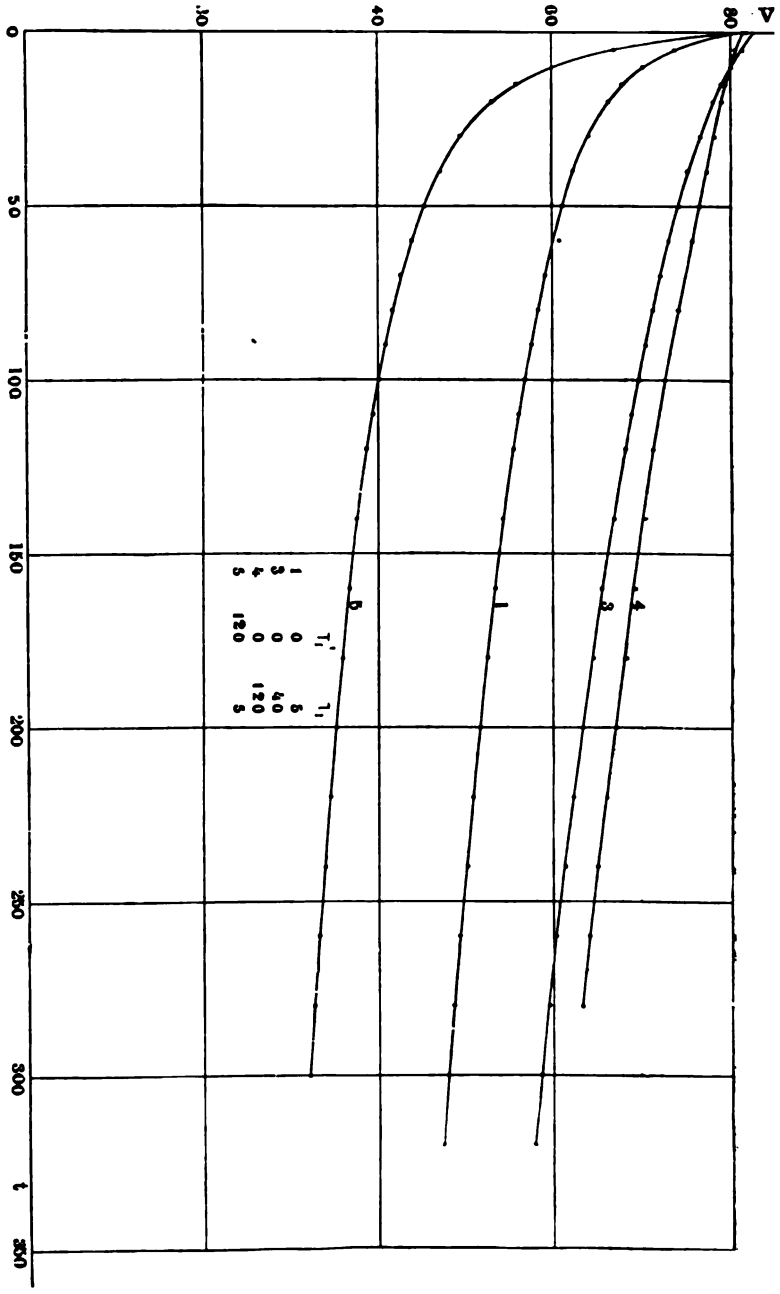

V
80
60
40
20
0
50
100
150
200
250
300
350
t
1
3
4
5
T_1' T_1
1 0 5
3 0 40
4 0 120
5 120 5

Fig. 5.

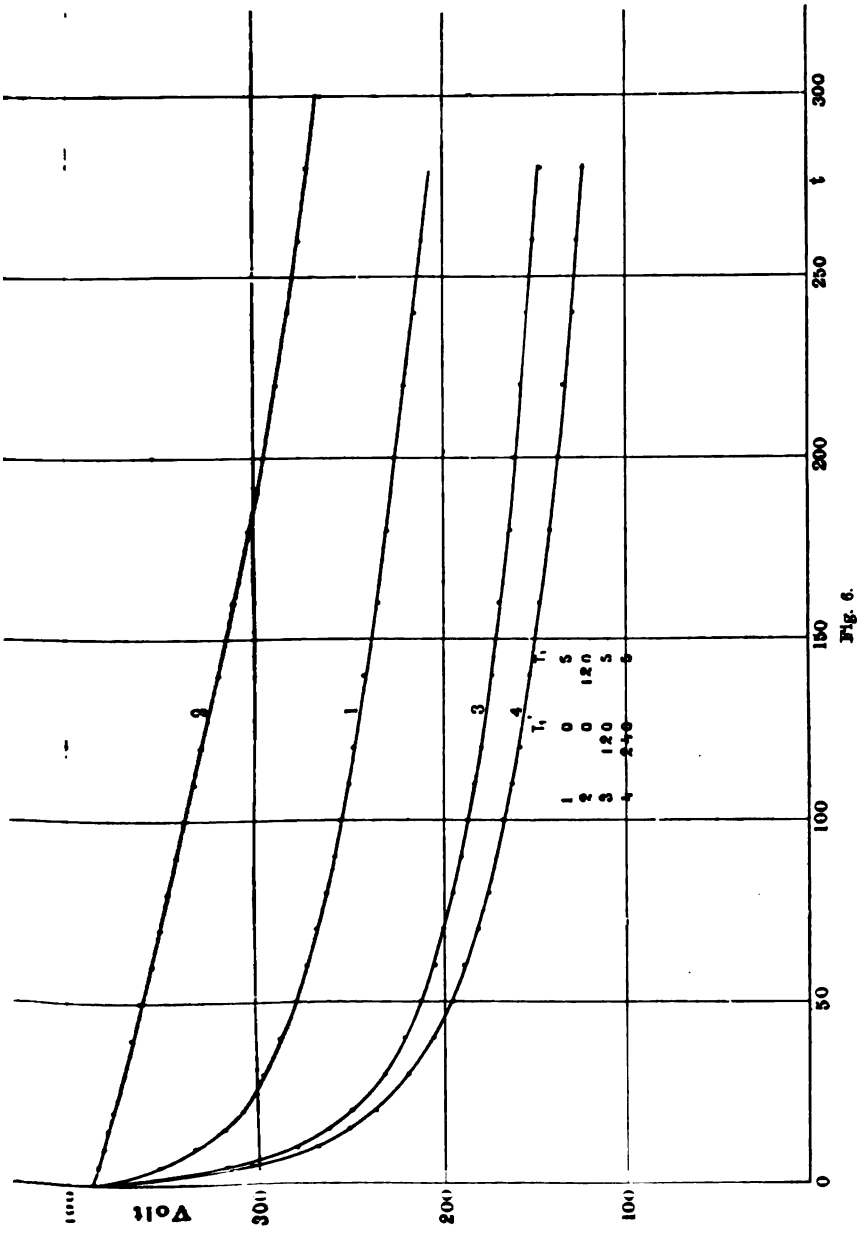

Volt
300
200
100
0
50
100
150
200
250
300
t
1
2
3
4
T_1
T_1'
1 0 5
2 0 120
3 120 5
4 240 5

Fig. 6.

Tafel IX.

Megohmit-Kondensator Nr. X.

t	a / V_t	A / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	393,5	46,45	393,5	0,118	
10	291,5	36,30	393,5	0,1247	
20	260,0	32,85	393,5	0,1263	$T_1' = 120,$
60	212,5	27,05	393,5	0,1273	
100	181,0	—	393,5	—	
100	180,7	23,07	393,5	0,1277	
t	b / V_t	B / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	397	41,85	397	0,1054	
10	294	33,24	397	0,1132	
20	255,2	29,7	397	0,1164	$T_1' = 40,$
60	209,9	24,36	397	0,116	
100	188,6	22,25	397	0,1179	
200	163,4	18,98	397	0,1161	
t	c / V_t	C / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	397	44,58	397	0,1122	
10	335	39,10	397	0,1166	
20	315,4	37,15	397	0,1177	
60	279,1	33,07	397	0,1183	$T_1' = 0,$
100	258,5	30,7	397	0,1187	
200	230,0	27,4	397	0,1191	
0	397,0	45,45	397	0,1144	
t	d / V_t	D / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	397	47,6	397	0,1198	
10	383,5	46,2	397	0,1204	
20	371,7	44,6	397	0,1199	
60	343,0	41,4	397	0,1207	$T_1' = 0,$
100	321,5	38,75	397	0,1205	
200	274,6	33,35	397	0,1215	
0	397,0	48,08	397	0,1211	
t	e / V_t	E / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	397	49,4	397	0,1243	
10	388	48,64	397	0,1253	
20	380	47,50	397	0,125	$T_1' = 0,$
60	351,4	44,16	397	0,1255	
100	329,2	41,60	397	0,1263	

$\frac{Q_t V_t}{2}$ auch in diesem Falle nicht die gesamte im Kondensator aufgespeicherte Energie, also kein vollständiges Bild des im Dielektrikum herrschenden Polarisationszustandes gibt.

Ich will betonen, daß in Mikakondensatoren mit *sehr dünnem* Dielektrikum, von etwa 0,01—0,02 cm Schichtendicke, die den Ladungszeiten T_1' und T_1 entsprechenden verschiedenen V_t-Kurven praktisch genommen übereinstimmen, und ich gelangte auf Grund all dieser Versuche zu dem Schluß, daß die im Kondensator Nr. X beobachteten Erscheinungen mit der Schichtendicke und der schichtenförmigen Struktur zusammenhängen.

Tafel X gibt die V_t-Kurven des Paraffin-Kondensators Nr. IX, den ich in der oben erwähnten zweiten Mitteilung beschrieben habe.

Die Schichtendicke dieses Kondensators ist $d = 0{,}007$ cm, die einfach polarisierte Fläche $S = 12\,930$ cm^2, das polarisierte Volumen $v = 90{,}5$ cm^3; das Dielektrikum besteht aus in reinem Paraffin getränktem Pflanzenfaser-Papier.

Die im Laufe des Jahres 1901 mit diesem Kondensator ausgeführten Versuche ergaben für k als größten Wert 0,55, als kleinsten Wert 0,529 Mikrofarad und für die Dielektrizitätskonstante den entsprechenden Wert $D = 3{,}365$, bezw. den kleinsten Wert 3,236. Der Isolationswiderstand des Kondensators schwankte um 6800 Megohm, der spezifische Widerstand zwischen $12{,}5 \cdot 10^{15}$ und $12{,}8 \cdot 10^{15}$ Ohmcentimeter.

Tafel X zeigt, daß der Entladungsvorgang in diesem Kondensator sehr langsam verläuft.

Die Ladungszeiten T_1 sowie die Dauer T'_1 der Ladungen in entgegengesetzter Richtung haben auf die V_t-Werte wenig Einfluß. So z. B. ist für $t = 320$ und $V_t = 320$, für $T_1' = 0$ und $T_1 = 5$ der Wert $V_t = 83{,}7\ \%$, für $T_1' = 0$ und $T_1 = 240$ $V_t = 84{,}7\ \%$, für $T_1' = 120$ und $T_1 = 5$ $V_t = 74{,}7\ \%$ der Anfangsspannung, und ähnlich naheliegende Werte erhalten wir für verschiedene elektromotorische Kräfte und für sämtliche Zeiten t. Die Kurven der Tafel X sind aus Figur 7 ersichtlich.

Diese Beobachtungen mit den in der Mitteilung II veröffentlichten Resultaten zusammengefaßt beweisen, daß in diesem Kon-

densator die viskosen Vorgänge kaum fühlbar sind, und die Zeitpunkte t im Kondensator aufgehäufte Energie tatsächlich großer Annäherung durch die Momentanwerte Q_t und V_t b die Formel $\frac{Q_t V_t}{2}$ gegeben ist.

Tafel X.

Paraffin-Kondensator Nr. IX.

Beanspruchung ca. 45700 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Laufende Nummer	1	2	3	4
T_1'	0	0	0	120
T_1	5	120	240	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	319	320,9	320	320
10	315	319,2	318,2	312
20	313,5	317,5	316,0	308,5
30	311,0	315,0	314,3	304
40	308,5	314,4	312,6	300
50	306	311,8	311,0	296
60	305,3	310,3	309,3	293,2
70	302,7	307,0	306,0	288,8
100	298,0	302,8	303,0	282,2
120	294,5	299,5	299,5	278,1
140	291,3	297,0	297,0	273,5
160	288,0	294,6	294,0	268,0
180	285,5	290,5	290,5	264,2
200	282,4	288,0	288,1	259,5
220	280,0	286,5	285,8	255,5
240	277,4	282,4	281,6	252,0
260	274,0	281,0	279,7	249,0
280	271,7	277,5	276,6	245,0
300	269,0	274,2	273,3	242,2
320	266,8	272,6	271,0	239,0
340	—	—	—	236,0

Dieses Resultat ist überraschend, da aus Paraffin und para getränktem Papier hergestellte Blöcke und Kondensatoren starke Residuumerscheinungen zeigen.

Zur Klärung dieses Widerspruchs habe ich mit Kon satoren aus genau demselben Material wie Kondensator IX, je

mit *größerer Schichtendicke* hergestellt, weitere Versuche ausgeführt, um den Einfluß der Schichtendicke auf die viskosen Erscheinungen bestimmen zu können.*

Die Paraffin-Kondensatoren größerer Schichtendicke wurden genau nach demselben Verfahren hergestellt als der oben geschilderte Kondensator Nr. IX, jedoch das Dielektrikum aus je zwei Blatt von ca. 0,015 cm Dicke hergestellt. Die Schichtendicke war durchschnittlich $d = 0{,}031$ cm, die polarisierte einfache Fläche

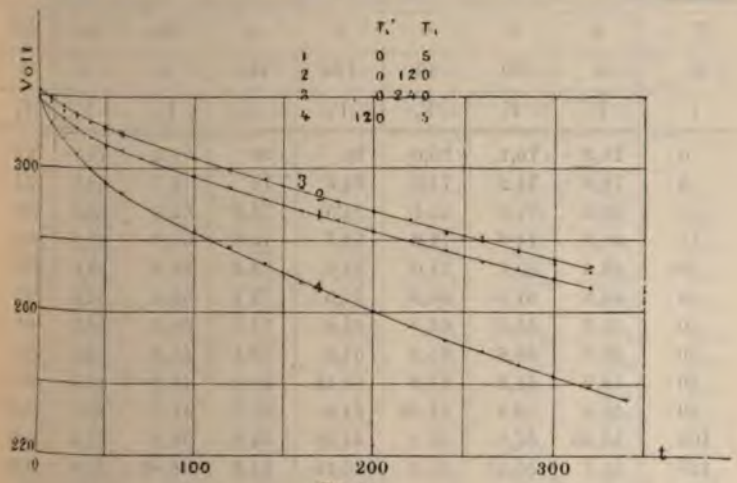


Fig. 7.

$s = 5950$ cm², das polarisierte einfache Volumen $v = 184{,}3$ cm³. Die Versuche habe ich unter anderen mit fünf Stück ständig parallel geschalteten solchen Kondensatoren ausgeführt. Die entsprechenden Daten dieser nachfolgend mit XII bezeichneten Kondensatorgruppe waren also $d = 0{,}031$, $s = 29\,750$ cm², das polarisierte Volumen $v = 922$ cm³. Der Isolationswiderstand schwankt in ziemlich engen Grenzen um 7000 Megohm, der spezifische Widerstand um den Wert $6{,}72 \cdot 10^{14}$ Ohmzentimeter.

Die beobachtete größte Kapazität betrug 0,265 Mikrofarad,

* Herrn Emil v. Szvetics in Budapest, der für mich 10 Stück solcher Kondensatoren zu Versuchszwecken herstellte und auf die Herstellung die größte Sorgfalt verwendete, sage ich auch hier meinen besten Dank.

die größte Dielektrizitätskonstante $D = 3{,}17$. Die Schichtendicke ist ungefähr das 4,43fache als jene des Kondensators Nr. IX.

Die Tafeln XI und XII geben die V_t-Kurven für elektro-

Tafel XI.

Paraffin-Kondensator Nr. XII.

Beanspruchung ca. 2450 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Laufende Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8
T_1'	0	0	0	0	0	120	240	600
T_1	5	20	40	120	240	5	5	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	75,9	76,1	76,0	76	76	75,4	76,0	76,0
5	72,8	74,2	74,6	74,6	75	74,7	69,9	70,2
10	70,2	72,6	73,4	74,3	74,5	64,3	64,8	65,0
15	68,3	71,0	72,2	72,7	73,9	60,9	60,8	60,6
20	66,5	69,7	71,0	72,0	73,3	58,1	58,1	56,8
30	64,5	67,8	68,9	70,3	72,1	55,4	52,8	51,2
40	61,7	65,4	66,9	68,8	71,0	50,3	48,7	46,6
50	60,3	63,6	65,3	67,6	70,1	47,5	45,8	43,0
60	58,2	61,9	63,9	66,35	69,2	45,3	43,2	40,0
80	55,5	59,3	61,35	64,0	67,5	41,7	39,1	35,15
100	53,25	57,0	59,1	61,95	65,8	38,9	35,9	31,45
120	51,4	55,15	57,2	60,15	64,3	36,85	35,6	28,35
140	49,6	53,40	55,55	58,30	62,9	35,0	31,25	26,05
160	48,2	51,9	54,10	56,9	61,6	33,6	29,45	23,82
180	46,8	50,4	52,7	55,5	60,4	32,3	28,0	22,05
200	45,5	49,2	51,4	54,0	59,3	31,1	26,8	20,55
220	44,5	48,15	50,3	52,95	58,2	30,4	25,6	19,18
240	43,45	47,10	49,2	51,65	57,2	29,35	24,65	17,98
260	42,50	46,1	48,2	50,65	56,3	28,60	23,67	16,97
280	41,70	45,2	47,2	49,65	55,3	27,85	23,0	16,0
300	40,8	44,4	46,25	48,60	54,5	27,16	21,7	15,15
$Q \cdot 10^7$	10,44	11,4	—	12,45	14,28	7,15	5,85	4,015
C_{mfd}	0,256	0,2565	—	0,260	0,260	0,2635	0,2695	0,2595

motorische Kräfte V_k zwischen 75,4—76 und 577—577,6; am Fuße der Kolonnen sind die für den letzten Punkt der Kurve V_t, t ballistisch bestimmten Ladungswerte Q_t und die Kapazitätswerte k_t eingetragen.

Tafel XII.

Paraffin-Kondensator Nr. XII.

Beanspruchung ca. 18 600 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Laufende Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8
T_1'	0	0	0	0	0	120	240	600
T_1	5	20	40	120	240	5	5	5
t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t	V_t
0	577,6	577,4	577	577	577	575,2	575,2	577
5	556,0	567,0	569	572	570	543,7	539,6	542
10	542	555	561	569	565	516,0	511	514
15	528	—	552,5	565	561	493,0	488	495
20	517,5	537	543	560	557	474,5	469	470
30	497	519,5	529	551,5	551	442,8	434,8	441,5
40	481,5	504,0	517,5	542,5	544	418,2	408	412
50	468	494	507	534,5	537,5	396,0	383,3	390
60	455	482	498	525	531,5	377,0	363,4	367,5
80	434	463	480	512	517	346	328,5	331,5
100	415	446	464	500,5	508	311,3	301,6	302
120	399,5	431	450	488	498	300,8	277,7	278,5
140	385	416	437	478	486	284	258,7	261
160	373	406,5	425	468	479	269	242,0	236,5
180	362,5	395,5	414	459	469,5	256	228,5	219,5
200	354	387	406	449	462,5	246	215	204,5
220	344	376,5	396,5	442	456	235,6	205,5	191,4
240	336	368,5	389,0	430,7	448	226,1	195,2	179,3
260	327,5	—	381,0	427	440	219	187,2	168,2
280	319	355	374,5	420,8	436	211,8	180,1	159,3
300	313	339	367,5	413,5	427	204,7	173,0	150,5
320	—	—	—	—	—	198,3	166,6	143,3
340	—	—	—	—	—	193,2	160,7	136,1
360	—	—	—	—	—	188,8	155,5	128,9
380	—	—	—	—	—	—	—	123,2
400	—	—	—	—	—	—	—	118,5
420	—	—	—	—	—	—	—	113,7
$Q \cdot 10^7$	—	89,7	91,75	102,1	108	48,27	39,8	27,8
C_{mfd}	—	0,2645	0,2528	0,2515	0,2547	0,2556	0,2560	0,2445

Auf diesen Tafeln, ebenso wie aus den entsprechenden Kurv der Figur 8 und 9 ist ersichtlich, daß der Ladungsvorgang zufol des geringeren spezifischen Widerstandes rascher verläuft, zuglei

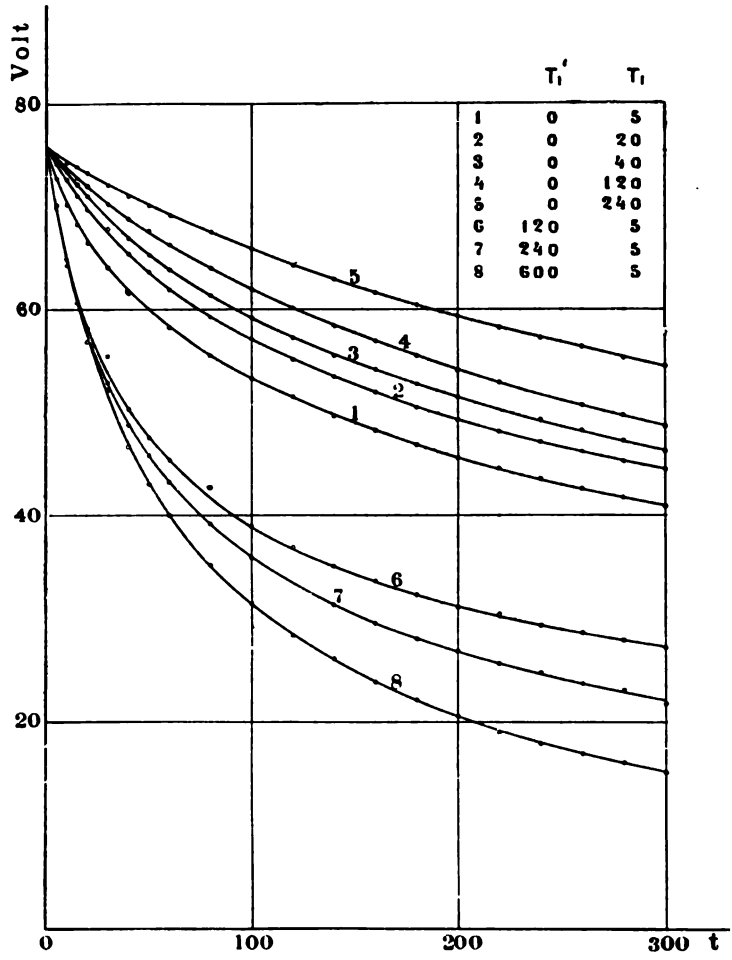


Fig. 8.

aber sieht man, daß der Einfluß der Ladungszeiten T_1' und bedeutend größer ist als im Kondensator Nr. IX.

So z. B. ist für $t = 300$ und $V_k = 76$ Volt, für $T_1' = 0$ u $T_1 = 5$ $V_t = 53{,}8$ %, jedoch für $T_1' = 0$ und $T_1 = 240$ $V_t = 71{,}8$

für $T_1' = 240$ und $T_1 = 5$ $V_t = 28{,}6\ \%$ und für $T_1' = 600$ und $T_1 = 5$ und mehr $V_t = 19{,}95\ \%$ der Anfangsspannung(!); für $V_1 = 577$ und dieselben Ladungszeiten sinken die entsprechenden Werte V_t für die Zeit $t = 300$ auf 54,3 bezw. 74, 30,5 und 26,1 %.

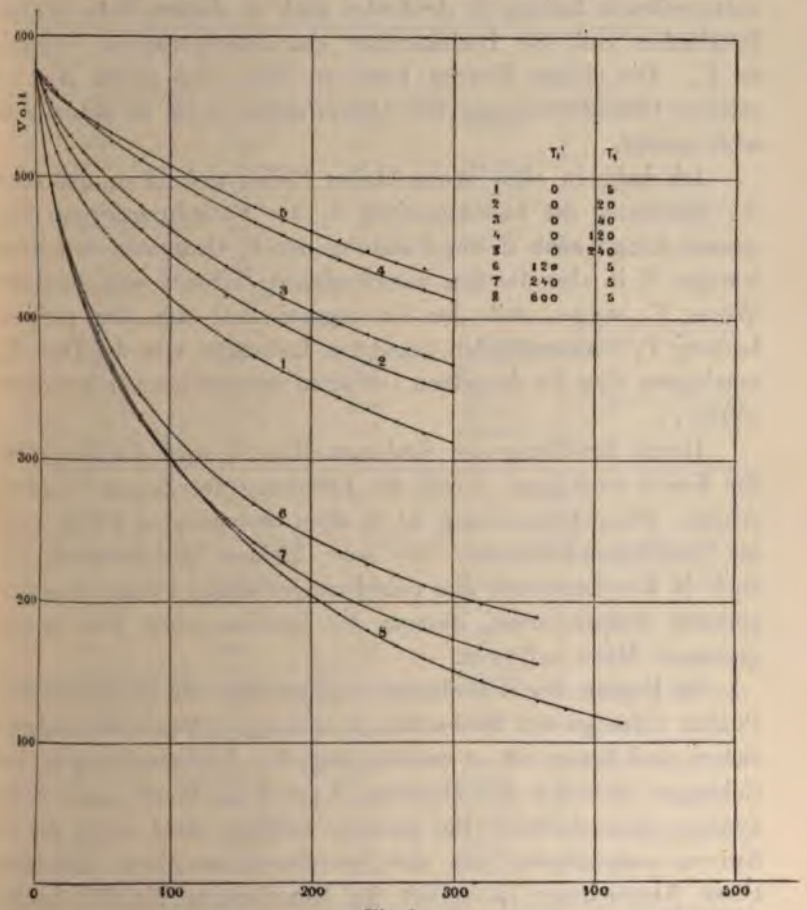


Fig. 9.

In der Tafel XIII habe ich die der Anfangsspannung $V_1 = 570$ Volt entsprechenden Momentanwerte Q_t und V_t zusammengestellt.

Wir sehen, daß die Kapazitäten k_t zwischen 0,250 und 0,2565 Mikrofarad schwanken, d. h. höchstens um 2,54 % des be-

obachteten größten Wertes voneinander abweichen, obzwar der Einfluß der Ladungszeiten T_1 und T_1' auf die Entladungskurven stark fühlbar ist. Die bei Schließung des ballistischen Galvanometers beobachtete, der momentanen elektromotorischen Kraft V_t entsprechende Ladung Q_t steht also auch in diesem Falle in einem konstanten und das Dielektrikum charakterisierenden Verhältnis zu V_t. Die obigen Kurven beweisen aber, *daß dieser Wert zur völligen Charakterisierung des Dielektrikums auch in diesem Falle nicht genügt.*

Ich habe in *allen* beobachteten Fällen gefunden, daß durch die Erhöhung der Ladungszeiten T_1 die Entladungskurven ihrer ganzen Länge nach in der Richtung der V_t-Ordinaten verschoben werden; d. h. also die den verschiedenen Zeiten t entsprechenden Werte V_t steigen mit der Ladungszeit an; die der positiven Ladung T_1 vorangehenden negativen Ladungen von der Dauer T_1' verringern aber die denselben t-Werten entsprechenden Momentanwerte V_t.

Durch Erhöhung der Ladungszeiten T_1 wird die Konvexität der Kurve verringert, durch die Erhöhung der Zeiten T_1' jedoch erhöht. Diese Erscheinung ist in allen beobachteten Fällen, sogar in Paraffinkondensatoren von sehr kleiner Schichtendicke und auch in Kondensatoren aus petroleumgetränkter Pflanzenfaser hergestellt, wahrnehmbar, obzwar die Erscheinungen hier in sehr geringem Maße auftreten.

Zu Beginn des Entladungsvorganges sind die aufgenommenen Punkte vermöge der Beobachtungsschwierigkeiten nicht genügend sicher, und darum ist es zweckmäßig, bei Untersuchung der Beziehungen zwischen den einzelnen Kurven die Werte unter 10 Sekunden auszuschalten. Bei genauer Prüfung sieht man, daß die Kurven *wahrnehmbar von der logarithmischen Form* abweichen. Diese Abweichung ist selbst im Kondensator Nr. IX deutlich wahrnehmbar. In den meisten untersuchten Fällen ist der Einfluß der Ladungszeiten T_1 und T_1' auf die Momentanwerte V_t bei geringeren Ladungszeiten anfangs größer und verändern sich die derselben Zeit t entsprechenden V_t-Werte, sobald T_1 und T_1' gewisse größere Werte erreichen, nur langsam.

Zwischen den für die Momentanwerte V_t und Q_t konstruierten

Tafel XIII.

Paraffin-Kondensator Nr. XII.

t	a / V_t	A / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	572	143,7	572	0,2515	
10	525	132,3	572	0,2517	
20	504	127,4	572	0,2528	$T_1' = 0,\ T_1 = 5$
40	462	117	571	0,2534	
100	392	99,7	572	0,2545	
200	324,5	82,5	572	0,2545	
t	b / V_t	B / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	571	144,2	571	0,2525	
10	548	137,8	572	0,2515	
20	521,5	132,0	572	0,2535	$T_1' = 0,\ T_1 = 20$
40	486,0	123,2	572	0,2535	
100	417	105,8	572	0,2565	
200	346,8	88,0	572	0,2545	
t	c / V_t	C / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	570	143,6	570	0,2522	
10	551	138,0	570	0,2501	
20	529	133,5	570	0,2525	$T_1' = 0,\ T_1 = 40$
40	494	125,0	570,4	0,2532	
100	418,5	106,2	569	0,2536	
200	342,5	87,2	570	0,2545	
t	d / V_t	D / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	570	142,4	570	0,250	
10	558	141,0	570	0,2528	
20	540	136,3	570	0,2525	$T_1' = 0,\ T_1 = 120$
40	514	130,9	570	0,2548	
100	455	114,8	570	0,2525	
200	388,5	98,8	570	0,2545	
t	e / V_t	E / $Q_t \cdot 10^7$	V_0	k_t	
0	569	145	569	0,255	
10	558	142	570	0,2545	
20	547	138,7	570	0,2535	$T_1' = 0,\ T_1 = 240$
40	529	134,2	570	0,2538	
100	475,5	120,8	570	0,254	
200	430	109,4	570	0,2545	

und verschiedenen Anfangswerten V_k entsprechenden Kurven bestehen, wenigstens innerhalb der beobachteten Grenzen, keine qualitativen Unterschiede; die Maxima der denselben Ladungszeiten T_1 und T_1' in einem gegebenen Dielektrikum entsprechenden V_t-Kurven steigen in den untersuchten Grenzen etwas langsamer als die polarisierende elektromotorische Kraft V_k.

Ich habe in den meisten Fällen die den verschiedenen Anfangswerten V_0 und Ladungszeiten T_1 und T_1' entsprechenden V_t-Kurven wiederholt aufgenommen und gefunden, daß sich die Kurven zufolge der Temperaturänderungen, aber auch aus sonst noch nicht aufgeklärten Gründen verschieben; diese Verschiebungen sind jedoch so gering, daß die V_t-Kurven des Dielektrikums als *das gegebene Dielektrikum charakterisierende Kurven angesehen werden können.*

In allen Fällen — mit Ausnahme des in der Mitteilung I beschriebenen Pflanzenfaser-Kondensators — ist das Verhältnis der zwischen den Elektroden des Kondensators in einer gegebenen Zeit t herrschenden momentanen elektromotorischen Kraft V_t zu der ballistisch beobachteten entsprechenden Ladung Q_t nahezu konstant und zwar in all jenen beobachteten Fällen, in denen die dem Zeitpunkt t vorangehenden Polarisationsvorgänge die Gestalt der V_t-Kurven wahrnehmbar beeinflussen, d. h. also Nachwirkungen und viskose Erscheinungen beobachtet werden.

Die aus der Formel $\frac{Q_t V_t}{2}$ gerechnete Arbeit ist daher für einen gegebenen Kondensator ein aus dem Werte V_t definierter *bestimmter Wert und zur Charakterisierung des Dielektrikums verwendbar, genügt jedoch nicht zur Erkennung und vollständigen Charakterisierung der im Dielektrikum verlaufenden Polarisationsvorgänge.*

Wenn wir die hier mitgeteilten Resultate mit den in der I. und II. Mitteilung mitgeteilten Daten zusammenhalten, so sehen wir, daß in den dielektrischen Körpern quantitativ und qualitativ verschiedene und zur Charakterisierung des Dielektrikums heranzuziehende langsame Polarisationsvorgänge sich abspielen. Wir finden weiter in allen Fällen, daß der den Änderungen der elektromotorischen Kraft entsprechende neue Gleichgewichtszustand erst nach einer *merklichen Zeit* eintritt; im Dielektrikum spielen

sich also Vorgänge ab, die unter dem Sammelnamen der Viskosität zusammengefaßt werden können.

Diese Erscheinungen werden qualitativ und quantitativ durch die Dicke der dielektrischen Schicht beeinflußt. Der Verlauf der Nachwirkungserscheinungen wird durch die Erhöhung der Schichtendicke des Dielektrikums merkbar verlangsamt. Auffallend ist der Einfluß des spezifischen Widerstandes; all jene schlechten Leiter, deren spezifischer Widerstand verhältnismäßig gering ist, zeigen sehr starke Nachwirkungen. Besonders muß ich hier das Verhalten der Leiter II. Klasse hervorheben, die im kalten Zustande unter die schlechten Leiter gezählt werden. In diesen beobachten wir sehr starke Nachwirkungserscheinungen, und es ist nach meiner Ansicht zweifellos, daß die in diesen Körpern beobachteten viskosen Erscheinungen zum größten Teil aus der von der polarisierenden Stromquelle geleisteten chemischen Arbeit herrühren, woraus folgt, daß die Leiter II. Klasse auch im kalten Zustande — wenn auch nur sehr schwach — elektrolytisch leiten.

Es scheint überhaupt, daß in allen Fällen unter der Einwirkung der polarisierenden Kräfte im Dielektrikum eine Ionenwanderung stattfindet und daß die oben beschriebenen *viskosen Erscheinungen nicht allein elektrostatischen Polarisationserscheinungen, sondern der Wirkung der durch das Dielektrikum wandernden Ionen zuzuschreiben sind.* Es ist auf Grund der bisherigen Beobachtungen wahrscheinlich, und darauf weisen die in diversen Kabeln, besonders Telephonkabeln gemachten Erfahrungen hin, daß *das Material der das Dielektrikum polarisierenden Metallelektroden auch einen merkbaren Einfluß auf die obigen Erscheinungen habe*, da augenscheinlich Teilchen der Elektroden in das Dielektrikum einwandern.

Ich setze die Versuche in dieser Richtung weiter fort und hoffe, daß ich über diese Versuche und auch über die Beziehungen zwischen den Ladungs- und Entladungskurven weitere Angaben machen können werde.

Den Herren Ingenieuren Paul Plósz und Rudolf Jurány, die mir bei den Beobachtungen und der Verarbeitung des Versuchsmaterials behilflich waren, muß ich hier meinen besten Dank aussprechen.

3.

BEITRÄGE ZUR GRAPHISCHEN THEORIE DER GELENKTRÄGER MIT STATISCH UNBESTIMMTEN AUFLAGERDRÜCKEN.

Von Professor ANTON KHERNDL.

(Hierzu Tafel I und II.)

Obgleich die Theorie der wichtigsten Gelenkträger mit statisch unbestimmten Gegendrücken, besonders von MÜLLER Breslau, zuerst im *Zentralblatt der Bauverwaltung* 1897, und neuestens in der 3. Auflage seines hervorragenden Werkes *„Die graphische Statik der Baukonstruktionen"*, schon behandelt wurde so denke ich, daß die nachfolgende Lösung — da sie sich ausschließlich graphischer Hilfsmittel bedient und die Theorie der kontinuierlichen Gelenkträger auf diejenige der Träger ohne Gelenk zurückführt — nicht ohne Interesse sein dürfte.*

* Es war dem Verfasser bisher wegen Zeitmangel leider unmöglich seine, in der Ztschr. des Ungar. Ing. u. Arch. Vereins (Magyar Mérnök és Épitész-Egylet Közlönye) und teilweise in den Fachschriften der Ungar Akademie der Wiss. (Értekezések a Természettudományok köréből XVI. 4 und Mathematikai és természettudományi Értesitö XIII. 2) in den vorangehenden Jahren erschienenen Aufsätze auch deutsch zu veröffentlichen Es sei von diesen Arbeiten erwähnt: Über die Theorie der statisch unbestimmten Träger (1883—84); Graphische Theorie der Versteifungsbalken der Hängebrücken (mit einer Öffnung) (1890); Graph. Theorie der Bogen mit polygonalen Spannketten (1891); Graph. Theorie der kontinuierlichen Balken und der kontinuierlichen Versteifungsbalken der Hängebrücken mit mehreren Öffnungen (1895). (Auf Grundlage letzterer wurden die statischen Berechnungen für die Budapester Elisabethbrücke mit kontinuierlichen Versteifungsbalken von 44,3, 290, 44,3 m Spannweite ausgeführt.) Graph. Theorie der kontinuierlichen Bögen mit vertikalen Zwischenstützen-Drücken (1896

1. Die **kontinuierlichen Balkenträger mit nur einem Gelenke.** Es sei zunächst erwähnt, daß, wenn sich an einem Balken mit beliebig vielen Öffnungen, an beliebiger Stelle nur ein Gelenk befindet, die Pfeilermomente, außer dem in Punkt 2 erläuterten, für beliebig viele Gelenke und Öffnungen gültigen Verfahren, auch durch einfache Anwendung der Theorie des gelenklosen kontinuierlichen Balkens bestimmt werden können.

Wir denken uns nämlich — gleichgültig ob der Balken aus einem Vollwandträger oder einem Fachwerke (mit Dreiecksnetz) besteht — das Gelenk entfernt, und bestimmen zuerst die von der Belastung hervorgerufenen Momente an dem gelenklos gedachten Balken.*

Dann denken wir uns, es sei an der Stelle γ, an der sich tatsächlich das Gelenk befindet (Fig. 1. I) eine beliebig angenommene elastische Drehung eingetreten. Nach dieser Drehung berührt der Balken — wenn seine Enden auf die Endauflager gesetzt werden — die Mittelstützen nicht.

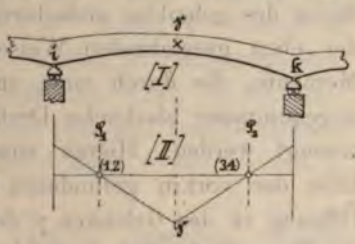


Fig. 1.

Wir bestimmen nun diejenigen Pfeilermomente, die nötig sind, um die Höhenunterschiede zwischen dem (gelenklosen) Träger und seinen Auflagern auszugleichen. Sind φ_1 die linksseitigen, φ_2 die rechtsseitigen Festvertikalen der einzelnen Öffnungen und zieht man zwei beliebige, auf der Vertikalen des Punktes γ sich schneidende Geraden (Fig. 1. II), so liegen die linksseitigen Festpunktpaare (1,2) für alle Öffnungen links von γ, sowie auch die rechtsseitigen Festpunktpaare aller Öffnungen rechts von γ, mit Einschluß der beiden Festpunktpaare der Öffnung γ selbst, alle auf diesen Geraden.

Dann in Buchform: Graph. Statik der Träger I. 1—2 (1893 und 1903). Der Verfasser behält sich vor, einiges hiervon in geeigneter Form auch deutsch zu bearbeiten.

* Besteht der Balken aus einem Fachwerk, so denke man sich zu diesem Behufe in derjenigen Gurtung, die dem Gelenke gegenüberliegt, den fehlenden Stab eingefügt und nehme den Querschnitt desselben unendlich groß an.

Es lassen sich daher die Maße y_1 und y_2 derjenigen Momente, welche durch die um γ beliebig vorgenommene Drehung auf den Vertikalen der zu γ zunächstliegenden beiden Pfeiler i und k hervorgerufen werden, in der aus Fig. 1. II ersichtlichen Weise sehr einfach bestimmen. Auch ist aus dem Gesagten ersichtlich, daß die Momente auf den übrigen Pfeilern abwechselnd + und − sind, und daß sich die Momentennullpunkte in den Öffnungen rechts und links von ik stets auf den von der Öffnung ik ferner liegenden Festvertikalen befinden.

Addiert man die der tatsächlichen Drehung um γ entsprechenden Momente zu den vorher ohne Vornahme einer solchen Drehung gefundenen, so findet man die Gesamtmomente.

Um die Fläche dieser Gesamtmomente zu erhalten, zeichnet man daher zuerst die der Belastung entsprechende Momentenfläche des gelenklos gedachten Balkens. Dann bestimmt man, in der eben gezeichneten Weise, die Maße y_1 und y_2 derjenigen Momente, die durch eine, an der Stelle des Gelenkes beliebig angenommene elastische Drehung an den benachbarten Pfeilern erzeugt werden. Hieran anschließend ändert man die Schlußlinie der vorhin gefundenen Momentenfläche, zunächst in der Öffnung ik des Gelenkes γ derart, daß einesteils die Änderungen der Momente an den benachbarten Pfeilern, den eben gefundenen Längen y_1 und y_2 proportional seien, und daß andererseits das Gesamtmoment auf der Vertikalen des Punktes γ Null werde. Endlich verschiebt man die Schlußlinien in den übrigen Öffnungen derart, daß die geänderte Schlußlinie die ursprüngliche in der von der Öffnung des Gelenkes abstehenden Festvertikalen schneide.

In dem häufigen Sonderfalle, wenn die Brücke zu der Vertikalen des Gelenkes symmetrisch ist, verschiebt man die Schlußlinie der ohne Berücksichtigung des Gelenkes gezeichneten Momentenfläche in der Mittelöffnung einfach parallel mit sich selbst, bis das Moment auf der Vertikalen des Gelenkes Null wird, und ändert dann die Schlußlinien der übrigen Öffnungen, wie eben erwähnt wurde.

2. Die kontinuierlichen Balken mit mehreren Gelenken. Um die Pfeilermomente an einem kontinuierlichen Balken mit

beliebig vielen Gelenken und statisch unbestimmten Auflagerdrücken zu finden, teilen wir die Momentenflächen der einzelnen Öffnungen — ganz wie an dem kontinuierlichen Balken ohne Gelenk — in das positive Momentensegment der Lasten und in die in der Regel negativen Momentendreiecke, und teilen dementsprechend auch die den Maßen der elastischen Drehungen proportionalen „ideellen" Kräfte, in den Mittelöffnungen in je drei, in den beiden Seitenöffnungen — falls die Enden des Balkens nicht als eingespannt zu betrachten sind — in je zwei Gruppen.

Bezeichnen wir die Resultanten der ideellen Kräfte, die den beiden Momentendreiecken je einer Öffnung angehören, von links nach rechts, der Reihe nach mit n_1 und n_2; die Mittelkraft der einem Pfeiler links und rechts zunächst befindlichen Kräfte n_2 und n_1 mit r; die dem Momentensegmente je einer Öffnung entsprechende ideelle Kräfteresultante mit q. Teilen wir ferner in den Öffnungen mit je einem Gelenk*, die dem Momentensegmente (Fig. 2. IV) entsprechenden ideelen Kräfte Δq, durch die Vertikale des Gelenkes vorderhand in zwei weitere Gruppen und bezeichnen ihre Resultanten — ebenfalls von links nach rechts — mit q_1 und q_2 (Fig. 2. V).

Zeichnen wir hierauf für diese vertikal gedachten, ideellen Kräfte von links nach rechts ein Versuchsseileck, wobei in jeder Öffnung mit Gelenk selbstverständlich auch das Maß der am Gelenk γ eintretenden Drehung als Vertikalkraft eingeführt werden muß. (Siehe Fig. 2. II, in der, der Allgemeinheit halber vorausgesetzt ist, daß der Balken sich vor der elastischen Formveränderung den Auflagern nicht anschmiegte.) Es ist dann zunächst ersichtlich, daß die linksseitigen Festvertikalen (1, 2) und Festpunkte (1) und (2), bis zur ersten Öffnung mit Gelenk dieselben sind, als wenn der Balken ganz gelenklos wäre, und dies gilt, für den Festpunkt γ_1 der auf n_1 folgenden Seileckseite und der Festvertikalen dieses Punktes, auch noch in der eben genannten ersten Öffnung γ mit Gelenk.

* Sind nämlich in irgend einer Öffnung zwei Gelenke angeordnet, so entsteht dadurch selbstverständlich ein statisch bestimmter Trägerteil, worauf am Ende dieses Absatzes näher eingegangen wird.

Weiter fortschreitend ist zuvörderst zu beachten, daß die in Fig. 2. II mit z_1 und z_2 bezeichneten Abschnitte — gleichviel ob man sie in einer Öffnung mit oder ohne Gelenk bestimmt hat — den gesuchten Pfeilermomenten proportional sind. Bezeichnet man daher mit y_1 und y_2 die Maße der Momente an den zu γ

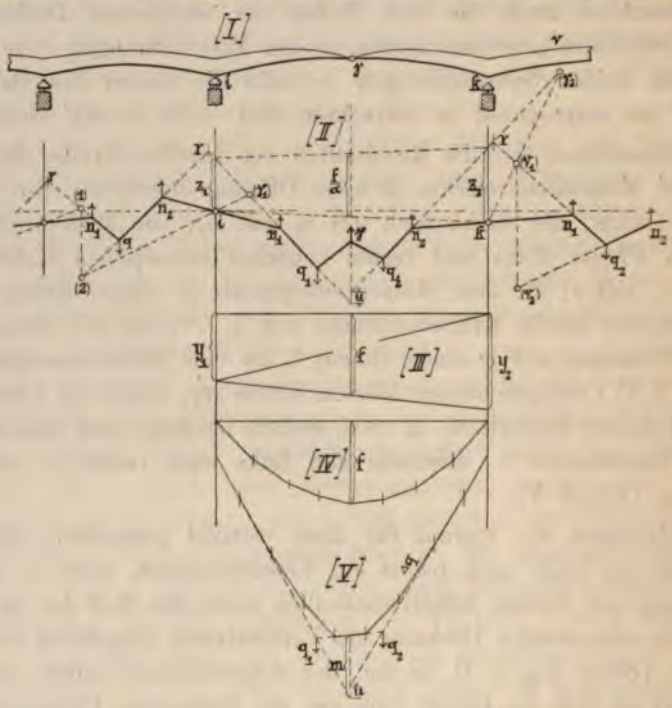


Fig. 2.

nächstliegenden Pfeilern i und k (Fig. 2. III), und bedeutet α eine leicht bestimmbare Verhältniszahl, so ist

$$y_1 = \alpha z_1 ; \quad y_2 = \alpha z_2 . \tag{1}$$

Da nun aber das Moment bezüglich der Vertikalen des Gelenkes γ Null sein muß, so ist leicht einzusehen, daß, wenn die Ordinate des Momentensegmentes der Lasten auf der Vertikalen γ mit f bezeichnet wird (Fig. 2. IV), der auf Fig. 2. II mit $f : \alpha$ überschriebene Abschnitt = der Länge $f : \alpha$ sein muß. Wir ersehen hieraus, daß in den Öffnungen mit Gelenk die Verbindungslinie

der Endpunkte der Strecken z_1 und z_2 durch einen leicht auffindbaren Festpunkt geht.

Es ist klar, daß demzufolge, nach Bestimmung der auf die Kraft n_1 der Öffnung γ folgenden Seite des Versuchsseileckes, mit Weglassung der dazwischen liegenden Seiten und mit Weglassung der Kräfte q_1, γ und q_2, unmittelbar die der Kraft n_2 vorangehende Seite gezeichnet werden kann, da der in Fig. 2. II mit u bezeichnete Abschnitt die Momentensumme von q_1 und q_2, also das Moment der ganzen Kraft q bedeutet, und dieses dem für die ideellen Kräfte Δq des Momentensegmentes gezeichneten Seilecke (Fig. 2. V) entnommen werden kann.

Um hieraus das Bewegungsgesetz der der Kraft n_2 vorangehenden Seileckseite der Öffnung γ abzuleiten, setzen wir voraus, der Festpunkt γ_1 dieser Öffnung sei schon gefunden, und zeichnen die eben erwähnten zwei Seiten des Versuchsseilecks, bei Festhalten des Punktes γ_1, in zwei verschiedenen Lagen. Wie aus Fig. 3. II ersichtlich, sind dann die auf den Pfeilervertikalen mit Δz_1 und Δz_2 bezeichneten Strecken einander proportional. Aber auch der Abschnitt $\varepsilon_1\varepsilon_2$ auf der Vertikalen γ ist Δz_1 proportional, daher auch der mit ihm gleiche Abschnitt $\eta_1\eta_2$.

Hieraus folgt aber, daß sich auch die der Kraft n_2 vorangehende Seileckseite um einen — in Fig. 3. II mit (γ_2) überschriebenen — Festpunkt dreht. Auch folgt ferner, daß sich dieser Festpunkt in einer Vertikalen bewegt und daß sich diese Vertikale in der aus Fig. 3. III ersichtlichen Weise, durch das Zeichnen zweier einfach gewählter Lagen der in Rede stehenden beiden Seileckseiten, wie sogleich gezeigt wird, leicht finden läßt. Wenn nämlich der Festpunkt (γ_1) auf der Vertikalen γ_1 beliebig angenommen wird, so sind für die Annahme $u = o$, $f = o$ und $z_1 = z_2 = o$ die gesuchten zwei Seiten des Versuchsseilecks die beiden mit 1 bezeichneten Geraden. Ist aber, wie früher, $u = o$ und $f = o$ und wird z_1 derartig angenommen, daß die auf n_1 folgende Seileckseite durch den auf der Vertikalen des Gelenkes liegenden Schnittpunkt ε geht, so fällt die der Kraft n_2 vorangehende Seite mit der vorerwähnten auf dieselbe, in Fig. 3. III mit 2 bezeichnete Gerade.

Ist die Festvertikale (γ_2) gefunden, so bestimmt man den Festpunkt (γ_2), der irgend einer Lage des Festpunktes (γ_1) und

irgend einem Werte von u und $f:\alpha$ angehört, am einfachst dadurch, daß man z_1 beliebig annimmt, dann z_2 mit Hilfe v $f:\alpha$ bestimmt und die zwei in Rede stehenden Seileckseit dementsprechend zieht. Fig. 3. IV zeigt hierfür zwei einfac Lösungen für den Fall der in Fig. 3. II angenommenen Werte v $f:\alpha$ und u. Die mit 1 überschriebenen beiden Seileckseiten si

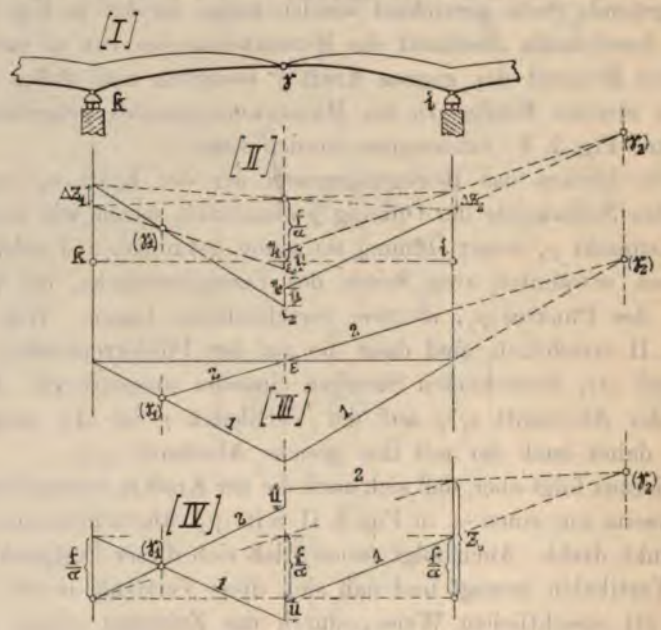


Fig. 3.

auf Grundlage der Annahme von $z_1 = z_2 = f:\alpha$, die mit 2 zeichneten für die Annahme $z_1 = o$ gezogen.

Auf das Versuchsseileck Fig. 2. II zurückkehrend, ist es kl daß, da sich das von der Pfeilervertikalen k durchschnitt Dreieck $n_2 r n_1$ im Falle der Drehung der ersten Seileckse perspektivisch ändert, und zwei Seiten desselben sich je um Punkte k und (γ_2) drehen: die Seileckseite $n_1 q_1$ der auf Pfeiler k folgenden Öffnung ν sich auch um einen Festpunkt dreht. Dieser Festpunkt liegt auf der Verbindungsgeraden (γ und bewegt sich — wenn sich die Belastung des Balkens ändert in einer Festvertikalen, da sich hierbei das vollständige Viers

dessen sechs Schnittpunkte n_2, r, γ_2, k, n_1 und (r_1) sind, sich perspektivisch ändert.

Wie hieraus ersichtlich, dreht sich — weiter fortschreitend — die der Kraft n_2 der Öffnung ν vorangehende Seileckseite auch um einen Festpunkt (r_2), der mit (r_1) auf derselben Festvertikalen $(r_1 r_2)$ liegt, und diese Festvertikale läßt sich, wenn die Festvertikale (γ_2) auf der in Anschluß an Fig. 3. III eben besprochenen Weise bestimmt ist, durch Zeichnen eines vollständigen Vierseits, dessen fünf Schnittpunkte auf den Vertikalen n_2, r, (γ_2), k, n_1 liegen, leicht auffinden u. s. f.

Zeichnet man — gerade so, wie das eben beschriebene — ein Versuchsseileck von rechts nach links, so überzeugt man sich leicht, daß sich in jeder Öffnung ohne Gelenk je eine weitere Festvertikale (34) mit je zwei Festpunkten (3) und (4) befindet, und daß in jeder Öffnung mit Gelenk je zwei weitere Festvertikalen (3) und (4) vorhanden sind, und auf jeder derselben je ein Festpunkt gefunden werden kann.

Um mit Benützung der Vorangehenden schließlich die Pfeilermomente für die verschiedenen Belastungen des Balkens zu finden, bestimmt man zuvörderst ein für allemal die Festvertikalen in der eben besprochenen, auf Taf. I, Fig. IIIa—c und IVa—b näher ersichtlichen Weise.

Hierauf bestimmt man für jede Belastung — eventuell für jede Lage der Einzellast — die Festpunkte. Man findet dann die den gesuchten Pfeilermomenten proportionalen Strecken z für irgend eine Öffnung, wenn man die Verbindungsgerade der Festpunkte (1) und (4) bis zur linksseitigen, und die Verbindungsgerade (2)(3) bis zur rechtsseitigen Pfeilervertikalen verlängert, wie aus dem eben erwähnten Beispiele auf Taf. I auch dies näher ersichtlich sein wird.

Berührt der Balken vor Einbiegung nicht alle Mittelstützen, so ist es — wie auch in anderen ähnlichen Fällen — am einfachsten, zuerst diejenigen Momente zu bestimmen, die zur Ausgleichung der Höhenunterschiede zwischen dem Balken und seinen Stützpunkten nötig sind, und sie nachträglich denjenigen Momenten hinzuzufügen, die infolge der Belastung des nun schon alle Stützpunkte berührenden Balkens hervorgerufen werden.

Um hierbei die zuerst erwähnten Momente zu erhalten, hat man zu beachten, daß in keiner Öffnung ein Momentensegment vorhanden ist, und hat dann das in diesem Punkte eben Gesagte einfach anzuwenden.

Soll die Einbiegung des Balkens konstruiert werden, so muß in jeder Öffnung mit Gelenk auch das Maß γ der um dieses Gelenk stattfindenden Drehung bestimmt werden.

Ist das Seileck der dem Momentensegmente entsprechenden ideellen Kräfte Δq in der bezüglichen Öffnung gezeichnet (Fig. 4. II) und sind auch die Festpunkte (1)—(4) bestimmt, so kann man

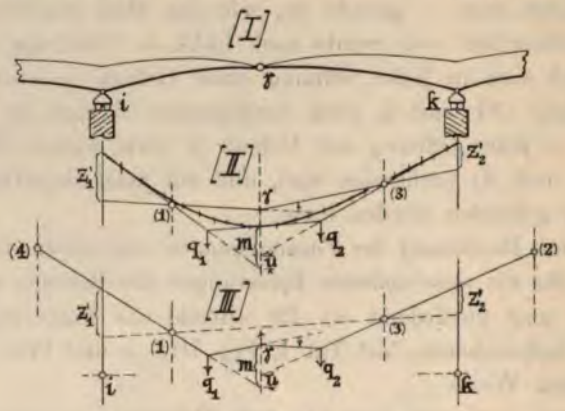


Fig. 4.

— in der aus Fig. 4. III ersichtlichen Weise — leicht den Teil $q_1 \gamma q_2$ des Seilecks konstruieren, und schließen dann die Seiten γq_1 und γq_2 die Kraft γ ein. Das Maß dieser Kraft ist aber gleich dem Maße der gesuchten Drehung.

Leichter erhält man jedoch die Kraft γ unmittelbar am Seileck der dem Momentensegmente entsprechenden Kräfte Δq. Bedenkt man nämlich, daß in Fig. 4. III das Fünfeck $(1) q_1 \gamma q_2 (3)$ eine Momentenfläche (ideeller Kräfte) ist, und verschiebt man von den durch die Vertikale des Gelenkes γ getrennten beiden Teilen desselben, z. B. den rechtsseitigen, ohne Änderung seiner Ordinaten derart, daß γq_2 in die Verlängerung von γq_1 falle, so erhält man den Eckpunkt γ anstatt zwischen q_1 und q_2, nun auf der vorher geraden Verbindungslinie (1)(3).

Bestimmen wir mit Rücksicht hierauf in Fig. 4. III — ohne hier das Seileck $q_1 \gamma q_2$ zu zeichnen — durch Verlängerung der Geraden (1)(3) die Strecken z_1' und z_2' auf der Pfeilervertikalen und übertragen sie in der auf Fig. 4. II angedeuteten Weise dort auf dieselben Vertikalen. Es ist klar, daß, wenn wir dann die hierdurch erhaltenen beiden Punkte der Reihe nach mit denjenigen Punkten verbinden, in denen die äußersten Seileckseiten durch die Vertikalen (1) und (3) geschnitten werden, die hierdurch erhaltenen beiden Geraden die die Kraft γ einschließenden Seileckseiten ergeben, und sich daher — wenn man sie verlängert — auf der Vertikalen des Gelenkes γ schneiden müssen.

Wir haben bisher stillschweigend vorausgesetzt, daß sich nur je ein Gelenk in derselben Öffnung befinde, und daß diese Öffnung eine Mittelöffnung sei. Wir bemerken daher noch, daß in dem Falle, wenn in einer der Mittelöffnungen zwei Gelenke, P_1 und P_2 angeordnet sind, der Zwischenträger $P_1 P_2$ statisch bestimmt ist, auf die außerhalb desselben befindlichen beiden Trägerteile aber das eben Erwähnte angewendet werden kann, jedoch mit Berücksichtigung dessen, daß die beiden fortlaufenden Balken, die diese Trägerteile bilden, über eine ihrer Endstützen vorragen. (Vergleiche dies auch mit dem hierüber in Punkt 5 Gesagten.)

Ähnlich verhält es sich mit dem Falle, in dem sich in einem der Endöffnungen ein Gelenk befindet (selbstredend nur eins), nur daß dann bloß ein Trägerteil statisch unbestimmt ist.

Als Beispiel der Anwendung der in dem Vorangehenden behandelten Methode verweisen wir auf die im nächsten Absatze erklärte Taf. I.

3. Bögen mit zwei festen, gelenkartigen Stützen, mit oder ohne angeschlossenen Balken. Es seien die Stützen eines fortlaufenden Trägers von beliebig vielen Öffnungen derartig angeordnet, daß zwei derselben unverschiebbar sind und nur Drehungen erlauben, während die übrigen auch eine horizontale Verschiebung des Trägers gestatten. Die beiden festen Auflager können an beliebigen Mittel- oder Endstützen angeordnet sein. Die Gelenke des Trägers seien vorerst auf die Mittelöffnungen verteilt und zwar in der Weise, daß auf keine derselben mehr als ein Gelenk

entfalle, und daß daher auch durch die nachfolgende Änderung der Auflager keine statisch bestimmten Trägerteile entstehen.

Um die Auflagerdrücke an derartig angeordneten Gelenkträgern zu bestimmen, denken wir uns die Anlage einer der beiden festen Auflager i und k in der Weise abgeändert, daß auf diesem Auflager — es möge das mit k bezeichnete sein — eine horizontale Verschiebung des Trägers eintreten könne. Sodann nehmen wir an dem Punkte k des Trägers, in der Verbindungsgeraden ik, die als Last betrachtete Kraft X an, und bestimmen diese Kraft in der Weise, daß sie — mit den auf den Träger in Wirklichkeit einwirkenden Lasten zusammengenommen — den Punkt k nicht verschiebe.

Zu diesem Behufe teilen wir die äußeren Kräfte des Trägers in zwei Gruppen, von denen jede für sich in Gleichgewicht ist.*

In die eine Gruppe zählen wir die auf den Träger tatsächlich einwirkenden Lasten — eventuell eine Einzellast — und die von ihnen erzeugten Stützendrücke. Die zweite Gruppe besteht aus der Kraft X und den von ihr gesondert hervorgerufenen Auflagerdrücken.

Es ist klar, daß dann die Stützendrücke beider Gruppen leicht gefunden werden können. Da nämlich der Träger durch Abänderung des Auflagers k in einen Balken verwandelt wurde, kann auf jede der eben erwähnten Kraftgruppen das im vorangehenden Absatze besprochene Verfahren angewendet werden. Man wird — bezüglich der zweiten Gruppe — bloß zu berücksichtigen haben, daß unter den Momentensegmenten, in den zwischen den beiden Auflagern i und k befindlichen Öffnungen einfach die durch die Richtungslinie X und die Trägerachse eingeschlossene Fläche zu verstehen ist. (Ist der Träger ein Fachwerk mit Dreiecknetz, dann treten an Stelle der einzelnen Punkte der Trägerachse, wie bekannt, die Momentenpunkte der einzelnen Stäbe.) In den außerhalb der beiden Auflager i und k befindlichen Öff-

* Ganz auf derselben Grundlage beruht die graphische Lösung des Verfassers für die fortlaufenden Bögen mit vertikalen Zwischenstützen-Drücken, und für die fortlaufenden Versteifungsträger der Hängebrücken mit mehreren Öffnungen.

nungen gibt es, zufolge der Kräfte der zweiten Gruppe, keine Momentensegmente.

Berührt der Träger vor Eintritt der Formänderungen nicht alle Stützen, so bestimmt man diejenigen Auflagerkräfte, die dazu nötig sind, um den Träger den Auflagern anzupassen, wieder am einfachsten für sich.

Wir denken uns zu diesem Behufe den Träger durch Änderung der Stützung k auch in diesem Falle in einen kontinuierlichen Balken verwandelt und bestimmen an diesem Balken — als erste Gruppe der Außenkräfte — diejenigen Stützendrücke, die nötig sind, um die Höhenunterschiede zwischen dem Träger und seinen Auflagern auszugleichen. Daran anschließend bestimmen wir die Verschiebung des Trägerpunktes k in der Richtung ik.

Dann bestimmen wir die am Punkte k wie früher angenommene Kraft X und die durch sie hervorgerufenen Auflagerkräfte derart, daß die Kräfte dieser zweiten Gruppe keine neuen Höhenunterschiede zwischen dem Träger und seinen Auflagern erzeugen, und — im Vereine mit den Kräften der ersten Gruppe — den Trägerpunkt k auf das Auflager k zurückschieben.

Beispiel.

(Tafel I und II.)

Das weitere wollen wir an einem Vollwandträger von drei Öffnungen erläutern, der dem von MÜLLER-Breslau behandelten ganz ähnlich angeordnet ist.* Die beiden gelenkartigen Endstützen des in Rede stehenden Trägers gestatten wagerechte Verschiebungen. Die beiden mittleren, unter sich in derselben Wagerechten angeordneten Stützen lassen dagegen nur Drehungen zu. Der Träger paßt sich den Stützen auch vor Eintritt der elastischen Formveränderung an; seine Anlage ist nicht symmetrisch.

Wir bestimmten an diesem Träger die Auflagerdrücke für

* In der ungarischen Bearbeitung sind — als weiteres Beispiel — auch die Auflagerdrücke für einen, nur eine Öffnung überspannenden, unsymmetrischen Bogen mit eingespannten Kämpfern und einem Mittelgelenke bestimmt, sowohl für eine Einzellast, als auch für den Fall, in dem sich der Träger den Auflagern nicht anpaßt.

die verschiedenen Lagen der Einzellast G, und vernachlässigten hierbei den leicht zu berücksichtigenden Einfluß der Axial- und der Scherkräfte auf die Formveränderung des Trägers, um hierdurch die Lösung zu vereinfachen und das Wesentliche derselben um so deutlicher hervortreten zu lassen.

Da die Last G nur an den Übertragungsstellen der Fahrbahn auf den Träger einwirken kann, teilten wir die Bogenachse durch diese in die Elemente Δs. Die Maße τ der mittleren Trägheitsmomente der Querschnitte an diesen Elementen haben wir, bezogen auf das Trägheitsmoment $J_0 = 2\ \mathrm{m^2 \cdot cm^2}$ als Basis, entsprechend angenommen, und dann die reduzierten Längen $\Delta s : \tau$ der einzelnen Trägerelemente berechnet. Es ergab sich hierbei $\Delta s : \tau$ in der ersten Öffnung der Reihe nach zu 0,79, 0,64, 0,75, 0,93, 0,66, 0,81 m, in der zweiten zu 0,73, 0,60, 0,63, 0,56, 0,45, 0,36, 0,83, 0,69, 0,67, 0,71 m, und in der dritten zu 0,84, 0,69, 0,68, 0,83, 0,94, 0,68, 0,82 m.

a) *Die Kräfte der ersten Gruppe* (Taf. I). Wir haben uns nun die rechtsseitige Stützung k der Mittelöffnung — dem oben Gesagten entsprechend — in der auf Fig. I angedeuteten Weise abgeändert gedacht und nahmen dann am Punkte k des Trägers die den Lasten zugezählte wagerechte Kraft H an. Im Anschluß hieran teilten wir die Außenkräfte des Trägers — in der Weise wie vorhin erklärt wurde — in zwei Gruppen.

Um die Pfeilermomente für die Kräfte der ersten Gruppe (die Last G und die Stützendrücke, die durch sie an dem in einen Balken verwandelten Träger erzeugt werden) zu finden, bestimmen wir zuerst die Richtungslinien n_1 und n_2 der den Momentendreiecken entsprechenden (den elastischen Drehungswinkeln proportionalen) ideellen Kräfte, und die Richtungslinien r der Mittelkräfte der je einem Mittelpfeiler links und rechts zunächst befindlichen beiden Kräfte n_2 und n_1.

Die zu diesem Behufe in Fig. IIa—c ausgeführten Konstruktionen sind selbstverständlich dieselben wie für einen kontinuierlichen Balken ohne Gelenk, und diese sind vom Verf. in Magy. Mérnök és Épit. Egyl. Közlöny 1895 näher beschrieben. Da man jedoch dieselben Resultate auch nach dem RITTERschen Verfahren (W. RITTER, Anwendung der graph. Statik, III. Teil,

Zürich 1900) — das wir als bekannt voraussetzen können — erhalten kann, und da andererseits in diesem Aufsatze nicht die aus den eben erwähnten Figuren ersichtlichen Konstruktionen die wesentlichen sind, so glauben wir die Erklärung des eingeschlagenen Verfahrens übergehen zu können.

Wir erwähnen daher nur, daß die Polhöhe der beiden Kraftecke $a = b = 5$ m angenommen wurden und daß andererseits die auf den Pfeilervertikalen mit z_1', z_2' und z_3' bezeichneten Abschnitte die Maße der Momente der ideellen Kräfte n, bezüglich der ihnen näher liegenden Pfeilervertikalen, für den Fall bedeuten, wenn das Maß des Pfeilermomentes gleich der Polhöhe b ist.

Hat man die Strecke z auf irgend einer Pfeilervertikalen für irgend einen Belastungsfall, mit Benützung der Festpunkte gefunden, so ist daher das Maß y des Momentes der Außenkräfte für dieselbe Pfeilervertikale

$$y = \frac{b}{z'} z, \qquad (2)$$

wodurch auch die in Gl. 1 vorausgesetzte Verhältniszahl α gefunden ist, wobei der allgemein giltige Satz hervorzuheben ist, daß in den Mittelöffnungen der kontinuierlichen Balken die beiden z' einander gleich sein müssen. Es folgt dies aus der Konstruktion der z', aber auch unmittelbar daraus, daß beide z' das Maß des Zentrifugalmomentes der Kräfte $\Delta s : \tau$ bezüglich der einschließenden Pfeilervertikalen bedeuten.

Nachdem die Richtungslinien n und die Momentenmaße z' gefunden wurden, bestimmen wir — ganz so wie vorhin im Anschluß an Textfigur 3. III erklärt wurde — in Fig. IIIa—c und IVa—b die in den äußeren Öffnungen mit φ, in der mittleren Öffnung mit (1)—(4) bezeichneten Festgeraden des Trägers.

Um die Festpunkte zu erhalten, müssen, wie aus Textfigur 3. IV erinnerlich, vorher die von den Momentensegmenten der Last G abhängenden Längen $f : \alpha$ bestimmt, und müssen andererseits die Seilecke der den Momentensegmenten der Last G entsprechenden ideellen Kräfte q für die verschiedenen Lagen der Last gezeichnet werden.

Wir nehmen hierbei — um das weitere Verfahren zu ver-

einfachen — in dem Nachfolgenden an, daß die Polhöhe C des Krafteckes der äußeren Kräfte gleich der Last G sei.

Befindet sich dann die Last $G = C$ zwischen dem Pfeiler i und dem Gelenk γ (Textfigur 5. II), so ist die von der verlängerten Seiteckseite kG auf der Vertikalen i abgeschnittene Momentenordinate gleich der Abszisse x der Last. Trägt man daher diese Abszisse auf die Vertikale i auf, so läßt sich die reduzierte Momentenordinate $f : \alpha$ in der Weise, wie in der eben erwähnten Abbildung gezeigt, für alle Lagen der Last leicht finden.

Im Anschluß hieran ist zu bemerken, daß, wenn man bei Aufsuchung der Festpunkte einer Öffnung mit Gelenk das Momentenmaß z auf der Vertikalen des einen einschließenden Pfeilers gleich Null annimmt, das zugehörige Momentenmaß z_0 am gegenüberliegenden Pfeiler in der in Textfigur 5. III für beide Fortschrittsrichtungen angedeuteten Weise leicht gefunden werden kann. Wir haben mit Rücksicht hierauf, um die nachträgliche Aufsuchung der Festpunkte vorzubereiten, auf Taf. I Fig. V nicht nur die Längen $f : \alpha$, sondern auch die Strecken z_{01} und z_{02} für alle vorgeschriebenen Lagen der Last bestimmt.

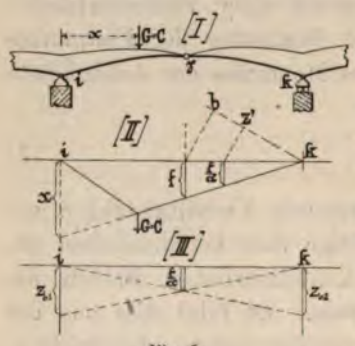


Fig. 5.

Auf das Seileck der ideellen Kraft q, und im Anschluß hieran auf die Bestimmung des Momentenmaßes u übergehend, ist dieses für die verschiedenen Lagen der Last $G = C$, mit Benutzung der auf Taf. I Fig. II a—c erhaltenen Resultate in Fig. VI bestimmt. Auf Erklärung des hierbei eingeschlagenen Verfahrens glauben wir aus dem gelegentlich der Besprechung der Fig. II a—c erwähnten Grunde nicht eingehen zu müssen, und bemerken nur, daß die erhaltenen Momentenmaße in unserer Figur mit u und außerdem auf beiden Enden mit dem Stellenzeiger des Angriffspunktes der Last überschrieben sind.

Nun können, wie wir gleich zeigen werden, die Festpunkte

und dann, mit bekannter Benutzung derselben die von den Außenkräften am Träger hervorgerufenen Pfeilermomente bestimmt werden. Nehmen wir zuerst an, daß sich die Last G an einer der Übertragungsstellen der ersten Öffnung befinde. Es ist ohne weiteres einzusehen, daß in diesem Falle der rechtsseitige obere Festpunkt φ dieser Öffnung (Fig. VII) auf der wagerecht angenommenen Grundlinie liegt.

Die linksseitigen, in unserer Abbildung mit dem Stellenzeiger der Lage der Last überschriebenen unteren Festpunkte erhält man aber durch Auftragen der am Seileck Δn_2 schon früher gefundenen Momentenordinaten. Verbindet man diese Festpunkte mit φ, so erhält man, wie bekannt, auf der nächsten Pfeilervertikalen die Längen z, und aus diesen folgen die Maße y_1 des gesuchten Pfeilermomentes wie erinnerlich durch Multiplikation mit $b : z_1'$. Da jedoch hierbei im vorliegenden Falle der Festpunkt φ stets derselbe bleibt, haben wir die Momentenmaße y_1 auf der mit demselben Zeichen überschriebenen Vertikalen unmittelbar bestimmt, indem wir den Strahlenbüschel φ nicht mit der Pfeilervertikalen, sondern durch die in $b : z_1'$-fach vergrößerter Entfernung gezogene Vertikale y_1 durchschnitten haben.

Nach Auffindung der Momentenmaße y_1 projizierten wir sie auf die Vertikale des zugehörigen Pfeilers und bestimmten dann die y_2 mit Berücksichtigung dessen, daß das Moment auf der Vertikalen des Gelenkes γ Null sein muß.

Ganz in derselben Weise fanden wir die Maße y_1 und y_2 der Momente bezüglich der Vertikalen der beiden Mittelpfeiler für die in der dritten Öffnung vorgeschriebenen Lagen der Last (Fig. VII).

Für den Fall, in dem sich die Last an irgend einer Übertragungsstelle der Mittelöffnung befindet, haben wir die linksseitigen Pfeilermomente auf Fig. VIII a, die rechtsseitigen auf VIII b bestimmt. Um sie zu finden, ist zu beachten, daß die beiden Festpunkte (1) und (3) der Mittelöffnung — da die Außenöffnungen unbelastet sind — für alle Lagen der Last auf der in beiden Abbildungen wieder wagerecht angenommenen Grundlinie liegen. Die Festpunkte (2) und (4) können daher mit Benutzung der in Fig. V und VI schon früher gefundenen Werte der z_{01}, z_{02} und u in der früher schon erklärten, aus Fig. VIII a und VIII b

ersichtlichen Weise leicht aufgesucht werden. Ist das geschehen, so findet man die Maße y_1 und y_2 der Pfeilermomente wieder am einfachsten unmittelbar, ohne vorher die Abschnitte z aufgesucht zu haben, so wie das für die Außenöffnungen im Anschluß an Fig. VII eben beschrieben wurde.

Die erhaltenen Momentenmaße beziehen sich — wie schon betont wurde — auf die Last $G = C$ als Basis. Diese Last kann jedoch noch ganz beliebig angenommen werden.

b) *Die Kräfte der zweiten Gruppe* (Tafel II). Diese Kräfte bestehen, wie erinnerlich, aus der als Last anzusehenden wagerechten Kraft H, die am Punkte k des in einen Balken verwandelten Trägers angenommen wurde und aus den durch diese Last erzeugten Stützendrücken.

Die wagerechte Verschiebung, die diese Kräfte am Trägerpunkte k verursachen, muß gleich und entgegengesetzt derjenigen sein, welche zufolge der Kräfte der ersten Gruppe (also der Last G und der durch sie hervorgerufenen Stützendrücke) an demselben Punkte eintritt. Diese ist aber, wie aus dem Prinzip der Wechselseitigkeit der Verschiebungen hervorgeht, gleich derjenigen vertikalen Verschiebung, welche eine am Punkte k angreifende wagerechte Kraft $H = G$ auf dem jeweiligen Angriffspunkte der Last G zur Folge hat.

Um nun diese zu bestimmen, müssen wir die der eben erwähnten Kraft H entsprechenden Pfeilermomente bestimmen. Da diese Kraft gleich der Last G, also gleich der Basis der Momente der äußeren Kräfte ist, tritt hierbei, wie schon erwähnt, an Stelle des Momentensegmentes der Last, das durch die Trägerachse und die Wagerechte ik begrenzte Segment $i\gamma k$. In jeder anderen Beziehung ist jedoch das für den mit beliebigen Gewichten belasteten Balken vorhin abgeleitete Verfahren anzuwenden.

Wir zeichneten mit Rücksicht hierauf für die an den entsprechenden Punkten der Trägerebene der Mittelöffnung angenommenen wagerechten Kräfte $\Delta s : \tau$, mit Beibehaltung der bisherigen Polhöhe a ein Kraft- und Seileck (Fig. II b). Verlängert man die Seiten dieses Seilecks bis zur Wagerechten ik, so stellen die erhaltenen Strecken Δq die Maße der dem Momentensegmente entsprechenden elastischen Drehungswinkel, daher auch die Maße

derjenigen ideellen Kräfte vor, welche dem ebengenannten Momentensegmente zuzuweisen sind.

Wir zeichneten demzufolge, bei Annahme einer Polhöhe $b_1 = 2{,}5$ m für diese, vertikal gedachten ideellen Kräfte in Fig. III ein Seileck (auf Taf. I war die Polhöhe für die ideellen Kräfte wie bekannt $b = 5$ m), und bestimmten mit dessen Benutzung das Maß u der Momente der in Rede stehenden ideellen Kräfte Δq bezüglich der Vertikalen des Gelenkes.

Nachdem dies geschehen, konnten in Fig. IV die Festpunkte (1)—(4) der Mittelöffnung bestimmt und mit bekannter Benutzung derselben sowohl die Momentenmaße z_1 und z_2 der ideellen Kräfte n_1 und n_2, als auch die Maße y_1 und y_2 derjenigen Pfeilermomente gefunden werden, welche durch die der Last $H = G$ entsprechenden vertikalen Auflagerdrücke verursacht werden. Bei Aufsuchung der Festpunkte haben wir hierbei die versuchsweisen Strecken z — anstatt der bisher gemachten Annahme von 0 und z_0 — für beide Fortschrittsrichtungen auf beiden Pfeilern gleich $f : \alpha$ angenommen, und den Maßstab der Vertikalen auf 1 : 3 verkleinert. Auch ist noch zu bemerken, daß für die im Verhältnis von $b_1 : z'$ vorzunehmenden Reduktionen das auf Taf. I früher gefundene z' trotz der veränderten Polhöhe b_1 unverändert beizubehalten ist, da das z' wohl von der Polhöhe a abhängt, von b dagegen, wie leicht einzusehen, unabhängig ist.

Nach Auffindung der Maße y_1 und y_2 der Pfeilermomente, zeichneten wir in Fig. V das Seileck der zufolge der Last $H = G$ auftretenden vertikalen Stützendrücke. Dann nahmen wir an den Endpunkten des hierdurch erhaltenen, den einzelnen Trägerelementen entsprechenden Momentenordinaten die wagerechten Kräfte $\Delta s : \tau$ an und zeichneten für diese (Fig. V) mit Beibehaltung der bisherigen Polhöhe a, in jeder Öffnung ein Kräfte- und Seileck. (In der mittleren Öffnung ist dieses Seileck in zwei gesonderten Teilen gezeichnet, worauf wir sogleich noch zurückkommen.)

Verlängert man die einzelnen Seiten dieser Seilecke bis zur Wagerechten, so erhält man die Maße Δn derjenigen elastischen Drehungswinkel, welche durch die der Last $H = G$ entsprechenden Stützendrücke hervorgerufen werden.

In den äußeren Öffnungen wirken keine anderen Außenkräfte

als diese Stützendrücke. In der Mittelöffnung wirkt dagegen auch noch die wagerechte Last $H = G$ und der durch sie am Pfeiler i verursachte Stützendruck H. Die Maße Δq derjenigen elastischen Drehungswinkel, welche dieser Kraft an den einzelnen Trägerelementen entsprechen, wurden jedoch auf Fig. II b schon früher bestimmt.

Dagegen tritt eine elastische Drehung auch um das Gelenk ein. Aber auch das Maß γ dieser Drehung läßt sich, wie im Anschluß an Textfig. 4. II früher gezeigt wurde, leicht finden. Man überträgt nämlich die auf Taf. II, Fig. IV in 1:3 Maßstab gefundenen Werte von z_1 und z_2 in Fig. III auf die Vertikalen der Mittelstützen und verbindet die gefundenen Punkte mit denjenigen Punkten, in denen die äußersten Seiten des Seilecks der Δq durch die Festgeraden (1) und (3) geschnitten werden. Die hierdurch erhaltenen beiden Geraden (1)z_1 und (3)z_2 sind dann die beiden, die ideelle Kraft γ einschließenden Seileckseiten.

Zieht man in Fig. V von dem in der Entfernung $b_1 = 2{,}5$ m unter der Horizontalen der Δn gewählten Punkte b_1 Senkrechte auf die eben genannten beiden Seileckseiten, so stellt daher die durch sie abgeschnittene Strecke $\gamma\gamma$ das Maß des in Rede stehenden Drehungswinkels vor.

Um die Maße aller elastischen Drehungen auch in der Mittelöffnung in demselben Krafteck vereinigen zu können, reihten wir das eben erwähnte Maß $\gamma\gamma$ den ideellen Kräften Δn an (Fig. V). Zu diesem Behufe zeichneten wir, wie schon früher angedeutet, das Seileck der $\Delta s : \tau$ in der Mittelöffnung zuerst nur für die links vom Gelenke befindlichen Trägerelemente 1—5. Nachdem wir dann durch die Verlängerung der Seiten dieses Seilecks die Δn für die eben erwähnten Elemente gefunden hatten, reihten wir denselben das Drehungsmaß $\gamma\gamma$ mit Berücksichtigung des Sinnes an. Und erst dann zeichneten wir das Seileck der $\Delta s : \tau$ für die rechts vom Gelenk befindlichen Elemente 6—10, um mit Benützung desselben die diesen Elementen zuzuzählenden Δn den schon gefundenen Drehungsmaßen anzureihen.

Wir können nun auf die Bestimmung der vertikalen Einbiegung des Trägers zufolge der Last $H = G$ übergehen. Um diese zu erhalten, haben wir, wie schon erwähnt, in den beiden

äußeren Öffnungen die Drehungsmaße Δn, in der mittleren aber die Maße Δn, Δq und γ, als ideelle Gewichte anzusehen und ihr Seileck zu zeichnen.

Bezüglich der hierzu nötigen Kraftecke ist in den Außenöffnungen zu den schon aneinander gereihten Δn nur noch der Pol b_1 anzunehmen. In der mittleren Öffnung dagegen haben wir einerseits die Maße Δq, andererseits die Maße Δn und γ auf zwei in der Entfernung b_1 voneinander gezogenen Wagerechten vereint (Fig. VI). Mit Benützung dieser Kraftecke haben wir dann auf Fig. VII das Seileck der in Rede stehenden ideellen Gewichte gezeichnet, und hierbei die Polpunkte der Kraftecke der drei Öffnungen derart angenommen, daß die drei Seilecke sich zu einem einzigen vereinigen.

Zieht man in diesem Seileck die Verbindungssehne zwischen den von den Vertikalen der Endstützen geschnittenen Punkten, so erhält man die gesuchten Einbiegungen, als Ordinaten des Seileckes, auf den Vertikalen der Übertragungsstellen der Last G. (Zur Probe muß demzufolge die eben erwähnte Sehne das Seileck in den Vertikalen der beiden Mittelstützen schneiden.) Es gilt daher mit Rücksicht auf das Prinzip der Gegenseitigkeit der Verschiebungen auch, daß, wenn die Last G den Träger an einer der Übertragungsstellen angreift; die auf der jeweiligen Vertikalen der Last gefundene Ordinate h des Seilecks Fig. VII, das Maß derjenigen Verschiebung ist, welche die Last G und ihre Stützendrücke an dem Punkte k des in einen Balken verwandelten Trägers in wagerechter Richtung verursachen.

Das Maß derjenigen wagerechten Verschiebung, welche die am Punkte k angreifende, wagerechte Kraft H an diesem Punkte erzeugt, muß daher ebenfalls gleich der eben erwähnten Ordinate h sein. Um hieraus diese Kraft selbst zu finden, bestimmen wir das Maß derjenigen wagerechten Verschiebung, welche die versuchsweise angenommene, wagerechte Last $H = G$ an ihrem Angriffspunkte k verursacht.

Zu diesem Behufe sind die für die Trägerelemente der Mittelöffnung gefundenen Drehungsmaße Δn, Δq und γ, an den entsprechenden Punkten der Trägerachse als ideelle wagerechte Kräfte anzusehen und ihr Seileck zu zeichnen (Fig. VIII). Ver-

längern wir dann die äußersten Seiten dieses Seilecks bis zur Wagerechten ik, so stellt die von ihnen abgeschnittene Strecke c das Maß der Momente all dieser ideellen Kräfte bezüglich der Wagerechten ik, also das gesuchte Maß der durch die wagerechte Last $H = G$ am Punkte k erzeugten Verschiebung vor.

Nimmt man den Kräftemaßstab derart an, daß die Maßlänge der Last G gleich der eben gefundenen Länge c sei, so ist für $H = c$ auch die wagerechte Verschiebung des Punktes k gleich c. Wie hieraus hervorgeht, ist dann das Maß derjenigen Kraft H, die zur Herbeiführung irgend einer wagerechten Verschiebung des Punktes k notwendig ist, gleich dem Maße h dieser Verschiebung.

Es ist daher klar, daß die auf den Vertikalen der Übertragungsstellen gefundenen Ordinaten des Seilecks Fig. VII, für die verschiedenen Stellungen der Last G der Reihe nach die Maße der gesuchten Kraft H in dem Maßstabe ergeben, in dem die im Seilecke Fig. VIII gefundene Länge c dem Maße der Last G gleich ist.

Nachdem die Kraft H, wie eben gezeigt, bestimmt wurde, findet man leicht die Maße derjenigen Pfeilermomente, welche von dieser Kraft durch Erzeugung vertikaler Auflagerkräfte hervorgerufen werden. Ist nämlich die Kraft H gleich der Last G, ist daher ihr Maß gleich der eben erwähnten Länge c, so sind die Maße der in Rede stehenden Pfeilermomente, wie wir eben sahen, gleich den in Fig. IV gefundenen y_1 und y_2. Bezeichnen wir die Maße der gesuchten Pfeilermomente für irgend einen anderen Wert von H, dessen Maß gleich h ist, der Reihe nach mit y_{h1} und y_{h2}, so ist daher:

$$y_{1h} = y_1 \frac{h}{c} \quad \text{und} \quad y_{2h} = y_2 \frac{h}{c}.$$

Und auch diese Momentenmaße beziehen sich auf die Last G als Basis, können daher den für die Pfeilermomente der ersten Gruppe auf Taf. I Fig. VII—VIII gefundenen, mit Berücksichtigung der Vorzeichen unmittelbar hinzugefügt werden. (Hierüber ist zu bemerken, daß, da die Kraft H am Punkte k des in einen Balken verwandelten Trägers nach links wirkt, die zugehörigen Pfeilermomente, wie aus Fig. IV hervorgeht, positiv

sind.) Ist dies geschehen, so kann das Seileck der sämtlichen vertikalen Kräfte — also der Last G und der vertikalen Stützendrücke — ganz in derselben Weise gezeichnet werden, als wäre der Träger ein Balken. In den Seitenöffnungen wirken nur diese Kräfte. In der Mittelöffnung dagegen greifen an den beiden Auflagern i und k noch die unter sich im Gleichgewichte befindlichen wagerechten Stützendrücke $\pm H$ an.

Wir haben im vorstehenden Beispiele angenommen, daß sich die beiden unverschiebbaren Gelenklager auf benachbarten Pfeilern befinden, und daß sie auf derselben Wagerechten angeordnet sind. Es ist daher im Anschluß an dieses Beispiel zunächst zu bemerken, daß in dem Falle, wenn sich zwischen den beiden festen Gelenkauflagern i und k mehrere, eventuell alle Öffnungen des Trägers befinden (Fig. 6. II), sich in dem in diesem Beispiele erläuterten Verfahren bezüglich der ersten Gruppe der Kräfte überhaupt nichts, bezüglich der zweiten aber nur das ändert, daß dann der als Last betrachteten Kraft H in allen zwischen i und k befindlichen Trägeröffnungen Momentensegmente entsprechen, und daß die Festpunkte in den einzelnen Öffnungen demgemäß zu bestimmen und zu benützen sind.

Die zweite Bemerkung besteht darin, daß auch der Umstand keine wesentliche Änderung der oben besprochenen Lösung erfordert, wenn die beiden eben erwähnten unverschiebbaren Auflager i und k nicht auf derselben Wagerechten angeordnet sind. Man hat sich nämlich dann das Auflager k wieder derartig geändert zu denken, daß dadurch eine wagerechte Verschiebung des gestützten Trägerpunktes k ermöglicht werde. Die an diesem Punkte angreifende Kraft H hat man dagegen in der schiefen Verbindungslinie ik anzunehmen. Um dann das Gesetz der Gegenseitigkeit der Veschiebungen benutzen zu können, bestimmt man die eben erwähnte Kraft H derart, daß die Verschiebungskomponente des Trägerpunktes k in der Richtung ik Null sei. Denn ist die Verschiebung dieses Punktes sowohl in vertikaler Richtung, als auch in der Richtung ik Null, so bewegt er sich überhaupt nicht. Und das ist ja zu erreichen.

4. Der Bogen ist an den beiden unverschiebbaren Auflagern eingespannt. Hat der Träger wohl nur zwei unverschiebbare Auflager — wie bisher — ist er jedoch an diesen eingespannt (Fig. 6. I), so denken wir uns das eine dieser Auflager — es sei dies das mit k bezeichnete — in der Weise abgeändert, daß der Träger dadurch in einen fortlaufenden Balken mit zwei eingespannten Auflagern verwandelt werde, wie dies in den eben erwähnten Abbildungen neben dem bezüglichen Auflager angedeutet ist.

Im Anschluß hieran nehmen wir die am Punkte k angreifende Kraft H am einfachsten wohl in wagerechter Richtung, sonst aber in beliebiger Höhe an. Dann bestimmen wir diese Kraft — um das Gesetz der Gegenseitigkeit der Verschiebungen an-

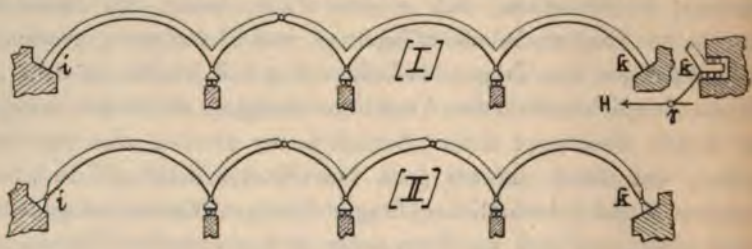
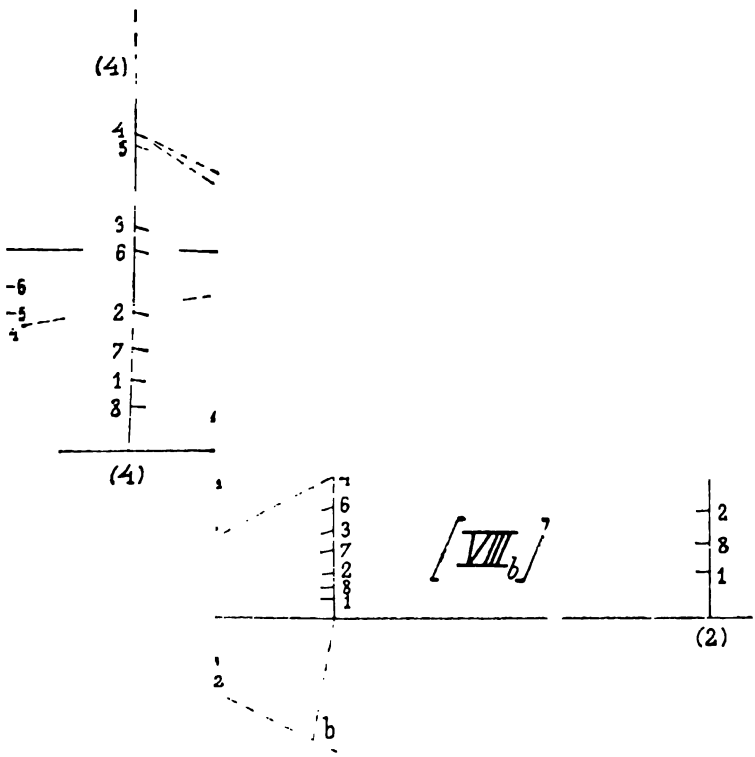
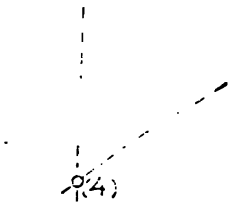


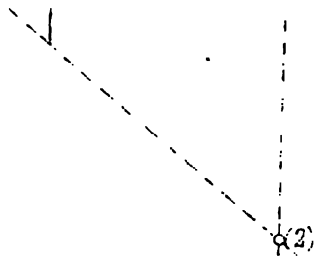
Fig. 6.

wenden zu können — in der Weise, daß diejenige wagerechte Verschiebung, welche die als Last anzusehende, eben erwähnte Kraft H an einem beliebigen, auf der Wagerechten H liegenden mit dem Ende k des Trägers geometrisch verbundenen Punkte erzeugt, gleich und entgegengesetzt derjenigen sei, welche die Kräfte der ersten Gruppe an diesem Punkte verursachen. Es ist nämlich klar, daß, da sich der Endquerschnitt k des in einen Balken verwandelten Trägers, ohne Eintritt einer Drehung, in wagerechter Richtung verschiebt, sich jeder beliebige, mit k geometrisch verbundene Punkt um ebensoviel bewegt, als der Punkt selbst. Ist daher die wagerechte Verschiebung des eben genannten Punktes γ Null, so ist das auch am Trägerpunkte der Fall.

Wie hieraus ersichtlich, gilt auch für den jetzt in Rede stehenden Fall die bisher erläuterte Lösung. Nur ist behufs Be-


(4)
4
5
3
6
-6
-5
2
7
1
8
(4)
1
6
3
7
2
8
1
VIII b
2
8
1
(2)
2
b





che und naturwissenschaftli

stimmung der Kräfte beider Gruppen die Theorie des (kontinuierlichen) Balkens mit zwei eingespannten Auflagern anzuwenden.

Die Höhenlage der End- und Mittelstücken ist bezüglich des einzuschlagenden Weges sowohl hier, als auch in Fig. 6. I, ganz belanglos.

5. **Anderweitige Anordnung der Gelenke.** Wir haben bisher vorausgesetzt, daß sich in je einer Trägeröffnung nur ein Gelenk befindet. Es ist jedoch leicht einzusehen, daß die Behandlung sonstiger Anordnungen — immer vorausgesetzt, daß die Stützung des Trägers nur auf zwei Auflagern keine wagerechte Verschiebung und eventuell auch keine Drehung zuläßt — sich auf die vorangehend beschriebene zurückführen läßt.

Wir erwähnen diesbezüglich nur noch den Fall, wenn in einer der Trägeröffnungen, die sich zwischen den beiden unverschieblichen Auflagern i und k befinden, zwei Gelenke γ_1 und γ_2 angeordnet sind. Es ist klar, daß dann, an dem in einen Balken verwandelten Träger, die Ordinaten des Momententrapezes der zweigelenkigen Trägeröffnung mn auf der Vertikalen der Gelenke γ_1 und γ_2 für beide Kräftegruppen bekannt sind. Man kennt daher auch die Momentenmaße an den Vertikalen der Pfeiler m und n, also auch die bisher mit z bezeichneten Abschnitte des Seilecks der ideellen Kräfte auf diesen Vertikalen, sowohl für die dem Pfeiler m vorangehende, als auch für die dem Pfeiler n nachfolgende Öffnung. Offenbar sind nun die Endpunkte der zuletzt erwähnten Abschnitte z Festpunkte des Seilecks der ideellen Kräfte. Man kann daher von diesen aus, von m nach links und von n nach rechts fortschreitend, die noch fehlenden Festvertikalen und Festpunkte der außerhalb mn befindlichen Trägeröffnungen für beide Gruppen der Kräfte leicht bestimmen.

Auf noch weitere Anordnungen der Gelenke (z. B. dreier Gelenke in einer der zwischen i und k befindlichen Trägeröffnung) glauben wir, da die Lösung nach dem oben Erwähnten als selbstverständlich vorausgesetzt werden kann, nicht eingehen zu müssen.

4.

ÜBER EINIGE PATAGONISCHE PROTOZOEN.

Von G. ENTZ senior.

Mit zwei Tafeln.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 15. Juni 1902.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesitö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie), Bd. XX pp. 442—469.

In den Jahren 1899—1900 wurde von Dr. FILIPPO SILVESTRI in Patagonien Süßwasserplankton gesammelt und die Aufarbeitung der darin befindlichen Crustaceen Dr. E. v. DADAY überlassen, der auch das Resultat seiner Untersuchungen vor kurzem publiziert hat (4). Dies Material enthielt, teils an Crustaceen, teils unter den verschiedenen Planktonorganismen, auch Protozoen, deren Untersuchung ich übernahm. Vorliegende Abhandlung faßt nun das Resultat meiner diesbezüglichen Studien zusammen.

SILVESTRI benützte zur Konservierung stark verdünntes Formol, in welchem die Protozoen sich bekanntlich ohne Deformierung sehr gut erhalten. Der überwiegende Teil der Protozoen besteht aus Commensalisten kleiner Entomostraken, von den frei lebenden fand ich mehrere zwischen den Entomostraken, die meisten aber in dem Planktonmaterial, welches SILVESTRI am 31. März 1899 im Lago di Villa Rica gesammelt hat.

Die kleine Protozoafauna von 23 Arten stimmt im ganzen mit den Protozoen europäischen Planktons sehr überein. Unter den bekannten Arten aber fand ich, und zwar in ungeheurer Menge noch eine neue Art (*Acineta tripharetrata*), welche nebst einigen Daten über *Tocophrya Cyclopum* unten eingehend besprochen werden soll.

Die vorgefundenen Protozoen sind folgende:

I. Mastigophora.

1. *Euglena lacustris* (CHANTR.). — Von mehreren Fundorten, frei zwischen Planktonorganismen. Diese Euglena-Art ist es, deren grüner Farbstoff sich zuweilen in Purpurrot verwandelt (= *E. sanguinea* EHRBG.) Die patagonischen Exemplare enthielten reines Chlorophyll.

2. *Colacium vesiculosum* EHRBG.

3. *Colacium Arbuscula* STEIN. — Mit der vorigen Art sehr häufig an den Körperanhängen der Daphniden und Copepoden.

4. *Dinobryon cylindricum* var. *divergens* Lemm. (= *D. divergens* IMH., Conf. *14.* 517.) — In ungeheurer Menge im Plankton des Lago di Villa Rica. (Fig. 1.)

5. *Volvox aureus* EHRBG. (= *V. minor*, STEIN.) — An mehreren Fundorten.

6. *Eudorina elegans* EHRBG. — In sehr großer Anzahl im Lago di Villa Rica.

7. *Ceratium macroceras* SCHRANK (= *C. Hirundinella* AUTOR. — An mehreren Fundorten.

8. *Cephalothamnium caespitosum* (S. KENT) — An Daphnia Pulex.

9. *Codonosiga Botrytis* (EHRBG). — Einige Exemplare gleichfalls an Daphnien.

II. Sarcodina.

10. *Difflugia globulosa* DUJ.

11. *Arcella discoides* EHRBG.

12. *Centropyxis aculeata* (EHRBG.). — Alle drei Arten an mehreren Fundorten.

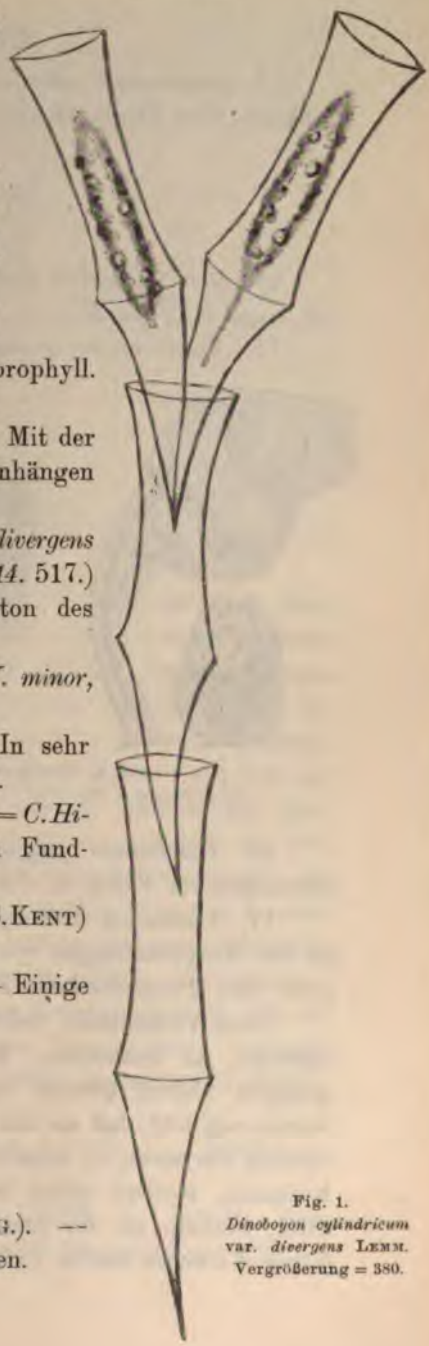


Fig. 1.
Dinobryon cylindricum var. *divergens* LEMM.
Vergrößerung = 380.

III. Sporozoa.

13. *Amoebidium parasiticum* CIENK. — Häufig an den Körperanhängen von Daphnien und Copepoden.

IV. Infusoria.

A) Ciliata.

14. *Stentor coeruleus* EHRBG. — In großer Menge im Plankton des Lago di Villa Rica.

15. *Zoothamnium parasita* STEIN. — Häufig an Daphniden.

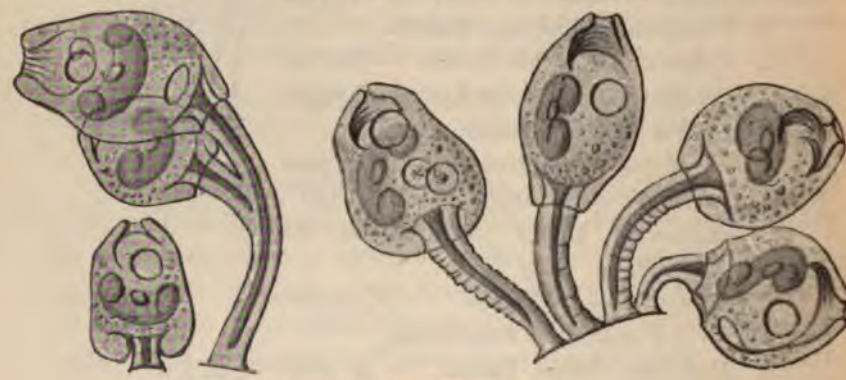


Fig. 2. *Carchesium brevistylum* (D'UDEK.).
Vergrößerung = 200. (Auf 1/4 der Original-Aufnahme reduziert.)

16. *Carchesium polypinum* (L.) — Einige Fragmente von Bäumchen im Plankton des Lago di Villa Rica.

17. *Cachesium brevistylum* (D'UDEK.). — In großer Anzahl an den Körperanhängen von *Daphnia Sarsii* DAD., *Cyclops spinifer* DAD. und *Pseudoboeckella Bergi* (RICH.) (Fig. 2).

Diese Vorticellide, welche an Crustaceen, Larven von Wasserinsekten, an Schnecken, Muscheln, kleinen Fischen und Kaulquappen überall gemein ist und gewöhnlich in solcher Menge beisammen lebt, daß sie den Körper des Wirtes dichtem Schimmel ähnlich überzieht, — entwickelt sich zumeist nicht in verzweigten Kolonien, sondern jedes Individuum sitzt vereinzelt auf seinem Stiel, weshalb sie ihr erster Beschreiber D'UDEKEM (*24*) in das Genus *Vorticella* stellte (*Vorticella brevistyla* D'UDEK.). Ich habe

unter der großen Menge sowohl patagonischer, als auch ungarischer Exemplare nebst den vereinzelt sitzenden Formen stets auch solche gefunden, deren Teilungsknospen in aus 2—4, selten mehr Individuen bestehenden verzweigten Kolonien vereint bleiben und diese gehören ihrem Stielmuskel nach in das Genus *Carchesium*. Von solitär (*Vorticella*-) und in kleinen Kolonien lebenden (*Carchesium*-) Formen ist die solitäre die häufigere, um nicht zu sagen die herrschende Form. Diese, täuschend eine Vorticella nachahmende und mit dieser leicht zu verwechselnde Carchesiumart ist an dem relativ dicken Stiel, welcher die Körperlänge selten um mehr als das 2—4-fache übertrifft, in den meisten Fällen, besonders an kleinen Entomoskraken, sogar noch kürzer ist, sowie zufolge ihrer eigentümlichen nickenden Bewegungen auch ohne eingehende Untersuchung, ich möchte sagen auf den ersten Blick, leicht zu erkennen.

18. *Epistylis articulata*, FROM. — Häufig, lebt massenhaft an Daphniden und Copepoden. (Fig. 3.)

Seitdem FROMENTEL, bezw. Mme JOBARD-MUTEAU diese Epistylis beschrieben (*9.* 242), befaßte sich meines Wissens niemand mit ihr, obgleich sie laut meinen Untersuchungen überall sehr gemein ist (ich kenne sie von Kolozsvár, aus der Umgebung von Budapest, aus dem Tataer See und dem Balaton), allein sie wurde sowohl von anderen Forschern, als auch von mir mit *Epistylis anastatica*, EHRBG. verwechselt, welche eine ganz übereinstimmende Lebensweise führt und von welcher sie sich fast nur dadurch unterscheidet, daß ihr Stiel nahezu ebenso gegliedert ist, wie der von *Carchesium Epistylis* CLAP. et LACHM. Unter den patagonischen Exemplaren fanden sich auch zahlreiche encystierte vor. Die Cysten sind gestreckt, tonnen- oder zitronenförmig; an ihrer derben, gelblichbraunen Schale ziehen ca. 16—20 kammartig vorspringende, meridionale Rippen hin, wodurch sie einigermaßen an Cysten von *Epistylis branchiophila* PERTY erinnern.

19. *Epistylis invaginata* CLAP. et LACHM. — Häufig an Daphniden.

20. *Epistylis brevipes*, CLAP. et LACHM. — Häufig, lebt massenhaft an der Schale von *Potamocypris Silvestrii* DAD. (Fig. 4.)

Diese überall gemeine, kleine Epistylis variiert ganz ebenso, wie *Carchesium brevistylum* (D'UDEK.), indem sie in der Regel gleichfalls keine Kolonien entwickelt, sondern solitär lebt; aus

Fig. 3. *Epistylis articulata* FROM. Vergrößerung der Kolonie = 200, die der Cyste = 350 (½).

diesem Grunde wurde sie auch von S. KENT in das Genus *Rhabdostyla* gestellt (*12.* 665)*; allein unter den Hunderten von

* Ebenfalls als *Rhabdostyla* wurde sie von DADAY von Nagyvárad erwähnt (DADAY J. és KERTÉSZ M., A. nagyváradi közönséges és meleg állóvizek górcsövi állatvilága. [Die mikroskopische Tierwelt der gewönlichen und warmen Wässer von Nagyvárad]: A magyar orv. és term. vizsg. XXV.

Exemplaren am Körper desselben Wirtes finden sich stets einzelne, die in niedrigen Kolonien von 2—7 Individuen vereint bleiben. Der Stiel des Tierchens ist gewöhnlich weit kürzer, als der Körper,

Fig. 4. *Epistylis brevipes* Clap. et Lachm. Vergrößerung = 200.

es kommen indessen auch Exemplare vor, deren Stiel die Länge des Körpers erreicht, zuweilen sogar übertrifft. Die patagonischen

vándorgyülésének munkálatai [Arbeiten der XXV. Wanderversammlung ungarischer Ärzte und Naturforscher], 1890, ferner von R. Francé aus den Röhrichten des Sióflusses (A Balaton tudom. tanulmányozásának eredményei. I. rész. A Balaton faunája. [Resultate der wissenschaftlichen Durchforschung des Balaton. I. Teil. Die Fauna des Balaton.] Budapest, 1897. 53. In dem Faunaverzeichnis von Ungarn (7. 8) habe auch ich die Angabe von Daday mit der Bemerkung „Genus et species dubia" angeführt.

Exemplare sind von den durch CLAPARÈDE und LACHMANN bei Berlin an Larven von Wasserinsekten beobachteten (*3.* I. 114.) einigermaßen verschieden, da ihre Form etwas gedrungener, ihr macronucleus aber nicht eiförmig, sondern hufeisen- oder gestreckt bandförmig ist. Es ist nicht ausgeschlossen, daß fernere Untersuchungen zu dem Resultat führen werden, daß diese kleine *Epistylis* eigentlich nichts anderes ist, als eine meist solitär bleibende Zwergform irgend einer andern *Epistylis*-Art, ja, wie ich es bereits an anderer Stelle (*8.* 248.) hervorgehoben habe, scheint es mir sehr möglich zu sein, daß auch anderen *Epistylis*-Arten derlei Zwergformen zukommen.

Fig. 5. *Cothurnia crystallina* (EHRB.). Vergrößerung = 380 (½).

21. *Cothurnia crystallina*, (EHRBG.). — Zahlreich im Plankton des Lago di Villa Rica.

Die patagonischen Exemplare weichen von der Zoochlorellen enthaltenden großen Form (= *C. grandis* PERTY) der zur Variation so überaus geneigten *C. crystallina* dadurch ab, daß der Halsteil ihrer Hülse schwach gebogen ist. Es ist eigentümlich, daß ich von zahlreichen Exemplaren nicht ein einziges an Algenfäden fand; sämtliche schwebten frei unter den übrigen Planktonorganismen, und die kleine, gedrungene Fußscheibe hing mit einer granulierten Gallertmasse zusammen, was auf mich den Eindruck machte, als ob diese Cothurnien auf irgend einer schleimig-gallertartigen Masse (z. B. Schneckenlaich) fixiert gewesen und nach deren Zerfließen frei in das Plankton geraten wären.

B) Suctoria.

22. *Acineta tripharetrata* n. sp.
23. *Tocophora Cyclopum* CLAP. et LACHM.

Die Beschreibung beider folgt nachstehend.

*Acineta tripharetrata** n. sp. Taf. I. und Taf. II. Fig. 1—4.

Bekanntlich siedelt sich ein großer Teil der Suctorien, als Commensalen oder Raumparasiten, auf der Oberfläche anderer Wassertiere an. Daß es für ein fixiertes Tier von größtem Vorteil ist, sich auf einem frei umherstreichenden Wirte anzusiedeln, ist leicht begreiflich; dagegen ist es weniger einleuchtend, weshalb die Suctorien ihren Wirt je nach der Gattung, oft sogar nach den Arten auswählen; wenn man aber auch die unmittelbar wirkende Ursache nicht kennt, so läßt sich doch mit Recht voraussetzen, daß sie von seiten ihres Wirtes solche spezielle Vorteile genießen, welche ihre Existenz garantieren und welche ein anderes Wirttier nicht zu bieten vermag. Die Wirte gehören von den Fischen bis zu den Ciliaten (*Epistylis*, *Carchesium*, *Ophrydium*) in die verschiedensten Gruppen der Wassertiere (cfr. R. SAND, *19*. 180). Von den Süßwasser-Crustaceen sind es vorzüglich die Decapoden, Isopoden, Amphipoden und Copepoden, an welchen verschiedene Suctorien leben. An den Cladoceren dagegen, auf welchen sich andere commensalistische Protozoen mit Vorliebe ansiedeln, leben nach den bisherigen Untersuchungen im allgemeinen keine Suctorien. Bloß im Züricher See fand IMHOF an einem *Bythotrephes longimanus* eine Suctorie, *Acineta elegans* IMH. (*11*. 168). Nach den Daten der einschlägigen Literatur, sowie nach meinen eigenen Erfahrungen, hat es mich einigermaßen überrascht, daß die Schale zahlreicher Exemplare der patagonischen *Daphnia Pulex* ganz besetzt war mit einer kleinen Suctorie, welche nach dem System von BÜTSCHLI (*2*. 1928) in das Genus *Acineta* gehört, aber mit keiner bisher bekannten Art identisch ist.

Die patagonische *Acineta*, welche ich mit dem Artnamen *tripharetrata* bezeichne, ist vermöge ihres dreieckigen Körpers und ihrer in drei Bündeln stehenden Saugfäden unter den bisher bekannten Suctorien der im Furkalwinkel von *Cyclops phaleratus* lebenden *Trichophrya cordiformis* SEBEW. (*20*) auffallend ähnlich, doch besitzt diese, gleich den übrigen *Trichophrya*-Arten, weder

* Pharetra (φαρέτρα) = Köcher; mithin tripharetrata dreiköcherig, was sich auf die drei Bündel der Saugfäden bezieht.

ein Gehäuse noch einen Stiel, ferner ist diese mit der ganzen abgeflachten Unterseite ihres Körpers an die Unterlage befestigt. Bei genauer Vergleichung beider Suctorien ergibt es sich, daß ihre Ähnlichkeit ganz äußerlich ist und daß zwischen ihnen keinerlei verwandtschaftlichen Beziehungen bestehen. Dagegen steht *A. tripharetrata* unstreitig nahe zu *A. Jolyi* MAUP., welche von MAUPAS an See-Hydroiden, Bryozoen und Algen entdeckt wurde. (*15*, S. KENT; *12*. II. 835). *A. Jolyi* unterscheidet sich von *A. tripharetrata* fast nur durch Größenverhältnisse, welche sich auf verschiedene Richtung des Wachstums zurückführen lassen, insbesondere aber dadurch, daß die basale Hälfte ihres Gehäuses in einen langen Kegel ausgezogen ist, sowie, daß ihr gerader Stiel die Körperlänge weit übertrifft und schließlich dadurch, daß der Körper an beiden Seiten ungewöhnlich stark abgeflacht ist: „Loge extrémement comprimée" (SAND, *19*. 291). Im System sind die beiden Acineten, als nahe Verwandte, jedenfalls unmittelbar nebeneinander zu stellen.

Der Umriß des Körpers von *A. tripharetrata* hat im ganzen die Form eines Kartenherzes, oder eines Dreiecks mit abgestumpften Ecken. Behufs präziser Orientierung unterscheide ich drei Achsen, und zwar: a) die *Hauptachse*, welche den apikalen und basalen Pol verbindet und in deren Richtung der Körper sich in zwei gleiche Hälften teilt; b) die *Querachse*, welche die beiden Seitenbündel der Saugfäden miteinander verbindet; c) die *Seitenachse*, welche die beiden vorigen Achsen im rechten Winkel schneidet. Die längste der drei Achsen ist die Querachse, welche zuweilen so übermäßig verlängert ist, daß die ursprüngliche Herzform ganz entstellt wird; am kürzesten ist die Seitenachse, in deren Richtung der Körper mehr oder weniger flach gedrückt ist, die Kerngegend ist indessen stets etwas aufgedunsen. Der Apikalpol der Körpers ist mehr oder minder kegelförmig zugespitzt, der Basalpol hingegen eingebuchtet. und aus dieser Einbuchtung entspringt der Stiel; zuweilen aber, besonders an jungen Individuen, ist auch dieser Pol zugespitzt. Die Ecken der Querachse sind bald aufgedunsen (Taf. I. Fig. 2. 5), bald gerade, oder schief abgeschnitten (Taf. I. Fig. 1). All diese Formverschiedenheiten stehen in erster Reihe sicherlich mit den Ernährungsverhältnissen in Zusammenhang,

in geringerem Maße aber mit der aktiven Zusammenziehung des Protoplasmakörpers.

Die Querachse von sieben Exemplaren ergab folgende Maßverhältnisse: 72, 60, 56, 52, 52, 48, 40 μ; die Haupt- und Querachse eines kleinen und eines außerordentlich großen Exemplares aber folgende: 36—48 μ und 48—72 μ.

Laut BÜTSCHLI (2. 1928) beruht der Unterschied zwischen den sehr nahe stehenden Gattungen *Tocophrya* und *Acineta* darin, daß die Acineten ein Gehäuse besitzen, die Tocophryen dagegen nicht. Dieser Unterschied läßt sich an einem großen Teil der Acinetinen tatsächlich konstatieren; allein die dem Protoplasmakörper unmittelbar aufliegende *Schalenhülle* und das vom Protoplasmakörper abstehende *Gehäuse* sind sicherlich homologe Gebilde, beide nichts anderes, als die zu einer chitinartigen Membran erhärtete Pellicula, welche der Körperoberfläche bald innig aufliegt, bald von derselben sich zum Teil oder gänzlich abhebt und so eine partielle oder ganze Hülle bildet; demzufolge kann der Übergang zwischen der Schalenhülle und dem Gehäuse selbst bei verschiedenen Individuen ein und derselben Art ein so allmählicher sein, daß es von einzelnen Acinetinen (z. B. *Acineta linguifera* CHAP. et LACHM.) kaum zu entscheiden ist, welchem der Genera sie angehöre. Zu letzteren gehört auch *A. triparetrata*, deren manche Exemplare den Charakter des Genus *Tocophrya* an sich tragen (Taf. I. Fig. 3. 5), die meisten aber den von *Acineta*. Am häufigsten sind diejenigen Exemplare, deren Schalenhülle sich an einer kleineren oder größeren Fläche vom Protoplasmakörper loslöste (Taf. I. Fig. 1. Taf. II. Fig. 1), demzufolge die Schalenhülle nur ein partielles Gehäuse bildet; seltener sind Exemplare, deren Schalenhülle auch von einem Teil des apikalen Endes, oder geradezu vom ganzen Protoplasmakörper losgelöst ist (Taf. I. Fig. 2. 6); von letzteren vermute ich, daß diese vollständige Loslösung der Hülle nicht dem natürlichen Zustande entspricht, sondern der Konservierung zuzuschreiben ist.

Am Apikalpol des Gehäuses, respektive der Panzerhülle ist eine runde Öffnung, die *Gebäröffnung* wahrzunehmen, die bald fast ganz verschlossen und dann nur schwer zu bemerken ist, bald stark erweitert ist; letzteres gilt insbesondere von Indi-

viduen, welche Embryonen einschließen (Taf. I. Fig. 3), an welchen es auch auszunehmen ist, daß sich die Schale, zu einer feinen Membran verdünnt, in die Gebärhöhle fortsetzt. Die Schalenhülle erscheint dort, wo die Saugfäden ausstrahlen, wie durchlöchert, bei scharfer Einstellung überzeugte ich mich jedoch, daß zum Austritt der Saugfäden keine präformierten Öffnungen vorhanden sind, sondern daß die Hülle, außerordentlich verdünnt, sich auch auf die Saugfäden fortsetzt.

Aus dem basalen Pol des Gehäuses entspringt mit etwas verdicktem Anfangsteil der kurze, zylindrische Stiel, welcher mit keiner Fußscheibe, sondern einfach abgestutzt endet. Der Stiel ist in der Regel bräunlich oder gelblich, der Länge nach fein, oft kaum bemerkbar gestreift, niemals gerade, sondern *S*-, oder noch häufiger bogenförmig gekrümmt.

Der Protoplasmakörper hat im ganzen dieselbe Form, wie das Gehäuse, welches — wie bereits erwähnt — dem größten Teile des Körpers eng aufliegt; die scharf konturierte Grenzlinie jener Teile, von welchen das Gehäuse absteht, läßt darauf schließen, daß die Körperfläche unter dem Gehäuse noch mit einer feinen Pellicula bedeckt ist. Auch an der apikalen Spitze des Protoplasmakörpers ist die bei Beschreibung des Gehäuses erwähnte Öffnung bemerkbar, durch welche die Panzerhülle zu einer feinen Membran verdünnt, sich in das Innere des Körpers fortsetzt. Dieser eingestülpte Teil der Hülle erscheint bei Individuen, die keinen Embryo enthalten, als ein, an die Schlundröhre der *Enchelyiden* erinnernder, bald glatter, bald längsgestreifter Strang (Taf. I. Fig. 1. 2. 6), welcher sich in der Richtung der Hauptachse zuweilen fast bis zum basalen Pol verfolgen läßt. Offenbar ist dies schlundähnliche Gebilde dasjenige, welches sich bei der Fortpflanzung zu einem geräumigen, den Embryo aufnehmenden Schlauch erweitert (Taf I. Fig. 3).

Die Saugfäden, welche ich mit HÄCKEL (*10.* 246) als *Suctellen* bezeichne, sind ebenso, wie die Suctellen von *A. Jolyi* in drei Bündel angeordnet, deren eines an der apikalen Spitze des Körpers, die beiden anderen aber an den Seitenlappen einen größern oder kleinern Raum einnehmen. An einzelnen Exemplaren ließ sich deutlich wahrnehmen, daß die Suctellen nicht regellos zerstreut,

sondern spiralig angeordnet sind (Taf. I. Fig. 6). Die einzelnen Suctellen sind nicht gerade gestreckt, sondern gewöhnlich schwach *S*-förmig oder bogig, oder aber — besonders an den Seitenbündeln — angelartig gekrümmt (Taf. I. Fig. 1). Am mittleren Bündel sind die innersten Suctellen häufig zu einem quastenartigen Busch vereinigt (Taf. I. Fig. 6). Außer den in Bündel angeordneten Suctellen konnte ich an einigen Exemplaren, noch ganz kurze in vier querlaufenden Ringlinien stehende, borstenartige verdünnte Suctellen wahrnehmen (Taf. I. Fig. 6), welche ohne Zweifel an jenen Ringstreifen stehen, welche die Wimpern des ausschwärmenden Embryos trugen. Die Suctellen sind am proximalen Ende dünn, werden allmählig dicker, um sich gegen das distale Ende wieder zu verjüngen (Taf. I. Fig. 8, d); die verschiedenen Phasen der Verkürzung der Strecken zeigen die beigefügten Abbildungen (Taf. I. Fig. 8, a, b, c). Das distale Ende der Suctellen ist bald einfach abgestutzt oder scheibenartig erweitert, bald keulen- oder knopfartig gedunsen (Taf. I. Fig. 7, a, b, c. d; Fig. 8, a, b, c, d); diese Formverschiedenheiten sind natürlich nicht beständig, sondern hängen ab von dem verschiedenen Grade der Kontraktion und Ausdehnung des nach Art einer Saugscheibe tätigen freien Endes der Suctellen und entsprechen somit bloß zeitweiligen Zuständen. Bei starker Vergrößerung ist der Achsenkanal der Suctellen, sowie die in zwei entgegengesetzten Richtungen gewundenen Fibrillen in der Rindenschicht derselben gut wahrzunehmen (Taf. I. Fig. 8, a, b, d, — beide Fibrillen sind nur in der mit *a* bezeichneten Suctelle angedeutet). Von einer Fortsetzung der Suctellen innerhalb des Körperplasmas ließ sich keine Spur wahrnehmen. Am Körperplasma läßt sich das Ecto- und Endoplasma nicht deutlich unterscheiden. Das Plasma ist bald gänzlich farblos, bald zufolge der sogleich zu schildernden Einschlüsse graulich oder grünlich. Das Plasma von *A. triharetrata* kann nämlich zweierlei Einschlüsse, d. i. farblose und grüne Körperchen enthalten.

Die farblosen Körperchen sind größere oder kleinere rundliche, schwach fettglänzende Schollen; sie fehlen selten, meist ist das Plasma mit ihnen vollgepfropft (Taf. I, Fig. 1, 3, 5); diese Schollen, welche, wie dies von PLATE an *Dentrocometes* und *Stylo-*

cometes nachgewiesen wurde, in der Tat Fett enthalten, sind, was übrigens schon ältere Forscher (STEIN, CLAPARÈDE und LACHMANN) vermutet hatten, die gewöhnlichen Assimilationsprodukte der Suctorien.

Die grünen Körperchen habe ich nur in einem kleinen Teile der nach Hunderten untersuchten Exemplare gefunden, und zwar entweder bloß einige in einer *Acineta* (Taf. I, Fig. 2) oder ziemlich viele, so daß sie die *Acineta* entschieden grün färbten. Die grünen Körperchen haben einen Durchmesser von ca. 5—10 μ, sind bald rundlich, bald ei- oder zitronenförmig (Taf. I, Fig. 9). Ihre Grundsubstanz ist farblos mit einer dünneren oder dickeren, etwas mattgrünen Rindenschicht; sie enthalten einen bläschenförmigen Kern, einige kleine Safträume und mehrere kompakte glänzende Körperchen (Amylum oder Paramylum?). Ab und zu hatte ich Gelegenheit paarweise zusammenhängende, wahrscheinlich in der Teilung begriffene grüne Körperchen zu beobachten (Taf. I, Fig. 9). Auf grund all dessen unterliegt es wohl kaum einem Zweifel, daß die grünen Körperchen nicht Produkte des Acinetenkörpers, sondern symbiotische *Zoochlorellen* sind. Daß eine Acineta Zoochlorellen enthält, kann nicht überraschen, denn auch in einer andern Suctorie hat man bereits Zoochlorellen beobachtet. STEIN berichtete bereits vor einem halben Jahrhundert (22, 248), daß der an den Kolonien von *Ophrydium versatile* schmarotzende *Stylocometes digitatus* CLAP. und LACHM. (nach der früheren Auffassung STEINS die „*Acinetenform*" von *Ophrydium*) ebenso „*Chlorophyllkörperchen*" enthalte, wie *Ophrydium*; nachdem aber die grünen Körperchen von Ophrydium unstreitig Zoochlorellen sind, so ist kaum anzunehmen, daß die Körperchen des Stylocometes andersartige Gebilde seien; denn die auf Ophrydiumkolonien schmarotzenden Stylocometes nähren sich aller Wahrscheinlichkeit nach mit Ophrydien und nehmen die Zoochlorellen mit der Nahrung in sich auf.

Auf die Frage, wie die Zoochlorellen in das Plasma von *A. tripharetrata* gelangen, kann ich keine bestimmte Antwort erteilen, allein auf Analogien gestützt halte ich es für wahrscheinlich, fast für bestimmt, daß sie dieselben mit ihren sehr ausdehnbaren Suctellen in derselben Weise verschlingen wie andere

Suctorien ihre präformierte Nahrung. Es ist bekannt, daß die Suctorien ihre Nahrung in der Regel mit den Suctellen aussaugen, doch erscheint es mir bereits für erwiesen, daß dieses Aussaugen nicht die ausschließliche Art ihrer Nahrungsaufnahme ist. CLAPARÈDE und LACHMANN waren die ersten, die bei *Tocophrya (Podophrya) Trold* CLAP. und LACHM. die Beobachtung machten, daß dieselbe einen *Tintinnus denticulatus* mit ihren Suctellen erfaßte, das Infusorium aus seinem Gehäuse zog und dann vermittels einer sich außerordentlich ausdehnenden Suctelle in buchstäblichem Sinne verschlang (*3*, II, 128). Ebenso habe ich das Verschlingen mit einer Suctelle bei *A. foetida* (= *A. tuberosa* STEIN non EHRBG.) bereits vor vielen Jahren beschrieben (*5*, 32). WRIGHT hat bei *A. apiculosa* WRIGHT, KEPPEN bei *A. pallifera* KEPP. und bei *A. tuberosa* EHRBG. dieselbe Nahrungsaufnahme beobachtet (vgl. BÜTSCHLI *2*, 1868). In meinem Falle waren die verschlungenen Körper *Chlorophyllkörperchen* aus zerweichten Algen, in den Fällen von WRIGHT und KEPPEN aber Algensporen. Dem zufolge spricht meines Erachtens alle Wahrscheinlichkeit dafür, daß auch *A. tripharetrata* mit der Nahrung zu den Zoochlorellen gelangt, die vermutlich von jenen *Colacium*-Arten herstammen, welche mit *A. tripharetrata* in großer Menge an Daphnienschalen leben und den Acineten offenbar zur Nahrung dienen.

Bei *A. tripharetrata* ist die Anzahl der kontraktilen Vakuolen, die ich der Kürze halber als *Pulsellen* bezeichne, nicht beständig, sondern schwankt zwischen 1—6. Bei zehn nacheinander ohne jede Auswahl untersuchten Exemplaren war die Anzahl der Pulsellen folgende: eine einzige Pulselle hatten 2, zwei 1, drei 6, vier 1 Exemplar. Ich halte es für wahrscheinlich, daß die Zahl der Pulsellen zumindest zwei beträgt und daß bei der stets exzentrisch gelegenen einzigen Pulselle (Taf. I, Fig. 3, 4, 6) die entgegengesetzte Pulselle in dem Momente, als die Acinete in die Konservierungsflüssigkeit gelangte, sich in gänzlicher Systole befand. Die Pulsellen sind in der Diastole rundlich und ihr ziemlich langer Ausführungsgang ist bei scharfer Einstellung oft ganz deutlich (Taf. I, Fig. 4).

Der in der Richtung der Querachse gelegene ansehnliche *Makronucleus* hat eine ziemlich mannigfache Form: bald ist er

gedrungen, kugelig, ei- oder nierenförmig, bald gestreckt wurstförmig, mit gegeneinander oder in entgegengesetzter Richtung gebogenen Enden. Innerhalb seiner Hülle sind in der homogenen Grundsubstanz bald schärfer, bald weniger scharf umschriebene kleinere oder größere rundliche Körperchen (die ALTMANNschen *Granula*) wahrnehmbar, von welchen die in einem Niveau liegenden gleich großen reihenweise abwechselnd auf ganz regelmäßige Zwischenräume entfallen (Taf. I, Fig. 1, 2, 5), und zwar so, daß von drei Nachbarkörperchen zweier Reihen je eines an die Ecke eines gleichschenkeligen Dreiecks zu liegen kommt. Bei entsprechender Beleuchtung und scharfer Einstellung abwechselnd auf verschiedene Niveaus, läßt sich feststellen, daß diese Körperchen nach ihrer Größe in Schichten angeordnet sind und daß unmittelbar unter der Kernmembran die kleinsten Körperchen liegen, tiefer aber Schichten immer größerer Körperchen folgen.

Bei scharfer Einstellung läßt es sich ferner feststellen, daß diese kreisförmig konturierten Körperchen eigentlich keine Kügelchen sind, wofür sie auf den ersten Blick erscheinen, sondern zylindrische oder keulenförmige Zäpfchen, welche ganz kurzen Suctellen auffallend ähnlich sehen. Diese Zäpfchen stehen senkrecht gegen die Oberfläche und verbinden zwei parallel laufende feine Plasmamembranen miteinander: sie entspringen aus der nach innen gelegenen Plasmamembran und legen sich mit dem zu einer Scheibe verbreiterten Ende an die äußere Membran an. In den äußern Plasmamembran ziehen in Zwischenräumen, welche mit den Zäpfchenreihen zusammenfallen, feinste Streifen, Fäden, die sich in drei Richtungen unter einem Winkel von 60° schneiden und ein regelmäßiges Netzwerk mit dreieckigen Maschen bilden. Die Netzfäden der unmittelbar aneinander grenzenden Schichten laufen nicht parallel, da die Netzfäden jeder Schicht gegen die Richtung der Fäden der darunter und darüber liegenden Schicht unter einem Winkel von 30° verschoben sind, demzufolge nur die Fäden jeder zweiten Schicht (1—3, 2—4, 3—5 usw.) parallel verlaufen. Diese feine Struktur gibt bei einer Einstellung auf das Netz und das distale Ende der Zäpfchen das Trugbild, als ob die Zäpfchen mit Speichenfäden miteinander verbunden wären (HEITZMANNS *netzartige* Plasmastruktur); das aus dem Netzwerk

und dem optischen Querschnitt der Schichten kombinierte Bild aber hat den Anschein als ob die einzelnen Schichten, gleich den Bienenwaben, aus winzigen Fächern zusammen gesetzt wären (BÜTSCHLIS *wabige* Plasmastruktur, Fig. 6).

Die Kernmembran wiederholt die Struktur des Kernplasmas. Bei starker Vergrößerung, scharfer Einstellung und entsprechender Beleuchtung lassen sich auch an ihr die charakteristisch verlaufenden Netzfäden, sowie auch die Zäpfchen wahrnehmen; die letzteren sind bald zu außerordentlich dünnen Scheiben verflacht, bald etwas gestreckt, und entsprechen in diesem Falle jenen feinen *„Porenkanälen"*, welche von verschiedenen Kernmembranen bekannt sind. Diese Struktur der Kernmembrans läßt sich meiner Auffassung nach so erklären, daß die Membran aus eben solchen Schichten zusammengesetzt ist wie das Kernplasma, nur daß die Schichten, welche sie bilden, fest aneinander gepreßt sind.

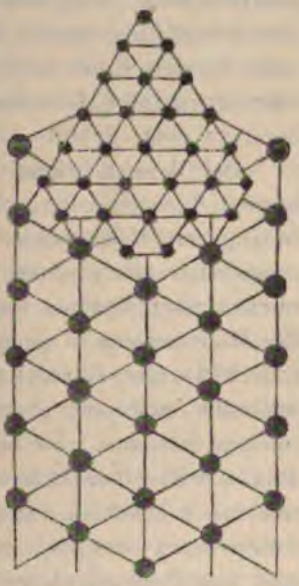


Fig. 6. Schema der Struktur von zwei Protoplasmaschichten.

Eine mit der Kernmembran übereinstimmende Struktur hat auch die Pellicula des Körpers, sowie die Panzerhülle, nur daß letztere aus so fest zusammengepreßten Schichten besteht, daß seine Struktur nur sehr schwer wahrzunehmen ist, oder gerade nur blasse Spuren der Struktur hier und da bemerkbar sind.

Der in Felderchen geteilten Struktur habe ich bereits in einer früheren Arbeit Erwähnung getan (*6*, 8); ich muß jedoch bemerken, daß ich vor 10 Jahren das die Pellicula in Felderchen teilende Liniensystem nur teilweise gekannt und von den sich in drei Richtungen regelmäßig durchschneidenden Linien nur jene wahrnahm, welche sich in schräger Richtung durchschneiden und rhombische Felderchen umfassen.

Die eben beschriebene Struktur des Kerns ist nicht an jedem

369314

Exemplare von *A. tripharetrata* vorhanden; die Struktur des Kerns vieler Exemplare erleidet eine Veränderung dadurch, daß sich in der Substanz des Kernes kleinere oder größere, scharf umgrenzte rundliche Körperchen differenzieren, welche bald das ganze Kernplasma vollpfropfen, bald aber in kleineren oder größeren Zwischenräumen regellos zerstreut sind. In ersterem Falle stimmt das Kernplasma mit dem grob granulierten Körperplasma überein. Ich irre wohl nicht, wenn ich annehme, daß die in Rede stehenden scharf umgrenzten Körperchen sich aus den Zäpfchen und zwar in der Weise bilden, daß das distale Ende der Zäpfchen, offenbar zufolge lebhafter Ernährung sich vergrößert und sich dann zu einer Scholle verdichtet.*

Bei dem heutigen Stande unserer Kenntnisse ist es noch immer unentschieden, ob die Suctorien einen dem der Ciliaten homogenen *Mikronucleus* besitzen. MAUPAS war der erste, der an mehreren Suctorien einen oder mehrere (*Ephelota gemmipara*) Mikronucleus nachgewiesen hat. Auch von MÖBIUS und KEPPEN wurde der Mikronucleus in einigen Suctorien nachgewiesen und BÜTSCHLI (*2*, 1873) und BLOCHMANN (*1*, 125) sind geneigt anzunehmen, daß alle Suctorien, ebenso wie sämtliche Ciliaten, einen Mikronucleus besitzen. Im Gegensatze zu diesen Angaben wurde von PLATE weder bei *Dentrocometes* noch bei *Stylocometes* ein Mikronucleus beobachtet. Hingegen fand R. SAND in mehreren Suctorien einen oder zwei (nie mehr als zwei) *„Pseudomikronucleen"*, hält dieselben jedoch nicht für homologe Gebilde mit dem Mikronucleus der Ciliaten, sondern für *Centrosomen*, die bei der Teilung des Makronucleus ganz dieselbe Rolle spielen wie die echten Centrosomen bei der Teilung des Zellkerns (*19*, 85).

* Es ist wohl selbstverständlich, daß die eben geschilderte feinere Struktur des Kerns, der Kernmembran, der Pellicula und des Gehäuses durchaus keine charakteristische Spezialität der patagonischen Acinete bildet. Das Wesentliche dieser Struktur läßt sich an allen andern Protozoen beobachten. An jeder *ohne Entstellung* konservierten Protozoe ist diese Struktur deutlich sichtbar, das *geübte Auge* aber vermag dieselbe auch an lebenden Exemplaren bestimmt wahrzunehmen. Ferner will ich bemerken, daß diese Struktur sich durchaus nicht auf das Plasma, die Membran usw. des Kerns beschränkt und daß zwischen der Struktur des Kern- und Körperplasmas kein wesentlicher Unterschied besteht.

Nachdem so widersprechende Angaben vorlagen, interessierte mich der Mikronucleus ganz besonders und meine diesbezüglichen Untersuchungen führten zu folgendem Resultat. An der Oberfläche eines jeden Makronucleus sind 1—4 kleine Körperchen (Taf. I, Fig. 1—6) wahrnehmbar, die bald frei, bald in einer kleinen oberflächlichen Vertiefung des Makronucleus liegen. Ihre Form ist meist rundlich, seltener etwas gestreckt, ei- oder spindelförmig; ihre Substanz dicht, anscheinend homogen; in ungefärbtem Zustande sind sie dunkler grau als die Schollen des Protoplasma; ihre Oberfläche ist zuweilen mit einer dünnen homogenen Rindenschicht überzogen und derartige Körperchen sind winzigen, bläschenförmigen Kernen sehr ähnlich.

Ich will hier bemerken, daß an einem Dauerpräparate die mit Picorcarmin gefärbten Exemplare von *Tocophrya Lemnarum* STEIN aus dem Balatonsee (Fig. 7) hinsichtlich der in Rede stehenden Körperchen mit *A. tripharetrata* sehr übereinstimmen. Die Anzahl dieser an der Oberfläche oder in einer Vertiefung der Oberfläche des Makronucleus der *Tocophryen* liegenden und teils stark gefärbten dichten, teils ungefärbten bläschenförmigen Körperchen schwankt zwischen 1—5. Allein ebensolche stark gefärbte Körperchen finden sich in wechselnder Anzahl auch entfernt vom Kerne zerstreut im Protoplasmakörper der Tocophryen. Diese zerstreuten, stark gefärbten Körperchen, welche sich von den neben dem Makronucleus befindlichen Körperchen außer ihrer Lage in nichts unterscheiden, sind sicherlich identisch mit jenen Körperchen im Protoplasmakörper von *Dendrocometes* und *Stylocometes*, welche PLATE als „*Tinctinkörperchen*" bezeichnet hat.

Zurückkehrend zu unserer *A. tripharetrata*, muß ich hervorheben, daß ich in kopulierten Exemplaren meist in größerer Anzahl rundliche oder ei- oder spindelförmige Körperchen beobachtete (Taf. II, Fig. 1), welche lebhaft an Mikronucleusspindeln konjugierter Ciliaten erinnern (Taf. II, Fig. 2). Die in Glycerin ungefärbt konservierten Präparate waren zu eingehendem Studium leider nicht geeignet.

Die Frage, ob die in Rede stehenden Körperchen echte Mikronucleen oder Pseudo-Mikronucleen sind (SAND), sowie ob die im Plasma verstreuten Tinctinkörper und die neben dem

Mikronucleus befindlichen Körperchen homologe Gebilde seien, vermag ich nicht endgültig zu entscheiden.

Allein meiner Auffassung nach spricht nichts dagegen, daß

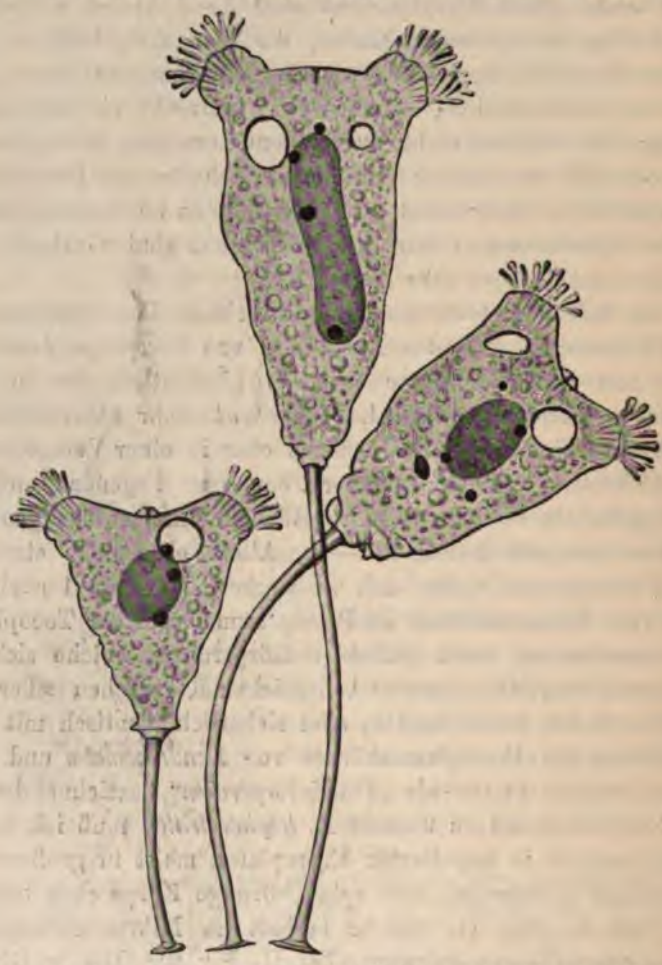


Fig. 7. *Tocophrya Lemnarum* STEIN, aus dem Balatonsee. Vergrößerung = 350 ($^1/_2$).

zumindest die neben dem Kern liegenden Körperchen echte Mikronucleen sind, wofür sie auch von MAUPAS, BÜTSCHLI und KEPPEN gehalten werden. Der Umstand, daß ihre Anzahl veränderlich ist, spricht durchaus nicht dagegen, daß es echte Mikronucleen

seien, denn es sind auch mehrere Ciliaten bekannt, die eine größere Anzahl von Mikronucleen besitzen (vgl. BÜTSCHLI *2*, 1519).

Gleichwie sämtliche Arten des Genus *Acineta* und die überwiegende Mehrzahl der Suctorien, vermehrt sich auch *A. triphare-trata* durch *innere Embryonen* oder sogenannte Schwärmsprößlinge. Die in die stark erweiterte Gebärhöhle hineinsprossenden Embryonen sind im Verhältnis groß, mit elliptischen Konturen und vier quer laufenden Cilienringen (Taf. I, Fig. 3).

Das Interessanteste, was ich an *A. tripharetrata* beobachtete, ist die *Kopulation*, welche ich zwar nur in den Anfangs- und Endstadien kenne, diese aber lassen keinen Zweifel darüber zu, daß der Körper der kopulierenden Paare vollständig verschmilzt und sich hierauf, unzweifelhaft zu längerer Ruhe, encystiert. Diese mit vollständiger Verschmelzung endende Kopulation ist besonders darum interessant, weil dies, *„obgleich mehrfach behauptet, noch nirgends sicher erwiesen wurde"* (vgl. BÜTSCHLI *2*, 1914), und weil bisher bloß die mit der abermaligen Trennung der kopulierten Paare endigende Konjugation sicher bekannt war. Die Kopulation beginnt damit, daß sich zwei Acineten mit ihren Seitenwülsten eng vereinigen, sich gleichsam aneinandersaugen (Taf. II, Fig. 1 u. 2). In den Zygoten ließen sich in diesem Stadium der Kopulation außer dem anscheinend ganz unveränderten Makronucleus mehrere spindelförmige, hier und da undeutlich längsgestreifte Körper wahrnehmen (Taf. II, Fig. 2), welche den Mikronucleusspindeln konjugierter Ciliaten sehr ähnlich sehen. Ähnliche gestreifte, spindelförmige Gebilde hat AIMÉ SCHNEIDER in kopulierten *Dendrocometen* beobachtet; BÜTSCHLI begleitet die von SCHNEIDER gegebene Beschreibung der Konjugation und die Abbildungen dazu mit folgender Bemerkung: „Nach SCHNEIDERS Darstellung wachsen bei Dendrocometes 2 bis 3 der Bruchstücke des alten Makronucleus allmählich stärker aus wie die übrigen, welche allmählich resorbiert werden sollen. Durch Verschmelzung dieser vergrößerten entsteht der neue Makronucleus. Daß eine solche Verschmelzung wirklich eintritt, erweist jedoch weder die ganz kurze Erwähnung des Vorganges im Text, noch tuen es die Abbildungen. Dagegen zeichnet SCHNEIDER in einem der Konjugierten drei sehr deutlich spindelförmige, längsgestreifte

Körper, welche auffallend an Mikronucleusspindeln errinnern" (*2*, 1919).

Wenn ich dies mit meinen an *A. tripharetrata* gemachten Beobachtungen vergleiche, so muß ich es für sehr wahrscheinlich halten, daß — wie es BALBIANI, BÜTSCHLI und MAUPAS vermuten — die Mikronucleen bei der Konjugation der Suctorien, in meinem Falle also bei der Kopulation von *A. tripharetrata*, dieselbe Rolle spielen, wie bei der Konjugation der Ciliaten. Welche Veränderungen nach der oben beschriebenen Anfangsphase der Kopulation einander folgen, das vermochte ich an dem Material, an welchem ich meine Untersuchungen anstellte, nicht Schritt für Schritt zu verfolgen, da die untersuchten Präparate außer dem Anfang bloß über die Endphase Aufklärung boten. In dieser Phase ist das Gehäuse beider Acineten fest aufeinander gefügt, die Scheidewand ist verschwunden und im Innern der vereinigten zwei Gehäuse liegt eine gelblichbraune, zitronenförmige Cyste. Die dicke Schale der Cyste hat eine höckerige Oberfläche, in äquatorialer Richtung aber wird sie durch einen vorspringenden höckerigen Kamm in zwei gleiche Teile geteilt (Taf. II, Fig. 3 und 4). Es ist sehr wahrscheinlich, daß der Kamm dieser *Zygocyste* sich an der Naht der Verschmelzungsfläche der Zygoten entwickelt. Der innerhalb der Cyste befindliche Plasmakörper enthält einen einzigen großen Makronucleus und neben demselben einen einzigen Mikronucleus. Neben der Cyste habe ich beständig noch zwei verschrumpfte Plasmamassen wahrnehmen können. Welchen Ursprungs diese zwei Gebilde sind und welche Bedeutung sie haben, darauf vermag ich auf Grund meiner Untersuchungen keinerlei positive Antwort zu erteilen: man könnte wohl an Richtungs- oder an Restkörper, welche vor der Verschmelzung der Zygoten abgeschnürt wurden, denken.

Außer den Zygocysten fanden sich auch, und zwar an einzelnen Daphniden in beträchtlicher Anzahl, große, braune Cysten mit glatter Oberfläche. Diese Cysten (Taf. I, Fig. 4), welche sicherlich nur von je einem Individuum herrühren, sind ei- oder gedrungen nierenförmig, gestielt, der basale Rand häufig mit einem krempenartigen Vorsprung versehen, welcher der Unter-

lage fest aufsitzt. Manche Cysten sind oberflächlich mit einer oder zwei gallertartigen Schichten umhüllt, die entweder wasserklar oder von regelmäßig angeordneten, senkrechten Plasmaspeichen durchzogen sind; an älteren Cysten fehlen diese Gallertschichten gänzlich. Über den Ursprung dieser Gallerthüllen bieten solche Acineten Aufschluß, welche ihre Suctellen zurückgezogen haben, mit Assimilationsschollen vollgepfropft und augenscheinlich im Begriffe sind, sich zu encystieren (Taf. I, Fig. 5). Bei diesen ist der Körper statt des Gehäuses mit 2—3 gallertartigen Schichten bedeckt, die von den bereits erwähnten Speichen durchzogen sind. Meiner Auffassung nach können diese Schichten nichts anderes sein, als die gallertartig gequollenen Schichten des Gehäuses, welche, nachdem sich unter ihnen die harte Schale der Cyste entwickelt hat, zerfließen. Gallerthüllen (enveloppe gélatineuse) wurden übrigens auch an mehreren anderen Suctorien beobachtet (CIENKOWSKY, CLAPARÈDE und LACHMANN, LIEBERKÜHN, MAUPAS, MÖBIUS, LEWICK). Die Behauptung von CLAPARÈDE und LACHMANN, daß die an *Acineta patula* öfters bemerkbare Gallerthülle die Encystierung substituiere (*3.* II. 137) ist — wie auch BÜTSCHLI bemerkt (*2.* 1881) — offenbar dahin zu deuten, daß den genannten Forschern die Anfangsphasen der Encystierung zu Gesicht kamen.

Tocophrya Cyclopum (CLAP. et LACHM.) (Taf. II, Fig. 5 und 6).

Seitdem STEIN die an *Cyclops quadricornis* lebende Suctorie, von welcher er anfänglich meinte, sie gehöre in den Entwicklungskreis von *Zoothamnium parasita* STEIN, zuerst beschrieb (*22.* 50. 84, 146), haben sich mehrere Forscher (CLAPARÈDE und LACHMANN, SCHEWIAKOFF, R. SAND usw.) mehr oder weniger mit dieser kleinen Suctorie befaßt, und auch ich gedachte ihrer als häufigen Kommensalisten unseres Cyclopiden (*7.* 15). Aus diesen Untersuchungen ist es bekannt, daß diese überall häufige Suctorie, die nach der von BÜTSCHLI gegebenen Charakteristik der Genera in das Genus *Tocophrya* gestellt werden muß, ziemlich variabel ist. Zunächst ist es ihre Größe, die zwischen recht weiten Schranken schwankt. Nach CLAPARÈDE und LACHMANN beträgt die Größe der erwachsenen Exemplare 50 μ (*3.* II. 112.), nach BLOCHMANN 15—20 μ (*1.* 129), nach R. SAND die Länge des

Körpers 12—84 μ, die des Stiels 12—60 μ (*19.* 266). Das Tier variiert ferner auch in der allgemeinen Körperform; es ist bald kugelig oder eiförmig, bald zylindrisch, keulen- oder birnförmig, häufig in den Konturen dreieckig, in der Seitenachse etwas abgeflacht. Die Suctellen sind bald regellos auf der apikalen Körperhälfte zerstreut, bald strahlen sie bündelweise von zwei, drei oder vier Seitenwülsten aus; aber auch zwischen diesen Suctellenbündeln können Suctellen zugegen sein („Faissaux quelquefois reliés entre eux par des tentacules intermédiaires" [*19.* 265]). Der Makronucleus, neben welchem ein Mikronucleus (nach MAUPAS, SCHEWIAKOFF, Centrosoma nach SAND) liegt, ist kugel- oder eiförmig, nieren- oder gestreckt bandförmig. Schließlich schwankt die Zahl der Pulsellen zwischen 1 bis 3.

In dem patagonischen Material fand ich an der Furca eines Exemplares von *Cyclops spinifer* DAD., der sehr nahe steht zu *C. Leuckarti* CL. und *C. annulata* WIERZ., zwei Exemplare von *T. Cyclopum*, welche ich wegen der ungewöhnlichen Anordnung ihrer Suctellen kurz beschreibe.

An dem vollständig entwickelten Exemplar (Taf. II, Fig. 6) beträgt die Länge des Körpers in der Richtung der Hauptachse 44, die des Stiels 28 μ. Die Körperform ist keulig-dreieckig, höckerig, seitlich etwas abgeflacht, mit zwei großen Seitenwülsten. Der Makronucleus ist rundlich, neben ihm liegt ein verhältnismäßig großer Mikronucleus. Es ist nur eine Pulselle vorhanden, wenigstens ist an dem Exemplar meines Präparates bloß eine in Diastole. Von einer Beschreibung der Struktur des Körperplasmas und des Kerns kann ich absehen, da hinsichtlich derselben zwischen *A. tripharetrata* und *T. Cyclopum* keinerlei wesentlicher Unterschied besteht. Der Stiel ist kompakt, längsgestreift. Am interessantesten an den patagonischen Exemplaren ist die ungewöhnliche Anordnung der Suctellen. Ein Teil der Suctellen entspringt nämlich, gleichwie an typischen Exemplaren von *T. Cyclopum*, von den beiden Seitenwülsten; allein zu diesen Suctellenbündeln kommen noch in der hinteren Körperhälfte, nahe dem Stielende, Suctellen hinzu, die in einem ziemlich regelmäßigen Kranz angeordnet sind. Diese accessorischen Suctellen

sind auch an dem in der Entwicklung befindlichen kleinen Exemplar vorhanden (Taf. II, Fig. 5), nur daß sie dementsprechend, da die basale Hälfte des Körpers noch nicht entwickelt ist, sehr nahe zu den in Bündel geordneten Suctellen zu stehen kommen. Bereits oben erwähnte ich, daß nach R. SAND bei *T. Cyclopum* die bündelweise ausstrahlenden Suctellen zuweilen durch zwischenstehende Suctellen verbunden sind; auf diese Tatsache gestützt, glaube ich die zwei patagonischen Exemplare von *T. Cyclopum* mit Recht zu dieser Form ziehen zu können, von welcher sie nur darin abweichen, daß die zwischenstehende Suctellenreihe, zufolge ungleichen Wachstums des Körpers nach hinten geschoben wurde. Ich kann diesen eventuell nur individuellen Charakter nicht für hinreichend halten, um die patagonischen Tocophryen von *T. Cyclopum* zu trennen, die ja ohnehin überaus geneigt ist, in den verschiedensten Richtungen zu variieren.

Ich kann nicht umhin, an dieser Stelle die Frage zu berühren, ob *T. Lemnarum* (STEIN) in den Formenkreis von *T. Cyclopum* gehöre?

T. Lemnarum wurde von STEIN zuerst als Acinetenzustand von *Opercularia nutans* (*21.* 128), dann von *Vorticella nebulifera* erwähnt (*22.* 59), später aber, nachdem STEIN seine *Acinetentheorie* aufgab, führt er sie unter dem Namen *Acineta Lemnarum* an (*23.* 139). CLAPARÈDE und LACHMANN erwähnen bei der Schilderung von *T. Cyclopum*, daß sie an den Wurzeln der Wasserlinse in großer Menge eine Suctorie fanden, die sie anfänglich für die auf Wasserlinsen lebende Acinete STEINS hielten, auf Grund genauerer Untersuchung aber sich von der Identität derselben mit *T. Cyclopum* überzeugten (*3.* II. 110). Die Richtigkeit letzterer Auffassung wird durch die Beschreibung und die Abbildungen von CLAPARÈDE und LACHMANN bestätigt: die von genannten Forschern an den Wurzeln der Wasserlinsen gefundenen Suctorien scheinen in der Tat völlig übereinzustimmen mit *T. Cyclopum*, nicht aber mit jener Acinete von großer Form mit langem Stiel, welche STEIN als *Acineta Lemnarum* bezeichnet hatte. Von neueren Forschern hält R. SAND *T. Lemnarum* für identisch mit *T. Cyclopum* und erwähnt sie nur unter den Syno-

nymen von *T. Cyclopum* (*19.* 264). Dies macht es begreiflich, daß nach SAND die Größe von *T. Cyclopum*, laut den oben mitgeteilten Größenmaßen, zwischen so weiten Grenzen schwankt und daß nach seiner Angabe der Stiel von *T. Cyclopum* die Körperlänge sogar zweimal übertreffen kann. Wenn ich eine kurze Bemerkung von BÜTSCHLI (*2.* 1902) richtig auffasse, so hält auch er die beiden Tocophryen für ein und dieselbe Art. Dagegen hat SAVILLE-KENT die beiden Suctorien nicht nur voneinander getrennt, sondern *Tocophrya Lemnarum* sogar zweimal beschrieben, und zwar zuerst im Genus Acineta als *A. Lemnarum* STEIN (*12.* 830), zum zweitenmal aber im Genus *Podophrya* als *P. mollis* S.-KENT (*12.* 821).

Ich kenne die echte STEINsche *T. Lemnarum* aus dem Balatonsee, wo sie an verschiedenen Wasserpflanzen häufig ist und mit Pflanzenfragmenten nicht selten in das Planktonnetz gelangt (Fig. 7). Laut meinen Untersuchungen ist *T. Lemnarum* von jenen gut entwickelten größeren Exemplaren von *T. Cyclopum*, deren Suctellen von den an beiden Seiten stehenden Wülsten ausgehen, außer ihrer beträchtlichen Größe nur dadurch verschieden, daß manche Charaktere schärfer ausgeprägt sind. Gegenüber der riesigen *T. Lemnarum* mit wenig biegsamer, fast starrer Schalenhülle macht die zwerghafte *T. Cyclopum* mit ihrer biegsamen Hülle im ganzen den Eindruck, als ob sie eine Jugendform der vorigen wäre. Der in der Regel seitlich auffällig abgeflachte Körper von *T. Lemnarum* erreicht in der Richtung der Hauptachse eine Länge von 80—110 μ; der Stiel ist selten kürzer als der Körper, oft zum mindesten so lang, wie die Hauptachse des Körpers, meist aber länger, zuweilen anderthalbmal, sogar doppelt so lang.* Der Makronucleus ist rundlich, ei- oder nierenförmig, oder gestreckt wurstförmig, während der von *T.*

* In dem mir vorliegenden Präparat stehen auf einer Pflanzenfaser aus dem Balaton acht Exemplare von *T. Lemnarum* nebeneinander. Die Maße derselben sind folgende: *A.* 110—110 μ, *B.* 88—96 μ, *C.* 88—66 μ, *D.* 77—77 μ, *E.* 70—88 μ, *F.* 66—74 μ, *G* 52—33 μ, *H.* 44—44 μ. Zu bemerken ist, daß die erste Zahl die Länge des Körpers, die zweite aber die des Stiels betrifft, ferner, daß *G.* und *H.* offenbar ganz junge Exemplare sind.

Cyclopum stets gedrungen, kugel- oder eiförmig ist. In der Regel ist mehr als ein Mikronucleus vorhanden. Die Schalenhülle ist dick, derb, wenig biegsam, oft in Ringen oder ganz unregelmäßig gefaltet, zuweilen an der basalen Körperhälfte in kleinerer oder größerer Ausdehnung von der Körperoberfläche abgehoben. Die letzteren sind es, welche SAVILLE-KENT für *Acineta Lemnarum* hält, erstere aber diejenige, welche er als *Podophrya mollis* bezeichnet, über welche Art er sich folgendermaßen äußert: „Excepting for the entire absence of the separate investing pellicle or lorica type corresponde closely in contour and habits with STEINS *Acineta Lemnarum*“ (*12.* 821). Die Embryonen von *T. Cyclopum* und *T. Lemnarum* stimmen, von Größendifferenzen abgesehen, völlig überein.

Aus dem Angeführten ergibt sich einerseits, daß die an Wasserpflanzen angesiedelten *T. Lemnarum* von der an Cyclopiden schmarotzenden *T. Cyclopum* hinsichtlich der Größenverhältnisse auf den ersten Blick sehr gut und bestimmt zu unterscheiden ist, andererseits aber ist daraus auch ersichtlich, daß zwischen den zwei Tocophryen mit verschiedener Lebensweise, außer den Größen- und graduellen Differenzen, keine anderweitigen, wesentlichen Verschiedenheiten nachweisbar sind. Es ist möglich, daß diese Differenzen durch die verschiedene Lebensweise der beiden Tocophryen verursacht werden; denn zweifellos sind die Existenzbedingungen andere: anders die Nahrung und anders die das Wachstum beeinflussenden Faktoren auf der ruhig im Wasser schwebenden Pflanze, an welcher mit der *Tocophrya* eine ganze Schar anderer winziger Organismen leben, welche der *Tocophrya* reichliche Nahrung bieten, und ganz andersartig auf der unermüdlich umher hüpfenden Cyclopide, auf welcher die Tocophrya allenfalls auf die schmale Kost angewiesen ist, die sie aus den Exkrementen des Wirts verwerten kann. Mit Rücksicht darauf, daß auch andere sessile Protozoen (z. B. Vorticellinen) hinsichtlich ihrer Größe, je nachdem sie auf verschiedenartigen Unterlagen ansässig sind, variieren, erscheint es noch wahrscheinlicher, daß die beiden Tocophryen nur verschiedene Formen ein und derselben Art sind und daß *T. Cyclopum* nichts anderes ist, als eine im Jugendstadium verbliebene Zwergform von *T. Lem-*

narum, das ist, daß man es hier mit derselben Erscheinung zu tun hat, welche unter der Bezeichnung *Neotenie* bekannt ist (z. B. *Siredon-Amblystoma*). Allein man vergesse nicht, daß alles das möglich, in gewissem Grade sogar wahrscheinlich, aber durchaus nicht bewiesen ist, und demzufolge liegt meines Dafürhaltens vorläufig kein zwingender Grund vor, die beiden *Tocophrya*-Arten zusammenzuziehen.

Benützte Literatur.

1. Blochmann, Fr., Die mikroskopische Tierwelt des Süßwassers. Hamburg 1895.

2. Bütschli, O., Protozoa. Bronns Klassen und Ordnungen des Tierreichs. I. Bd. Leipzig 1887—89.

3. Claparède E. et Lachmann, J., Études sur les Infusoires et les Rhizopodes. I. II. Genève 1857—60.

4. Daday, E., Mikroskopische Süßwassertiere aus Patagonien. Természetrajzi Füzetek. [Naturhistorische Hefte.] XXV. Budapest 1902.

5. Entz, Géza, A szamosfalvi sóstó nehány ázalagárol. [Über einige Infusorien des Salzsees von Szamosfalva. Természetrajzi Füzetek. [Naturhistorische Hefte.] II. Budapest 1878.

6. Entz, Géza, A Vorticellinák rugalmas és összehúzódó elemeiről. [Über die elastischen und zusammenziehbaren Elemente der Vorticellinen.] Értekezések a természettudományok köreből. M. T. Akadémia. [Abhandlungen aus dem Bereiche der Naturwissenschaften. Ungarische Akademie.] Budapest 1892.

7. Entz, Géza, Fauna Regni Hungariae. VI. Protozoa. Budapest 1896.

8. Entz, Géza, Az ázalékállatkák variálásáról. Pótfüzetek 64. Állattani Közlemények. Budapest 1901. Deutsch: Einiges über das Variieren der Infusorien. Mathem. und Naturwiss. Berichte aus Ungarn. XIX. Bd. Leipzig 1903.

9. Fromentel, E., Études sur les Microzoaires. Planches et notes descriptives par Mme J. Jobard-Muteau. Paris 1874.

10. Haeckel, E., Stystematische Phylogenie der Protisten und Pflanzen. Berlin 1894.

11. Imhof, O. F., Resultate meiner Studien über die pelagische Fauna kleinerer und größerer Süßwasserbecken der Schweiz. Zeitschr. f. wiss. Zoologie. XL. 1884.

12. Kent Saville, W., A Manual of the Infusoria. I—II. London 1880—1882.

13. Keppen, N., Beobachtungen über die Infusoria tentaculifera. Mém. de la soc. des naturalistes de la nouvelle Russie. XIII. Odessa 1888. — In russischer Sprache, nach Bütschli zitiert.

14. Lemmermann, E., Beiträge zur Kenntnis der Planktonalgen. Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft. 18. Jahrgang. Heft 10. Berlin 1901.

15. Maupas, E., Contribution à l'étude des Acinétiens. Arch. de Zool. expér. et générale. 1881.

16. Möbius, K., Bruchstücke einer Infusorienfauna der Kieler Bucht. Arch. f. Naturgesch. 1888.

17. Plate, L., Untersuchungen einiger an den Kiemenblättern des *Gammarus pulex* lebenden Ektoparasiten. Zeitschrift für wissenschaft. Zool. XLII. 1886.

18. Plate, L., Studien über Protozoen. Zool. Jahrbücher. Abteil. für Anatomie. III. 1888.

19. Sand, René, Étude monographique sur le groupe des Infusoires tentaculifères. Bruxelles 1901.

20. Schewiakoff, Wl., Über einige ekto- und endoparasitische Protozoen der Cyclopiden. Bull. Soc. des Naturalistes Moscou. 1893.

21. Stein, Fr., Untersuchungen über die Entwicklung der Infusorien. Arch. f. Naturgesch. 1849.

22. Stein, Fr., Die Infusionstiere auf ihre Entwicklungsgeschichte untersucht. Leipzig 1854.

23. Stein, Fr., Der Organismus der Infusionstiere. II. Abt. Leipzig 1867.

24. D'Udekem, M. J., Description des Infusoires de la Belgique. Mém. de l'Acad. Roy. de Belgique. Tom. 34. 1864.

25. Wright, Str., Description of new Protozoa. Edinb. n. philos. Journ. I 1859. — Nach Bütschli zitiert.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Acineta tripharetrata n. sp.

Fig. 1. Habitusbild. — Vergrößerung: Reichertsches Mikroskop oc. 5. Obj. 8

Fig. 2. Individuum mit Zoochlorellen. — Vergr. R. oc. 5. Obj. 8.

Fig. 3. Individuum mit einem Embryo. — Vergr. R. oc. 7. Obj. 4 mm.

Fig. 4. Einzeln encystiertes Individuum. — Vergr. R. oc. 5. Obj. 8.

Fig. 5. Individuum mit Gallerthülle; Beginn der Encystierung. — Vergr. R. oc. 12. Obj. 4 mm.

Fig. 6. Junges Individuum. — Vergr. oc. 5. Obj. 4 mm.

Fig. 7. Distalenden von Suctellen: *a*) kugelig aufgedunsen; *b*) *d*) zu einer Scheibe verbreitert; *c*) halb aufgedunsen.

Fig. 8. Suctellen in verschiedenen Stadien der Streckung und Kontraktion. — Vergr. (Fig. 7 und 8) nach R. oc. 5. Obj. 8, ideal vergrößert.

Fig. 9. Zoochlorellen. — Vergr. R. oc. 12. Obj. 8.

Tafel II.

Fig. 1—4. *Acineta tripharetrata* n. sp.

Fig. 1. Zygoten zu Beginn der Kopulation. — Vergr. R. oc. 5. Obj

Fig. 1. Zygoten zu Beginn der Kopulation. — Vergr. R. oc. Obj. 4 mm.

Fig. 3—4. Beendigte Kopulation. — Vergr. R. oc. 12. obj. 4 mm.

Fig. 5—6. *Tocophrya Cyclopum* Clap. et Lachm. Beide von der Fu einer *Cyclops spinifer* Dad., 5. junges, 6. ausgewachsenes Individuum. Vergr. R. oc. 12. Obj. 4 mm.

5.

MORPHOLOGISCHE BEURTEILUNG DES RUSCUS-PHYLLOCLADIUMS AUF ANATOMISCHER GRUNDLAGE.

Von Dr. J. BERNÁTSKY.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Februar 1903.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Math. u. Naturwiss. Anzeiger der Akademie), Bd. XXI, 1903, pp. 177—189.

Die laubblattartigen Assimilationsorgane an *Ruscus aculeatus L.*, *R. hypoglossum L.*, *R. hypophyllum L.*, auch die von *Danaë* und *Semele*, werden allgemein als Caulomgebilde betrachtet und demgemäß als Phyllocladien bezeichnet. TURPIN, DE CANDOLLE, ST.-HILAIRE, MARTIUS, KUNTH, ASKENASY und in neuester Zeit ČELAKOVSKÝ haben diese Anschauung hauptsächlich auf morphologischem Wege vollauf begründet. Merkwürdigerweise stimmt aber die anatomische Deutung des Ruscus-Phyllocladiums nach einigen Autoren mit der morphologischen Beurteilung nicht überein, und ČELAKOVSKÝ meint deswegen, daß die anatomische Struktur gelegentlich der morphologischen Beurteilung des Ruscus-Phyllocladiums außer acht gelassen werden soll, indem das anatomische Kriterium unzuverlässig ist und die Flachzweige die anatomische Struktur von Blättern angenommen haben. (Über die Kladodien der Asparageen, Rozpravy české Akademie II; ausführliches Referat in Engl. Bot. Jahrb. XVIII, 1894, Literaturb. p. 30—34.) Auf ČELAKOVSKÝ sich berufend, erklärt auch GOEBEL, daß die anato-

mische Struktur des Ruscus-Phyllocladiums die Caulomnatur desselben nicht erkennen lasse. ČELAKOVSKÝ scheint selbst keine anatomischen Untersuchungen vorgenommen zu haben, sondern stützt sich auf VAN TIEGHEM und DUVAL-JOUVE.

SCHACHT hat sich als erster mit der Anatomie des Ruscus-Phyllocladiums befaßt (Beitr. z. Entwicklungsg. flächenart. Stammorgane in Flora XXXVI, 1853, p. 456—472). Er betrachtet das „Phyllodium von Ruscus" als einen flächenartigen, geflügelten Stamm, dessen Vegetationspunkt früh abstirbt (p. 460). FALKENBERG hält das Ruscus-Phylocladium ebenfalls für ein Stammgebilde (vgl. Untersuchungen über d. Vegetationsorgane d. Monokotyledonen, 1876). Dagegen meinen erst DUVAL-JOUVE (Étude histotaxique des cladodes du *Ruscus aculeatus L.* in Bull. Soc. bot. France XXIV, 1877, p. 143—148) und dann VAN TIEGHEM (Sur les feuilles assimilatrices et l'inflorescence de Danaë, Ruscus et Semele in Bull. Soc. bot. France XXXI, 1884, p. 81—90), daß das Ruscus-Phyllocladium anatomisch entweder (im sterilen Zustand) ein Blatt, oder (im fertilen Zustand) ein mit Blattspreiten verwachsenes Stengelorgan vorstelle. Soweit ich es aus ihren Arbeiten entnehme, scheinen beide weder von SCHACHTS noch von FALKENBERGS diesbezüglichen Angaben Kenntnis gehabt zu haben. REINKE spricht das Ruscus-Phyllocladium wieder als ein Caulomgebilde an (Die Assimilationsorgane der Asparageen in Pringsh. Jahrb. XXXI, 1898, p. 207—272).

Ich habe nun das Ruscus-Phyllocladium neuerdings eingehend untersucht, um zu einem endgültigen Resultat zu gelangen. Es ist anzunehmen, daß der anatomische Bau nicht das Gegenteil dessen beweisen kann, was morphologisch klargelegt ist; ich glaube, daß sich die beiderseitig gewonnenen Ergebnisse decken müssen, und wenn dies nicht der Fall ist, so hat sich in unsere Untersuchung, entweder da oder dort, ein Fehler eingeschlichen.

Da die diesbezüglichen Ergebnisse meiner Untersuchungen auch in ENGLERS Botan. Jahrb. XXXIV, p. 161—177, erscheinen, so sollen dieselben hier nur in ganz kurzer Zusammenfassung mitgeteilt werden.

a) Der Bau der Epidermis spricht weder für noch gegen.

Es sind sowohl an der Unter- als auch an der Oberseite des Phyllocladiums Spaltöffnungen vorhanden, und dies erinnert an das Blatt von *Convallaria majalis*. Im Ruscus-Phyllocladium sind aber auch an den Kanten Spaltöffnungen vorhanden, was für Blätter eine unbekannte Erscheinung ist.

b) Das Mesophyll, besser gesagt das dem Mesophyll der Laubblätter physiologisch entsprechende Gewebe stimmt in hohem Maße mit dem der Laubblätter der verwandten Asparagoideen, besonders mit dem der *Convallarieae* überein, indem oben und unten mehrere Reihen Chlorenchymzellen, in der Mitte aber ein ein- bis zweischichtiges Wassergewebe sich befindet. Dieser Umstand

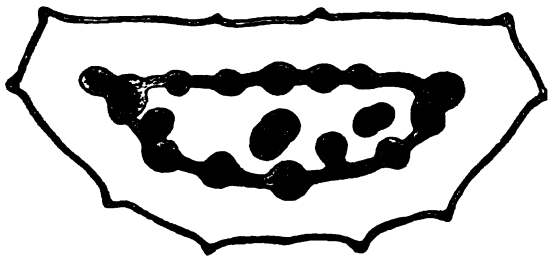


Fig 1. Querschnitt durch das Phyllocladium von *Ruscus hypoglossum*, aus dem untersten Teil. 30 : 1.

lege daher sofort auf ein Blatt und nicht auf ein Stengelorgan schließen.

c) Die Gefäßbündel zeigen sich bei genauer Betrachtung in mehrere Gruppen vereint, deren jede ein Zentralzylinderchen vorstellt; dazwischen kommen auch einzelne Gefäßbündel zu stehen. Nahe zum Grund (Fig. 1), sowie zur Spitze des Phyllocladiums sind sämtliche Gefäßbündel in einen einzigen Zentralzylinder vereint, der sich, der morphologischen, blattartigen Gestalt des Organs entsprechend, gegen die Mitte zu beiderseitig in allmählich mehrere und kleinere Teile (Fig. 2), in Zentralzylinderchen und einzelne Gefäßbündel auflöst; es geht somit eine Spaltung des Zentralzylinders im Innern des Organs von statten. Die Mestombündel sind nicht dorsiventral angeordnet, sondern zeigen womöglich eine radiale Anordnung des Hadroms und Leptoms, indem letzteres gegen die zunächst gelegene Partie der Epidermis, ersteres gegen den Mittelpunkt des Phyllocladiumquerschnittes gerichtet erscheint.

Wenn ein Gefäßbündel nahe zum Phyllocladiumrand zu liegen kommt, so ist dementsprechend dessen Leptom genau gegen den Phyllocladiumrand zu gerichtet. Befinden sich in einem Zentralzylinderchen bloß zwei Mestombündel, so kommen deren Hadromteile einander gegenüber zu stehen, doch fallen die Medianebenen der zwei Mestombündel nicht zusammen, sondern bilden einen kleineren Winkel als 180° (Fig. 3).

Indem es sich herausstellte, daß in das Ruscus-Phyllocladium ein Zentralzylinder eintritt und derselbe der abgeplatteten, verflachten Form des Organs entsprechend sich bloß in Teile spaltet, ohne daß die Gefäßbündel die für Blätter typische Anordnung einnehmen, muß man anatomisch das Ruscus-Phyllocladium rein als ein Stengelorgan betrachten, wo das Assimilations- und

Fig. 2. Querschnitt durch das Phyllocladium von *Ruscus hypoglossum*, weiter oben. 20:1.

Speichergewebe bloß aus physiologischen Ursachen den an Blätter erinnernden Bau annahm.

Meine anatomischen Untersuchungen bezogen sich in erster Linie auf das sterile Phyllocladium, weil eben dieses am leichtesten zur Verwechslung mit einem Blatte verleitet. Nach Erscheinen meiner Originalabhandlung hatte Herr Dr. Á. v. DEGEN die Güte, mir ein bisher von mir unberücksichtigtes Werk DUVAL-JOUVES zur Verfügung zu stellen, in welchem auch bildlich erläutert wird, daß im fertilen Phyllocladium oberhalb der Ansatzstelle der Infloreszenz keine Zentralzylinder, sondern bloß einzelne, dorsiventral angeordnete Gefäßbündel vorhanden seien (Étude histotaxique de ce qu'on appelle les cladodes des Ruscus in Mém. de l'Acad. de Montpellier, IX, p. 71—85, Pl. IV). Infolgedessen entschloß ich mich zu einer erneuten Untersuchung und konnte konstatieren, daß im fertilen Phyllocladium von *Ruscus hypoglossum*

der „Mittelnerv“ auch oberhalb der Ansatzstelle der Infloreszenz ein Zentralzylinderchen, allerdings ein schwaches mit bloß zwei Gefäßbündeln vorstellt. Es sei bemerkt, daß um eine genauere Orientierung über die Anordnung und den Bau der Gefäßbündel zu erlangen, eine etwas starke Vergrößerung anzuwenden ist. DUVAL-JOUVE arbeitete offenbar mit zu schwacher Vergrößerung.

Mit Hilfe der anatomischen Methode gelingt es selbst in dem Falle ein sicheres Urteil über den morphologischen Wert eines fraglichen Organs zu erlangen, wenn die morphologische Untersuchung erschwert oder vereitelt ist. Namentlich sind es junge ontogenetische Entwicklungsstadien vorstellende Exemplare sowohl bei *Ruscus* als auch bei einigen Verwandten, wie z. B. *Polygonatum*, die oft mißverstanden werden, weil ihr äußerer Eindruck mit ihrem eigentlichen morphologischen Wesen nicht übereinstimmt. Bei *Ruscus hypoglossum* kommen in den ersten Jahren der Entwicklung der Pflanze zuweilen unverzweigte oberirdische Sprosse vor, die direkt in ein Phyllocladium übergehen und somit einem grundständigen, langgestielten Laubblatt täuschend ähnlich sehen. Dieselben sind aber Sproßgebilde und bei genauer morphologischer Untersuchung sicher als solche zu erkennen; fehlt aber das Fußstück, so hat man sich auf den anatomischen Bau zu stützen, der bei genügend eingehender Untersuchung die wahre Natur des Organs klar darlegt. Bei *Polygonatum* hat man es in den ersten Jahren der ontogenetischen Entwicklung erst mit einem langgestielten Laubblatt, später mit einem beblätterten oberirdischen Stengel zu tun, der in manchen Fällen bloß ein einziges Blatt trägt. Der schwache Stengel mit einem einzigen Blatt sieht wieder dem langen Stiele des grundständigen Blattes ähnlich. Anatomisch unterscheidet sich das Caulomorgan, der Stengel, auch der schwächste, durch einen Zentralzylinder, der, noch dazu bei *Polygonatum* durch einen Stereomring scharf umgrenzt, sofort

Fig. 3. Partie aus einem Querschnitt durch das Phyllocladium von *Ruscus hypoglossum*. 70 : 1 auf $^3/_4$ reduziert.

in die Augen springt. In einem Blattstiel dagegen kommt niemals ein wirklicher Zentralzylinder zustande.

Alles in allem ist also die anatomische Methode sehr wohl geeignet zur Lösung morphologischer Fragen; die beiden Methoden führen, richtig angewendet, zu gleichem Resultat.

Anmerkung. In sämtlichen Figuren ist bloß die Epidermis, das Stereom (grau), Hadrom (gestreift) und Leptom (schwarz) eingezeichnet.

6.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE HISTOLOGIE UND ENTWICKLUNG DER MÄNNLICHEN HARNRÖHRE.

Von FRANZ HERZOG.

Auszug.*

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 22. Juni 1903.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítő“ (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, pp. 424—428.

Bei meinen Untersuchungen über die Entwicklung und Histologie der männlichen Harnröhre benützte ich folgendes Material: 15 Embryonen von einer Rumpflänge von 20 bis 190 mm, die ganze Urethra eines zweijährigen Knaben und einzelne Abschnitte aus den Harnröhren von zwei Erwachsenen.

Aus der Beckengegend der Embryonen und aus der Harnröhre des zweijährigen Knaben fertigte ich lückenlose Schnittserien an; zur Färbung der Schnitte gebrauchte ich MAYERS Hämalaun und Picrofuchsin, eine Modifikation der VAN GIESONschen Färbung; diese Färbung bewährte sich ausgezeichnet bei der Darstellung der glatten Muskulatur der Harnröhre und auch für andere Zwecke. Nach den Serienschnitten rekonstruierte ich teils auf graphischem Wege die Harnröhre und deren Drüsen, teils verfertigte ich jedoch nach BORNS Methode mit dem Plattenmodellierverfahren Wachsmodelle der äußeren Genitalien von

* Aus dem I. anatomischen Institut der Universität Budapest. Das Original ist im *Archiv für mikroskopische Anatomie und Entwicklungsgeschichte* Bd. LXIII, pp. 710—747, Taf. XXXIV—XXXVI (1904) erschienen.

Embryonen verschiedenen Alters. Die hauptsächlichen Ergebnisse meiner Untersuchungen kann ich in folgendem zusammenfassen:

Die Entwicklung des Genitalhöckers und der inneren Geschlechtsfalten beschreibt NAGEL folgendermaßen: der vordere Teil der inneren Genitalfalten, d. i. der Ränder der nach der Eröffnung der Kloake entstandenen Geschlechtsspalte, wächst frei heraus, wodurch der Geschlechtshöcker entsteht. Auf seiner unteren Fläche setzt sich die Geschlechtsspalte in Form einer Rinne fort, welche Rinne sich bei Embryonen von 20—25 mm Länge in ihrem vorderen Abschnitte zu schließen beginnt. Dies ist der erste Geschlechtsunterschied an den äußeren Genitalien. Dieser Beschreibung widerspricht die Beobachtung REICHELS, daß bei Schweine-, Kalb- und Kaninchenembryonen sich der Genitalhöcker als eine unpaarige Erhebung aus dem vorderen Rand der Kloake entwickelt, in welche sich das ungespaltene Septum urethrale als eine Epithelleiste fortsetzt. Erst nach der Spaltung dieser Leiste erstreckt sich die Geschlechtsspalte auf die untere Fläche des Genitalhöckers.

Meine eigenen Untersuchungen beweisen, daß die Entwicklung des Genitalhöckers auch beim Menschen im Sinne der Beschreibung REICHELS vor sich geht. Bei einem menschlichen Embryo von 20 mm Länge hat sich das Urethralseptum noch nicht gespalten, der Sinus urogenitalis ist noch geschlossen und nur das Rektum mündet schon frei auf der Oberfläche des Körpers. Bei einem Embryo von 28 mm Rumpflänge fand ich das Urethralseptum schon in seinem rückwärtigen Drittel gespalten. In diesen Spalt mündet der Sinus urogenitalis, welcher vom Darm durch den inzwischen entwickelten Damm geschieden wird. Der Genitalhöcker entsteht also nicht durch das Heraus- und Zusammenwachsen des vorderen Teiles der inneren Geschlechtsfalten — an der unteren Fläche des Höckers ist ja bei jüngeren Embryonen keine Rinne vorhanden —, sondern der Genitalhöcker entwickelt sich als eine unpaarige Erhebung aus dem vorderen Rande der Kloake, und das Septum urethrale spaltet sich erst später, wodurch dann auf der unteren Fläche des Höckers eine Rinne entsteht. Daher ist

auch die auf die Erkennung des Geschlechts bezügliche Ansicht NAGELS irrig.

Es wird allgemein anerkannt, daß bei der Entwicklung des peripherischen Teiles der Harnröhre sich das Urethralseptum spaltet und daß die Ränder der also entstandenen Rinne nachher miteinander verwachsen, wodurch sich die Rinne zur Harnröhre schließt. Dies ist das Prinzip der Entwicklung der Urethra. Über den zeitlichen Verlauf dieses Vorganges konnte ich folgendes beobachten. Beim Embryo von 28 mm Rumpflänge fand ich das Urethralseptum nur in seinem hinteren Drittel gespalten, bei einem Embryo von 45 mm Rumpflänge erstreckt sich der Spalt, der sich durch Verwachsen seiner Ränder an der Wurzel des Penis schon zur Röhre geschlossen hat, beinahe bis zur Eichel. Bei größeren Embryonen von 60—70 mm Rumpflänge erreicht der Spalt die Eichel schon vollkommen, doch verwuchsen seine Ränder nur bis zur Mitte der Länge des Gliedes. Vor dieser Stelle ist die Spalte nicht nur noch offen, sondern sie erscheint als eine breite, ungefähr birnförmige Grube. Im weiteren Verlauf der Entwicklung verengt sich diese Grube zu einer schmalen Spalte, wie dies an Embryonen von 70—80 mm Rumpflänge ersichtlich ist. Der Verschluß dieser Spalte erfolgt sehr langsam. In der Eichel spaltet sich das Urethralseptum nur langsam und an einer kurzen Strecke, und im Gegensatz zu den am Schafte beobachteten Verhältnissen folgt der Spaltung sogleich der Verschluß der Spalte. Infolgedessen mündet die Harnröhre auf der Eichel mit einer engen, mit freiem Auge nicht einmal wahrnehmbaren Öffnung. Diese kleine Öffnung konnte der Beobachtung NAGELS entgehen und zu dem Irrtum führen, daß sich in der Eichel das Urethralseptum nicht spalte und daß die Ränder des Bindegewebes ohne vorherige Spaltung verwachsen, wodurch ein mit Epithel gefülltes Rohr entstände, aus dem das Epithel erst nach dem Verschluß der übrigen Teile der Harnröhre durch den Harn weggespült würde.

Bei einem Embryo von 105 mm Rumpflänge mündet die Harnröhre auf der unteren Fläche der Eichel frei aus; daher kann NAGELS Beschreibung nicht richtig sein, und ich muß diejenige REICHELS für zutreffend halten, nach welcher sich die

Harnröhre in der Eichel auf dieselbe Weise entwickelt wie im Schafte. Die Harnröhrenmündung verschiebt sich auf der unteren Fläche der Eichel langsam nach vorn und befindet sich bei dem Embryo von 120 mm Rumpflänge fast an ihrer endgültigen Stelle.

An der Spitze der Eichel befindet sich bei den Embryonen von 20—100 mm Rumpflänge ein durch Epithelwucherung entstandenes Hörnchen, welches schon TOURNEUX beschrieben hat.

Nach TOURNEUX beginnt die Entwicklung des Präputiums mit einer ringförmigen Wucherung des Bindegewebes an dem Rand der Eichel, welche in das Epithel hineinwächst und dieses in zwei Schichten spaltet. Aus meinen eigenen Untersuchungen muß ich auf eine andere Art der Entwicklung schließen. Bei einem Embryo von 45 mm Rumpflänge erscheint das Epithel in der die Grenze der Eichel bezeichnenden Furche verdickt und aus mehreren Schichten bestehend, als an anderen Stellen. Aus dieser Epithelwucherung wächst eine Leiste in das Bindegewebe, welche sich etwas gegen die Wurzel des Gliedes neigt und hufeisenförmig die obere und die seitlichen Flächen des Gliedes umgibt. Daß der Anfang der Entwicklung des Präputiums vom Epithel ausgeht, dafür spricht, daß wir im Epithel die erste Veränderung vorfinden, und außerdem, daß die Bindegewebsfalte anfangs sehr dick ist, so daß man sich nicht vorstellen kann, daß sie in das Epithel der Eicheloberfläche hineingewachsen wäre. Diese Bindegewebsfalte wächst dann im Epithel der Eichel, dieses in zwei Schichten spaltend, einerseits gegen die Spitze der Eichel, vor welche sie schon bei dem Embryo von 105 mm Rumpflänge hervorreicht, anderseits wächst sie gegen die untere Fläche der Eichel, wo ihre Enden miteinander und mit dem Bindegewebe der Eichel verwachsen, wodurch das Frenulum entsteht.

Unter den Drüsen der Harnröhre entwickeln sich zuerst die COWPERschen Drüsen und die Prostata (Embryonen von 60 mm Rumpflänge). Bei einem Embryo von 65 mm Rumpflänge finden wir auch schon in der Pars cavernosa Drüsen, welche sich zuerst an der oberen, dann an der seitlichen und schließlich an der unteren Wand entwickeln, und in derselben Reihenfolge

Lumen bekommen und Verzweigung zeigen. Die Drüsen der Pars membranacea entwickeln sich zuletzt.

An einem männlichen Embryo von 28 mm Rumpflänge und an einem weiblichen Embryo von 31 mm Rumpflänge bot sich mir Gelegenheit das erste Auftreten eines Geschlechtsunterschiedes an den äußern Genitalien zu beobachten. Bei diesen Embryonen ist in der Länge und Breite des Genitalhöckers und auch in der Form der Genitalfalten kaum ein Unterschied; einer besteht aber doch, und dieser wird besonders dann auffallend, wenn wir die äußern Geschlechtsteile aus einer bestimmten Richtung betrachten. Halten wir die Embryonen so, daß ihre Längsachse mit unserer Sehachse zusammenfällt, so kann unserer Beobachtung nicht entgehen, daß sich bei dem weiblichen Embryo der Genitalhöcker stark abwärts krümmt, infolgedessen seine Richtung der Längsachse des Körpers fast parallel verläuft, während der Genitalhöcker des männlichen Embryos senkrecht zur Körper-Enge steht. Auch bei größeren Embryonen findet sich diese, für das Geschlecht charakteristische Richtung des Genitalhöckers stets vor. Es ist daher unrichtig, daß der Geschlechtsunterschied an den äußeren Genitalien erst am Ende des dritten Monats bemerkbar wird, wie man bis jetzt annahm; der Unterschied besteht schon im Anfang des dritten Monats, und zwar ist diese Abwärtskrümmung des Geschlechtshöckers bei dem weiblichen und deren Ausbleiben bei dem männlichen Geschlecht das erste äußerliche Zeichen, durch welches wir das Geschlecht zu erkennen vermögen.

Die Untersuchung der Histologie der männlichen Harnröhre führte zu folgendem Ergebnis:

ROBIN und CADIAT beschreiben das Epithel der Harnröhre als ein mehrschichtiges, dessen oberste Lage aus zylindrischen und dessen tiefere Schichten aus polygonalen Zellen bestehen. Andere Forscher nennen es ein einschichtiges Zylinderepithel und halten die tieferen Zelllagen für Ersatzzellen. Nach OBERDICK reichen die zylindrischen Zellen der obersten Schicht bis zum Bindegewebe. Diese Beschreibung kann ich bestätigen; außerdem fand ich auch solche Stellen im Epithel der Harnröhre, wo dieses nur aus einer einzigen zylindrischen Zelllage bestand und Ersatz-

zellen fehlten. Pflasterepithel fand ich nur in der Fossa navicularis und auf dem Colliculus seminalis. Mit Ausnahme dieser Stellen kann man also sagen, daß das Harnröhrenepithel ein mit zahlreichen Ersatzzellen versehenes einschichtiges Zylinderepithel ist. Die glatte Muskulatur der Harnröhre beginnt etwas vor der Einmündung der COWPERschen Drüsen und erstreckt sich von dieser Stelle bis zur Harnblase; in anderen Abschnitten der Pars cavernosa beobachtete ich keine Muskulatur. Der größere Teil der Muskulatur verläuft longitudinal. Diese befindet sich im Bulbus in der oberen und seitlichen Wand, im hintern Teil des Bulbus, in der Pars membranacea und prostatica umgibt sie die ganze Harnröhre und zeigt eine Verstärkung, am Blasenhals wird sie jedoch wieder schwächer. Die zirkuläre Muskulatur ist schwächer und umgibt die longitudinale. Im Bulbus finden wir sie oben und seitlich, in seinem rückwärtigen Abschnitte auch unten, in der Pars membranacea und prostatica umgibt sie die ganze Harnröhre und zeigt am Blasenhals eine bedeutende Verstärkung.

Die Drüsen der Harnröhre pflegt man in zwei Gruppen einzuteilen, in intra- und submuköse Drüsen. Erstere findet man hauptsächlich in der Pars cavernosa, sie kommen aber auch in anderen Abschnitten der Harnröhre vor; sie reichen nicht unter die Schleimhaut und bestehen meistens nur aus einer birnförmigen Alveole. Die submukösen Drüsen sind größer und bestehen aus zahlreichen Alveolen. Sie sind von ihrer Einmündung größtenteils gegen die Harnblase gerichtet, aber es kommen auch solche vor, welche die entgegengesetzte Richtung einschlagen. In der Pars cavernosa befinden sich diese Drüsen hauptsächlich vor der Einmündung der Glandulae COWPERI. Ähnliche Drüsen treffen wir auch in dem kranialen Teil der Pars membranacea an, diese zeigen jedoch keine Verzweigung und verlaufen fast senkrecht zur Harnröhre. Einzelne Autoren sondern die neben der Harnröhre verlaufenden Epithelschläuche von den Drüsen ab und nennen sie Lakunen. Wenn man jedoch in Erwägung zieht, daß das Epithel dieser Gänge demjenigen der Ausführungsgänge der submukösen Drüsen in jeder Beziehung gleicht und daß an den Gängen immer zahlreiche Alveolen sitzen, so liegt kein Grund vor, die Gänge von den submukösen Drüsen abzusondern, von

welchen sie sich nur durch ihre Größe unterscheiden. Ich halte es für richtiger, die Bezeichnung „Lakune" für die in der Urethralschleimhaut vorkommenden, mit Harnröhrenepithel ausgekleideten Vertiefungen zu gebrauchen, wie dies auch allgemein geschieht. Auch parasurethrale Gänge konnte ich mehrfach beobachten; einen Teil dieser halte ich für nichts anderes als für submuköse Drüsen, welche an abnormer Stelle, d. h. neben dem Orificium externum münden.

7.

ÜBER DIE TÄGLICHEN TEMPERATURÄNDERUNGEN DES SANDES BEI DELIBLÁT.

Von JENŐ CHOLNOKY.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 17. November 1902.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítő" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie), Bd. XXI, p. 36—44.

Im vorigen Sommer hatte ich durch die Güte des Herrn Dr. ANDOR SEMSEY Gelegenheit, den Triebsand der ärarischen Sandwüste bei Deliblát nochmals zu untersuchen.

Meine Beobachtungen bezogen sich auf die Bewegung und Gruppierung der Sandmassen und außerdem auf die Änderungen der Temperatur in den oberflächlichen Schichten des Sandes. Insbesondere habe ich von 6 Uhr abends des 18. August 1902 bis 7 Uhr abends des 19. August, also durch volle 24 Stunden die Temperaturveränderungen mit der größten Sorgfalt beobachtet.

Ich habe dazu sieben aus verschiedenen Fabriken stammende Thermometer benutzt, darunter ein besonders gutes und feines Instrument, welches zur Kontrolle der übrigen diente. Dieses Thermometer kann laut Angabe der sächsischen großherzoglichen Thermometer-Kontrollanstalt zu Ilmenau von -10^0 bis $+10^0$ als fehlerfrei betrachtet werden, während seine Angaben über 20^0 um $0{,}1^0$ zu groß sind.

Ich habe die andern sechs, übrigens ebenfalls genügend guten Thermometer, mit diesem geprüften Thermometer Nr. 100440

zwischen 15° und 30° sorgfältig verglichen, und habe hierauf die Ablesungen auf Grund dieses Vergleiches korrigiert.

Ich habe für die Unterbringung der Thermometer einen ganz kahlen Sandhügel gewählt, dessen Strahlungsumstände durch keinen benachbarten Baum oder etwa höheren Sandhügel beeinflußt waren. Dieser Sandhügel befindet sich ca. 2½ km südöstlich von Gerebencz; er ragt etwa 20 m aus dem Flachlande empor und ist 150 m über dem Meeresniveau hoch. Zwischen dem Hügel und dem Karas-Tale befindet sich noch eine ganze Strecke halbfesten und waldbedeckten Hügellandes.

Die Thermometer wurden folgendermaßen untergebracht:

1. Das erste Thermometer wurde in einen viereckigen Holzmantel von 2 · 2 cm innerem Querschnitt gelegt und 87 cm tief unter die Oberfläche des Sandes versenkt. Die hölzerne Röhre erreichte nicht den Grund des gebohrten Loches, aber die Kugel des Thermometers kam mit dem Sande in unmittelbare Berührung. Der Holzmantel ragte etwa 3 cm aus der Sandoberfläche heraus, damit ein etwaiger Wind das Loch nicht versande.

2. Das zweite Thermometer war ebenfalls in einem Holzmantel und steckte 41 cm tief im Sande.

3. Das dritte wurde 20,5 cm tief in einer Pappendeckelhülse untergebracht.

4. Das vierte Thermometer wurde 4,3 cm tief in den Sand hineingesteckt, sodaß der zur Ablesung dienende Teil der Skala über dem Boden sichtbar war.

5. Der Mittelpunkt der Quecksilberkugel des fünften Thermometers lag 3 cm unter der Sandoberfläche.

6. Das sechste Thermometer lag horizontal auf der Sandoberfläche, mit einer feinen Sandschicht bestreut, sodaß die Quecksilberkugel eben zugedeckt wurde, d. h. so, daß man das Blinken des Quecksilbers selbst bei genauer Betrachtung mittels einer Lupe nicht mehr bemerken konnte. Dies ist der heikelste Teil der Beobachtung der Temperatur.

7. Ich habe endlich ein Thermometer auf einen vorragenden Ast eines von der Beobachtungsstelle etwas weiter abstehenden Baumes vor direkten Sonnenstrahlen geschützt aufgehängt, um mich auch über die Temperatur der Luft zu orientieren.

Die Unterbringung und Ablesung der tiefer liegenden Thermometer verursacht nur kleine, kaum in Betracht kommende Fehler*, besonders wenn man die Ablesungen wegen der Verschiedenheit der Temperatur der Quecksilberkugel und der Umgebung des Quecksilberfadens korrigiert.

Dazu habe ich die bekannte Formel

$$d = \frac{n(T-t)}{6400}$$

benutzt, wo d die Korrektion, n die in Graden ausgedrückte Länge des Quecksilberfadens, T die Temperatur der Quecksilberkugel und t die mittlere Temperatur des Quecksilberfadens bedeutet. Letztere wurde durch Interpolation aus den Angaben des obern Thermometers berechnet. Diese Korrektion war besonders bei jenen Thermometern notwendig, welche in die freie Luft herausragten.

Eine der schwierigsten Aufgaben ist die Messung der Temperatur der Sandoberfläche. Man könnte sagen, daß an der Oberfläche eines jeden Sandkörnchens eine andere Temperatur herrscht. Zweifellos erleiden die unmittelbar auf der Oberfläche liegenden Körnchen die größten Temperaturveränderungen. Ein Körnchen, welches von einem zweiten beschattet oder in seiner Strahlung verhindert wird, zeigt sogleich eine bedeutend geringere Schwankung in seiner Temperatur im Laufe eines Tages. Noch weniger ändert sich die Temperatur jener Körnchen, welche durch darüberliegende Körnchen eben bedeckt werden. Die Temperaturschwankung vermindert sich also außerordentlich rasch in der Vertikalen schon innerhalb einer sehr dünnen Sandschicht, besonders weil der trockene Sand ein sehr schlechter Wärmeleiter ist.

Die Bestimmung der Temperatur der an der Oberfläche liegenden Körnchen ist sehr umständlich, weil die Thermometerkugel durch die Strahlung anders beeinflußt wird als der Sand;

* Die freistehenden Thermometer können am leichtesten mit Hilfe eines kleinen 45° geneigten Spiegels abgelesen werden. Darauf hat mich Herr Alajos Schuller aufmerksam gemacht, als ich mich darüber beklagte, wie schwer ich die im Eise des Balaton aufgestellten Thermometer ablesen könne. Dieses Verfahren beschleunigt beträchtlich die Ablesungen, was für das Resultat von großer Wichtigkeit ist.

as Thermometer wird daher etwa den Mittelwert der durch trahlung geänderten Quecksilbertemperatur und der Sandoberlächentemperatur angeben. Nur dann wird das Thermometer lie wirkliche Temperatur des Sandes anzeigen, wenn es vollständig mit Sand bedeckt ist. Dies ist jedoch auch mit Schwierigkeiten verbunden, besonders wenn der Wind weht. Es ist sehr interessant, in diesem Falle das Ende des Quecksilberfadens mit einer stark vergrößernden Lupe zu beobachten. Man sieht ein stetiges Oszillieren des Fadens, jenachdem der Wind ganz oberflächliche heiße Körnchen auf die Kugel schleudert oder die Kugel zum Teil von ihrer Sanddecke befreit, wodurch die Temperatur des Quecksilbers durch Strahlung rasch fällt. Diesem oberflächlichen Thermometer zuliebe mußte ich einen ruhigen, windstillen und heiteren Tag wählen, und deshalb mußte ich am 19. August die Messung abends abbrechen, weil der Wind zu wehen begann und der Himmel sich mit Wolken bedeckte, wodurch die Umstände gründlich geändert wurden, sodaß die Beobachtung des Oberflächenthermometers bei Nacht fast unmöglich schien.

Die Temperatur der Luft bei Tag ist ebenfalls schwer zu beobachten. Das Thermometer ist nur bei voller Windstille ruhig, während ein schwacher Windhauch seine Angaben in wenigen Sekunden sogar um ganze Grade abändert. Besonders wenn der Wind eine Zeit lang aufhört, kommen heiße Luftstöße, worauf dann das Thermometer nach einigen Augenblicken um 2 bis 3 Grad mehr zeigt.

Außerdem ist der Unterschied zwischen der Temperatur in der Nähe des Sandes und der obern Schicht sehr groß; in der Tat können hier die Gesetze, welchen laut neuester Erfahrungen die vertikale Verteilung der Lufttemperatur gehorcht, über den Sand in einer kaum einige Meter hohen Luftsäule handgreiflich veranschaulicht werden.

Außerordentlich groß ist aber der Unterschied zwischen der Lufttemperatur auf der Spitze der Hügel und in den Vertiefungen zwischen denselben. Selbst bei Tag, in voller Windstille findet man bedeutende bald negative, bald positive Unterschiede; in einer stillen Nacht und bei Morgenanbruch sind jedoch die Unterschiede geradezu staunenswert. Am 19. August 1902 um 5 Uhr morgens,

gerade in dem Augenblick, wo die Sonne aufging, war die Temperatur der Luft an der Spitze des Hügels (1 m über der Sandoberfläche) 16,38°, während 25 m tiefer in der weiten seitlichen Furche unter dem Hügel 0,9 m über dem Boden das Thermometer 12,6° zeigte. Der weite Talgrund war ca. 1,5 m hoch mit dickem Nebel bedeckt.

Ebendeshalb kann die Bestimmung der Lufttemperatur nur im allgemeinen zur Orientierung dienen.

Ich habe die Thermometer stündlich abgelesen und erhielt nach Berücksichtigung sämtlicher Korrektionen nebenstehende Tabelle.

Diese Daten werden viel übersichtlicher, wenn wir dieselben auch graphisch darstellen. Am besten eignet sich zu diesem Zwecke die Darstellung durch sogenannte Isoplethen (Fig. 1). Es werden auf eine horizontale Achse die Zeiten, auf eine vertikale die Tiefen aufgetragen, und es wird der einer gewissen Zeit und Tiefe entsprechende Punkt mit der zugehörigen Temperatur kotiert. Die Punkte gleicher Temperatur werden zu je einer Kurve vereinigt und bilden die sogenannten Isoplethen. In der Fig. 1 sind die ganzzahligen Isoplethen eingezeichnet und zeigen in leicht verständlicher Form die Tagesänderung der Temperatur.

Die Figur ist ganz ähnlich jener, welche HOMÉN für die Temperaturänderung des kahlen finländischen Sandbodens veröffentlicht hat*. Die allgemeine mittlere Temperatur ist daselbst etwas tiefer, das Maß der Änderung ist jedoch beinahe dasselbe (Fig. 2).

In Fig. 1 kann durch die punktierte Linie die Maximaltemperatur für jeden Zeitpunkt gefunden werden. Die trassierte Linie verbindet die Punkte minimaler Temperatur jeder Zeit. So ist z. B. die Temperatur abends 8 Uhr ungefähr 23° auf der Oberfläche, das Maximum (27,7°) liegt etwa 14 cm tief, und von hier an fällt die Temperatur des Bodens allmählich mit zunehmender Tiefe.

Um 8 Uhr morgens ist die Temperatur auf der Oberfläche des Sandes sehr hoch (24,7°), von da an fällt die Tempera-

* Dr. TH. HOMÉN, Der tägliche Wärmeumsatz im Boden und die Wärmestrahlung zwischen Himmel und Erde, Leipzig 1897.

Die täglichen Temperaturänderungen des Sandes zu Deliblát.

Zeit der Beobachtung	Nummer und Tiefe der Thermometer						
	1 87 cm	2 41 cm	3 20,5 cm	4 4,3 cm	5 3,0 cm	6 0,1 cm	7 Luft
Beobachtet am 18. August 1902.							
6 Uhr nachm.	—	24,4	28,35	30,50	30,00	28,26	25,0
7 „ „	17,95	24,4	28,00	28,37	27,65	25,05	23,5
8 „ „	17,75*	24,5	27,40	26,00	25,50	23,25	21,1
9 „ „	17,85	24,6	26,95	24,88	24,10	22,05	20,5
10 „ „	17,75*	24,7	26,25	23,62	22,80	20,90	19,6
11 „ „	17,85	24,7	25,77	22,88	21,90	20,10	18,6
12 „ Mittern.	18,05	**24,75**	25,14	22,00	21,00	19,30	18,3
Beobachtet am 19. August 1902.							
1 Uhr vormitt.	17,95	24,72	24,57	21,25	20,25	18,60	17,3
2 „ „	18,05	24,6	24,20	20,38	19,45	17,85	16,6
3 „ „	18,15	24,5	23,48	20,00	18,80	17,25	16,4
4 „ „	18,15	24,4	23,00	19,12	18,25	15,75*	16,0*
5 „ „	18,15	24,3	22,60	18,75	17,85	16,35	16,4
6 „ „	18,15	24,1	22,30	18,38*	17,65	16,55	16,1
7 „ „	18,15	24,02	21,83	18,38*	16,85*	17,35	18,6
8 „ 10 M. vm.	18,25	23,8	21,52*	20,38	21,40	24,70	21,2
9 „ 15 „ „	18,35	23,72	21,74	24,75	26,65	33,52	23,2
10 „ vormitt.	18,40	23,7	22,10	26,12	29,30	38,30	24,4
11 „ „	**18,75**	23,5	23,33	30,62	32,90	43,40	26,2
12 „ mittags	18,45	23,5*	24,50	32,88	34,85	45,30	27,2
1 „ nachm.	18,45	23,5	25,33	34,62	36,68	**47,60**	28,1
2 „ 5 M. nm.	18,45	23,7	26,58	**35,88**	**37,23**	44,85	**28,9**
3 „ nachm.	18,45	23,75	27,42	34,75	36,14	42,50	28,8
4 „ „	18,45	23,8	28,05	34,62	35,35	38,50	28,6
5 „ „	18,45	24,15	28,58	33,12	33,55	34,10	28,1
6 „ „	18,35	24,3	**28,72**	31,12	31,02	29,30	26,8

sehr rasch bis zur Tiefe von 8 cm, woselbst sie ein Minimum besitzt. Weiter unten wächst die Temperatur bis 40 cm Tiefe, wo wiederum ein Maximum folgt (23,6°), von wo an die Temperatur abermals zu sinken beginnt.

Endlich ist um 2 Uhr nachmittags die Temperatur der Oberfläche beinahe 45°, und von da an fällt sie erst rascher, später langsamer, ohne irgend ein Maximum oder ein Minimum zu zeigen.

Die Bodenoberfläche zeigt die tiefste Temperatur unmittelbar vor Sonnenaufgang und die höchste um 1 Uhr nachmittags. Die größte tägliche Schwankung der Temperatur beträgt an der Oberfläche 32°. In der Tiefe von 80 cm ist die Änderung schon ganz

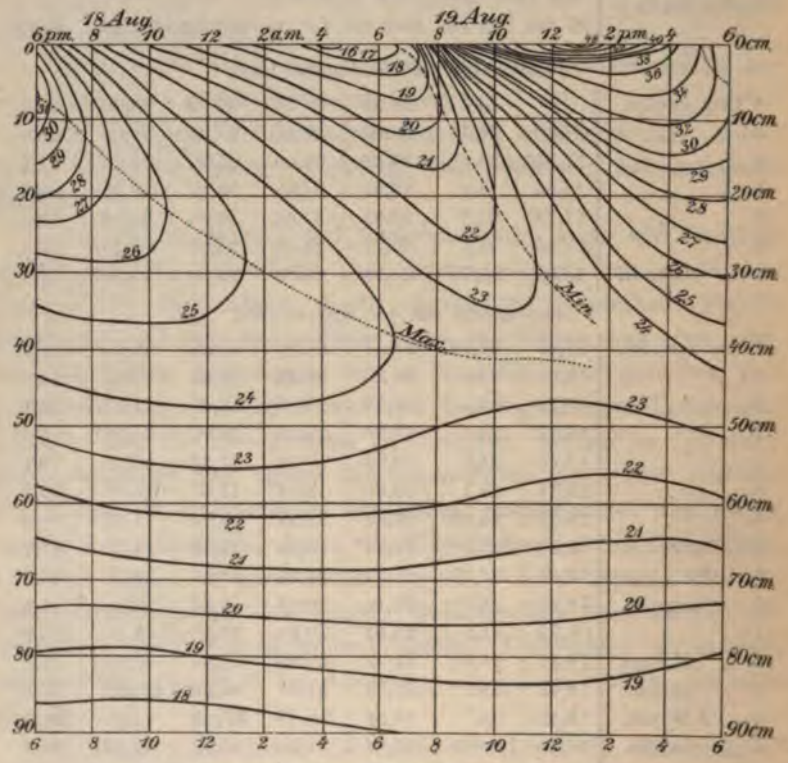


Fig. 1. Die täglichen Temperaturänderungen des Sandes zu Deliblát.

unbedeutend, das Maximum und Minimum zeigen gegenüber der Oberfläche eine beinahe halbtägige Verspätung.

Als Resultat der Messungen ergeben sich folgende Sätze:

1. Die Temperaturänderungen im delibláter Sande weisen dasselbe Maß auf, wie im finländischen, die Berechnungen HOMÉNS sind daher auch für unsern delibláter Sand gültig, laut welchen der nächtliche Frost deshalb seltener auf Sandboden als im Moorboden vorkommt, weil im Sandboden eine dicke

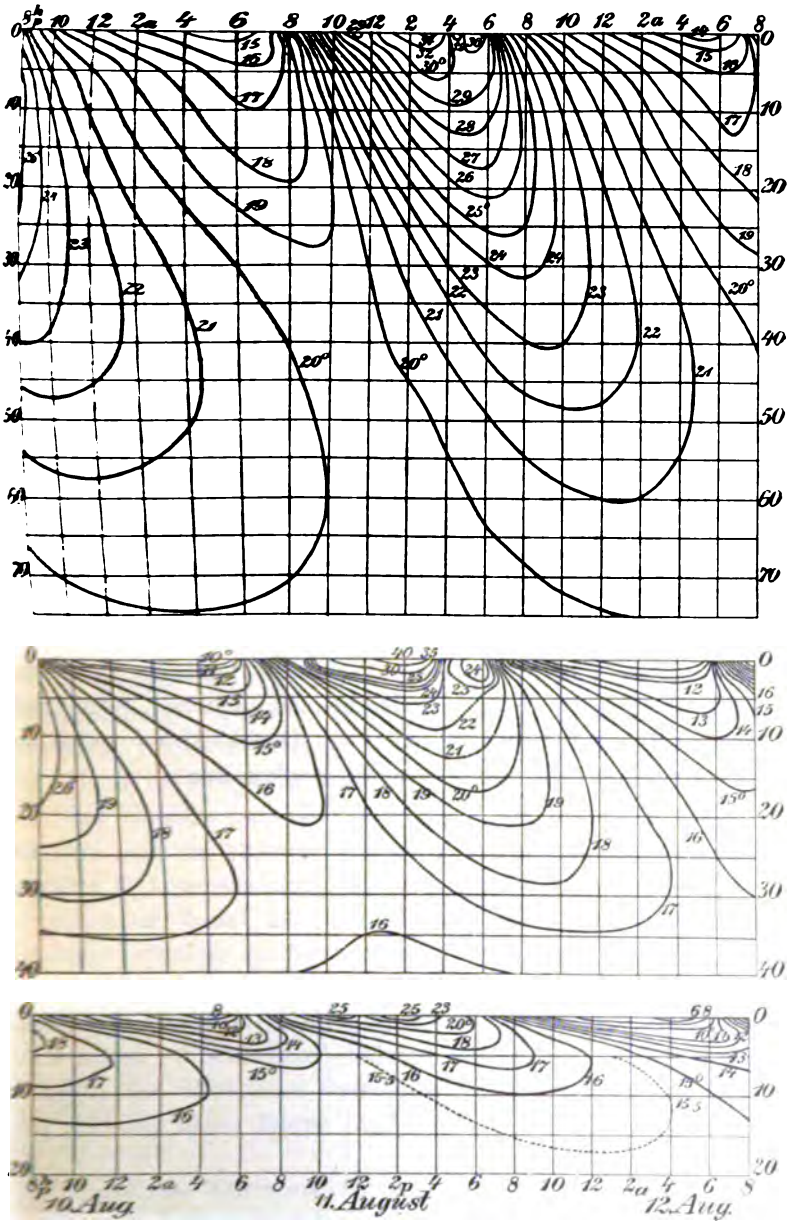


Fig. 2. Die Änderung der Temperatur in verschiedenartigem Boden nach HOMÉN. *a* Granitfelsen, *b* Sandhaide, *c* Moorwiese.

Schicht an der täglichen Temperaturänderung teilnimmt und so im Sandboden bei Nacht ein größerer Wärmevorrat aufgespeichert ist, als im Moorboden. Dieser Wärmevorrat kann wegen der großen Temperaturgradienten rasch den höhern Schichten übergeben werden, falls dieselben wegen einer außergewöhnlichen Witterung eine zu große Abkühlung erleiden.

In den Vertiefungen zwischen den Sandhügeln findet man oft Tonboden, der nächtliche Frost wird daher an diesen tiefern Stellen mehr Schaden verursachen als an der Spitze der Hügel. Außerdem ist auf der Spitze, auch laut vorliegender Untersuchung, die Temperatur höher, als in den Vertiefungen, es hat daher in den Mulden auch aus diesem Grunde das Auftreten eines nächtlichen Frostes mehr Wahrscheinlichkeit für sich. Diese Folgerungen wurden schon längst durch die Erfahrung bestätigt.

2. Die Temperatur fällt in den oberflächlichen Schichten so rasch mit zunehmender Tiefe, daß nur durchaus gründlichen Messungen der Oberflächentemperatur irgend ein Wert zuerkannt werden darf und verschiedene Messungen nur dann miteinander verglichen werden dürfen, wenn sie nach derselben Methode ausgeführt worden sind. Das beste Verfahren besteht darin, daß man die Thermometerkugel mit der kleinstmöglichen Sandschicht bedeckt, bei welcher das Blinken des Quecksilbers selbst mit Hilfe einer Lupe nicht mehr bemerkt werden kann.

8.

DAS GEHÖRORGAN DER UNGARISCHEN BLINDMAUS (SPALAX HUNGARICUS NHRG).

Von Dr. JULIUS SZAKÁLL.

Schon in meiner Abhandlung über das Auge der Blindmaus* habe ich darauf hingewiesen, daß im Falle der Verkümmerung irgend eines Sinnesorganes sich dafür in der Regel als Rekompensation ein anderes vollkommener entwickelt. Dies zeigt sich besonders in Fällen, wenn die Rekompensation für die Erhaltung der Art von höchster Wichtigkeit ist.

Gegenwärtig sind bereits so viele Fälle der erwähnten Rekompensation bekannt, daß die anatomischen Untersuchungen höchstens noch die Details beleuchten, ohne aber die Richtigkeit der These in Frage zu stellen.

Im Gehörorgan der Blindmaus erblicken wir ein so auffälliges und so überaus interessantes Beispiel der vervollkommnenden Rekompensation, daß es in der Tat der Mühe lohnt, sich eingehender damit zu befassen. Ich habe die Frage selbst mit großem Interesse studiert, nicht nur weil ich hinsichtlich der genauern Anatomie des Gehörorgans der ungarischen Blindmaus neues zu bieten vermochte, sondern weil ich bei meinen Untersuchungen zu Resultaten gelangt bin, die auch einige strittige Fragen, die allgemeine Gewebelehre des Gehörorgans betreffend, der Lösung näher führen dürften.

* *Állattani Közlemények* I 1902 p. 80. Die hier niedergelegten Resultate meiner Untersuchungen beziehen sich gleichfalls auf die ungarische Blindmaus (*Spalax hungaricus* Nhrg.)

Aus nachstehenden Erörterungen geht hervor, daß das innere Ohr der Blindmaus in gewisser Beziehung vollkommener ist, als das der bisher untersuchten Säuger, obgleich dabei auch einiger Verkümmerung zu gedenken ist, insbesondere hinsichtlich der Muskeln der Gehörknöchelchen, von welchen ich bei den Serienschnitten weder den *m. tensor tympani*, noch den *m. stapedius* gefunden habe. Wenn ich nun das Gehörorgan der Blindmaus trotz des Mangels dieser beiden kleinen Muskeln für vollkommener entwickelt halte, als dasjenige der in dieser Beziehung untersuchten Säuger, so werde ich dies durch Schilderung der Struktur des ganzen Organs zu begründen suchen.

Das Untersuchungsmaterial habe ich mit freundlicher Unterstützung des Vorstandes der budapester staatlichen entomologischen Station, Herrn JOSEF JABLONOWSKI, aus Kúnágota beschafft, die Untersuchungen aber zufolge der Freundlichkeit des Herrn Prof. Dr. FRANZ TANGL in dem physiologisch-histologischen Institut der tierärztlichen Hochschule ausgeführt. Ich erfülle eine angenehme Pflicht, indem ich beiden Herren auch an dieser Stelle meinen innigsten Dank ausspreche.

Die Untersuchungsmethode.

Die Untersuchungen habe ich an den mit verschiedensten Fixierungsflüssigkeiten (Osmiumsäure, Formaldehyd und Sublimat) fixierten Präparaten des ganzen Gehörorgans von teils mazerierten, teils frisch getöteten Tieren ausgeführt.

Die fixierten Präparate habe ich nach der Dekalzinierung entweder in toto mit alkoholischem Safranin oder mit dem HANSENschen Hämatoxylin gefärbt und erst hierauf in Paraffin eingebettet, oder aber habe ich die mit Wasser bereits aufgeklebten Serienschnitte gefärbt, selbstverständlich nach vollständiger Entfernung des Paraffins. Zur histologischen Differenzierung habe ich Eosin-, Pikrinsäure- und Thyoninlösungen angewendet.

Nach der Dekalzinierung war es äußerst schwierig, von den Präparaten Paraffinserienschnitten anzufertigen, weil die Präparate während der Behandlung mit Alkohol und Chloroform sehr hart geworden sind, besonders wenn die Vorbereitungen zum Ein-

hetten — ungerechnet der Dekalzinierung — länger als 36 Stunden währten. Nachdem ich aber die Erfahrung gemacht habe, daß eine Vorbehandlung von 3—4 Stunden zum Gelingen der Einbettung vollständig hinreicht, so habe ich den erwähnten Übelstand stets auf folgende Weise umgangen: Nach der Fixierung und Härtung habe ich das ganze Gehörorgan in 2 %iger Salpetersäure, gemengt mit 2 %igem Formaldehyd, dekalziniert. Durch diese, binnen 3—4 Tagen mehrmals erneuerte Flüssigkeit habe ich die vollständige Dekalzinierung bewerkstelligt, denn das mittlere und innere Ohr ist nur mit ganz wenig kompaktem Knochenbestand umschlossen. Nach der Dekalzinierung habe ich das Präparat 5—6 Stunden lang in Leitungswasser ausgewaschen und bevor ich es in toto färbte oder in Alkohol legte, gab ich es zur Neutralisierung der zurückgebliebenen Säure auf 2—3 Stunden in mit gewöhnlichem Kreidepulver saturierten 90 %igen Alkohol. Wenn ich hierauf zum Färben in toto das HANSENsche Hämatoxylin verwandte, verdünnte ich es dreifach mit destilliertem Wasser, der Alkohollösung des konzentrierten Safranin aber fügte ich die doppelte Menge absoluten Alkohols hinzu. Binnen 15 bis 18 Stunden war die Färbung beendigt, und während ich den überflüssigen Farbstoff nach der Färbung mit Hämatoxylin 3 bis 4 Stunden in Leitungswasser auswusch, habe ich bei Safranin durch mehrmalige Erneuerung des 96 %igen Alkohols eben dasselbe erreicht. Ich ließ das Präparat nun 3—4 Stunden in 70 und 90 %igen, sowie in absoluten Alkohol und überführte es aus letzterem in Alkohol und Chloroform aa. in der Weise, daß ich in eine Glasröhre von 1 cm Durchmesser erst Chloroform und auf dies ebensoviel Alkohol goß. Das Präparat schwamm anfänglich an der Berührungsgrenze der beiden Flüssigkeiten, hielt aber mit der Vermengung derselben gleichen Schritt und versank immer mehr, so daß es nach 2 Stunden auf den Boden der Glasröhre anlangte, was zugleich die Durchtränkung mit diesen Flüssigkeiten andeutete. Hierauf gab ich das Präparat auf 2—3 Stunden in 5 ccm Chloroform, während welcher Zeit ich dem Chloroform soviel weißen Paraffin beifügte, als dasselbe in gewöhnlicher Zimmertemperatur auflöste. Nach Verlauf von weiteren 3 Stunden gab ich das Präparat samt dem Paraffin-Chloroform in den auf

48° C. eingestellten Thermostat, worin das Chloroform alsbald verdunstete und somit reines Paraffin zurückblieb, in welchem das Präparat 2 Stunden lang verblieb. Nunmehr folgte die Einbettung. Zu diesem Zwecke sind die gewöhnlichen Zahnpulverschalen sehr geeignet und billig; bei der Einbettung kleiner Präparate haben dieselben auch noch den Vorteil, daß man darin, wenn man eine entsprechende orientierende Skizze anfertigt, gleichzeitig mehrere Präparate einbetten kann.

Diese Art der Dekalzinierung und Einbettung habe ich auch bei Präparaten aus dem Felsenbein der Zieselmaus, einem älteren Hunde und eines 3 Wochen alten Büffelkalbes mit Erfolg angewendet, nur daß ich zur Dekalzinierung für längere Zeit (8 bis 10 Tage) 5%ige Salpetersäure in Anspruch nehmen mußte.

Die topographischen Verhältnisse des inneren und mittleren Ohres.

Die topographischen Verhältnisse der einzelnen Teile des inneren Ohres oder Labyrinthes, d. i. die Schnecke, die Bogengänge und der Vorhof, sind sowohl von der Seite der Paukenhöhle als auch der Schädelhöhle so leicht zu überblicken, wie bei keinem einzigen andern Nager bezw. Säuger.

Die Schnecke (Fig. 1 *cs*) liegt derart in der Paukenhöhle, daß ihre Achse fast parallel verläuft mit dem untern Niveau der Schädelhöhle, während der Apex nach vorn und etwas nach außen gerichtet ist. Zwischen den einzelnen Windungen bildet die, an der vorderen Spitze des *Foramen ovale* (Fig. 1 *pa*) beginnende und an der Oberfläche der Schnecke bis zum Apex hinziehende Furche, die Grenze. Die Schnecke ist von ihrer hinter dem *Foramen rotundum* liegenden Basis bis zum Apex gemessen 0,19 cm hoch und sind daran in derselben Linie $3^1/_4$ Windungen sichtbar*. Am Beginn der basalen Windung ist das von einer

*) Aus der Zahl der Windungen und der Höhe der Schnecke folgt noch durchaus nicht die hochgradige Entwicklung, denn dafür ist die Gesamtlänge der einzelnen Windungen maßgebender, nämlich wie groß der Raum ist, auf welchem das Cortische Organ liegt. Aus der Abbildung (Fig. 1 u. 2) ist es ersichtlich, daß diese Verhältnisse bei der Blindmaus sehr günstig sind, denn die Windungen haben im Verhältnis zur Höhe der Schnecke einen äußerst langen Radius, zudem ist ihre Zahl recht beträchtlich.

hohen Lippe umgebene *Foramen rotundum* (Fig. 1 *ka*) vor und unter demselben, aber in der Tiefe das *Foramen ovale* (*pa*) sichtbar, welch letzteres indessen mehr einer gestreckten, in der Längsachse gekrümmten Büchse als einer ovalen Öffnung gleicht; seine Länge beträgt 0,15 cm, die Breite dagegen bloß 0,08 cm. Durch das *Foramen rotundum* erblickt man den Anfang der knochigen *Lamina spiralis*, welche der Richtung der basalen Windung der Schnecke folgt, und solcher Art ist ihre Situierung durch die geräumige Öffnung gut wahrnehmbar. Den Vorhof kann man nach Entfernung des Randes des *Foramen rotundum* durch das *Foramen ovale* nahezu in seiner ganzen

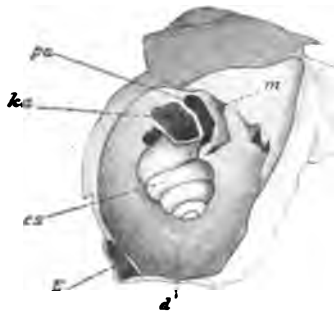


Fig. 1. Rechte Paukenhöhle von der Seite, vergrößert: *ka* = Foramen rotundum; *pa* = Foramen ovale; *E* = Öffnung der Ohrtrompete; *a'* = innere Wandung der Paukenhöhle; *m* = Öffnung der Seitenhöhle der Paukenhöhle; *cs* = Schnecke. Vierfache Vergrößerung.

Größe überblicken, wobei man bemerkt, daß an der inneren Wandung sich zwei ziemlich hohe senkrechte Leisten hinziehen, welche die Höhle in zwei Teile sondern.

Oben und vor dem *Foramen ovale* zeigt sich eine in eine große Nebenhöhle der Paukenhöhle führende geräumige Öffnung (Fig. 1 *m*), deren Unterrand von der Tuba Fallopii und dem vorderen Bogen des seitlichen Bogenganges gebildet wird. Um besser in diese Höhle blicken zu können, entfernt man den oberen Teil des Felsenbeins, worauf man auf dem Boden und an der inneren Wandung derselben die seitliche und obere Ampulla, sowie den vorderen Stiel des oberen Bogenganges sich ausheben sieht.

Die seitliche und untere Wandung der Paukenhöhle ist gleich-

förmig glatt. Während die seitliche Wandung etwas gestreckt ist und in Ermangelung des knochigen äußeren Gehörganges bloß eine ringartige Öffnung umschließt, zeigt sich am tiefsten Punkte der untern Wandung nahe der Vereinigung des hintern

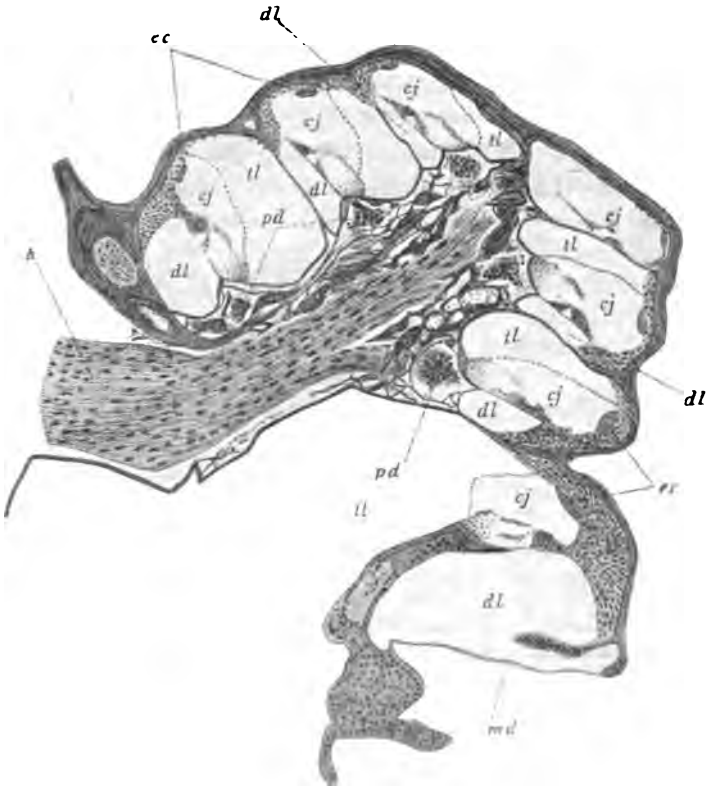


Fig. 2. Durchschnitt der Schnecke in der Achsenmitte: h = Gehörnerv; pd = Ganglion spirale Corti; dl = Paukentreppe; tl = Vorhofstreppe cj = Schneckengang; ec = Stria vasculosa; md = sekundäres Trommelfell. Vergrößerung: REICHERT oc. 2, obj. 1.

Teils des Keilbeines und des Basalteiles des Hinterhauptbeines die Öffnung der Ohrtrompete (Fig. 1 *E*).

An der Seite des Felsenbeines gegen die Schädelhöhle machen sich eine obere, unpaare große und zwei untere, unmittelbar übereinander liegende kleinere Vertiefungen bemerkbar. Der obere Rand der erstern wird durch den obern Bogengang gebildet,

welcher in eine blind endigende Öffnung führt und seiner Lage wie seiner Bestimmung nach, dem bei den Vögeln besonders gut entwickelten *Hiatus subarcuatus* vollständig entspricht, in dem ein kleiner Anhang der Seitenlappe des kleines Gehirns Platz findet. Von den zwei untern Vertiefungen ist die vordere mehr oder weniger eiförmig und am Boden derselben zeigt sich vorn und oben der Anfang der Tuba Fallopii, hinten und oben aber befinden sich für die zum Sacculus und Utriculus führenden Nerven kleine Löcher (*area cribrosa sup.*). Das hinter und ein wenig unter dieser Vertiefung befindliche Loch ist kreisrund, und nachdem es mit keinem so hohen Rand versehen ist, so zeigt sich am Boden desselben deutlich das zentrale Schneckenloch und rings um dasselbe mehrere kleine Öffnungen.

Die Bogengänge lassen sich ohne besondere Präparierung studieren, vorzüglich durch jene Nebenhöhle, welche durch die über dem Foramen ovale befindliche geräumige Öffnung mit der Paukenhöhle korrespondiert.

Von den Gehörknöchelchen bildet der Hammer (*malleus*) (Fig. 3B) bezw. der Körper (*t*) und Kopf (*f*) desselben mit dem Stiel (*n*) einen Winkel von ungefähr 145°; während erstere Teile im ganzen auf der obern Fläche des knochigen Trommelringes liegen, hängt mit dem Trommelfell bloß der Stiel zusammen. Die ganze Länge beträgt 0,4 cm. Die hintere Gelenkfläche des Kopfes wird durch eine seichte Furche in eine obere größere und eine untere kleinere Partie geteilt. Unter dem Kopfe erhebt sich an der vordern Außenseite des Körpers der lange Fortsatz (*hn*), welcher sich der Fissura Glaseri einfügt, bezw. wird derselbe durch das vordere Ligamentum des Hammers daran befestigt. An der diesem Fortsatze entgegengesetzten Seite befindet sich am Körper des Hammers eine kleine Anschwellung, an welcher das Gewebeband haftet, das die Stelle des *Musculus tensor tympani* einnimmt.

Am Ambos (Fig. 3A) ist die Gelenkfläche (*if*) des Körpers sattelförmig, und seine Gestaltung stimmt, wie auch aus den Abbildungen ersichtlich, mit der Gelenkfläche des Hammers nicht überein, sodaß sie nur durch Zwischenschiebung eines Gelenkknorpels ineinander passen könnten, nachdem aber dieser

fehlt, ist das Hammer-Ambosgelenk zu weit. Von den Fortsätzen des Ambos ist der kürzere, *Proc. brevis* (*rn*), kaum 0,04 cm, während der längere, in der Längsachse etwas gewundene und dem Ende gegen die innere Wandung der Paukenhöhle geneigte Fortsatz, *Proc. longus* (*hn*), 0,17 cm lang ist.

Der Steigbügel (Fig. 3 C) ist 0,18 cm hoch, die Breite seiner Platte beträgt 0,06 cm, die Länge aber 0,21 cm. Von den Stielen ist der vordere äußere (*ks*) dick und gerade, der hintere innere (*hs*) dagegen bogig und dünn. Die obere Fläche der Platte ist konkav, die untere konvex. Das obere Ende

Fig. 3 A. Fig. 3 B. Fig. 3 C.

A) Der Ambos: *if* = Gelenkoberfläche; *rn* = der kurze und *hn* = der lange Fortsatz. — B) Der Hammer: *t* = Körper; *f* = Kopf; *n* = Stiel; *hn* = langer Fortsatz. — C) Der Steigbügel: *t* = Basis; *ks* = äußerer Stiel; *bs* = innerer Stiel; *f* = Kopf. — Sämtliche Gehörknöchelchen in 40facher Vergrößerung.

der beiden Stiele ist zu einem gemeinsamen Stück vereinigt, mit welchem das Capitulum (*f*) vollständig verwachsen ist. Die Platte ist der Form des Foramen ovale entsprechend etwas gebogen.

All diese Verhältnisse sind schon am ausgelaugten Schädel sehr instruktiv, denn die Schnecke liegt fast vollständig frei in der Paukenhöhle, wodurch es möglich ist, ihre Gestaltung auch ohne besondere Präparation zu studieren. Eben dasselbe gilt auch betreffs des Vorhofes und der Bogengänge, und all das läßt sich auf den Mangel des kompakten Knochenbestandes des Felsenbeines zurückführen. Auffallend ist ferner die übermäßige Entwickelung des an der innern Oberfläche des Felsenbeins der

Blindmaus neben dem Bogengang befindlichen Öffnung (*hiatus subarcuatus*), welche in diesem Grade bisher bloß an Vögeln bekannt war.

Histologische Struktur des Gehörorgans.

Falls man von dem ganzen Gehörorgan in der Weise Serienschnitte anfertigt, daß die Schnittrichtung parallel der Achse des Foramen ovale (Fig. 1 *pa*) verläuft, so gibt der Schnitt von der Höhe der hintern untern Fläche des Foramen rotundum das Bild Fig. 2.

Aus der Abbildung zeigt es sich, daß die Schnecke im ganzen einem gekippten Kegel gleicht, dessen Seitenwandung weit höher ist, als die innere, was auf die Geräumigkeit des Anfanges der basalen Windung zurückzuführen ist. An diesem Schnitte, welcher die Achse der Schnecke und darin den bis zum Apex der Schnecke hinreichenden Nerven in der ganzen Länge trifft, findet man, mit Rücksicht auf das Benehmen der Windungen, die an der ausgewachsenen Schnecke gemachte Wahrnehmung bestätigt, daß sich an der Schnecke der Blindmaus $3^1/_4$ Windungen befinden, von welchen die basale am geräumigsten, die apikalen hingegen die engsten sind. In senkrechter Richtung lassen sich folgende Maße feststellen: Die basale Windung ist 898 μ, die zweite 445 μ, die dritte 364 μ und der Anfang des am Apex gelegenen 165 μ stark, d. i. gegenüber der Höhe von 898 μ der basalen Windung sind die übrigen insgesamt 974 μ hoch. Auffallend ist ferner das Höhenverhältnis zwischen der Vorhofstreppe und der Paukentreppe der einzelnen Windungen, welches in der basalen Windung zwar noch kaum zur Geltung gelangt, denn hier ist die Paukentreppe, *Scala tympani* (*dl*), 365 μ und die Vorhofstreppe, *Scala vestibuli* (*tl*), 535 μ hoch, allein schon in der zweiten Windung ist die Paukentreppe bloß 145 μ, die Vorhofstreppe aber 300 μ hoch, mithin ist letztere doppelt so hoch. Ein getreues Bild dieses Verhältnisses bietet die Abbildung Fig. 2.

Das Knochengehäuse der Schnecke wird durch eine sehr dünne kompakte Knochenlamelle gebildet, mit deren innerer Oberfläche der von der Achse des schwammigen Bestandes ausgehende und die Grenze zwischen den Windungen andeutende Verschluß zusammenhängt.

Die *Lamina spiralis ossea* (Fig. 4 *cpl*) reicht so tief in die einzelnen Windungen herab, daß z. B. am Ende der ersten Windung bloß eine ganz schmale Lücke für die *Membrana basilaris* (*al*) übrig bleibt; dasselbe Verhältnis hat man mehr oder weniger bis zur Apikalwindung. Sowohl an der obern wie an der untern

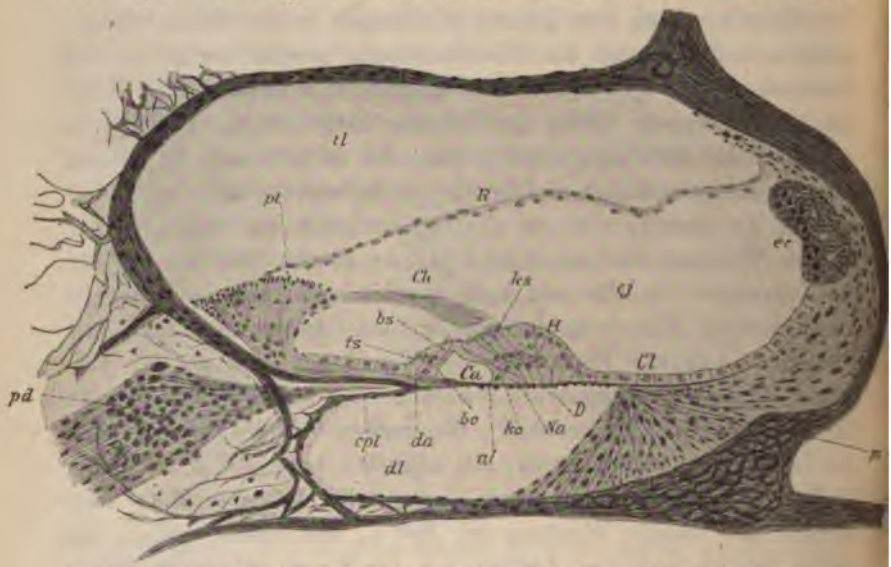


Fig. 4. Durchschnitt einer Schneckenwindung: *dl* = Paukentreppe; *cj* = Schneckengang; *tl* = Vorhofstreppe; *pt* = Limbus spiralis; *cpl* = Lamina spiralis ossea; *Ch* = Membrana tectoria; *da* = Labium tympani; *bs* = innere Haarzelle; *ts* = Stützzelle; *bo* = innere Pfeilerzelle; *ko* = äußere Pfeilerzelle; *Ca* = Pfeilertunnel; *Na* = Nuelscher Raum; *ks* = äußere Haarzellen; *D* = Deiterssche Stützzellen; *H* = Hensensche Zellen; *Cl* = Claudiussche Zellen; *ec* = Stria vascularis; *R* = die Reissnersche Haut; *ps* = Ligamentum spirale; *al* = Basilarmembran; *pd* = Ganglion spirale Corti.
Vergrößerung: Reichert, oc. 2, obj. 7.

Fläche der *Lamina spiralis ossea* zeigt sich ein kompakter Knochenbestand, während zwischen beiden das von Knochenlamellen umgebene *Ganglion spirale* Corti (Fig. 2 *pd*) und die von hier bis zum Cortischen Organ hinreichenden Nervenfasern sichtbar sind.

Die histologische Struktur des an der obern Fläche der *Lamina spiralis ossea* befindlichen *Limbus spiralis* (Fig. 4 *pt*) weicht von der des vorigen scharf ab, demzufolge die Grenzen, be-

sonders an den mit Eosin nachgefärbten Präparaten sehr scharf zu unterscheiden sind. Die Grundsubstanz erscheint bei geringer Vergrößerung homogen, bei stärkerer Vergrößerung aber wird die Faserigkeit recht auffällig, was hauptsächlich in der Nähe des innern *Sulcus spiralis* und an dem gestreckten *Labium tympani* (Fig. 4 *da*) sich äußert, denn in dieser Gegend zeigen sich in der Grundsubstanz nur spärliche oder überhaupt keine Kerne. Die Richtung der Fasern ist derart, daß die einzelnen Fasern gegen den Anfang des *Labium tympani* als ihr Zentrum ziehen und in dem langen *Labium tympani* schon parallel laufen. In der Grundsubstanz sind unregelmäßig verstreute runde Kerne eingebettet, welche nahe der obern Fläche des *Limbus spiralis* zwar entschieden in Schichten angeordnet sind, ohne daß sich aber zwischen den Kernen oder unter denselben gegenüber dem Bestande des *Limbus spiralis* Zellengrenzen nachweisen ließen. Die erwähnten Kerne sind Bestandteile der Zellen, welche die Oberfläche des *Limbus spiralis* bedecken, die aber bei vorrückendem Alter — wie BÖTTCHER* nachgewiesen hat — immer mehr mit dem eigenen Bestand des *Limbus spiralis* verschmelzen, während sie bei Beginn der Entwickelung durch eine scharfe Grenze getrennt sind. Diese Beobachtung BÖTTCHERS bezieht sich zwar auf andere Säugetiere, allein sie wird bei der Blindmaus bestätigt, trotzdem laut GOTTSTEIN** zwei so heterologe Gewebe wie das Epithel des Schneckenganges und das knochenartige Gewebe des *Limbus spiralis* sich nicht verschmelzen können und hierfür im Organismus kein Beispiel bekannt ist. GOTTSTEIN begründet seine Meinung damit, daß dies Epithel in der Schnecke embryonaler oder neugeborener Tiere — wie es auch BÖTTCHER beobachtet hat — gegen die Basis scharf begrenzt ist und sich ihm zufolge nach einem Glyzerin- oder Jodserumbade von der Basis leicht ablöst, was gegen die innige Verschmelzung zeugt.

* A. BÖTTCHER, Über Entwickelung und Bau des Gehörlabyrinths nach Untersuchungen an Säugetieren; Verhandl. d. kais. Leop. Carol. deutschen Akademie der Naturforscher, Dresden 1869.

** J. GOTTSTEIN, Über den feineren Bau und Entwicklung der Gehörschnecke der Säugetiere und des Menschen; Arch. f. mikrosk. Anat. 1872, I. 145—199.

Dem gegenüber können wir darauf hinweisen, daß sich dies Epithel nach der Behandlung der Schnecken alter Tiere mit denselben macerierenden Flüssigkeiten niemals ablöst.

DEITERS* und LÖWENBERG** halten den Limbus spiralis für ein Bindegewebe, während ihn BÖTTCHER in seinem erwähnten Werke für ein knorpeliges Gebilde erklärt. Dem entgegen bezeichnen ihn GOTTSTEIN*** nebst WALDEYER als eine osteoide Substanz, weil laut ihm in der Grundsubstanz derselben, die dem Knorpel ähnlich, fast homogen, aber mit derjenigen der Knorpel nicht identischer Struktur ist, sich Knochenkörperchen ähnliche Zellen nachweisen lassen. Seiner Ansicht nach wird dies durch die entwicklungsgeschichtlichen Untersuchungen bestätigt, denn der Limbus spiralis entsteht nebst der Lamina spiralis aus dem Bindegewebe der Schneckenhülsen, nur daß die Lamella verknöchert, während der Limbus spiralis immerfort „ein Vorgebilde des Knochens" bleibt, dessen Struktur laut GOTTSTEIN gleichwertig ist mit dem Knorpel.

Das Labium vestibulare beugt sich dachförmig über den innern Sulcus spiralis, das Labium tympanicum (Fig. 4 *da*) aber ist so gestreckt, daß es die knochige Lamina spiralis überragt, folglich auch der innern Haarzelle zur Basis dient, und noch weiter bis unter den Pfeilertunnel (*Ca*) vordringt. Bei dieser Gestaltung hängt die Membrana basilaris der Spalax (Fig. 4 *al*) nicht mit der Lamina spiralis ossea (*cpl*) zusammen, sondern geht von dem Labium tympanicum (*da*) des Limbus spiralis aus.

Die Höhe des Limbus spiralis schwankt in den einzelnen Windungen zwischen 50—102 μ; natürlich ist derselbe an der Basis am höchsten und in der Apikalwindung am niedrigsten = die Länge des Labium tympanicum beträgt 115—144 μ, während die Dicke desselben bloß 5—8 μ ausmacht.

Die REISSNERsche Haut (*Membrana Reissneri*, Fig. 4 *R* haftet derart an der obern, d. i. konvexen Fläche des Limbus

* DEITERS, Untersuchungen über die Lamina spiralis membranacea Bonn 1860.

** LÖWENBERG, La lame spirale du limaçon de l'oreille, de l'homme et des mammifères, Paris 1867.

*** L. cit. p. 153.

spiralis, daß die Haftstelle in der basalen Windung in die Nähe des Labium vestibulare fällt, sich aber nach oben immer mehr von demselben entfernt, so daß sich die REISSNERsche Haut in der Apikalwindung schon der innersten Partie der obern Fläche des Limbus spiralis anschließt. Seitlich haftet die REISSNERsche Haut oberhalb der in jeder Windung speziell entwickelten Stria vasculosa (Fig. 2 u. 4 *ec*), in unmittelbarer Nähe derselben; ihre Stärke beträgt kaum 6 μ, demzufolge an ihrer Oberfläche nicht nur die Kerne der Vorhofstreppe (*tl*), sondern auch die an der Oberfläche der Paukentreppe bezw. des niedrigen Plattenepithels wulstig erheben.

Die Membrana tectoria (Fig. 4 *Ch*) entspringt an dem gegen den Vorhof liegenden Teil des Limbus spiralis, und ihr freier Rand reicht, ungeachtet der in den einzelnen Windungen sich zeigenden geringen Verschiedenheiten, im allgemeinen bis zur seitlichsten Reihe der äußern Haarzellen. Am Ausgangspunkt ist sie am dünnsten (8—10 μ) und wird oberhalb der äußern Haarzellen 18—24 μ dick. Die Anordnung der Fasern kutikularer Struktur, welche ihre Substanz bilden, ist zweierlei, insofern sie sich an der obern Fläche des dem Ursprung genäherten Teiles senkrecht aneinanderreihen, wogegen sie unterhalb derselben, sowie an dem Seitenteile einer radialen Richtung folgen. Die Zunahme des Durchmessers nach außen ist so gleichmäßig, daß die dickste Partie gerade über den äußern Haarzellen liegt. Ihre Breite beträgt in der basalen Windung bloß 50 μ, in der Apikalwindung dagegen 132 μ. Die Fasern sind nahe des Ursprungs enge, gegen den freien Rand aber immer loser gefügt.

Der Umstand, daß die sogenannte Membrana tectoria Cortii, trotz der Verschiedenheit ihrer Breite dennoch in jeder Windung bis an die seitlichen Haarzellen reicht, scheint dafür zu sprechen, daß die Haarzellen hinsichtlich ihrer physiologischen Funktion mit der Membrana tectoria in innigster Beziehung stehen, woraus indes nicht folgt, daß man — wie AYERS* annimmt — die Membrana tectoria als Produkt der Haarzellen zu betrachten habe.

* H. AYERS, Die Membrana tectoria — was sie ist, und die Membrana basilaris — was sie verrichtet: *Anat. Anz.* VI p. 219.

weise vermitteln. Auf dies Verhältnis glaube ich aus dem Umstand schließen zu können, daß an Stellen, wo derlei vermittelnde Äderchen fehlen, sich die Stria vascularis von der Basis loszulösen pflegt.

Rings der Blutadern zeigen sich Lücken von verschiedener Form und Größe, allein es ist noch fraglich, ob dieselben mit den Blutadern zusammenhängen, dagegen ist es nach KÖLLIKER, BÖTTCHER und andern sicher, daß die Stria vascularis als ein der Anschwellung fähiges, als ein sich akkomodierendes Organ zu behandeln ist, denn von dem Grade der Gefülltheit der darin befindlichen Blutadern hängt die Expansion oder Schlaffheit der an dem Ligamentum spiralis haftenden Basilarmembran ab. Diese Ansicht wird auch durch die Untersuchungen von KATZ* bestätigt, der (p. 67) sagt, daß „eine mehr oder weniger starke Spannung (der Basilarmembran) abhängig sein kann von einer mehr oder weniger großen Blutfülle dieses an sich sehr gefäßreichen Teiles."

Sehr bezeichnend ist ferner die Charakteristik von KATZ, indem er die Stria vascularis als von schwammartiger Struktur bezeichnet.

Aus dem Reichtum der Stria vascularis an Gefäßen und Gewebslücken ist mit Recht darauf zu schließen, daß die endolymphatische Flüssigkeit des Schneckenganges hier ausgeschieden wird.

Bemerkenswert ist auch die Pigmentierung der Stria vascularis der Spalax, die bisher noch an keinem andern Tier beobachtet worden ist, weder an der Maus, am Meerschweinchen oder am Kaninchen, die mit Vorliebe zur Demonstration der Gewebestruktur der Schnecke herangezogen werden. In dem behufs Vergleichung untersuchten Ohr der Zieselmaus habe ich gleichfalls gefunden, daß die Stria vascularis pigmentiert ist, obgleich hier die Pigmentkörnchen außerordentlich klein und gleichmäßig verteilt sind, wogegen sie im Ohr des Spalax sich in größeren oder kleineren Klumpen, hauptsächlich nahe der Adern

---

* L. KATZ, Histologisches über den Schneckenkanal, speziell über die Stria vascularis: *Arch. f. Ohrenheilk.* XXXI, 1890, p. 66—72.

anhäufen. KISHI* hat aus der Stria vascularis der japanischen Tanzmaus bloß Blutadern beschrieben, also von Pigmentkörnchen nichts erwähnt, es ist somit wahrscheinlich, daß die Pigmentierung der Substanz der Stria vascularis die Eigenheit nur einzelner Nager bildet.

Noch habe ich des an der Seitenwandung des Schneckenganges vorfindlichen *Ligamentum spirale* (Fig. 4 *ps*) kurz zu gedenken. Eigentlich ist auch die Stria vascularis ein Teil desselben und bloß die verschiedene Struktur ist die Ursache, weshalb ich die Stria dennoch separat schilderte. Das Ligamentum spirale ist ursprünglich eine lokale Wucherung des Bindegewebes, welches die Knochenhaut der innern Oberfläche des knochigen Schneckenganges bildet; an jenem Teil dieser lokalen Wucherung, welcher in der Höhle des Schneckenganges am höchsten emporragt, ist die Basilarmembran angeheftet. Über und unter dieser Haftstelle wird das Ligamentum spirale so dünn, daß es sich an der Scheidewand zwischen den Schneckenwindungen nur mehr in Form einer dünnen Knochenhaut fortsetzt und sein Durchschnitt in der basalen und zweiten Windung an den kalendarischen Halbmond (☽) erinnert. Die Fasern des Bindegewebes laufen in der Richtung der Haftstelle der Basilarmembran zusammen. Aus dieser Gestaltung des Ligamentum spirale erklärt es sich, daß die Füllung der sowohl hierin als auch in der Stria vascularis befindlichen Adern von Einfluß ist auf den Expansionsstand der Basilarmembran. Das Ligamentum spirale ist in der basalen Windung 230 μ, in der zweiten bloß 66 μ, in der dritten 36 μ und in der Viertelwindung am Apex nur 21 μ dick.

Die Basilarmembran haftet in der ersten Windung derart am Ligamentum spirale, daß die Haftstelle in die Mitte derselben fällt, während der Paukentreppenteil gegen die Apikalwindung immer schmäler wird, was übrigens dem Kleinerwerden der Paukentreppe (*dl*) entspricht.

Die Basilarmembran (Fig. 4 *al*) ist, wie bereits erwähnt, im *Spalax*-Ohr nicht zwischen dem Limbus spiralis und dem

* KISHI, Das Gehörorgan der sogenannten Tanzmaus: *Zeitschr. f. wiss. Zool.* LXXI p. 457—485.

Ligamentum spirale ausgespannt, sondern zwischen letzterem und dem gedehnten Labium tympani des Limbus spiralis, denn letzterer überragt die freie Lippe der Lamina spiralis ossea recht beträchtlich: demzufolge ist ihre Breite geringer als die Entfernung zwischen dem Limbus spiralis und dem Ligamentum spirale. Ihre Breite weicht in den einzelnen Windungen kaum ab (in der Basalwindung ist sie 160 μ, in der zweiten 168 μ, in der dritten 185 μ, in der Apikalwindung aber 140 μ breit), ihre Dicke beträgt durchschnittlich 5 μ. Die Grundsubstanz ist der Länge nach fein gestreift, und während sie in der Richtung gegen die Paukentreppe mit Endothel bedeckt ist, fügt sich ihr an der Seite gegen den Schneckengang das CORTIsche Organ an.

Das CORTIsche Organ. Von den Pfeilerzellen sind die äußern (Fig. 4 *ko*) länger und schräger zur Ebene verlaufend als die innern (*bo*), die kürzer und zugleich mehr senkrecht situiert sind. Erstere sind im Durchschnitt 63 μ, letztere bloß 56 μ hoch. Hinsichtlich der Höhe herrscht zwar in einzelnen Windungen einige Schwankung, allein das bezeichnete Verhältnis ist ziemlich konstant. Zufolge dieser Differenzen in der Höhe der Pfeilerzellen gleicht der Durchschnitt von denselben zu dem von der Basilarmembran umgebenen Pfeilertunnel (*Ca*) einem ungleichseitigen Dreieck. Das gegen den Kopf gekehrte Ende der äußern Pfeilerzelle ist seitwärts geneigt und hängt nicht mit der gleichfalls homogenen Substanz der Membrana reticularis zusammen, sodaß dadurch der NUELsche Raum von oben abgeschlossen wird. Die größte Höhe des Pfeilertunnels beträgt 30 μ, die größte Breite hingegen an der Basis der Pfeilerzellen 60 μ.

Von den Haarzellen stehen die innern (Fig. 4 *bs*) in einer, die äußern (*ks*) aber in fünf Reihen, indes nicht in jeder Windung gleichmäßig, denn in der Basal- und Apikalwindung zeigen sich bloß vier bezw. drei Reihen und nur in der zweiten und dritten deren fünf. Diese Zahl ist so hoch, daß sich bei andern Säugern kein Beispiel dafür findet, da in der Schnecke des Menschen bloß vier, in der anderer Säuger aber nur drei Reihen von Haarzellen vorkommen. Mit dieser Zahl der Haarzellen schritthaltend akkomodieren sich denselben die unter bezw. zwischen ihnen liegenden DEITERSschen Stützzellen (Fig. 4 *D*)

in gleicher Anzahl. Das obere, verbreiterte Ende der letzteren bildet die *Membrana reticularis*, welche in Form einer Deckschicht homogener Substanz sich mit dem Fortsatze der äußern Pfeilerzelle zu vereinigen scheint, seitlich aber sich auch auf die HENSENschen Zellen (Fig. 4 *H*) erstreckt. Die Höhe der innern Haarzellen beträgt durchschnittlich 22 μ, die der äußern aber 36 μ.

Seitlich der äußern Pfeilerzelle zieht in ihrer ganzen Länge der NUELsche Raum (Fig. 4 *Na*) hin, dessen Seitenwand von der ersten Reihe der äußern Haarzellen und der unter diesen liegenden DEITERSschen Zellen gemeinschaftlich gebildet wird, während dieselbe nach oben durch den Stift der äußern Pfeilerzelle, nach unten aber durch die Basilarmembran geschlossen ist.

Die HENSENschen Stützzellen (Fig. 4 *H*) sind in der basalen Windung so hoch, daß in das Niveau der äußern Haarzellen beträchtlich überragen, denn sie der basalen Windung beträgt die gesamte Höhe der äußern Haarzellen und der DEITERSschen Stützzellen 42 μ, die der HENSENschen Zellen aber 66 μ; in der zweiten Windung sind beide 66 μ und in der dritten 54 μ hoch.

Die CLAUDIUSschen Zellen (Fig. 4 *Cl*) weichen in der basalen Windung hinsichtlich der Form und Höhe von den übrigen Windungen ab, denn während sie dort 27 μ hoch, blasenartig und stark granuliert sind, messen sie weiter nach oben bloß 6—9 μ und haben mehr die Form eines Würfels. Ähnliche Verhältnisse lassen sich auch an den Zellen wahrnehmen, welche den innern Sulcus spiralis bedecken.

Der Gehörnerv ist im innern Gehörgang 0,5 mm dick, was dem Umstande zuzuschreiben ist, daß die Nervenfaserbündel an dieser Stelle sehr lockere Büschel bilden. Der Stamm des Schneckennervs ist anfänglich 280 μ dick, allein so wie sich in der apikalen Richtung das gegen das Ganglion spirale gekehrte Nervenbündel in Form einer Lamelle loslöst, verengt sich derselbe dementsprechend und mißt unter der Kuppel, wo sich an seinem Ende ein Knoten von Ganglienzellen vorfindet, nur mehr 112 μ.

Das Ganglion spirale ist 110—132 μ dick, die Zellen aber sind durchschnittlich bloß 10 μ lang, während sich im Vorhofsganglion auch 17—20 μ lange Ganglienzellen vorfinden.

Die Struktur des Utriculus, Sacculus und der Bogengänge. Im Vorhof liegt etwas vor dem Foramen ovale und gegen die Mitte gerückt der Sacculus, hinter und über ihm aber der Utriculus. Ihre gegeneinander blickende Wandung hängt teilweise innig zusammen, teilweise aber wird sie durch den zur Macula acustica des Utriculus, sowie zur Crista acustica der obern und äußern Ampulla führenden Ast des Vorhofnervs geschieden.

Der Sacculus und Utriculus liegen frei im Vorhof, mit Ausnahme der Stelle, wo sich der Nerv der an der medialen Seite

Fig. 5 A. Fig. 5 B.

A Epithel des Sacculus. Vergrößerung: Reichert, oc. 3, hom. imm. $^1/_{12}$.
B Die Steigbügelplatte (*kt*), Verbindung mit dem Labium des Foramen ovale (*pa*). Vergrößerung: Reichert, oc. 2, obj. 3.

des Sacculus befindlichen Macula acustica (Fig. 6 B) anschließt. Die Dicke ihrer von retikularem Bindegewebe und flachen Epithelzellen (Fig. 5 A) gebildeten Wandung beträgt 8—10 μ, allein entsprechend den Maculae acusticae, wo das Bindegewebe eine sehr dicke Schicht bildet — die hohe Epithelschicht und die in das reiche Bindegewebe eingebetteten Nervenfasern mitgerechnet —, wird die Wandung stellenweise 66 bis 100 μ dick.

Der Sacculus ist eiförmig, sein Querdurchmesser beträgt 0,5 mm, der Längsdurchmesser aber 1,2 mm. Die Form des Utriculus ist mehr gerundet, bei einem Querdurchmesser von 0,6 mm hat der Längsdurchmesser bloß 0,9 mm.

Das 30—36 μ hohe Epithel, welches die Oberfläche der Maculae acusticae bedeckt, besteht aus Stütz- und Haarzellen, welche

gegen den Rand nur mehr 12—15 μ hoch sind und allmählich in das flache Epithel übergehen. In den zweierlei Epithelzellen (Fig. 6 B, *h*) liegen die Kerne derart, daß während sie in den Haarzellen nahe der Oberfläche eine Reihe bilden, die Kernreihe der Stützzellen im tiefsten Teil der Epithelschicht liegen, so daß zwischen den beiden Kernreihen der Körper der zweierlei Zellen einen kernlosen Gürtel bildet.

Die Zellen, welche die Gehörwülste (Fig. 7) der Ampullen bedecken, verhalten sich in ähnlicher Weise, nur daß das Binde-

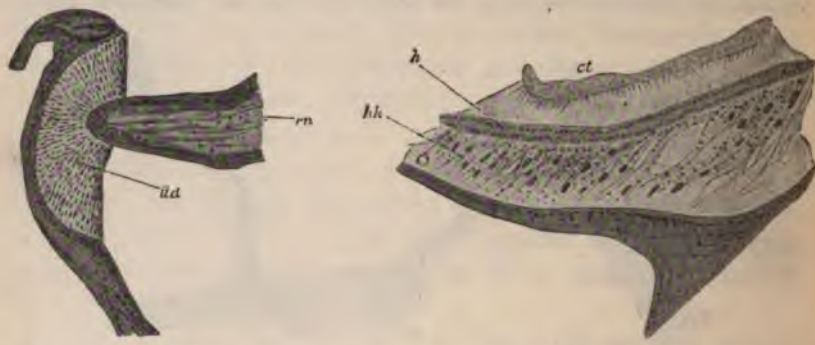


Fig. 6 A. Fig. 6 B.

A) Der Ambos: Der kurze Stiel (*rn*), das Ligamentum (*üd*). Vergrößerung: Reichert, oc. 2, obj. 3. — B) Durchschnitt der Maculae acusticae am Sacculus. *h* = Epithel; *hk* = das unter dem Epithel liegende Bindegewebe mit den Nervenfasern; *ct* = Cupula terminalis mit den losgelösten Gehörhaaren. Vergrößerung: Reichert, oc. 2, obj. 3.

gewebe, welches den Maculae acusticae zur Basis dient, sich ausbreitet, während es sich an den Gehörwülsten derart gruppiert, daß der Durchschnitt der Gehörwulst an den Querschnitt einer Eisenbahnschiene erinnert.

Die Oberfläche der Maculae acusticae ist mit einer fein gestreiften Substanz bedeckt, in welche die Fortsätze der Haarzellen eingesenkt sind, diese Härchen hängen sogar so fest mit derselben zusammen, daß zufolge der Wirkung der vorbereitenden Chemikalien diese Decksubstanz (*Cupula terminalis*) sich samt den Härchen von der Oberfläche der Macula acustica loslöst. Hensen*

* V. Hensen, Nachtrag zu meinen Bemerkungen gegen die Cupula terminalis; *Achiv f. Anat. und Entwicklungsgeschichte* 1881, p. 405—418.

und Çisow* halten die ganze Cupula für ein Kunstprodukt, wogegen Kaiser**, der das Ohr des Kalbes, Schafes und Kaninchens untersuchte, sowie Steinbrügge*** auf Grund seiner an Menschen ausgeführten Untersuchungen, sowie auch Hasse† entgegen Hensen und Çisow der Meinung sind, es sei unmöglich, vorauszusetzen, daß bloß zufolge einer nach chemischer Einwirkung entstehenden Schwellung der Hörhaare ein so umfangreiches Gebilde wie die Cupula zustande kommen könne. In diesem Falle wäre es unerläßlich, daß sich zwischen den Haaren irgend eine stockende, etwa gallertartige Substanz befinde, weil sonst

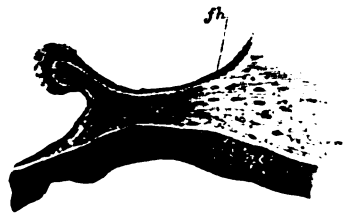


Fig. 7 A.

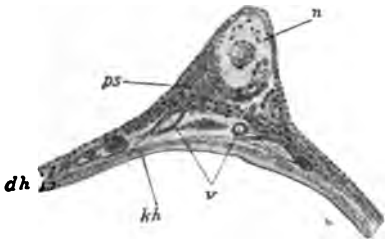


Fig. 7 B.

A Durchschnitt der Gehörwulst: *fh* = Pigmentepithel an der Gehörwulst. Vergrößerung: Reichert, oc. 2, obj. 3. — B) Der Stiel des Hammers n.: *dh* = Verbindung desselben mit dem Trommelfell; *ps* = Knorpelleisten aus der Oberfläche des Hammerstiels; *v* = Blutadern im Trommelfell; *kh* = äußerer Epithelüberzug des Trommelfells. Vergrößerung: Reichert, oc. 3, obj. 7.

auch an andern Stellen des Sacculus und Utriculus ähnliche Kunstprodukte auftreten müßten.

Die Substanz der Spalax-Cupula färbt sich mit Hämatoxylin gleichförmig, allein die gegen die Macula acustica blickende Fläche ist wegen der anhaftenden Haare gestreift, und ebenda fehlt auch

* Çisow, Über das Gehörorgan der Ganoiden; *Archiv f. mikrosk. Anat.* XVIII, p. 499.

** Kaiser, Das Epithel der Cristae und Maculae acusticae; *Archiv f. Ohrenheilkunde* XXX p. 181—194.

*** Steinbrügge, Über die Cupulaformationen im menschlichen Labyrinth: *Zeitschr. f. Ohrenheilkunde* XV. Bd.

† Hasse, Die Cupula terminalis der Cyprinoiden; *Anat. Studien* 1. Heft. 1870.

die Substanz zur Aufnahme der Farbe. An den Gehörwulsten habe ich keine Cupula von ähnlicher Struktur wie die Maculae acusticae vorgefunden. Dagegen ist die Oberfläche der Gehörwulst (Fig. 7 A) mit einer durchaus nicht zu färbenden, am höchsten Punkt der Wulst 15 μ dicken, etwas glänzenden Substanz helmartig bedeckt, welche durch die Hörhaare weit überragt wird. Wegen ihrer scharfen Grenze und gleichartigen Struktur, sowie wegen ihres Glanzes kann man diese Substanz mit der Cupula nicht für gleichwertig betrachten, viel eher kann man sie für eine sehr mächtig entwickelte Glanzmembran halten, welche KAISER (L. cit.) zuerst aus dem Ohr des Kalbes beschrieben hat; seitdem haben andere diese Beobachtung sowohl am Menschen, als auch an andern Säugetieren bestätigt. Dieselbe Glanzmembran ist auch an den Maculae acusticae der Blindmaus vorhanden, aber kaum 2 μ dick. Die Höhe der Gehörwulst beträgt 150 μ, der Durchmesser des verbreiterten obern Endes aber 96 μ.

Für das Epithel des Sacculus und Utriculus, sowie der häutigen Ampullen ist es charakteristisch, daß es an mehreren Stellen, rings der Maculae acusticae und der Gehörwülste jedoch stets sehr pigmentreich ist (Fig. 7 A).

Der Durchmesser der knöchernen Bogengänge beträgt durchschnittlich 0,4 mm; sie werden durch die häutigen Bogengänge nicht vollständig ausgefüllt, denn der Querdurchschnitt derselben mißt bloß 0,23.

Die Paukenhöhle. Die eigene Substanz der 15—20 μ dicken Schleimhaut, welche die innere Oberfläche der Paukenhöhle bedeckt, ist mit der Knochenhaut eng verwachsen, aus diesem Grunde ist auch sie von derselben nicht scharf abgegrenzt; ihr Epithelüberzug besteht aus flachem Epithel. Das aus hohen Zylinderzellen bestehende Flimmerepithel fehlt auch rings der Tuba-Öffnung.

Der Knorpel, welcher in den Gelenken zwischen den Gehörknöchelchen liegt und die Unebenheiten der Oberfläche ausgleicht, auch das Gelenk in zwei Kammern teilt, wie er aus dem Ohr des Menschen bekannt ist, fehlt bei der Blindmaus. Das faserige Hülsenband umschließt sowohl in dem Gelenk zwischen dem

Hammer und Ambos, als auch in dem zwischen dem Ambos und Steigbügel geräumige Höhlen.

Über die Struktur des ringartigen Ligaments, welches die Verbindung zwischen der Steigbügelplatte (Fig. 5 B) und dem Foramen ovale vermittelt, ist zu erwähnen, daß ihre Fasern sowohl an der gegen die Paukenhöhle als auch der gegen den Vorhof gekehrten Oberfläche dichter gruppiert sind als in der Mitte, wo sie so dünn und so losen Gefüges sind, daß sie bei

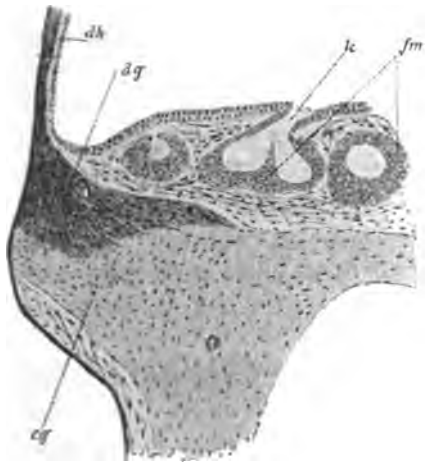


Fig. 5. Teil des äußern Gehörganges in der Nähe des Trommelfells: *fm* = Talgdrüsen; *k* = geräumige Anleitungsröhre einer Talgdrüse; *dg* = Ligament des Trommelfellringes; *dh* = Trommelfell; *cg* = knochiger Trommelfellring. Vergrößerung: Reichert. oc. 2, obj. 3.

schwacher Vergrößerung ein der synovialen Höhle gleiches Bild geben lassen. Die Breite dieses ringartigen Ligaments beträgt 100 μ, seine Dicke hingegen 120 μ.

Die Fasern des Ligaments (Fig. 6 A), welche den kürzern Stiel des Ambos an die hintere obere Wandung der Paukenhöhle befestigen, haben einen radialen Verlauf, d. i. sie entspringen an der Oberfläche der fingerförmigen Vertiefung und reichen bis zum Ende des kürzern Ambosstieles. Dies Ligament zeigt keinerlei Muskelelement und besteht ausschließlich aus steifen Fasern.

Die Gelenkoberfläche der Gehörknöchelchen ist durchaus mit hyalinem Knorpel bedeckt, anderwärts erscheint dasselbe nur zer-

streut, in kleinern oder größern Inseln, z. B. am Ende des kurzen Ambosstieles, an der Basallippe des Steigbügels und stellenweise an der dem Vorhof zugekehrten Oberfläche des letztern, sowie am untern Ende des Hammerstieles.

Die Muskeln der Gehörknöchelchen — wie bereits in der Einleitung erwähnt — fehlen gänzlich.

Das Trommelfell hat in der Quere 3,2 mm, in senkrechter Richtung dagegen 4 mm Durchmesser, ist somit eiförmig; seine Dicke beträgt 30 μ, allein dort, wo es mit dem Stiel des Hammers zusammenhält (Fig. 7 B) zufolge der Anwachsung der eigenen Substanz 80 μ. Der als Angangspunkt der eigenen Substanz dienende Fasernring (Fig. 8 *dg*) ist reich an Zellenkernen und heftet sich breit dem knochigen Trommelfellring an (*cg*).

Die Basis des äußern Gehörganges wird durch drei ringförmige Knorpel gebildet, deren äußerster die Form eines vollständigen Ringes aufweist, während die beiden andern nicht gänzlich geschlossen sind; allein auch ersterer bildet nur dadurch einen vollständigen Ring, daß sich die beiden freien Enden übereinander legen.

Die Ringe liegen übereinander, sind mit faserigen Ligamenten verbunden und werden innen durch die verfeinerte Fortsetzung desselben ausgespannt; in letzterer finden sich bloß Talgdrüsen (Fig. 8 *fm*), die sich bis zum Trommelfell erstrecken, dagegen fehlen die Ohrenfettdrüsen. Die Behaarung zieht sich bis zum innern Rand der Knorpelringe herab. Die Haare stehen aufrecht an der Wandung des Gehörganges und sind so lang, daß sich ihre Spitzen im Mittelpunkt treffen. An im Wasser faulenden Schädeln sind die Haare häufig so verworren, daß der Eingang des Gehörganges verknöchert erscheint.

Die Höhle des äußern Gehörganges hat am Eingang bloß einen Durchmesser von 0,34 cm, weiter unten gegen das Trommelfell aber bereits 0,43 cm.

9.

EXPERIMENTELLE DARSTELLUNG DER GESETZE DER INTERFERENZ POLARISIERTEN LICHTES.*

Von Dr. I. FRÖHLICH, Professor der Physik an der Universität Budapest.

Inhaltsübersicht.

Seite

§ 1. Erfahrungsgemäße Gesetze der Interferenz linearpolarisierten Lichtes 161

§ 2. Bedeutung dieser Gesetze. Zweck vorliegender Mitteilung. Bemerkung 162

I. Kurze Zusammenfassung der ersten Versuche.

§ 3. Die ersten Versuche Fresnels und Aragos. Verifizierung des ersten Gesetzes bei Benutzung linearpolarisierten Lichtes 163

§ 4. Verifizierung des zweiten Gesetzes mittels doppelter Brechung zweier Kalkspatrhomboeder. 164

§ 5. Verifizierung des ersten und des zweiten Gesetzes mittels zwei äquivalenten Glimmersätzen 165

§ 6. Indirekte Methode zum Nachweise des ersten und des zweiten Gesetzes mittels einer Gipsplatte 166

§ 7. Verifizierung der ersten zwei Gesetze mittels zwei äquivalenten Gipsplatten 169

---

* Gelesen und mit Versuchsapparaten vorgezeigt in der ordentlichen Vortragssitzung der „Mathematikai és Physikai Társaság" (Mathematische und Physikalische Gesellschaft) vom 6. November 1902. — Die Versuche der §§ 23—26 mit elektrischem Lichte und mit Sonnenlicht einem großen Auditorium durch Autopsie vorgeführt in der Vortragssitzung der General(Jahres)-versammlung dieser Gesellschaft am 3. Mai 1903. Seitdem vielfach zu Vorlesungszwecken verwendet und zwar stets mit unbedingt sicherem Erfolg. — Vorliegende Mitteilung erschien in ungarischer Sprache in „Mathematikai és Physikai *Lapok*" (Mathematische und Physikalische Zeitschrift, Organ der erwähnten Math. und Phys. Gesellschaft) Bd. 11, p. 361—380; Bd. 12, p. 89—118, *Budapest* 1902, 1903.

§ 8. Nachweis des dritten Gesetzes mittels der Glimmersätze und des Kalkspat-Analysators 170
§ 9. Verifizierung des vierten Gesetzes mittels Kalkspat-Polarisators, Gipsplatte und Kalkspat-Analysators 171
§ 10. Feststellung des fünften Gesetzes mittels Kalkspat-Polarisators, Gipsplatte und Quarzplatte oder Gipsplatte 173
§ 11. Andere Form des Nachweises des vierten und des fünften Gesetzes mittels der Glimmersätze. 174
§ 12. Bemerkungen zu den Fresnel-Aragoschen Versuchen; Unvollkommenheiten derselben 175

II. Neuere Versuche zum Nachweise der ersten zwei Gesetze. Bemerkungen.

§ 13. Verifizierung des ersten und des zweiten Gesetzes mittels äquivalenter Turmalinplatten. G. Stokes 177
§ 14. Verifizierung der ersten zwei Gesetze mittels zwei äquivalenten Quarz- oder Gipsplatten. La Roux. É. Mascart 178
§ 15. Verifizierung der ersten zwei Gesetze mittels zwei äquivalenten Kalkspatstücken, mit Youngs Doppelspalte oder mit Jamins Interferentialrefraktor. W. Voigt 180
§ 16. Bemerkungen zu den Methoden von G. G. Stokes, La Roux, É. Mascart und W. Voigt; deren Unvollkommenheiten 181
§ 17. Über einen Versuch mittels doppelt brechender Platte, der scheinbar zum Nachweise des zweiten Gesetzes geeignet ist. Bemerkungen 184

III. J. Stefans und E. Machs Versuche: Verifizierung aller Gesetze. Bemerkungen.

§ 18. Josef Stefans Experimente mit dem Doppelquarz. Interferenz verschiedenartig elliptisch polarisierten Lichtes 186
§ 19. Versuchsanordnung von E. Mach und W. Rosicky mit dem Doppelquarz und dem Spektroskop. Nachweis der ersten zwei Gesetze . 188
§ 20. Fortsetzung: Nachweis des dritten und des vierten Gesetzes. . . 191
§ 21. Fortsetzung: Nachweis des fünften Gesetzes 193
§ 22. Bemerkungen zu Stefans und Machs Versuchen: Die Erscheinungen sind sehr kompliziert. Machs objektive Darstellung 196

IV. Einfachste, Gegenproben unterziehbare, präzise Darstellung der Arago-Fresnelschen Gesetze.

§ 23. Notwendige und genügende Erfordernisse einer einwandfreien Verifizierung. Vermeidung alles Überflüssigen. Kurze Angabe der nötigen Hilfsmittel 1
§ 24. Beschreibung der neuen Anordnung: Erfüllung der ersten und der

dritten Forderung mittels Fresnels Zweispiegel und einem großen Achromaten 200
25. Fortsetzung: Erfüllung der übrigen Forderungen. Die benutzten Polarisationsprismen und deren geeignete Montierung 203
26. Einfache, einwandfreie Darstellung der Arago-Fresnelschen Gesetze. I. und II.: Erstes und zweites Gesetz. III. a) und b): Drittes Gesetz. IV. und V.: Viertes und fünftes Gesetz 208

V. Verallgemeinerung: Einfache experimentelle Darstellung der Interferenz beliebig polarisierter Lichtstrahlen.

§ 27. Babinets Kompensator als einfaches Hilfsmittel zur Herstellung beliebig polarisierter Strahlen 212
§ 28. Anwendung von Babinets Kompensator mit der neuen Versuchsanordnung zur Interferierung beliebig polarisierter Strahlen . . . 217
§ 29. Darstellung des allgemeinsten Falles der Nicht-Interferenz: Die in entgegengesetzten, konjugierten Ellipsen polarisierten Strahlen. Analyse des Resultates 219
§ 30. Scheinbares optisches Paradoxon. Ergänzungen und Schlußbemerkungen 223

§ 1. Erfahrungsgemäße Gesetze der Interferenz linearpolarisierten Lichtes.

A. Fresnel und Fr. Arago stellten in den Jahren 1816 und 1819 die Gesetze fest, nach welchen linearpolarisierte Lichtstrahlen interferieren*; dieselben sind die folgenden:

I. Lichtstrahlen, die in zueinander parallelen Ebenen polarisiert sind, interferieren wie gewöhnliche, unpolarisierte (natürliche) Lichtstrahlen.

* Man sehe z. B. Fr. Arago, Oeuvres complètes, T. X, Paris (Erste Ausgabe 1858), p. 148, 149. — A. Fresnel, Oeuvres complètes, T. I, Paris 1866, p. 521, 522. — Ferner W. Herschel, Vom Licht, übersetzt von E. Schmidt, Stuttgart und Tübingen 1831, p. 521—535. — É. Mascart, Traité d'Optique, T. I, Paris 1889, p. 533; F. Neumann, Vorlesungen über theoretische Optik, herausgegeben von E. Dorn, Leipzig 1885, p. 123. — P. Drude, Lehrbuch der Optik, Leipzig 1900, p. 228; zweite Auflage, 1906, p. 233. — W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik, Bd. II, Leipzig 1896, p. 538, 539. — A. Winkelmann, Handbuch der Physik Bd. II, Breslau 1894, p. 631—633 (Referent P. Drude); zweite Auflage, Bd. VI_2, Breslau 1906, p. 1128, 1129 (Referent P. Drude).

II. Lichtstrahlen, die in zueinander senkrechten Ebenen polari siert sind, interferieren nicht.

III. Aus einem unpolarisierten (natürlichen) Lichtbündel ent standene, zueinander senkrecht polarisierte zwei Lichtstrahlen inter ferieren selbst dann nicht, wenn dieselben auf eine und dieselb Polarisationsebene zurückgeführt werden.

IV. Aus einem polarisierten Lichtbündel entstandene, zu einander senkrecht polarisierte zwei Lichtstrahlen interferieren wenn dieselben auf eine und dieselbe Polarisationsebene zurück geführt werden.

V. In letzterem Falle ergibt die Interferenz dieser Strahlen einen hellen oder einen dunklen Mittelstreifen, jenachdem die letzte Polarisationsebene zur ersten Polarisationsebene parallel oder senk recht liegt.

§ 2. Bedeutung dieser Gesetze. Zweck vorliegender Mitteilung. Bemerkung.

Die angeführten Gesetze sind im Komplexe der Erscheinungen polarisierten Lichtes von der größten Wichtigkeit. Einesteils bilden sie den Schlüssel zum Verständnis der so verschieden artigen Phänomene, welche Kristallplatten im polarisierten Licht zeigen. Andernteils folgt in bezug auf unsere Auffassung des polarisierten und des unpolarisierten Lichtes aus den ersten zwei Gesetzen mit zwingender Notwendigkeit, daß der Vektor des linearpolarisierten Strahles längs einer zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtstrahles senkrechten Geraden liegt, welche entweder in dessen Polarisationsebene oder senkrecht dazu liegen muß.

Es ist demnach sehr wünschenswert, daß die oben angeführten Gesetze mittels einfacher, direkter Versuche in einwandfreier Weise und in solcher Form verifiziert werden können, daß mittels der selben selbst der Anfänger sich von der Richtigkeit dieser Ge setze unmittelbar überzeugen könne.

Ich gebe daher im folgenden eine zusammenfassende kurze Übersicht und Würdigung der bisher bekannten hierhergehörigen Versuche, und weise nach, daß fast alle derselben ganz wesent lichen Einwänden ausgesetzt und daher sehr verbesserungs

bedürftig sind. Hierauf beschreibe ich eine solche experimentelle Anordnung, die zum erwähnten Zwecke vollkommen geeignet ist und keine der Unvollkommenheiten der bis jetzt gebräuchlichen Darstellungsweisen besitzt.

Im Anschlusse dazu demonstriere ich einen einfachen allgemeinen Vorgang zur Herstellung der Interferenz beliebig polarisierten Lichtes. —

Bemerkung. Noch sei mir hier die Bitte gestattet, der Leser möge diese Mitteilung nicht mit dem Maßstabe beurteilen, den man an eine selbständige Forschungsarbeit anzulegen berechtigt ist, sondern sie als eine teils historisch-kritische, teils didaktische Mitteilung auffassen, deren Endzweck eben die erreichte einfache experimentelle Verifizierung der erwähnten Gesetze ist.

I. Kurze Zusammenfassung der ersten Versuche.

§ 3. Die ersten Versuche. Verifizierung des ersten Gesetzes bei Benutzung linearpolarisierten Lichtes.

Es scheinen Fr. Arago und A. Fresnel die ersten Physiker gewesen zu sein, die sich mit den hier betrachteten Experimenten beschäftigten; die wichtigsten ihrer hierher gehörigen Versuche sind die folgenden*:

Sie erwiesen das erste Gesetz einfach in der Weise, daß sie als Lichtquelle jedweder Anordnung, die zur Herstellung be-

* Die Versuche rühren teils von Fr. Arago, teils von A. Fresnel her, teils aber sind sie beiden Physikern gemeinsam; dieselben sind in folgenden Mitteilungen enthalten: 1. Unter Fresnels Namen erschien die Abhandlung „Mémoire sur l'influence de la polarisation dans l'action que les rayons lumineux exercent les uns sur les autres"; A. Fresnel, Oeuvres T. I, Paris 1866, p. 365—409, mit dem Datum vom 30. August 1816; ferner ebendort p. 410—439 mit dem Datum vom 6. Oktober 1816; diese beiden Mitteilungen sind eigentlich die beiden, voneinander etwas verschiedenen Texte einer und derselben Abhandlung. 2. Unter Aragos und Fresnels Namen erschien die Arbeit „Mémoire sur l'action, que les rayons de lumière polarisés exercent les uns sur les autres", *Annales de Chimie et Physique*, 2e série, T. X, cahier de Mars 1819, p. 288—305; Fr. Arago, Oeuvres complètes T. X, Paris (erste Ausgabe 1858), p. 132—149; A. Fresnel, Oeuvres T. I, p. 509—522.

liebiger Interferenzerscheinungen dienen sollte, stets linearpolarisierte Lichtstrahlen mit parallelen Polarisationsebenen benutzten: die Interferenzeigenschaften der entstandenen Erscheinungen blieben dieselben wie die im unpolarisierten (natürlichen) Lichte.

§ 4. Verifizierung des zweiten Gesetzes mittels doppelter Brechung zweier Kalkspatrhomboeder.

FRESNEL* stellte mittels Durchschnittes eines Kalkspatrhomboeders zwei gleiche Kalkspatstücke R_1 und R_2 mit parallelen Flächen her und stellte sie hintereinander in der Weise auf, daß ihre Hauptschnitte senkrecht zueinander waren, Fig. 1. Hierauf ließ er aus einer punktförmigen Lichtquelle S ein Bündel nahezu paralleler unpolarisierter Strahlen auf diese Kalkspate fallen und untersuchte nun in dem gemeinsamen Raume der durchgegangenen Strahlen das etwa entstandene System der Interferenzstreifen.

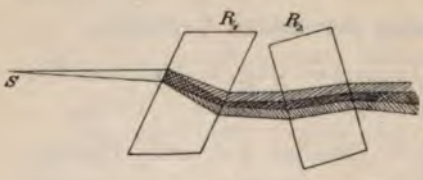


Fig. 1.

Bei dieser Anordnung zerfiel das auf den ersten Kalkspat R_1 fallende Bündel in den ordinären und extraordinären Strahl, die auch örtlich voneinander getrennt fortschreiten. Nach dem Auftreffen auf den zweiten Kristall schreitet nun der erste Strahl, unter Beibehaltung seiner Polarisationsebene, als extraordinärer Strahl in diesem Kristall fort und tritt in solcher Eigenschaft aus demselben aus; der zweite Strahl hingegen schreitet im zweiten Kristall R_2, ebenfalls unter Beibehaltung seiner Polarisationsebene, als ordinärer Strahl fort und tritt als ebensolcher aus diesem Kristall aus.

Da nun die Dicke der beiden Kristalle einander gleich war, so war auch die optische Weglänge der beiden austretenden, zueinander senkrecht polarisierten Strahlen sehr nahezu einander gleich, das ist, der relative Gangunterschied der beiden Strahlen war infolge der getroffenen Anordnung fast vollständig kompensiert; trotz dieses Umstandes konnte keine Interferenz beobachtet werden. Daraus schloß FRESNEL auf das zweite Gesetz.

---

* A. FRESNEL, Oeuvres, T. I, l. c. p. 413.

§ 5. Verifizierung des ersten und des zweiten Gesetzes mittels zwei äquivalenten Glimmersätzen.

Fr. Arago* versuchte, unabhängig von der Doppelbrechung, die ersten zwei Gesetze in der Weise zu beweisen, daß vorerst Strahlen, die in zueinander parallelen Ebenen polarisiert sind, zur Interferierung gebracht würden. Hierauf sollte die Polarisationsebene eines dieser Strahlen, um den Strahl selbst, als Drehungsachse, ohne Phasenänderung gedreht werden, sodaß infolge dieser Drehung die Interferenzstreifen immer schwächer würden, bis dieselben schließlich, wenn die Polarisationsebenen der beiden Strahlen zueinander senkrecht sind, gänzlich verschwänden.

Zu diesem Zwecke wählte er mit A. Fresnel zusammen fünfzehn kleine dünne Glimmerplättchen mit Sorgfalt aus; die-

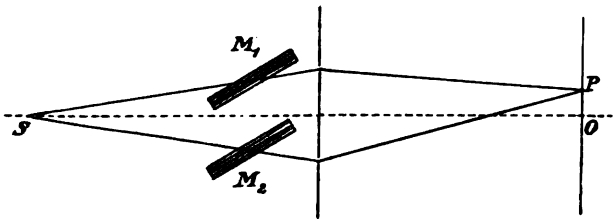


Fig. 2.

selben wurden nun gleichgerichtet aufeinander geschichtet und der so hergestellte Glimmersatz in der Mitte entzwei geschnitten; dadurch entstanden also zwei solche Glimmersäulen, die in optischer Beziehung als zueinander äquivalent betrachtet werden konnten. Ihre Haupteigenschaft bestand darin, daß sie aus unpolarisiertem Licht, welches unter dem Winkel von etwa 60° auf diese Sätze fiel, beim Durchgange durch dieselben in genügender Weise linearpolarisiertes Licht herstellten.

Nun wurden diese Glimmersäulen M_1 und M_2, Fig. 2, unter dem erwähnten Neigungswinkel in solcher Weise vor zwei einander nahe liegende enge Spaltöffnungen eines undurchsichtigen Schirmes befestigt, daß sie um die Längsrichtung der sie durchdringenden Bündel drehbar waren; ferner, daß der durch den einen Glimmersatz polarisierte Strahl nur durch die eine Spaltöffnung, der durch den

* Vgl. z. B. A. Fresnel, l. c. p. 414—416 und 514.

andern Satz polarisierte Strahl nur durch die andere Öffnung dringen konnte.

Fallen nun Strahlen einer in geeigneter Entfernung befindlichen punktförmigen, unpolarisierten Lichtquelle S auf die beiden Glimmersätze, so gelangen die Strahlen durch dieselben linearpolarisiert auf die Spaltöffnungen und erleiden dort beim Durchgang durch die Spalten Beugung. Diese gebeugten Strahlen interferierten nun und bildeten ein YOUNGsches Interferenzstreifensystem, wenn ihre Polarisationsebenen zueinander parallel waren; hingegen zeigten sie keine Interferenz, sondern nur Beugung, wenn diese Ebenen senkrecht zueinander lagen.

Indes sagt FRESNEL selbst*, daß die Streifen in der ersten Hauptlage sehr unregelmäßig, sehr vielfach und nach den verschiedensten Richtungen hin gebogen erschienen, wahrscheinlich teils wegen der kleinen Unvollkommenheiten und Ungleichheiten der Glimmersätze, teils weil die optischen Achsen der einzelnen, doppelt brechenden Glimmerplatten im Satze nicht genau gleichgerichtet waren.

§ 6. Indirekte Methode zum Nachweise des ersten und des zweiten Gesetzes mittels einer Gipsplatte.

Am selben Tage, an dem ARAGO und FRESNEL die oben im § 5 beschriebenen Versuche mit den Glimmersätzen anstellten, erdachte A. FRESNEL** eine indirekte Methode zur Verifizierung des zweiten Gesetzes.

Er setzte nämlich vor die beiden engen Spaltöffnungen, die zur Herstellung des YOUNGschen Interferenzversuches dienen sollten, ein durchsichtiges Gipsplättchen gg, Fig. 3; die durch dieses hindurchgehenden, ursprünglich unpolarisierten Strahlen zerfielen infolge der Doppelbrechung in Strahlen beider Gattungen, nämlich in zueinander senkrecht polarisierte ordinäre und extraordinäre Strahlen; dieselben können also, nach eingetretener Beugung, den Umständen gemäß interferieren.

Man bezeichne nun, dem gewöhnlichen Gebrauch gemäß, die aus der ersten Spaltöffnung austretenden, gebeugten ordentlichen

* A. FRESNEL, l. c. p. 389 und 416.

** A. FRESNEL, l. c. p. 516.

und außerordentlichen Strahlen mit o_1 und e_1; ebenso die aus der zweiten Öffnung austretenden ebensolchen Strahlen beziehentlich mit o_2 und e_2; die hier möglichen Interferierungen sind nun die folgenden:

Es kann interferieren o_1 und o_2, e_1 und e_2, o_1 und e_2, o_2 und e_1; eventuell könnte auch o_1 und e_1, ferner o_2 und e_2 miteinander interferieren.

Fresnels Gedankengang ist nun folgender:

oo) Da die Strahlen o_1 und o_2 im Kristall (nämlich in der Gipsplatte) gleiche Wege durchlaufen haben und ihre Polarisationsebenen zueinander parallel sind, so werden diese Strahlen ein solches Interferenzstreifensystem erzeugen, welches zur auf die

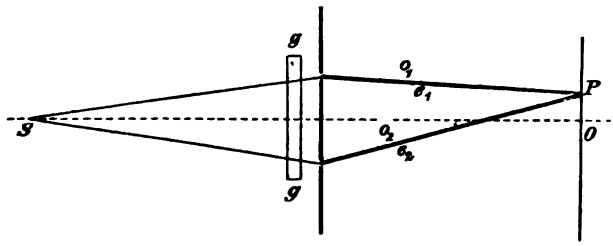


Fig. 3.

Ebene der Zeichnung senkrechten Symmetrieebene SO zentral und symmetrisch liegt, dessen mittleres Maximum also in O fällt. Die Streifen selbst sind senkrecht zur Ebene der Zeichnung.

ee) Ein ebensolches, ebenso gelegenes Streifensystem erzeugen auch die Strahlen e_1 und e_2; denn auch diese haben im Kristall (im Gips) zueinander gleiche Wege durchlaufen und auch ihre Polarisationsebenen sind zueinander parallel.

Diese Streifensysteme $o_1 o_2$ und $e_1 e_2$ decken einander räumlich so, daß Lichtmaximum auf Lichtmaximum, Lichtminimum auf Lichtminimum fällt, daß also deren algebraische und örtliche Übereinanderlagerung ein doppelt intensives Interferenzsystem ergibt. Die Strahlen $o_1 o_2$ und die Strahlen $e_1 e_2$ sind jedoch immer zueinander senkrecht linearpolarisiert.

oe) Anders müßten sich solche Strahlenpaare verhalten, deren ein Strahl ein ordentlicher, deren anderer ein außerordentlicher Strahl ist.

Die Strahlen o_1 und e_2 sind zueinander senkrecht polarisiert; dieselben haben im Kristall (im Gips) ungleiche optische Wegelängen durchlaufen und wenn sie miteinander interferieren könnten, würden sie ein solches Streifensystem erzeugen, dessen Mittellinie nicht durch O ginge, sondern seitwärts davon, jedoch ebenfalls senkrecht zur Ebene der Zeichnung läge.

Ebenso sind die Strahlen o_2 und e_1 senkrecht zueinander polarisiert, auch sie haben im Kristall (im Gips) ungleiche optische Wegelängen durchlaufen, und wenn sie miteinander interferieren könnten, würden sie ein solches Streifensystem erzeugen, dessen Mittellinie auf der andern Seite von O, ebenfalls senkrecht zur Ebene der Zeichnung läge.

Man könnte noch die Strahlen o_1 und e_1 und die Strahlen o_2 und e_2 miteinander kombinieren; aber davon erwähnen die genannten beiden Physiker nichts, weil sie nur die Interferenz je solcher zwei Strahlenbündel betrachten, deren eines aus der ersten, deren anderes aus der zweiten Spaltöffnung in gebeugter Weise austritt.

Es würden also die Kombinationen o_1 mit e_1 und o_2 mit e_2 eine Interferenz der erwähnten Strahlenpaare in der ersten Öffnung für sich allein, beziehungsweise in der zweiten Öffnung für sich allein bedeuten.

Aber die Beobachtung ergab, daß nur die beiden übereinander gelagerten, räumlich identischen Interferenzsysteme $o_1 o_2$ und $e_1 e_2$ sichtbar waren, und zwar scheinbar als ein System, dessen Intensität und Streifenintervall von der Dicke der Kristallplatte und von deren Neigung gegen den einfallenden Strahl unabhängig war.

Die Systeme $o_1 e_2$ und $o_2 e_1$ zeigten sich nirgends; ebensowenig konnte eine Interferenz von o_1 mit e_1 in der Beugungserscheinung der ersten Spaltöffnung für sich, oder die Interferenz von o_2 mit e_2 in der Beugungserscheinung der zweiten Spaltöffnung für sich beobachtet werden.

Man kann daher aus diesen Erfahrungen indirekt schließen, daß die in zueinander parallelen Ebenen polarisierten Strahlen miteinander interferieren und zwar wie unpolarisierte Strahlen; die in zueinander senkrechten Ebenen polarisierten Strahlen jedoch überhaupt nicht.

§ 7. Verifizierung der ersten zwei Gesetze mittels zwei äquivalenten Gipsplatten.

Zur Erhärtung obiger Schlußfolgerung (letzter Abschnitt des § 6) zerschnitten die genannten Physiker die Gipsplatte gg, Fig. 3 S. 167, in zwei optisch äquivalente Hälften g_1 und g_2, deren eine die eine Öffnung, deren andere die andere Öffnung deckte, Fig. 4.

War nun die Lage der Plättchen g_1 und g_2 eine solche, daß deren optische Achsen zueinander parallel gerichtet waren, so entstand die im vorigen Paragraphen beschriebene Erscheinung, selbst dann, wenn die Plättchen zwar parallel, aber nicht in derselben Ebene lagen. Waren sie jedoch in ihren Ebenen gegeneinander um 90° verdreht, dann verschwand das mittlere zentrale Streifen-

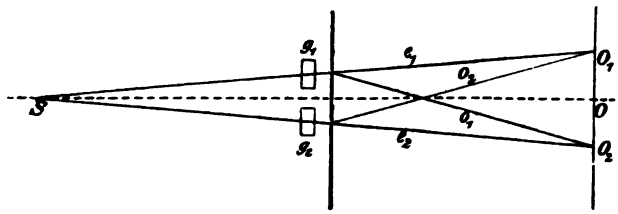


Fig. 4.

system und es traten die in § 6 erwähnten, aber bei der dort benutzten Einrichtung nicht entstehenden seitlichen zwei Systeme mit den Mittellinien O_1 und O_2 auf, welche aus den Strahlen e_1 mit o_2 und o_1 mit e_2 entstehen, Fig. 4.

Man kann diese Erscheinung, der im vorigen Paragraphen erwähnten Auffassung gemäß, so interpretieren, daß bei der gegenwärtigen Anordnung die durchgehenden Strahlen infolge dieser Verdrehung zwar keine merkliche Phasenänderungen erleiden, aber die Polarisationsebenen der Strahlen o_1 und o_2, ebenso wie diejenigen von e_1 und e_2 sind nun zueinander senkrecht geworden und diese Strahlen interferieren miteinander nicht, können also auch keine Interferenzsysteme erzeugen. Hingegen sind nun die Polarisationsebenen der Strahlen o_1 und e_2 zueinander parallel, ebenso diejenigen der Strahlen o_2 und e_1; demnach bilden o_1 mit e_2 und o_2 mit e_1 die beiden seitlichen, nun wirklich entstehenden und beobachtbaren Interferenzsysteme.

Das Verhalten der Strahlen o_1 und e_1 zueinander, ebenso wie das der Strahlen o_2 und e_2 zueinander ist dasselbe wie im vorigen Paragraphen.

Wenn man aber die beiden Gipsplättchen in ihren Ebenen aus ihrer ersten, zueinander optisch parallelen Lage nun gegenseitig um 45° zueinander verdreht, dann treten alle drei Streifensysteme auf einmal auf, denn dann sind die Polarisationsebenen der einzelnen Komponenten der vier Paare o_1, o_2; e_1, e_2; o_1, e_2; o_2, e_1 zueinander weder parallel noch senkrecht.

Mittels dieser Erfahrungen erhärteten Fr. Arago und A. Fresnel die ersten zwei Gesetze.

§ 8. Nachweis des dritten Gesetzes mittels der Glimmersätze und des Kalkspatanalysators.

Nach Aragos Konzeption* wiesen die genannten zwei Forscher das dritte Gesetz in der Weise nach, daß sie in der in § 5 beschriebenen Anordnung, Fig. 2 S. 165, vorerst die beiden Glimmersätze um ihre durchgehenden Strahlen als Drehungsachsen so zueinander verdrehten, daß deren Polarisationsebenen senkrecht zueinander lagen; nun wurde vor das in O befindliche Auge des Beobachters ein Kalkspatrhomboeder gebracht, durch das also alle ins Auge gelangenden Strahlen zu dringen hatten; der Hauptschnitt des Rhomboeders bildete 45° mit den Polarisationsebenen der Glimmersätze.

Der Kalkspat zerlegte die aus der ersten Spaltöffnung tretenden Strahlen in die Bündel o_1 und e_1; die aus der zweiten Öffnung tretenden in die Bündel o_2 und e_2; die Intensität dieser Bündel war eine untereinander nahezu gleiche, während die Polarisationsebenen von o_1 und o_2 zueinander, ebenso diejenigen von e_1 und e_2 zueinander parallel waren; hingegen waren die ersten beiden Ebenen senkrecht auf die letzten beiden.

Nun zeigte die Beobachtung keine Spur eines Interferenzsystems: man kann daraus schließen, daß die aus dem ursprünglich unpolarisierten Lichte entstandenen, durch die Glimmersätze senkrecht zueinander polarisierten zwei Lichtbündel, selbst nachdem dieselben durch den Kalkspat auf die beiden, in derselben

* Fr. Arago, l. c. p. 143—144.

Polarisationebene o liegenden Komponenten o_1 und o_2 zurückgeführt wurden, nicht interferieren; ebensowenig interferieren dieselben, nachdem sie derselbe Kalkspat auf die beiden, in derselben Polarisationsebene e liegenden Komponenten e_1 und e_2 zurückführte. Hiermit war das dritte Gesetz verifiziert.

(Man kann hier das analysierende Kalkspatrhomboeder auch z. B. durch ein NICOLsches Prisma ersetzen, dessen Hauptschnitt mit den Polarisationsebenen der Glimmersäulen 45° bildet; es können dann nur die Strahlen e_1 und e_2 aus dem Nicol ins Auge treten; dieselben sind hier also auf die Polarisationsebene des Nicols zurückgeführt; irgend eine hierher gehörige Interferenzerscheinung ist jedoch nicht zu sehen.)

§ 9. Verifizierung des vierten Gesetzes mittels Kalkspatpolarisators, Gipsplatte und Kalkspatanalysators.

Die genannten beiden Physiker führten den Nachweis des vierten Gesetzes nach FRESNELs Idee*, indem sie nämlich unter Benutzung der in § 6, Fig. 3 S. 167, beschriebenen Anordnung, das von der punktförmigen Lichtquelle S ausgehende Licht, bevor es auf die Gipsplatte fiel, mittels eines Kalkspatrhomboeders polarisierten; die Gipsplatte selbst war parallel zu ihren optischen Achsen geschnitten (gespalten) und die Halbierungslinie dieser Achsen bildete mit der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes 45°.

Nun sind die aus der Gipsplatte tretenden, durch die Spaltöffnungen dringenden Bündel o_1, e_1; o_2, e_2; davon sind die Strahlen o_1 und o_2 zueinander parallel, die Strahlen e_1 und e_2 ebenfalls zueinander parallel polarisiert; jedoch sind die Polarisationsebenen der o-Strahlen parallel zur erwähnten Halbierungsgeraden, während diejenigen der Strahlen e senkrecht zu dieser Geraden sind.

Alle diese Strahlen fielen nun auf einen analysierenden Kalkspat, dessen Hauptschnitt parallel war zur Polarisationsebene des auf die Gipsplatte fallenden Lichtes, also parallel zum Hauptschnitte des Kalkspatpolarisators; der Analysator zerfällte also die oben erwähnten vier Bündel in folgende acht Strahlen:

$$o_1o,\ o_1e;\quad e_1o,\ e_1e;\quad o_2o,\ o_2e;\quad e_2o,\ e_2e.$$

* A. FRESNEL, l. c. p. 518—520.

Die hier benutzte Bezeichnung ist leicht zu verstehen: die Strahlen mit dem Endbuchstaben *o* sind untereinander und zum Hauptschnitt des analysierenden Kalkspates parallel polarisiert; die Strahlen mit dem Endbuchstaben *e* sind ebenfalls untereinander parallel, jedoch zum Hauptschnitt des Analysators senkrecht polarisiert.

Nun zeigt aber die Erfahrung, daß bei dieser Versuchsanordnung die Strahlen mit dem Endbuchstaben *o* miteinander, ebenso daß die Strahlen mit dem Endbuchstaben *e* ebenfalls miteinander interferieren können.

Es konnten nämlich die von den Bündelpaaren

o_1o und o_2o; e_1o und e_2o; o_1o und e_2o; e_1o und o_2o

erzeugten Interferenzsysteme beobachtet werden; und zwar bilden die ersten zwei Paare zwei räumlich aufeinanderfallende, sich gegenseitig verstärkende Streifen, die zusammen scheinbar ein zentrales Interferenzsystem ausmachen, während die beiden anderen Paare je ein seitliches Streifensystem erzeugen.

In derselben Weise verhalten sich die Bündelpaare

o_1e und o_2e, e_1e und e_2e, o_1e und e_2e, o_2e und e_1e;

die beiden ersten Paare erzeugen hier ebenfalls räumlich aufeinanderfallende, sich addierende zwei Systeme, die zusammen ein intensives zentrales Interferenzsystem bilden; die anderen beiden Paare erzeugen ebenfalls je ein seitliches Streifensystem.

Die Beobachter konnten demnach gleichzeitig alle acht Systeme wahrnehmen, und zwar in der Form von sechs voneinander räumlich getrennten Streifensystemen, da, wie oben erwähnt, die zentralen zwei Systeme der *o*-Strahlen, ebenso wie die zentralen zwei Systeme der *e*-Strahlen sich je gegenseitig verstärkend einander decken und somit scheinbar zwei, vom Kalkspatanalysator auch räumlich voneinander getrennte Interferenzsysteme bilden.

Die seitlichen vier Interferenzsysteme erwiesen durch ihr Auftreten das vierte Gesetz.

Anmerkung: In bezug auf die gegenseitige Einwirkung der Strahlen

o_1e und e_1e, o_1o und e_1o, o_2o und e_2o, o_2e und e_2e

findet sich bei Fr. Arago und A. Fresnel keine Erwähnung; für

jedes Paar derselben gelten jedoch hier die bekannten Interferenzerscheinungen einzelner Kristallplatten zwischen zwei gekreuzten Kalkspatrhomboedern.

§ 10. Feststellung des fünften Gesetzes mittels Kalkspatpolarisators, Gipsplatte und Quarzplatte oder Gipsplatte.

Die beiden hier vielgenannten Physiker erwiesen das fünfte Gesetz in der Art, daß sie in der im vorigen Paragraph beschriebenen Anordnung den analysierenden Kalkspat, der wegen seiner starken doppelten Brechung die Strahlen mit dem Endbuchstaben *o* auch gut erkennbar räumlich von den Strahlen mit dem Endbuchstaben *e* trennte, durch eine dünne Gips- oder Quarzplatte ersetzten, deren Doppelbrechung also viel geringer war. Diese Platte zerfällte nun die auf sie fallenden vier Bündel o_1, e_1, o_2, e_2 in der im vorigen Paragraphen erwähnten Weise in die dort erwähnten acht Strahlen, trennte aber die Strahlen mit dem Endbuchstaben *o* räumlich nicht merklich von denjenigen mit dem Endbuchstaben *e*.

Es war demnach von den im vorigen Paragraphen beschriebenen Interferenzsystemen zu erwarten, daß die doppelt zentralen zwei Interferenzsysteme, sich gegenseitig kräftigend, räumlich und algebraisch übereinanderlagern, sodaß sie nur als ein System erscheinen; ebenso daß je zwei der seitlichen vier Systeme aufeinander fallen und sich gegenseitig algebraisch stärken würden. Indes zeigte der Versuch, daß nur ein zentrales System vorhanden war, welches nun aus der Übereinanderlagerung der erwähnten einzelnen vier zentralen Interferenzsysteme entstand; hingegen schienen die seitlichen Systeme verschwunden zu sein.

Diesen letzteren Umstand erklärten die beiden Physiker durch die Überlegung, daß die beiden aus den Strahlenpaaren

$$o_1 o \text{ und } e_2 o, \quad o_1 e \text{ und } e_2 e$$

entstandenen Streifensysteme, welche auf der einen Seite der durch *O* gehenden Mittellinie liegen, eine solche Lage haben, daß die Lichtmaxima des ersten Systems auf die Lichtminima des zweiten

Systems fallen und umgekehrt, so daß die Übereinanderlagerung dieser zwei Systeme eine gleichmäßige Beleuchtung erzeugt.

In derselben Weise verhalten sich diejenigen zwei Streifensysteme, die aus den Strahlenpaaren

$$o_2 o \text{ und } e_1 o, \quad o_2 e \text{ und } e_1 e$$

entstehen und auf der andern Seite der durch O gehenden Mittellinie liegen; auch deren Übereinanderlagerung erzeugt eine gleichmäßige Beleuchtung.

Die hier erwähnten letzten vier Systeme, welche aus den Paaren

$$o_1 o \text{ und } e_2 o, \quad o_1 e \text{ und } e_2 e,$$

ferner aus

$$o_2 o \text{ und } e_1 o, \quad o_2 e \text{ und } e_1 e$$

entstehen, haben die Eigenschaft, daß die Polarisationsebene der mit dem Endbuchstaben o versehenen Systeme parallel sein kann zur Ebene der ersten Polarisation; dann ist die Polarisation der mit dem Endbuchstaben e versehenen Bündel hierzu senkrecht. Es kann aber auch die Polarisationsebene der Systeme o senkrecht sein zur Ebene der ersten Polarisation; dann sind die Systeme e parallel zn dieser Ebene polarisiert.

Die Streifensysteme der Bündel o sind also gegen die Streifensysteme der Bündel e um eine halbe Streifenbreite verschoben; deshalb erzeugt also ihr gleichzeitiges Auftreten zusammen ein gleichmäßig erleuchtetes Feld. Hierdurch erscheint nach ARAGO und FRESNEL das fünfte Gesetz verifiziert.

§ 11. Andere Form des Nachweises des vierten und des fünften Gesetzes mittels der Glimmersätze.

Die beiden Physiker konnten jedoch das vierte und das fünfte Gesetz auch mittels ihres Glimmersatzapparates, § 8 Fig. 2 S. 165, und zwar in einfacherer Weise verifizieren.

Sie polarisierten hierzu etwa vermittels Kalkspates ein von einer punktförmigen Lichtquelle S ausgehendes Lichtbündel, und zwar so, daß nun dessen Polarisationsebene mit der die senkrechte Entfernung und die Normalen der beiden Spaltöffnungen enthaltenden Ebene (also mit der Beugungsebene des YOUNGschen

Doppelspaltes) 45° bildete; im übrigen blieb die Anordnung der Vorrichtung dieselbe wie zum Nachweis des dritten Gesetzes, § 8, nämlich die beiden Glimmersätze waren um ihre durchgehenden Strahlen als Drehungsachsen um 90° gegeneinander verdreht.

Die seitlichen Interferenzsysteme traten infolge der Interferenz der ordentlichen Strahlen miteinander und infolge der Interferenz der außerordentlichen Strahlen miteinander auf und erwiesen somit unmittelbar die Geltung des vierten Gesetzes.

Wenn man schließlich an Stelle des analysierenden Kalkspates, welcher auch hier die ordentlichen Strahlen von den außerordentlichen ebenfalls noch räumlich trennt, eine dünne Gips- oder Quarzplatte setzt, welche diese Strahlen voneinander räumlich nicht merklich trennt, dann läßt sich keinerlei Beugungserscheinung beobachten; damit erwiesen die beiden Physiker gemäß obigen Überlegungen das fünfte Gesetz.

§ 12. Bemerkungen zu den ARAGO-FRESNELschen Versuchen. Unvollkommenheiten derselben.

Die in den vorhergehenden Paragraphen angeführten Experimente ARAGOs und FRESNELs bieten bei aller Unvollkommenheit ihrer Anordnung und Ausführung doch genügend viele Erfahrungstatsachen, um ihre genialen Veranstalter in die Lage zu versetzen, die nach ihnen benannten Gesetze mit scharfsinniger Logik zu erkennen.

Indes findet man aus der oben detaillierten Beschreibung, daß man gegen diese Versuche folgende meritorische Bemerkungen und Einwände erheben kann:

a) Bei dem im § 4, Fig. 1 S. 164, erwähnten Versuche, nämlich bei dem Nachweise des zweiten Gesetzes mittels doppelter Brechung zweier Kalkspatrhomboeder, fehlt die Gegenprobe und kann auch nicht gemacht werden, nämlich, daß diejenigen zwei Lichtbündel, deren Polarisationsebenen zueinander senkrecht sind und die dort also ersichtlich nicht interferieren können, doch zur Interferenz gebracht werden könnten, wenn man unter Beibehaltung der sonstigen Anordnungen ihre Polarisationsebenen zueinander parallel machen würde. Außerdem können die dort erwähnten

zwei Bündel auch räumlich nur schwierig in befriedigender Weise voneinander getrennt und gesondert untersucht werden; ferner, sobald die Hauptschnitte der beiden Kalkspate nicht senkrecht zueinander sind, treten aus dem zweiten Spate vier Bündel aus, was die Erscheinung überflüssigerweise beträchtlich kompliziert.

b) Bei dem im § 5, Fig. 2 S. 165, beschriebenen Versuche kommt ein einfacher, sehr richtiger Gedanke ARAGOs zur Geltung, denn diese Anordnung ist auch zur Anstellung einer Gegenprobe geeignet; indes leidet der Versuch an einer prinzipiellen Unvollkommenheit und an einem Mangel in der Ausführung: Einesteils muß nämlich bemerkt werden, daß bei der dort benutzten YOUNGschen Anordnung der zwei beugenden Spaltöffnungen nicht die ungebeugt durch diese dringenden Strahlen interferieren, sondern die durch dieselben gebeugten; andrerseits polarisieren die dort verwendeten Glimmersätze das durchgehende Licht nur unvollkommen, außerdem sind die einzelnen Blättchen durchaus keine vollkommen planparallelen Platten. Letztere ganz beträchtliche Unvollkommenheit erkannte schon FRESNEL* an.

c) Die im § 6, Fig. 3 S. 167, beschriebene Methode ist erstens, wie auch schon ihre Urheber bemerkten, keine direkte; zweitens ist hier wieder die YOUNGsche Anordnung in Verwendung, nämlich die Interferenz gebeugter Strahlen; außerdem erscheinen gleichzeitig vier Strahlenbündel im Sehfelde und das beobachtbare Interferenzsystem, welches als ein Streifensystem erscheint, besteht aus übereinandergelagerten zwei gleichen Systemen, die ohne Hinzuziehung neuer Polarisationsmittel voneinander nicht getrennt und nicht gesondert untersucht werden können.

d) Der im § 7, Fig. 4 S. 169, beschriebene Versuch mit den zwei Gipsplättchen arbeitet ebenfalls mit vier Strahlenbündeln, benutzt ebenso die YOUNGsche Anordnung der Interferenz gebeugten Lichtes und zeigt drei Streifensysteme, von welchen die beiden seitlichen Systeme auf stets hellem Hintergrunde erscheinen.

e) Die in § 8 beschriebene Methode zum Nachweise des dritten Gesetzes zeigt die hier unter b) erwähnten Unvollkommenheiten, zu welchen noch die vier Strahlenbündel, und zwar in durchaus nicht vereinfachender Weise treten.

* A. FRESNEL, l. c. p. 516.

f) In bezug auf den in § 9 erörterten Versuch zum Nachweise des vierten Gesetzes gelten die hier unter c) gemachten Bemerkungen; hierzu kommen die acht Strahlenbündel und die aus deren Interferenz entstehenden, als sechs verschiedene Streifensysteme sichtbaren Erscheinungen; es ist daher das ganze Phänomen ziemlich kompliziert.

g) Die in § 10 erwähnte Anordnung zum Nachweise des fünften Gesetzes ist den unter f) erwähnten Bemerkungen unterworfen, jedoch mit der beträchtlichen Komplizierung, daß nun vier räumlich gleiche Interferenzsysteme sich übereinanderlagern und sich algebraisch verstärken, während von den übrigen vier Streifensystemen je zwei und zwei sich gegenseitig optisch, wenigstens für das Auge des Beobachters neutralisieren.

h) Schließlich gelten in bezug auf die im § 11 beschriebene Methode zum einfacheren Nachweise des dritten und vierten Gesetzes, die im Punkt e) hier erwähnten Bemerkungen, und zwar mit der Ergänzung, daß mittels dieser Anordnung das vierte Gesetz direkt, das fünfte indirekt verifiziert wird. —

i) Alle Experimentatoren und Beobachter, welche diese Versuche in deren oben beschriebener Anordnung wiederholten, mußten ohne Ausnahme anerkennen, daß die Herstellung dieser Erscheinungen heikel und schwierig, und daß ihre Interpretierung kompliziert sei.

Neuere Versuche zum Nachweise der ersten zwei Gesetze. Bemerkungen.

§ 13. Verifizierung des ersten und des zweiten Gesetzes mittels äquivalenter Turmalinplatten. G. STOKES.

Zur Vermeidung der oben, § 12, angedeuteten experimentellen Unvollkommenheiten und Komplikationen, hauptsächlich aber zum präzisen Nachweise, auch eventuell zur Verallgemeinerung dieser Gesetze unternahm man während des verflossenen Jahrhunderts verschiedene Versuche. Von denjenigen, die sich nur auf die Verifizierung der ersten zwei Gesetze beschränkten, zählen wir die folgenden auf:

In einer seiner wichtigen Abhandlungen sagt G. G. STOKES*: Zwei unpolarisierte Lichtbündel, die einer gemeinsamen Lichtquelle entstammen, die nahe nebeneinander einhergehen, mögen eine Interferenzerscheinung erzeugen. Man schneide nun eine sorgfältig planparallel geschliffene Turmalinplatte in der Mitte entzwei und bringe ihre beiden Hälften in den Weg der beiden Lichtbündel, und zwar so, daß je ein Bündel durch je eine solche Platte hindurchgehe.

Die Beobachtung zeigt nun, daß in dem Falle, wenn die beiden Turmalinplatten optisch parallel orientiert sind, also die Polarisationsebenen der aus ihnen tretenden Strahlen zueinander parallel sind, das Streifensystem der Interferenz vollkommen scharf entsteht; dreht man aber eine Platte um den durchgehenden Strahl als Drehungsachse, also in ihrer eigenen Ebene, so werden die Streifen immer schwächer und verschwinden schließlich, indem sie in eine gleichförmige Beleuchtung übergehen, wenn die Polarisationsebenen der aus den Platten tretenden Bündel zueinander senkrecht sind.**

Denselben Vorgang erwähnt G. B. AIRY*** und P. DRUDE.†

§ 14. Verifizierung der ersten zwei Gesetze mittels zwei äquivalenten Quarz- oder Gipsplatten. LA ROUX. É. MASCART.

I. Hierher gehört auch LA ROUX' Vorgang und Apparat††; derselbe besteht im wesentlichen aus zwei zur optischen Achse parallel geschnittenen, planparallelen Quarzplatten; eine von ihnen ist um die Sehachse drehbar. Nun läßt man mittels eines Inter-

* G. G. STOKES, On the Composition and Resolution of Streams of Polarized Light from different Sources. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. IX, p. 399 (datiert vom 16. Februar und vom 15. März 1852); auch G. G. STOKES, Mathematical and Physical Papers, Vol. III, Cambridge 1901, p. 233—258.

** G. G. STOKES, l. c. § 20, p. 254.

*** G. B. AIRY, Undulatory Theory of Optics, New Edition, p. 88 u. 89, London 1877.

† P. DRUDE, l. c. (Lehrbuch der Optik) p. 228 bezw. p. 233.

†† PH. PELLIN-DUBOSCQ, Instruments d'Optique et de Précision, IVme fascicule, Paris 1900, p. 12 u. 13, No. 14.

ferenzapparates aus einer gemeinsamen Lichtquelle zwei Lichtbündel hervorgehen, aus welchen dann zwei getrennte reelle Bilder der Quelle entstehen. Diese Bilder fallen auf die zwei Quarzplatten und ihre Lichtbündel interferieren nach deren Durchgang durch diese Platten.

In derselben Weise kann man die Platten benutzen, wenn man davor einen undurchsichtigen Schirm stellt, der zwei enge Spalten enthält, durch welche von einer gemeinsamen Lichtquelle ausgehende Strahlenbündel nach erlittener Beugung auf diese Platten fallen; nach Durchgang durch diese Platten interferieren diese gebeugten Bündel. Die gemeinsame Lichtquelle bildet hier ein Lichtbündel, welches aus einer, vom Schirm in geeigneter Entfernung befindliche Spalte austritt.

Wird nun eine der Platten um die Sehachse gedreht, so ändert sich die Intensität der durch Interferenz entstandenen Streifensysteme in der vorher schon mehrfach erwähnten Weise; indes sind auch hier die vier Strahlenbündel o_1, e_1, o_2, e_2 an jeder Stelle des Gesichtsfeldes vorhanden.

II. É. MASCART* betrachtet die Beziehungen der Interferenz des polarisierten Lichtes ebenfalls als grundlegende Erfahrungstatsachen und empfiehlt folgenden Vorgang: Die in diesem Paragraphen oben unter I. erwähnten zwei kohärenten reellen Bilder fallen auf die zwei Hälften einer zerschnittenen Gipsplatte, und zwar in der Weise, daß einmal beide Bildchen zugleich auf die eine Plattenhälfte, ein anderesmal beide zugleich auf die andere Plattenhälfte fallen; dann zeigt sich die in der Mitte des Sehfeldes entstandene Interferenzerscheinung genau so, als ob die Platte gar nicht vorhanden wäre. Wenn aber eines der Bildchen auf die eine, das andere Bildchen auf die andere Plattenhälfte fällt, und man die eine Plattenhälfte um die Sehachse dreht, dann tritt Intensitätsänderung der Interferenz-Streifensysteme ein und das mittlere System kann zum Verschwinden gebracht werden.

Aber auch in diesem Falle sind an jeder Stelle des Gesichtsfeldes alle vier Strahlenbündel o_1, e_1, o_2, e_2 vorhanden.

---

* É. MASCART, Traité d'Optique, T. I, Paris 1889, p. 533.

§ 15. Verifizierung der ersten zwei Gesetze mit zwei äquivalenten Kalkspatstücken, mittels YOUNGS Doppelspalte oder JAMINS Interferentialrefraktometer. W. VOIGT.

In seinem größeren Lehrbuche empfiehlt W. VOIGT* eine Kombination zweier nahezu identischer Doppelspate mit dem oben, auch im § 14, öfter erwähnten YOUNGschen Doppelspalt, der zur Interferierung der aus demselben tretenden kohärenten, jedoch gebeugten Lichtbündeln geeignet ist; oder auch eine Kombination dieser Doppelspate mit dem JAMINschen Interferentialrefraktometer**, Fig. 5. Von den je zwei Strahlenbündeln, die aus jedem Spat austreten, werde nun je einer, etwa die beiden außerordentlichen Bündel, durch geeignete Diaphragmen verdeckt, so daß nur die beiden ordentlichen Strahlen wirken können, deren optische Weglängen nahezu einander gleich sind, weil die Doppelspate fast genau dieselbe Dicke haben.

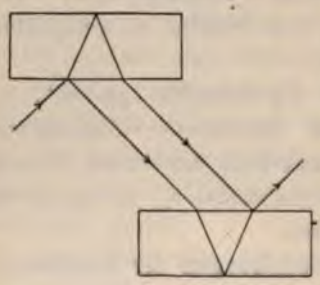


Fig. 5.

Die Beobachtung ergibt nun, daß in dem Falle, wenn die beiden Kristalle optisch parallel zueinander gerichtet sind, die entstehende Interferenzerscheinung dieselbe ist, als ob die Kristalle überhaupt nicht vorhanden wären. Dreht man nun den einen Spat um den durch ihn schreitenden ordentlichen Strahl als Drehungsachse, so nimmt die Schärfe der Interferenzstreifen ab und diese verschwinden gänzlich, wenn die beiden Spate in derselben Ebene um 90° gegeneinander verdreht sind. Setzt man die Drehung fort, so erscheinen die Streifen wieder und erreichen ihre größte Schärfe, wenn der Drehungswinkel 180° ist; bei wei-

* W. VOIGT, Kompendium der theoretischen Physik, Bd. II, Leipzig 1896, p. 538 und 539.

** Im wesentlichen besteht dieses Instrument aus zwei dicken planparallelen Glasplatten, deren geometrisch-optische Wirkung auf irgend einen Strahl die Fig. 5 zeigt; hier liegen die Wege der später zur Interferenz gelangenden zwei Strahlen zum größten Teile in ganz beträchtlicher Entfernung, etwa 3—4 cm voneinander, so daß jeder Strahl beliebigen, von einander verschiedenen optischen Einwirkungen unterworfen werden kann. Man kann also jeden Strahl durch je einen Kalkspat dringen lassen.

terer Drehung werden sie wieder schwächer, verschwinden bei dem Drehungswinkel 270°, erscheinen dann wieder und zeigen bei dem Drehungswinkel 360° ihren Anfangszustand.

W. VOIGT erwähnt an dieser Stelle nicht, ob der so ausgedachte Versuch in der Tat überhaupt in dieser Weise ausgeführt wurde, oder ob derselbe nur als theoretischer Versuch zu betrachten sei.

§ 16. Bemerkungen zu den Methoden von G. G. STOKES, LA ROUX, E. MASCART und W. VOIGT. Deren Unvollkommenheiten.

a) STOKES' Gedanke, § 13, ist im allgemeinen richtig; er ist im Prinzip mit FR. ARAGOS Idee, § 5 und § 12b), übereinstimmend; er wäre zweckmäßig, wenn er bei einer einfachen reinen Interferenzerscheinung Anwendung finden könnte. Indes ist seine Ausführung mit den größten Unvollkommenheiten verbunden; einmal weil reine Turmalinplatten nur in kleinen Stücken erhältlich sind, und diese durch das Entzweischneiden umso kleiner werden; ferner lassen sich selbe, eben wegen ihrer Kleinheit, nur sehr schwierig genau parallel schleifen. Hauptsächlichst besteht aber der mißliche Umstand, daß dieselben die durchgehenden Strahlen in bedeutendem Maße schwächen und der aus ihnen tretende außerordentliche Strahl keine große Intensität hat, gewöhnlich aber sehr merklich gefärbt ist; sind jedoch die Platten dünn, dann lassen sie auch die ordentlichen Strahlen in bemerkbarer Intensität hindurch, so daß die Polarisation des austretenden Bündels keine vollständige ist.*

* Ich selbst bemühte mich vielfach, um den Versuch in der im Texte angedeuteten Weise auszuführen; mein verehrter Kollege, Herr Dr. JOSEF ALEXANDER KREMER, Professor an der hiesigen Universität, Direktionskustos der mineralogischen Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums, war so freundlich, mir beide Hälften einer entzweigeschnittenen Turmalinplatte zur Verfügung zu stellen.

Indes konnte ich Interferenzstreifen nur dann erkennen, und zwar mit großer Mühe und ganz undeutlich, wenn die beiden Turmalinhälften eine solche gegenseitige Lage hatten wie vor dem Schnitt; in jeder anderen Lage konnte ich keine wie immer gearteten Streifen wahrnehmen, umso weniger das sukzessive Schwächerwerden, Verschwinden, Neuerscheinen usf. bemerken; ich gab es daher auf, mit dieser Methode noch weiter zu experimentieren.

b) La Roux' Vorrichtung, § 14, arbeitet mit vier Strahlenbündeln, deren mögliche Interferenzen schon im Punkt d) des § 12 erwähnt wurden. Es entstehen hier vier Streifensysteme; zwei davon fallen genau aufeinander und bilden das mittlere Interferenzstreifensystem; die beiden anderen Systeme liegen symmetrisch zu diesem. Kombiniert man diese Vorrichtung mit dem Youngschen Doppelspalt, dann treten noch die im Punkt b) des § 12 erwähnten Unvollkommenheiten hinzu.

c) In bezug auf É. Marcarts Vorschlag mit dem zerschnittenen Gipsplättchen, § 14, gelten unmittelbar alle Bemerkungen, die soeben unter b) in bezug auf La Roux' Vorgang angeführt wurden.

d_α) W. Voigts erster Vorschlag, § 15, ist prinzipiell richtig; er bleibt auch richtig, wenn er auf eine reine Interferenzerscheinung angewendet würde; benutzt man aber den Youngschen Doppelspalt, so treten dadurch die oben, § 12, schon mehrfach angedeuteten Unvollkommenheiten auf. Hierzu kommt noch, daß die Verdeckung der aus den beiden Doppelspaten austretenden außerordentlichen Strahlen während der Drehung des einen Kalkspates eine gewisse Sorgfalt erfordert, weil die Interferenz der ordentlichen Strahlen dabei unberührt zu bleiben hat.

Ich fand in der Literatur keine Spur darüber, ob dieser Versuch auch wirklich so ausgeführt wurde; wäre er in der Tat so einfach anzustellen wie er ausgedacht ist, so hätten Arago und Fresnel bei Benutzung von Youngs Doppelspalt, § 5 Fig. 2 S. 165, an Stelle der beiden Glimmersätze oder der beiden Gipsplatten, § 7 Fig. 4 S. 169, gewiß solche gleiche zwei Kalkspate zur Verwendung gebracht; denn sie benutzten bei dem ersten ihrer diesbezüglichen Versuche, zwei identische Kalkspatstücke, jedoch nicht nebeneinander, sondern hintereinander, § 4 Fig. 1, S. 164.

d_β) W. Voigts zweiter Vorschlag, § 15 Fig. 5 S. 180, kann im allgemeinen selbst prinzipiell nicht als richtig betrachtet werden. Erstens zerfällt der auf die erste dicke Glasplatte fallende, ursprünglich unpolarisierte Strahl durch Reflexion und Refraktion an und in derselben in mehrere Teile; betrachtet man etwa nur die in Fig. 5 ersichtlichen zwei Teile zwischen den beiden Platten, so bemerkt man sofort, daß deren Intensität im allgemeinen von-

einander sehr verschieden ist. Während nämlich der eine Teil aus dem einfallenden Strahl durch einfache Reflexion an der vorderen Plattenfläche entstand, mußte der einfallende Strahl von dieser vorderen Fläche auch Refraktion, an der rückwärtigen Plattenfläche totale Reflexion (im Falle einer versilberten Rückfläche aber Metallreflexion) erleiden und dann wieder an der vorderen Fläche in Luft gebrochen werden; der so austretende Teil des einfallenden Strahles bildet den hier gezeichneten zweiten Strahlenteil.

Nun gilt auch hier die soeben oben unter d_α) gemachte Bemerkung in bezug auf die beiden Doppelspate, die hier in den Weg der betrachteten zwei Strahlenteile gebracht sind; außerdem treten jedoch noch folgende Umstände hinzu: Die beiden ordentlichen, unverdeckten Strahlenbündel, welche aus diesen beiden Kalkspaten austreten, sind nun an der andern dicken Glasplatte optischen Einwirkungen ausgesetzt, welche deren Polarisationszustand in verschiedener Weise verändern können; erst nach diesen Einwirkungen können diese Strahlen miteinander interferieren:

Man bemerkt nämlich sofort, daß der eine dieser linearpolarisierten, ordentlichen Strahlen von der vorderen Fläche der zweiten Glasplatte einfache Reflexion erleidet; der Strahl hört dadurch nicht auf, wenigstens sehr annäherungsweise, linearpolarisiert zu sein, aber seine Polarisationsebene hat nach der Reflexion im allgemeinen eine andere Lage als vor der Reflexion.

Der andere dieser linearpolarisierten, ordentlichen Strahlen fällt ebenfalls auf die zweite Glasplatte, erleidet dort an deren vorderer Fläche Brechung und an deren rückwärtiger Fläche entweder totale, oder, wenn diese versilbert ist, Metallreflexion, wodurch der Strahl im allgemeinen stets elliptisch polarisiert wird. Nun tritt dieser Strahl nach zweiter Brechung in Luft aus; dadurch wird er im allgemeinen nicht linearpolarisiert.

Man erhält somit zwei solche Strahlen, die beim Austritt aus der zweiten Glasplatte miteinander interferieren sollen; indes ist die Polarisationsebene des ersten Strahles in bezug auf ihre ursprüngliche Lage im allgemeinen verdreht, während aus dem andern ein im allgemeinen elliptisch polarisierter Strahl wurde. Hierzu tritt noch der Umstand, daß die Intensität dieser Strahlen durch einfache Reflexion an der vorderen Fläche und durch totale

oder Metallreflexion an der rückwärtigen Fläche der zweiten Glasplatte nicht in gleichem Maße geschwächt wurde; diese ungleiche Schwächung kann im allgemeinen diejenige ungleiche Schwächung nicht kompensieren, welche durch Reflexion usw. an der ersten Glasplatte entstand.

Die vorgeschlagene Methode kann daher schon prinzipiell nicht geeignet sein, um damit die Gesetze der Interferenz linearpolarisierten Lichtes einwurfsfrei zu erweisen.

Doch muß bemerkt werden, daß zwei Ausnahmefälle vorhanden sind, bei welchen das zur zweiten Glasplatte gelangende linearpolarisierte Licht selbst infolge der oben ausführlich betrachteten Einwirkung dieser zweiten Glasplatte seinen Polarisationszustand nicht verändert: nämlich wenn das aus den zwei Doppelspaten tretende Licht entweder in der Einfallsebene oder senkrecht dazu polarisiert ist. Aber auch in diesen Fällen gilt die ungleiche Schwächung der Intensität dieser Strahlen, und man kann bei Drehung der Polarisationsebene des einen oder des andern Strahles aus ihren erwähnten ursprünglichen Lagen um die Fortpflanzungsrichtung dieses Strahles die sukzessive Änderung der Schärfe der Interferenzstreifen nicht genau feststellen.

Auch in bezug dieses Versuches konnte ich in der Literatur keine Angaben darüber finden, ob derselbe auch wirklich so ausgeführt und zu Lehrzwecken benutzt wurde.

§ 17. Über einen Versuch mittels doppelt brechender Platte, der scheinbar zum Nachweise des zweiten Gesetzes geeignet ist. Bemerkungen.

Es möge hier ein einfacher Versuch Erwähnung finden, den man manchmal zur Verifizierung des zweiten Gesetzes geeignet hält: Es falle nämlich ein etwas breiteres Bündel paralleler kohärenter Strahlen natürlichen Lichtes auf eine nicht ganz dünne, planparallele Platte irgend einer doppelt brechenden Substanz; das Bündel verläßt die Platte nach erlittener Doppelbrechung; die austretenden zwei Strahlenbündel hält ein undurchsichtiger Schirm auf, welcher durch eine kleine Öffnung O nur einem sehr engen Bündelchen den Durchlaß gestattet, Fig. 6.

Wie unmittelbar ersichtlich, setzt sich dieser austretende Strahl aus dem ordentlichen Strahl o_1 und dem außerordentlichen Strahl e_2 zusammen; der erste rührt von dem einfallenden Strahl s_1 her, der zweite vom einfallenden Strahl s_2; der durch die enge Öffnung tretende Doppelstrahl zeigt erfahrungsgemäß keinerlei Interferenz.

Ist die doppelt brechende Platte von genügender Dicke und die Doppelbrechung genügend stark, so kann man leicht folgenden Kontrollversuch anstellen: Verdeckt man den Strahl s_1, dann kann durch die kleine Öffnung O nur der Strahl e_2 treten; verdeckt man aber den Strahl s_2, so kann nur o_1 austreten und nun kann experimentell ohne weiteres nachgewiesen werden, daß diese beiden Strahlen senkrecht zueinander polarisiert sind.

Das Nichtvorhandensein der Interferenz kann nun gesondert zwei Ursachen zugeschrieben werden:

α) daß die Polarisationsebenen der beiden austretenden Strahlen senkrecht zueinander sind;

β) daß diese beiden Strahlen einen zu großen Gangunterschied haben.

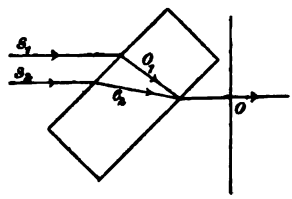


Fig. 6.

Die Geltung der unter α) erwähnten Ursache könnte nur dann als einwandsfrei erwiesen werden, wenn man die Polarisationsebenen derselben Strahlen o_1 und e_2 zueinander parallel machen könnte, indem man dabei ihre sonstigen Eigenschaften unverändert ließe, und wenn dann der Versuch tatsächlich zeigen würde, daß in diesem Falle wirkliche Interferenz stattfindet. Indes kann man diesen Hauptkontrollversuch hier nicht anstellen, weil die Strahlen o_1 und e_2 im Kristall einfach unzugänglich sind und ihre Polarisationsebenen gegeneinander nicht verdreht werden können.

In bezug auf die unter β) erwähnte zweite mögliche Ursache ist zu bemerken, daß, um die einzelnen Strahlen s_1 und s_2 besonders verdecken zu können, dieselben doch wenigstens etwa 1 mm voneinander entfernt sein müssen; es muß aber selbst in diesem Falle sogar bei dem stark doppelt brechenden Kalkspat die Kristallplatte ziemlich dick sein, damit der aus s_1 entstehende Strahl o_1 und der aus s_2 entstehende Strahl e_2 gleichzeitig durch

eine und dieselbe Öffnung dringen können. Aber dann ist auch der Gangunterschied der beiden Strahlen verhältnismäßig sehr bedeutend, und zwar so sehr, daß man selbst bei parallel polarisierten Strahlen diesen Gangunterschied in geeigneter Weise kompensieren müßte, um unter gewöhnlichen, einfachen Umständen Interferenz weißen Lichtes beobachten zu können.

Man kann daher auch diesem Versuche keinerlei einwurfsfreie Beweiskraft zuerkennen.

III. J. Stefans und E. Machs Versuche: Verifizierung aller Gesetze. Bemerkungen.

§ 18. Josef Stefans Experimente mit dem Doppelquarz. Interferenz verschiedenartig elliptisch polarisierten Lichtes.

In seinem zweiten hierher gehörigen Versuche benutzte J. Stefan* einen Spektralapparat und stellte zwischen dessen Kollimatorlinse und dispergierendem Prisma einen Soleilschen Doppelquarz** in der Weise, daß die gemeinsame Berührungsfläche der beiden Quarzhälften parallel zur brechenden Kante des Prismas lag. Die zur brechenden Kante näher liegende Quarzhälfte war mit einem dünnen Glasplättchen bedeckt, um damit Gangunterschied und demnach Talbotsche Linien hervorzubringen.

---

* J. Stefan, Über die mit dem Soleilschen Doppelquarz ausgeführten Interferenzversuche, *Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien* (2), LIII, 1866, p. 548—554; (2), LXVI, 1872, p. 425—453.

** Dieses Präparat besteht bekanntlich aus zwei parallelepipedonförmigen Quarzstücken, deren jedes normal zur optischen Achse geschnitten ist; das eine ist aus rechtsdrehendem, das andere aus linksdrehendem Quarz; die beiden sind nun so aneinander geklebt, daß die gemeinsame Anfügungsfläche parallel ist zu den zueinander parallel gerichteten optischen Achsen der beiden Hälften.

Fällt nun je ein linearpolarisierter Lichtstrahl normal auf je eine Hälfte dieses Doppelquarzes, dann zerfällt jeder Strahl in je zwei Strahlen, deren einer rechts, deren anderer links zirkularpolarisiert ist, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit jedoch eine verschiedene ist. Diese Strahlenpaare treten also mit relativen, entgegengesetzt gleichen Phasendifferenzen aus dieser Platte in Luft.

Im Beobachtungsrohr des Spektralapparates erschien nun das von Interferenzstreifen durchzogene Spektrum; es waren dies die TALBOTschen Streifen, welche infolge der Glasplatte entstanden. STEFAN untersuchte nun diejenigen Veränderungen, welche diese Streifensysteme zeigen, jenachdem das auf die Kollimatorspalte fallende Licht linear, zirkular oder elliptisch polarisiert ist. Ebenso untersuchte er theoretisch und experimentell diejenigen Streifensysteme, welche entstanden, wenn das brechende Prisma aus der bisherigen Anordnung entfernt wurde und an seine Stelle ein undurchsichtiger, mit zwei feinen Spalten versehener Schirm, also der YOUNGsche Doppelspalt trat, und zwar so, daß je ein durch eine Quarzhälfte gedrungenes Strahlenbündel nur auf je einen Spalt fiel und durch denselben drang.

[Eine ebensolche Versuchsanordnung benutzte STEFAN in der ersten seiner hierher gehörigen, hier in der Fußnote auf S. 186 zitierten Arbeit; indes diente dieselbe hauptsächlichst zum Nachweise dessen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der längs der optischen Achse des Quarzes fortschreitenden, rechts und links zirkularpolarisierten Strahlenkomponenten eine verschiedene ist; es ließ sich dies aus der Verschiebung des aus der Interferenz dieser beiden Strahlen entstandenen Streifensystems folgern.]

Da nun auch hier Interferenz von vier Strahlenbündeln auftrat, die verschiedenerweise und zwar auch nicht immer linearpolarisiert waren, und die man räumlich völlig voneinander zu trennen und einzeln, gesondert, zu untersuchen nicht imstande ist, auf die man auch einzeln, gesondert, optisch nicht einwirken kann: so bemerkt man sofort, daß diese Versuche nach den in den §§ 12 und 16 erwähnten Gründen zur einwandfreien Darstellung der ARAGO-FRESNELschen Gesetze nicht geeignet sind; obwohl es den Anschein hat, als ob sie diesem Zwecke dienen könnten.

Trotzdem bedeuten STEFANS Versuche gegenüber den ARAGO-FRESNELschen Experimenten insofern einen Fortschritt, weil dieselben sich nicht nur auf die Interferenz linearpolarierten, sondern auf den allgemeinen Fall der Interferenz verschiedenartig elliptisch polarisierten Lichtes beziehen.

§ 19. Versuchsanordnung von E. MACH und W. ROSICKY mit dem Doppelquarz und dem Spektroskop. Nachweis der ersten zwei Gesetze.

Direkt zum Nachweise der FRESNEL-ARAGOschen Gesetze erdachten E. MACH und W. ROSICKY* eine neue Versuchsanordnung, von welcher hier nun etwas ausführlicher die Rede sein wird, und zwar umsomehr, weil nach der Ansicht dieser Physiker, obgleich die FRESNEL-ARAGOschen Versuche später vielfach erweitert und modifiziert wurden, doch die von ihnen, nämlich von MACH und ROSICKY, zu beschreibenden Versuche den klarsten Einblick in die recht komplizierten Umstände derselben bieten.**

Die Anordnung bestand im wesentlichen aus folgenden Teilen:

In der Brennebene einer Kollimatorlinse befand sich ein enger Spalt, durch welchen ein schmales intensives Lichtbündel auf die Linse fiel und nach Durchgang durch selbe als paralleles Strahlenbündel austrat. In der Verlängerung der Kollimatorachse befand sich ein Beobachtungsrohr, das auf Unendlich eingestellt war; das aus dem Kollimator tretende Lichtbündel fiel also normal zum Objektiv des Beobachtungsrohres und so erschien dem Beobachter im Sehfelde das genaue Bild des Kollimatorspaltes.

Wurde nun vor das Objektiv des Beobachtungsrohres ein vertikaler, nicht zu enger viereckiger Spalt, der Beugungsspalt gesetzt, so erzeugte dieser eine beträchtliche, jedoch gewöhnliche Beugungserscheinung, welche also aus einer horizontalen Reihe breiter vertikaler Beugungsbilder bestand; das mittlere Bild ist doppelt so breit wie die übrigen seitlichen Bilder. Wurde der Kollimatorspalt zu einer punktförmigen Öffnung gekürzt, so reduzierten sich die Beugungsbilder im Sehfelde auf eine scharf erkennbare horizontale Linie, die aus geradlinigen, hellen und dunklen Stellen bestand, nämlich aus einem horizontalen, schmalen, streifenförmigen Teil der oben erwähnten Beugungserscheinung.

* E. MACH und W. ROSICKY, Über eine neue Form der FRESNEL-ARAGOschen Interferenzversuche mit polarisiertem Lichte, *Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien* (2), Bd. LXXII, 1875, p. 197—213. Einen Auszug dieser Arbeit bringt auch R. W. WOOD, Physical Optics, New-York and London 1905, p. 128—130.

** L. c. p. 197.

Hierauf wurde vor das Okular des Beobachtungsrohres ein geradsichtiges kleines Spektroskop gebracht, dessen brechende Kanten horizontal lagen; dies Spektroskop zog nun die oben erläuterte horizontale, lineare Beugungserscheinung in ein kurzes Spektrum auseinander, dessen rotes Ende oben, dessen violettes Ende unten zu sehen war; aber auch die ursprünglich horizontalen, dunklen Linienintervalle der Beugungserscheinung wurden in dunkle, krumme Streifen auseinandergezogen, welche symmetrisch zum mittleren glänzenden, vertikalen Streifen lagen und gegen das violette, untere Ende der Erscheinung zu konvergierten.

Nun war der Apparat zu den eigentlichen Versuchen vorbereitet:

Zwischen die Kollimatorlinse und den darauf folgenden viereckigen Beugungsspalt von der Breite D wurden zwei etwa 1 mm dicke achsenparallele und planparallele Quarzplatten gebracht; die eine Platte bedeckte die eine $\frac{1}{2} D$ breite Hälfte des beugenden Spaltes, ihre optische Achse lag vertikal; die andere Platte bedeckte die andere, ebenfalls $\frac{1}{2} D$ breite Hälfte des Spaltes, ihre optische Achse lag horizontal.

Das aus dem Kollimator tretende Strahlenbündel fiel also stets normal auf die zwei Quarzplatten; die aus ihnen austretenden Strahlen o_1, e_1; o_2, e_2 verhielten sich nun naturgemäß so, als ob sie aus zwei nebeneinanderliegenden, aneinanderstoßenden Beugungsspalten kämen, deren jede die Breite von $\frac{1}{2} D$ hätte. Doch ist hier wohl zu beachten, daß infolge der oben festgesetzten Lage der Quarzplatten, die Strahlen o_1 und o_2, ebenso die Strahlen e_1 und e_2 aufeinander gegenseitig senkrecht linearpolarisiert sind.

Bei dieser Anordnung machten nun die genannten beiden Physiker folgende Erfahrungen:

Fällt unpolarisiertes (natürliches) Licht in den Kollimatorspalt, so erscheinen im Sehfeld drei Streifensysteme: ein stärkeres zentrales und zwei schwächere, seitlich symmetrisch schief liegende Systeme, Fig. 7 S. 190.

Das stärkere System besteht aus der Übereinanderlagerung von vier kongruenten Systemen: Jeder der vier Strahlen o_1, e_1; o_2, e_2 dringt von den Quarzplatten unabgelenkt durch je einen Spalt von der Breite $\frac{1}{2} D$ und erleidet dort Beugung; im Sehfelde er-

scheint das Spektralbild der Beugungserscheinung, welches für jeden dieser vier Strahlen kongruent ist und die aufeinander fallen. (Dieser Teil der Erscheinung bleibt unverändert, wenn statt der Quarzplatten äquivalente Glasplatten wirken.) So entsteht das vierfache zentrale Beugungssystem, welches jedoch als ein System erscheint, dessen mittlerer vertikaler Teil hell ist; zu beiden Seiten folgen dunkle, schwach gekrümmte Streifen, die gegen das untere, violette Ende des Spektralbildes zu konvergieren; dann folgen wieder abwechslungsweise helle und dunkle, gekrümmte Streifen, die ebenso verlaufen. Die stärker und ganz ausgezogenen, zur Vertikalen symmetrischen krummen Linien der Fig. 7 sind die Lichtminima dieses Beugungssystems.*

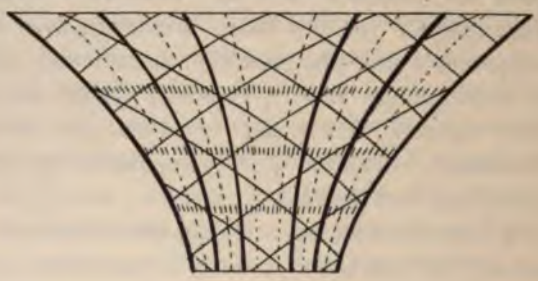


Fig. 7.

Die beiden anderen Systeme lagen symmetrisch zu diesem mittleren System, und zwar schief dazu in der Weise, daß das linksseitige nach links-aufwärts, das rechtsseitige nach rechts-aufwärts gekrümmt erschien. Diese zwei Systeme entstanden aus der Interferenz der beiden zueinander parallel polarisierten Strahlen o_1 und e_2, ebenso wie der ebenfalls zueinander parallel polarisierten Strahlen o_2 und e_1; dieselben sind in unserer Fig. 7 durch die beiden einander schief kreuzenden, schwächer, jedoch ebenfalls ganz ausgezogenen Kurvensysteme dargestellt.

Andere Systeme sind bei dieser Anordnung jetzt nicht sichtbar; das ist: man sieht keine Spur davon, daß die beiden zu-

* Die Fig. 7 ist die in Vergrößerung ausgeführte Kopie derjenigen kleinen Zeichnung, die sich auf S. 203 der zitierten Abhandlung der genannten Verfasser vorfindet.

einander senkrecht polarisierten Strahlen o_1 und o_2 miteinander, oder die beiden ebenfalls senkrecht zueinander polarisierten Strahlen e_1 und e_2 miteinander interferieren würden.

Mittels dieser Erscheinung betrachteten MACH und ROSICKY das erste und das zweite der ARAGO-FRESNELschen Gesetze als erwiesen.

§ 20. Fortsetzung: Nachweis des dritten und des vierten Gesetzes.

a) Wurde unter Beibehaltung voriger Anordnung zwischen dem Okular des Beobachtungsrohres und dem beobachtenden Auge ein analysierendes Nicol gesetzt und um seine Sehachse gedreht, so blieb das mittlere Streifensystem ungeändert, hingegen änderte sich die Intensität der beiden schiefen Seitensysteme: das eine verschwand, wenn die Polarisationsebene des Analysators senkrecht stand zur Polarisationsebene derjenigen Strahlen, aus deren Interferenz das verschwindende System entstanden war; das andere Seitensystem hatte aber dann die größte Intensität. Diese beiden Systeme verhielten sich umgekehrt, wenn der Analysator gegen die oben erwähnte Lage um 90° verdreht war. Da nun die Beobachter während dieser Drehung kein neues Streifensystem auftreten sahen, betrachteten sie damit das dritte Gesetz als erwiesen.

b) Wurde das analysierende Nicol entfernt, fiel jedoch auf den Kollimatorspalt linearpolarisiertes Licht, so konnte ebenfalls, außer den schon erwähnten drei sichtbaren Streifensystemen kein neues Interferenzsystem beobachtet werden; dies deutet auf eine gewisse Modifikation des dritten Gesetzes. In diesem Falle wird nämlich aus dem auf die Quarzfläche fallenden linearpolarisiertem Lichte im ersten Quarze o_1 und e_1, im zweiten o_2 und e_2, ganz wie bei unpolarisiert einfallendem Lichte, nur daß jetzt das Intensitätsverhältnis des jeweiligen ordentlichen und außerordentlichen Strahles vom Einfallsazimut zur jeweiligen Quarzachse abhängt. Doch bleibt das Intensitätsverhältnis der interferierenden Strahlen o_1 und e_2 zueinander dasselbe, ebenso wie das Intensitätsverhältnis der ebenfalls interferierenden Strahlen o_2 und e_1 zueinander dasselbe bleibt; nämlich beide Verhältnisse sind gleich der Einheit.

Dreht man also den vor dem Kollimatorspalt befindlichen

Polarisator, so zeigt die ganze Erscheinung genau dieselben Phasen wie oben unter a) bei Drehung des Analysators.

c) Das vierte Gesetz erwiesen MACH und ROSICKY in der Weise, daß die Anordnung dieselbe war wie soeben unter b) erwähnt, nur daß das polarisierende Nicol seine Polarisationsebene unter 45° zum Kollimatorspalt geneigt hatte, während außerdem vor das Okular des Beobachtungsrohres das schon oben unter a) erwähnte analysierende Nicol drehbar angebracht wurde.

Waren nun die Polarisationsebenen der beiden Nicols untereinander parallel, so konnten von den vier auf den Analysator fallenden Strahlen o_1, e_1; o_2, e_2 nur diejenigen Komponenten durch den Analysator dringen, deren Polarisationsebenen mit derjenigen des Polarisators und des Analysators zusammenfielen, die man also hier wohl mit den Buchstaben

$$o_1 e, \quad e_1 e; \quad o_2 e, \quad e_2 e$$

bezeichnen kann, weil sie alle in der Polarisationsebene e des aus dem Analysator tretenden, stets außerordentlichen Strahles polarisiert waren.

Jedes dieser vier Strahlenbündel erzeugt für sich besonders, unabhängig von den übrigen, je eine gewöhnliche Beugungserscheinung, die alle vier von derselben Natur und geometrisch einander gleich sind, aufeinanderfallen und so das mittlere zentrale Beugungssystem bilden.

Andrerseits bilden die Bündel $o_1 e$ und $o_2 e$, die untereinander keine mittlere Phasenverzögerung erleiden, durch ihre gegenseitige Interferenz ein zentrales Interferenzstreifensystem; ein ebensolches entsteht durch die Interferenz der Bündel $e_1 e$ und $e_2 e$; diese beiden Systeme fallen ebenfalls aufeinander und es entsteht so *ein* zentrales, starkes Interferenzsystem, dessen Intervall ganz wesentlich verschieden ist vom Intervall des zentralen Beugungssystems. In Fig. 7, S. 190, bedeuten die schwach gestrichelten Kurven die Lichtminima des soeben erwähnten zentralen Interferenzsystems, welches also vom zentralen Beugungssystem auch örtlich unterschieden werden kann.

Aber außerdem interferieren auch die Strahlen $o_1 e$ und $e_1 e$ miteinander und die Strahlen $o_2 e$ und $e_2 e$ ebenfalls miteinander;

weil aber der Spektrenkomplex längs der Vertikalen auseinander gezogen ist, entsteht ein horizontales Streifensystem, so daß im Sehfelde die einzelnen Farben vertikal verschoben erscheinen, und zwar dieselben Farben, welche bei dem in der gewöhnlichen Weise hergestellten Spektrum infolge der angedeuteten Interferenz fehlen würden, wenn das Licht durch eine achsenparallele Quarzplatte dringen müßte, welche sich zwischen zwei parallel gerichteten Nicols befindet. Dies horizontale System stellen die gestrichelten horizontalen Streifen der Fig. 7 dar; dieselben bilden das System der bei dieser Anordnung auftretenden TALBOTschen Streifen.

Die vorhin unter a) und b) erwähnten beiden schiefen Systeme, die aus der Interferenz der Strahlenpaare $o_1 e$ und $e_2 e$, ferner $o_2 e$ und $e_1 e$ entständen, zeigen sich hier nicht, so daß andere als die genannten drei Systeme bei gegenwärtiger Anordnung nicht sichtbar sind.

Die Existenz des zentralen Interferenzstreifensystems betrachten MACH und ROSICKY als Nachweis des vierten Gesetzes.

§ 21. Fortsetzung: Verifizierung des fünften Gesetzes.

Wenn schließlich bei der im vorigen Paragraphen unter c) erwähnten Anordnung die Hauptschnitte des polarisierenden und des analysierenden Nicols aufeinander senkrecht sind, dann ändert sich die dort beschriebene Erscheinung insofern, daß in dem zentralen Interferenzstreifensystem nun die Stellen der Lichtmaxima und der Lichtminima gegenseitig vertauscht sind; in derselben Weise sind auch in dem dort erwähnten horizontalen Interferenzstreifensysteme bei der jetzigen Anordnung die Maxima und die Minima gegenseitig vertauscht.

Die Ursache dieser Vertauschung ist leicht einzusehen:

Es seien nämlich die Richtungen der vier Lichtvektoren, die zu den auf den Analysator fallenden vier Strahlenbündeln gehören, der Reihe nach $o_1, e_1; o_2, e_2$, Fig. 8 S. 194; ferner sei EE die Polarisationsebene des Analysators, welche in dieser Anordnung mit den Vektorenrichtungen der Strahlen o_1, e_1; o_2, e_2 einen Winkel von 45^0 bildet.

Wenn EE nun parallel zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist, dann sind die aus dem Analysator tretenden Licht-

vektoren $o_1 e$ und $o_2 e$ untereinander parallel; ebenso sind die Vektoren der austretenden Strahlen $e_1 e$ und $e_2 e$ untereinander parallel, letztere jedoch den ersteren entgegengerichtet, obwohl alle vier soeben erwähnten Vektoren in der Polarisationsebene EE liegen. Wie nämlich aus der Fig. 8 sofort ersichtlich, sind die Vektoren $o_1 e$ und $e_1 e$ untereinander, und die Vektoren $o_2 e$ und $e_2 e$ untereinander entgegengerichtet.

Nun aber war unser oben betrachtetes zentrales Interferenzstreifensystem aus der Interferenz der Strahlenbündel $o_1 e$ und $o_2 e$ miteinander, ferner aus der Interferenz der Bündel $e_1 e$ und $e_2 e$ miteinander entstanden; das horizontale Interferenzstreifensystem war Resultat der Interferenz der Strahlen $o_1 e$ und $e_1 e$ miteinander und der Interferenz der Strahlen $o_2 e$ und $e_2 e$ miteinander.

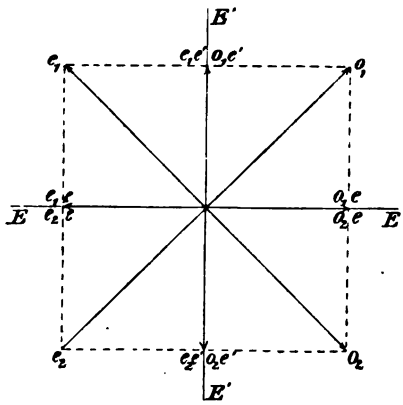


Fig. 8.

Wenn man jedoch den Analysator um 90° dreht, so geht seine Polarisationsebene in $E'E'$ über, Fig. 8, und nun werden die aus dem Analysator austretenden Strahlenbündel $o_1 e'$, $e_1 e'$; $o_2 e'$, $e_2 e'$; von diesen bilden die Bündel $o_1 e'$ und $o_2 e'$ durch Interferenz miteinander, und die Bündel $e_1 e'$ und $e_2 e'$ ebenfalls durch Interferenz miteinander das mittlere zentrale Interferenzstreifensystem; aber jetzt sind, wie die Fig. 8 zeigt, die Komponenten $o_1 e'$ und $o_2 e'$ einander entgegengerichtet, dasselbe ist mit den Komponenten $e_1 e'$ und $e_2 e'$ der Fall, während vorhin, als noch EE die Polarisationsebene des Analysators war, die Komponenten $o_1 e$ und $o_2 e$, und die Komponenten $e_1 e$ und $e_2 e$ untereinander gleich gerichtet waren.

Da jedoch jetzt die Komponenten $o_1 e'$ und $o_2 e'$ gegeneinander und die Komponenten $e_1 e'$ und $e_2 e'$ gegeneinander eine relative Phasendifferenz von 180° zeigen, so müssen bei dem nun entstehenden Interferenzstreifensystem die Maxima und Minima in diejenigen Stellen fallen, an welchen vorher die Minima und Maxima lagen; es entsteht also bei dem jetzt gebildeten zentralen

Interferenzstreifensystem in der Mitte ein dunkler Streifen, nicht wie vorhin ein heller.

In derselben Weise zeigt unsere Fig. 8, daß die nun aus dem Analysator tretenden Komponenten der Strahlenpaare o_1e' und e_1e', ebenso wie die der Paare o_2e' und e_2e' jetzt stets untereinander gleichgerichtete Vektoren haben, während vorhin die Vektoren o_1e und e_1e untereinander und die Vektoren o_2e und e_2e untereinander entgegengerichtet waren. Man sieht also auch jetzt sofort ein, daß bei der gegenwärtigen Anordnung die Maxima und Minima des horizontalen Interferenzsystems an den Stellen erscheinen, an welchen vorhin bei paralleler Lage des Polarisators und des Analysators die Minima und die Maxima erschienen.

Diejenigen schiefen Interferenzsysteme, die aus den Komponenten des Paares o_1e' und e_2e', ebenso des Paares o_2e' und e_1e' (§ 20, a) und b), entstanden, als nur ein Nicol zur Anwendung kam, erscheinen hier ebenfalls nicht, genau so wie bei optisch paralleler Lage des Polarisators und des Analysators, § 20 c), vorletzte Alinea.

Die Fig. 7, S. 190, zeigt nun alle fünf verschiedenen Streifensysteme auf einmal; dieselben können, den obigen Überlegungen und Erfahrungen zufolge teils nacheinander, teils gleichzeitig im Sehfelde erscheinen; wie schon oben an mehreren Stellen erwähnt, bedeuten in Fig. 7 die stärker ausgezogenen symmetrischen Kurven das zentrale Beugungssystem, das symmetrisch gestrichelte Kurvensystem das zentrale Interferenzsystem; ferner sind die beiden schiefliegenden, seitlichen Interferenzsysteme durch schwächere, aber ganz ausgezogene Kurvensysteme angedeutet; schließlich ist das horizontale Interferenzsystem durch kurze Strichelchen dargestellt.

In den übrigen Teilen der Abhandlung machen die Verfasser noch Bemerkungen über die Interpretierungen, mit welchen ARAGO und FRESNEL ihre Versuche begleiteten; MACH und ROSICKY betrachten die mit der YOUNGschen Anordnung (nämlich mit dem Doppelspalt) hergestellten Versuche als unvollkommen und ihre Erklärung für ungenügend. Schließlich kommen sie nun zu dem Resultate, welches AIRY und STOKES in ihren, in den Fußnoten des § 13 dieser Mitteilung zitierten Abhandlungen (siehe auch § 29 dieser Mitteilung) schon viel früher ausgesprochen hatten, nämlich,

daß unpolarisiertes Licht in bezug auf Intensität sich stets zerlegen läßt: entweder in zwei gleichstarke, zueinander senkrecht linearpolarisierte Strahlen oder in zwei gleichstarke, einander entgegengesetzt zirkularpolarisierte Strahlen oder auch in zwei gleichstarke, zueinander entgegengesetzt elliptischpolarisierte, sogenannte konjugierte Strahlen; dabei kann der Gangunterschied der Strahlen je eines Paares ganz beliebig sein.

§ 22. Bemerkungen zu STEFANS und MACHS Versuchen: Die Erscheinungen sind sehr kompliziert. MACHS objektive Darstellung.

a) J. STEFAN stellte seine Experimente, wie schon oben § 18 erwähnt, nicht zu dem Zwecke an, um mit demselben die ARAGO-FRESNELschen Gesetze zu verifizieren; deshalb kann man die Versuche auch nicht von diesem Standpunkte aus beurteilen, und zwar umso weniger, weil die richtige Erfassung der dort der Beobachtung unterzogenen TALBOTschen Linien notwendigerweise die Anwendung der Beugungstheorie erfordert.* Doch gilt hier jedenfalls die Schlußfolgerung der am Ende des § 18 gemachten Bemerkungen, nämlich daß diese Versuche zur einfachen Darstellung der genannten Gesetze nicht geeignet sind.

b) MACHS und ROSICKYS Versuche haben nun eben den von ihren Urhebern ausgesprochenen Zweck, diese Verifizierung in einfacher Form zu realisieren; indes muß hier konstatiert werden, daß selbe ebenso wenig einfache Methoden genannt werden können, wie die bei ihrer Anwendung entstehenden sehr komplizierten Erscheinungsgruppen als einfache Phänomene betrachtet werden können.

Vorerst ist zu bemerken, daß fünf verschiedene Streifensysteme sichtbar sind: eines der zentralen Systeme ist ein Beugungserscheinung, dasselbe besteht aus der Übereinanderlagerung von vier gleichen Beugungssystemen; das andere der zentralen Systeme ist eine Interferenzerscheinung; dieselbe ist das Resultat der algebraischen Superponierung zweier gleicher Interferenzsysteme, die ohne Anwendung neuer Polarisationsmittel räumlich und gleichzeitig von einander nicht getrennt werden

* Man sehe etwa: G. KIRCHHOFF, Vorlesungen über mathematische Optik herausgegeben von K. HENSEL, Leipzig 1891, p. 115–116.

können. Das dritte und vierte, schiefe Streifensystem sind Interferenzerscheinungen; dieselben entstanden durch Interferenz je eines ordentlichen Strahles des einen Strahlenbündels mit je einem dem anderen Strahlenbündel zugehörigen außerordentlichen Strahl. Schließlich interferieren je ein ordentlicher und der demselben Strahlenbündel zugehörige außerordentliche Strahl und die so entstehenden, gleichen, aufeinanderfallenden zwei Interferenzsysteme bilden nun das sichtbare, fünfte Streifensystem, das im System der TALBOTschen Linien auftritt.

Man bemerkt also, daß aus den hier vorhandenen ursprünglichen vier Strahlenbündeln vier Beugungserscheinungen und sechs Interferenzerscheinungen, also zusammen zehn Systeme entstehen, welche infolge verschiedenartiger Superponierungen, sich in der Form von fünf verschiedenen, auch örtlich unterscheidbaren Streifensysteme im Sehfeld präsentieren.

Es ist ferner zu bemerken, daß die prismatische, spektrale Auseinanderziehung der beobachtbaren Systeme in gewisser Beziehung zwar vorteilhaft ist; jedoch trotzdem eine neue optische Einwirkung bedeutet, die mit den eigentlichen Gesetzen hier nichts prinzipiell Gemeinsames hat. Ja, zum Zwecke einer einfachen Darstellung dieser Gesetze ist die Einwirkung überflüssig und daher auch möglichst zu vermeiden.

Der auf diesem Gebiete erfahrene Physiker wird den bei MACHS und ROSICKYS Versuchen entstehenden Erscheinungskomplex mit Interesse verfolgen; es ist aber ohne weiteres zweifellos, daß eine derartige Versuchsanordnung durchaus nicht dazu geeignet sein kann, den Anfänger von der erfahrungsmäßigen Richtigkeit der ARAGO-FRESNELschen Gesetze in leichter, einfacher und unmittelbarer Weise zu überzeugen.

In dieser Beziehung kann auch das von den Verfassern auf S. 199 ihrer Abhandlung gegebene Graphikon nicht viel helfen, gerade weil es sich auf ebenfalls nicht einfache Verhältnisse bezieht: es sind dort nämlich die vier Strahlenbündel durch vier Felder dargestellt und die Zeichnung dient dazu, daß für jeden Punkt des Sehfeldes der Gangunterschied und die Polarisationsverhältnisse der an dieser Stelle sich treffenden Strahlen sofort gefunden werden können. MACH benützte dieses Graphikon auch zu seinen Vorlesungen.

c) In einer neuerlichen Mitteilung in bezug auf diesen Gegenstand* modifiziert E. MACH seine oben erläuterten Versuche zu dem Zwecke, um sie nicht nur zur subjektiven Wahrnehmung, sondern auch zur objektiven Darstellung der ARAGO-FRESNELschen Gesetze geeignet zu machen.

Auch hier benützt MACH den Doppelquarz in derselben Weise, wie in seiner ersten Abhandlung, auch hier entstehen überall mehrere Streifensysteme auf einmal, auch hier finden Übereinanderlagerungen statt, so daß die allgemeinen, oben unter b) gemachten Bemerkungen auch hier Geltung haben.

IV. Einfachste, Gegenproben unterziehbare, präzise, Darstellungsform der ARAGO-FRESNELschen Gesetze.

§ 23. Notwendige und genügende Erfordernisse einer einwandfreien Verifizierung. Vermeidung alles Überflüssigen. Kurze Angabe der nötigen Hilfsmittel.

Die Gesetze der Interferenz linearpolarisierten Lichtes, sowie dieselben in § 1 dieser Mitteilung ausgesprochen wurden, sind an und für sich genug einfach, besonders das erste und das zweite Gesetz. Der Umstand, daß ihre Entdecker imstande waren, diese Gesetze aus dem unvollkommenen Komplexe nicht ganz einfacher Erscheinungen herauszulesen, beweist ihren Scharfsinn in ganz bemerkenswerter Weise.

Oft ist der Auffindungsgang und die Erkennungsart von Naturgesetzen ein derartiger; waren aber die Gesetze einmal sicher erkannt und festgestellt, und war ihre eigentliche Bedeutung richtig erfaßt, so strebten die Forscher und Fachgelehrten stets danach, die gewonnenen neuen Erfahrungstatsachen in passender Weise in das Lehrgebäude der Wissenschaft einzufügen. Es sollten dann die Versuche, welche diese Wahrheiten experimentell darzutun hatten, solcher Art sein, daß sie dabei jede andere Erscheinung möglichst ausschlössen, ganz einfach, und doch Gegen-

* ERNST MACH, Objektive Darstellung der Interferenz des polarisierten Lichtes, *Festschrift, Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage.* Leipzig 1904, p. 441—447.

roben unterziehbar und schließlich von bedingungsloser, zwingender Beweiskraft seien.

Die in den obigen §§ 2—22 behandelten Anordnungen sind weit entfernt, diesen Bedingungen zu genügen; da ich jedoch in meinen Vorlesungen über Optik zur sicheren Begründung der wichtigsten Erfahrungstatsachen auch die einwandfreie Darstellung der FRESNEL-ARAGOschen Gesetze stets für unbedingt notwendig hielt und halte, begann ich schon vor mehreren Jahren, über eine solche Verifizierung nachzudenken.

Nachdem ich die bisher betrachteten, bekannten Anordnungen zum größten Teile vielfach wiederholt hatte, mußte ich nach vielen, zum Teil mißlungenen, zum Teil unvollkommen gelungenen Versuchen einsehen, daß eine wirklich lehrreiche und überzeugende Methode folgende notwendigen und genügenden Bedingungen erfüllen müsse:

1. Die benützte Erscheinung muß eine möglichst reine, einfache, jedoch beliebig variierbare Interferenzerscheinung sein; diese erzeugt man für die gewünschten Versuche am vollkommensten mittels FRESNELs Zweispiegelapparat.

2. Zur Bildung der Erscheinung sollen nur zwei Strahlenbündel dienen; mehr Bündel dürfen überhaupt nicht im Sehfelde oder auf dem Auffangeschirm vorhanden sein, und mehr als ein einziges Interferenzstreifensystem soll überhaupt nicht entstehen können. Dies erreichte ich mittels der weiter unten, in Punkt 4 erwähnten Polarisatoren.

3. Die zwei kohärenten Strahlenbündel, die zur Bildung der Interferenzerscheinung dienen, müssen in einem beträchtlichen Teile ihres Weges räumlich von einander getrennt fortschreiten, ihre gegenseitige Entfernung muß bis 5,0 — 10,0 cm beliebig varriierbar sein; man muß daher an jedes dieser Bündel unmittelbar gelangen können, so daß man jeden Strahl besonders für sich vollständig untersuchen könne, und daß man auf jedes Bündel jede beliebige optische Einwirkung ausüben könne. Ich erreichte dies mittels Kombinierung einer guten, großen achromatischen Linse mit dem FRESNELschen Zweispiegelapparat.

4. Jedes der beiden interferierenden Strahlenbündel muß sowohl besonders für sich, als auch beide zusammen auf einmal linear polarisierbar sein, ohne daß dadurch die Bündel irgend eine nennenswerte Richtungsänderung, oder zueinander einen merklichen relativen Gangunterschied erleiden würden. Die letztere Polarisierung erreichte ich mittels eines großen Polarisators; die erstere mittels äquivalenter Zwillingspolarisatoren, die nur je ein Bündel durchließen.

5. Es müssen die Polarisationsebenen der beiden Bündel, und zwar sowohl beider zusammen auf einmal, oder jede Polarisationsebene für sich, um die Fortpflanzungsrichtung der Strahlen als Drehachse ganz beliebig drehbar sein, ohne daß solche Drehung irgend eine wahrnehmbare Richtungsänderung der Bündel, oder irgend einen merklichen relativen Gangunterschied verursachen würde. Dies konnte ich mittels einer geeigneten Montierung des großen Polarisators und der beiden Zwillingspolarisatoren erreichen.

6. Nach der Polarisierung müssen die beiden, nachher interferierenden Bündel ihren Weg ganz ungestört bis zum Interferenzraum fortsetzen können; sie dürfen vom Orte ihrer Polarisierung bis zum Orte ihrer Interferierung keinerlei Reflexion oder Refraktion oder irgendwelcher sonstigen optischen Einwirkung unterworfen sein. Hierzu war keine besondere Anordnung nötig.

§ 24. Beschreibung der neuen Anordnung: Erfüllung der ersten und der dritten Forderung mittels FRESNELs Zweispiegel und einem großen Achromaten.

Die Figg. 9 und 10, S. 201 und 202, stellen die neue Anordnung schematisch dar: dieselbe erfüllt die im § 23 erörternden Bedingungen vollständig und ist zur einwandfreien Darstellung der betrachteten Gesetze vollkommen geeignet.

Die dort unter 1. festgesetzte Forderung wird mittels eines gut montierten FRESNELschen Zweispiegelapparates erreicht, voraus-

gesetzt jedoch, daß das von der ursprünglichen, unpolarisierten Lichtquelle S herrührende Licht, Fig. 9, nicht nahezu senkrecht auf die Spiegel falle und daß man die vom Rande der Spiegel entstehenden etwas störenden Beugungs(Schatten)erscheinungen vermeidet. Dies läßt sich nach einigen Probeversuchen immer sehr gut erreichen, und dann erscheint ein sehr reines Interferenzstreifensystem.

Die dort, § 23, unter 3. gestellte Forderung läßt sich durch Hinzufügen einer guten achromatischen Linse erfüllen. Wie ebenfalls aus Fig. 9 ersichtlich, gehören zu der reellen, spaltenförmigen Lichtquelle S hier, infolge des Zweispiegels die beiden virtuellen kohärenten Lichtquellen S_1 und S_2, deren reelle Bilder der Achromat in s_1 und s_2 erzeugt; die Lichtbündel, welche diese Bilder herstellen, setzen ihren Weg fort, durchdringen einander und interferieren. Die Fig. 9 zeigt übrigens auch sofort, daß der so entstehende zweite Interferenzraum og_1g_2i nichts anderes sein kann, als das, vom Achromaten erzeugte geometrisch-optische Bild des ersten Interferenzraumes OG_1G_2I, welcher sich immer unmittelbar an den Zweispiegel anschließt, nämlich an der gemeinsamen Berührungskante desselben in O. Diese geometrisch-optische Abbildung gilt auch für die, in diesen Räumen auftretenden Interferenzerscheinungen. Jede dieser Erschei-

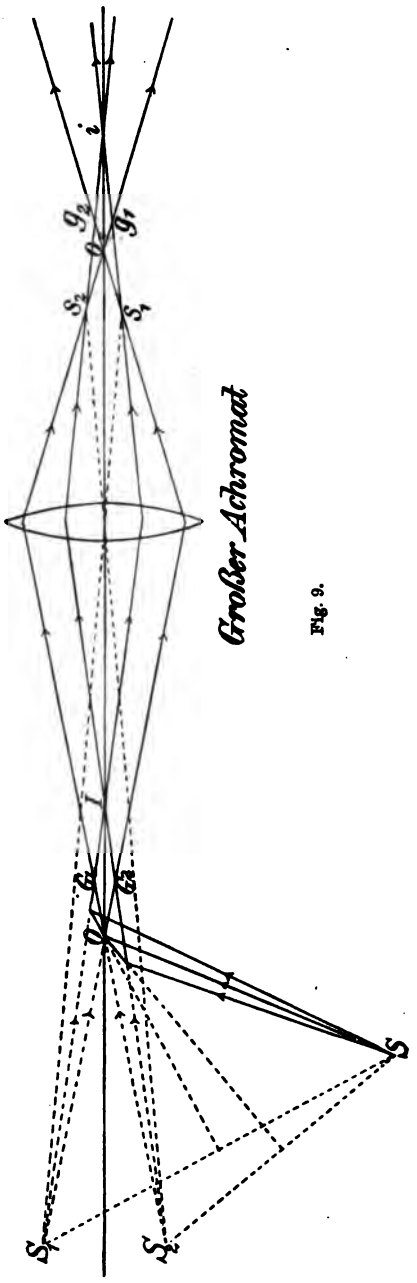


Fig. 9.

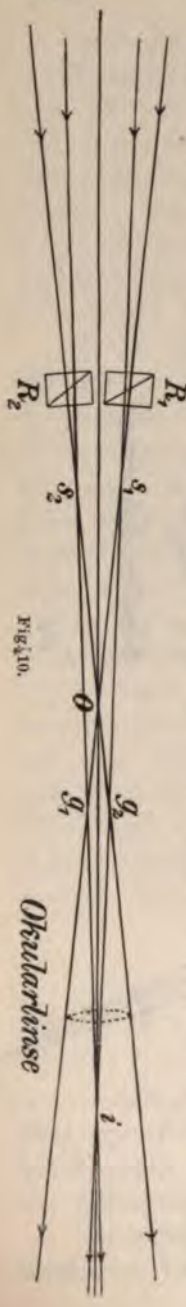


Fig. 10.

nungen kann je nach der Größe ihres Stre
valles entweder mit freiem Auge oder mit
beobachtet werden; bei guter Einstellung
die Erscheinung im zweiten Interferenzrau
zug auf Regelmäßigkeit und Ausdehnung
ersten entstehende ganz bedeutend.

Man sieht auch unmittelbar, daß d
interferierenden zwei Strahlenbündel von
voneinander ganz getrennt sind; leicht kon
Länge bis auf 6—7 Meter gebracht wer
zwar mittels eines guten Achromaten v
10 cm Durchmesser und etwa 70 cm Br
Es betrug dabei die Breite jedes Bündels an
fallsstelle auf dem Achromaten etwa 0,5 bi
deren gegenseitige mittlere Entfernung k
sonders durch Änderung der gegenseitigen
der beiden Spiegel leicht bis auf 8,0 cm
werden, ohne daß dabei die Vollkommenh
die Leichtigkeit der Beobachtung des im
Interferenzraume auftretenden Interferen
systemes irgend eine Einbuße erlitten hätt

Man könnte zwar die ganze Erscheinu
mittels des FRESNELschen oder des MASCA
Biprismas herstellen. Aber in diesem Fa
man die gegenseitige Entfernung der beid
ferierenden Bündel nur innerhalb sehr enger
und nur derart variieren, daß man die rela
fernung der Linse zum Biprisma ändert, w
unbequem ist.

Hier kommt jedoch der große Vorteil
spiegelapparates gegenüber den Biprismas
tung: man kann nämlich mittels eines feinen
chens, wie erwähnt, die gegenseitige Nei
beiden Spiegel, und damit auch die gegensei
fernung der beiden, später interferierenden

* É. MASCART, Traité d'Optique, Vol. I, F
p 189.

bündel verändern, und zwar in der bequemsten Weise und zwischen ganz beträchtlichen Grenzen in beliebigem Maße*.

§ 25. Fortsetzung: Erfüllung der übrigen Forderungen. Die benützten Polarisationsprismen und deren geeignete Montierung.

a) Die erste der unter 4. des § 23 erwähnten Bedingungen konnte ich mittels eines, mit besonderer Sorgfalt angefertigten ROCHONschen Kalkspatprismas** erreichen, Fig. 11, dasselbe hat Zylinderform, einen lichten Durchmesser von 26 mm, läßt den ordentlichen Strahl mit ungeänderter Richtung hindurch, lenkt jedoch den durchgegangenen außerordentlichen Strahl ganz beträchtlich, etwa mit 5°–6° von der Einfallsrichtung ab, so daß dieser gänzlich aus dem Sehfelde austritt.

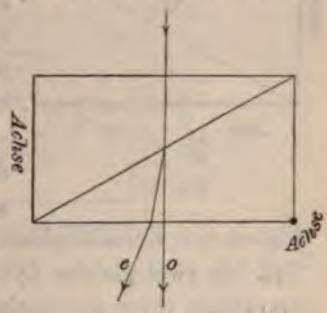


Fig. 11.

Wenn nun unpolarisiertes Licht senkrecht auf die Vorderfläche dieses Prismas fällt, und man dasselbe um den einfallenden Strahl als Drehungsachse dreht, so dreht sich die Polarisationsebene des austretenden ordentlichen Strahles um denselben Winkel, doch zeigt dieser Strahl selbst dabei keinerlei merkliche Richtungsänderung oder beobachtbaren Gangunterschied.

Stellt man diesen großen Polarisator in den Weg der beiden vom FRESNELschen Zweispiegel reflektierten, nahezu unpolari-

* Die Unvollkommenheiten der durch die BILLETschen Halblinsen erzeugten Erscheinung geben selbst die französischen Physiker zu; man sehe etwa É. MASCART, l. c. p. 192; da ich mich davon durch Autopsie überzeugte, nahm ich Abstand von der Benützung dieser Vorrichtung.

** Das ROCHONsche Prisma besteht aus zwei Kalkspatprismen, deren jedes eine brechende Kante von etwa 30° hat; die optische Achse des einen Prismas ist senkrecht zu dessen brechender Kante und normal zur größeren Kathetenfläche; die optische Achse des anderen Prismas ist parallel zur brechenden Kante. Diese beiden Prismen sind nun mit ihren Hypotenusenflächen mittels Kanadabalsames so aufeinander geklebt, daß sie zusammen eine planparallele Platte bilden; die optischen Achsen der beiden Teilprismen sind aufeinander senkrecht, Fig. 11.

sierten Strahlenbündel, so sind dieselben nach Austritt aus dem Polarisator zueinander parallel linearpolarisiert; eine derartige Anordnung zeigt z. B. Fig. 19, S. 217. Man kann den Polarisator auch gleich nach dem Zweispiegel aufstellen; dort sind beide Bündel noch nicht sehr von einander gegetrennt, so daß beide ihrer ganzen Breite nach vollständig durch den Polarisator dringen können.

b) Die zweite der unter 4. des § 23 festgesetzten Bedingungen, nämlich, daß jedes der beiden, später interferierenden Lichtbündel besonders, für sich, ohne merklichen relativen Gangunterschied vollständig linear polarisiert werden könne, konnte ich mit je zwei optisch äquivalenten ROCHONschen oder SÉNARMONTschen* Kalkspatprismen vollkommen erreichen.

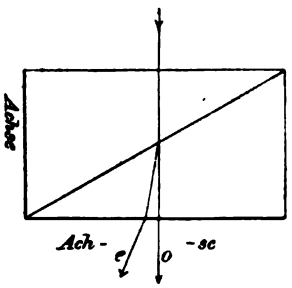


Fig. 12.

Aus einem längeren derartigen, mit der größten Sorgfalt angefertigten Doppelprisma, welches also nach dem Zusammenkleben mit Kanadabalsam eine längere, planparallele Platte bildete, ließ ich zwei gleiche Zylinder ausschneiden, die daher die größten Garantien ihrer gegenseitigen optischen Äquivalenz boten, Fig. 13.

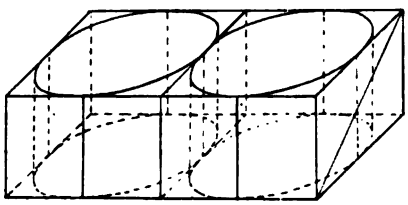


Fig. 13.

Ich ließ drei solche Paare anfertigen, nämlich zwei Paar ROCHONsche mit Durchmessern von etwa 12 und 8 mm; und ein Paar SÉNARMONTsche mit einem Durchmesser von etwa 6 mm.

Wenn man nun eines der beiden äquivalenten Zwillingsprismen, also R_1 in den Weg des einen Bündels setzt, das andere Prisma R_2 in den Weg des anderen Bündels, Fig. 10, dann schreiten die durchgegangenen ordentlichen Strahlen ohne merkliche Rich-

* SÉNARMONTS Prisma unterscheidet sich nur insofern von ROCHONS Prisma, Fig. 11, daß die optische Achse des zweiten Teilprismas längs dessen größerer Kathetenfläche, senkrecht zur brechenden Kante liegt. Die optischen Achsen der beiden Teilprismen sind auch hier aufeinander senkrecht, Fig. 12.

tungsänderung weiter, während die außerordentlichen Strahlen bei ihrem Austritt gänzlich aus dem Bereiche des Interferenzraumes abgelenkt erscheinen; damit ist auch das 2. Erfordernis des § 23 erfüllt. Die beiden austretenden ordentlichen Strahlenbündel erlitten infolge Durchganges durch das äquivalente Prismenpaar keinerlei merklichen relativen Gangunterschied. Man sieht demnach, daß der große Polarisator und die Zwillingspolarisatoren alle unter 2. und 4. des § 23 geforderten Bedingungen erfüllen.

c) Den Anforderungen 5. des § 23 konnte ich durch geeignete Montierung dieser Polarisatoren Genüge leisten.

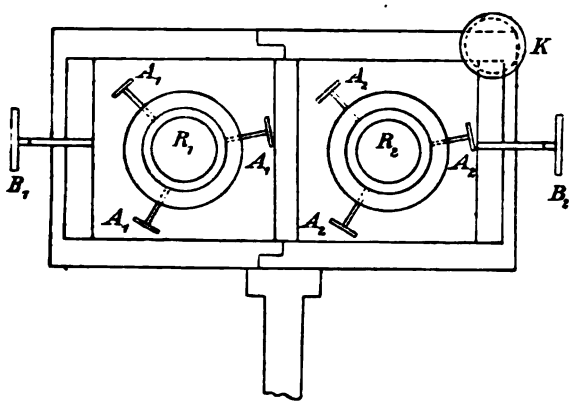


Fig. 14.

α) Der große Polarisator R wurde in eine zylindrische Röhre gefaßt; dieselbe war drehbar um ihre geometrische Achse in einem schweren Metallständer befestigt, so daß seine Polarisationsebene mittels Triebschraube um die Sehachse beliebig gedreht werden konnte; ein mit dem Metallständer fest verbundener Metallkreis gestattete stets die Ablesung des Polarisationsazimutes.

β) Um die verschiedenen äquivalenten Zwillingspolarisatoren zweckmäßig und stets sicher gebrauchen zu können, verfertigte Herr FERDINAND SÜSS, Direktor der budapester mechanischen Lehrwerkstätte nach meinen Angaben eine sehr geeignete Montierung, welche Fig. 14 in vertikalem Aufriß zeigt. Dieselbe besteht im wesentlichen aus zwei gleichen Röhren, in welchen je einer der beiden äquivalenten Polarisatoren R_1, R_2 lagerten; diese inneren Röhren sind nun in zwei etwas weitere äußere Röhren

eingesetzt, welche mit dem Montierungsgestell fest verbunden, jedoch um ihre ungefaßten geometrischen Achsen genau drehbar sind. Mittels je sechs Stellschrauben $A_1 A_1 A_1$; $A_2 A_2 A_2$ kann man nun die Sehachsen der einzelnen Polarisatoren genau und fest in die geometrischen Achsen der äußeren Röhren bringen, so daß nun bei Drehung jeder der äußeren Röhren die Lage der Sehachse des darinnen liegenden Polarisators sich nicht ändern kann, wohl aber dreht sich dabei seine Polarisationsebene.

Diese drehbaren äußeren Röhren sind nun in viereckigen Metallstücken befestigt, die nach Art eines Schlittens in den äußeren rechtwinkeligen Metallrahmen des kleinen Apparates beweglich eingefügt sind, Fig. 14; diese Verschiebungen besorgen die seitlichen Schrauben B_1 und B_2, mittels welcher die Achsen dieser Polarisatoren, obwohl sie während dieser Verschiebungen parallel zu ihrer Richtung bleiben, jedoch senkrecht zu dieser, ganz erheblich voneinander entfernt werden können.

Schließlich ist noch einer dieser Schlittenrahmen um die mittlere, kürzere Symmetrieachse des ganzen Rahmens, die in der Zeichnung die vertikale Mittellinie bildet, innerhalb gewisser Grenzen drehbar gemacht und kann mittels zweier einander entgegenwirkenden Klemmschrauben K in beliebiger Neigung zum andern Rahmenteil festgeklemmt werden. Man kann in dieser Weise, wenn es nötig ist, den Sehachsen der beiden äquivalenten Polarisatoren, obwohl sie dabei in derselben Ebene bleiben, gegeneinander eine mäßige Neigung erteilen; eine solche Anordnung zeigt R_1 und R_2 in Fig. 10, S. 202. Die Notwendigkeit einer solchen Einstellung tritt dann ein, wenn die gegenseitige Neigung der interferierenden zwei Strahlenbündel nicht vernachlässigt werden kann, was in den meisten Fällen zutrifft, und wenn man, um schöne Interferenzstreifen zu erhalten, die beiden Strahlenbündel genau längs den Sehachsen der in ihrem Wege befindlichen äquivalenten Polarisatoren hindurchsenden will, siehe auch die ganze Fig. 10.

Diese Art der Montierung zeigte sich nun sehr genügend, weil sie alle diejenigen Einstellungen und Korrektionen ermöglicht, die bei den hierher gehörigen Versuchen nötig werden können.

Schließlich sieht man sofort, daß die unter 6. des § 23 geforderte Bedingung von selbst erfüllt ist, wenn man die aus den

beiden äquivalenten Polarisatoren R_1 und R_2 getrennt austretenden zwei Strahlenbündel ihren Weg ungestört bis in den zweiten Interferenzraum og_1g_2i fortsetzen läßt, Figg. 9 und 10, S. 201 und 202. In diesen Raum oder auch jenseits desselben kann man auch, falls es nötig sein sollte, eine Okularlinse, eventuell auch einen Analysator setzen; derselbe kann ein ROCHONsches, ein SÉNARMONTsches oder ein NICOLsches Prisma sein.*

* Die bei dieser Anordnung gebrauchten äquivalenten Polarisatoren R_1 und R_2 dürften wohl die wesentlichsten Bestandteile des hier gebrauchten Versuchsapparates bilden. Um solche herzustellen, dachte ich zuerst an die Zerschneidung eines guten Nicolschen Prismas, Fig. 16, nach seiner Längsrichtung in zwei äquivalente Hälften; indes nahm ich Abstand von der Ausführung dieses Gedankens, denn ein Nicolsches Prisma ist etwa dreimal so lang als breit und so würde die Länge jeder NICOL-Hälfte das sechsfache ihrer Breite betragen; dies wäre für die Anwendung solcher Stücke bei unserer Interferenzerscheinung höchst unvorteilhaft. Andererseits ist die Breite der Rochonschen und der SÉNARMONTschen Prismen größer als ihre Länge; das Verhältnis der ersteren zur letzteren beträgt bei beiden etwa 10/7, Fig. 16, untere Zeichnung; und dieser vorteilhafte Umstand entschied für die in Fig. 13, S. 204, skizzierte Anfertigungsart der Zwillingsprismen. Zu deren Ausführung empfahl ich im Oktober des Jahres 1901 die bewährte Firma Dr. STEEG & REUTER in Homburg vor der Höhe; da ich aber auf meine ausführlichen Briefe und mehrfachen schriftlichen Urgenzen keinerlei Antwort erhielt, wandte ich mich im Dezember 1901 an die bekannte Berliner Firma SCHMIDT & HAENSCH, die sich zur Übernahme dieser Ausführung sofort bereit erklärte, sich jedoch einige Bedenkzeit erbat, um den Kostenvoranschlag dieser nicht ganz gewöhnlichen Arbeit festzustellen. Nachdem dies geschehen und die Bestellung fest unternommen war, gelangte die Sendung der Firma im März 1902 unversehrt hier in Budapest an.

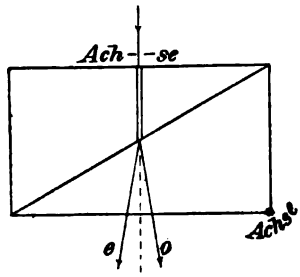


Fig. 15.

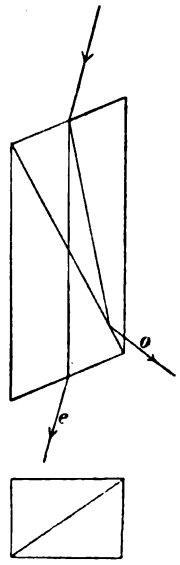


Fig. 16.

Indes mußte ich zu meiner größten Überraschung wahrnehmen, daß nur das kleinste Paar der Polarisatoren aus zwei SÉNARMONTschen Prismen bestand, während die übrigen auf Polarisatoren WOLLASTONsche Prismen waren, Fig. 15, welche sowohl den austretenden ordentlichen als auch den austretenden außerordentlichen Strahl aus der Richtung des

§ 26. Einfache einwandfreie Darstellung der ARAGO-FRESNELschen Gesetze. I. und II. Erstes und zweites Gesetz. III. a) und b): Drittes Gesetz. IV. und V.: Viertes und fünftes Gesetz.

Wir stellen nun ein FRESNELsches Interferenzstreifensystem her, und zwar nach dem Schema der Fig. 9, S. 201, so daß die Erscheinung im zweiten Interferenzraum og_1g_2i sehr gut sichtbar und das Streifenintervall genügend groß sei; ferner seien die beiden interferierenden Bündel voneinander in genügender seitlicher Entfernung.

Wir setzen nun nach dem Schema der Fig. 10, S. 202, die zwei nach Punkt c), β) des § 24, Fig. 14 S. 205, montierten und eingestellten äquivalenten Zwillingspolarisatoren R_1 und R_2 in den Weg dieser Bündel, so daß jedes nur durch einen dieser Polarisatoren und zwar stets sehr nahezu normal dringen kann; letztere sind nahe den reellen Bildern s_1 und s_2 aufgestellt; alles dies läßt sich leicht und sicher erreichen.

Sind diese beiden Polarisatoren R_1 und R_2 zueinander optisch-parallel gerichtet, dann erscheint das Streifensystem sehr scharf, mit ganz dunklen Streifen, gerade so, als ob diese Polarisatoren überhaupt nicht vorhanden wären; dreht man nun den einen oder den anderen der Zwillingspolarisatoren um sein Sehachse, und zwar beliebig, jedoch kontinuierlich, so sieht man, wie das Streifensystem stufenweise an Schärfe verliert, je näher die Polarisationsebenen zueinander senkrecht werden; tritt der letztere Fall ein, so verschwinden die Streifen gänzlich usf. Hiermit ist das erste und das zweite

normal einfallenden Strahles ganz erheblich ablenken, so daß, bei Drehung eines solchen Prismas um seine Sehachse, die austretenden zwei Strahlen um die Richtung des einfallenden Strahles je einen Kreiskegel beschreiben; ich konnte daher diese Prismen zum genannten Zwecke nicht gebrauchen.

Nach Rücksendung derselben gab die Firma ihr Versehen zu; man hatte es nicht bemerkt, weil die nach vereinbarten Termin fertig gewordene Sendung sofort und daher unkontrolliert expediert wurde. Auf neuere Aufforderung meinerseits erklärte sich die Firma bereit, die Polarisatoren genau nach meinem Wunsch, unter Beibehaltung der früheren Vereinbarung zu liefern.

Die neue Sendung kam im April 1902 hier an, die Polarisatoren waren nun, gemäß der ursprünglichen, ausführlichen Bestellungsvereinbarung, aus vorzüglichem Kristallmaterial, ganz einwandfrei erzeugt.

er ARAGO-FRESNELschen Gesetze erwiesen und zwar ganz in der 'orm eines Experimentum crucis von unwiderleglicher Beweiskraft.

Anmerkung. Dieser Versuch beweist eigentlich mehr als liese beiden Gesetze; er weist nämlich nach, in welcher Weise lie entstehende Interferenz von der gegenseitigen Neigung der Polarisationsebenen der beiden interferierenden linearpolarisierten Strahlen abhängt.

Bezeichnen nämlich

$$I_1^2,\ I_2^2;\quad \alpha_1,\ \alpha_2;\quad r_2 - r_1$$

der Reihe nach die Intensitäten dieser beiden Strahlen, deren Polarisationsazimute und deren Gangunterschied; ferner λ ihre gemeinsame Wellenlänge und I^2 die Intensität des aus der Interferenz resultierenden Strahles, dann gilt, nach elementaren Überlegungen

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right].$$

Im Falle einer gewöhnlichen Interferenzerscheinung läßt sich dieser Ausdruck wesentlich einfacher darstellen: Es sei nämlich l die Entfernung der beiden virtuellen Lichtquellen S_1 und S_2 von einander, Fig. 9, S. 201, oder, bei Erscheinungen, die bei Gebrauch des Achromaten im zweiten Interferenzraum og_1g_2i sich bilden, sei $l = s_1 s_2$ die Entfernung der reellen Bilder s_1 und s_2 der ursprünglichen Lichtquelle voneinander, Fig. 9, S. 201; Fig. 10, S. 202; ferner sei L die Entfernung dieser sekundären Lichtquellen vom senkrechten Auffangeschirm oder von der Brennebene des Okulars; dann sei x die Entfernung eines Punktes des Auffangeschirmes oder des Sehfeldes von der vertikalen mittleren Längslinie des Streifensystemes, und wenn schließlich die Intensitäten der beiden interferierenden Strahlen ursprünglich einander sehr nahezu gleich sind und mit I_1^2 bezeichnet werden, dann wird bekanntlich

$$I^2 = 2 I_1^2 \left\{1 + \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \cos\left(2\pi \cdot \frac{xl}{\lambda L}\right)\right\}.$$

Der oben erörterte Versuch erweist die Geltung dieses Ausdrucks für jeden Wert der Azimutdifferenz $(\alpha_2 - \alpha_1)$ und für jeden Punkt des Interferenzraumes og_1g_2i; die speziellen Fälle

$(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$ und $\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{1}{2}\pi$ beziehen sich auf das erste und auf das zweite Gesetz.

III. Das dritte Gesetz.

a) Man behalte die vorige Anordnung bei und mache die Polarisationsebenen der beiden Zwillingspolarisatoren R_1 und R_2 senkrecht zueinander; es ist dann keinerlei Interferenz wahrzunehmen.

Nun setze man, wie z. B. in Fig. 19, S. 217 angedeutet, zwischen der Beobachtungslupe und dem Auge des Beobachters irgend einen guten Polarisator (ein NICOLsches, oder ein ROCHONsches, oder ein SÉNARMONTsches Prisma), welcher nur einerlei Art linear polarisierten Lichtes durchläßt. Dreht man diesen Analysator ganz beliebig um seine Sehachse, so kann auch fernerhin überhaupt keine Interferenzerscheinung wahrgenommen werden; doch erscheint sie sofort, sobald die Hauptschnitte der Zwillingspolarisatoren R_1 und R_2, Fig. 10, S. 202, nicht genau senkrecht aufeinander sind. [In diesem Falle jedoch, wenn also die Polarisationsebenen der beiden Zwillingsprismen nicht senkrecht aufeinander sind, ist zu bemerken: wenn dann der Hauptschnitt des Analysators senkrecht ist auf die Polarisationsebene eines der beiden Zwillingsprismen: dann kann aus dem Analysator nur eines der beiden Strahlenbündel treten und Interferenz kann nicht stattfinden.] Damit ist das dritte Gesetz erwiesen.

Es ist bei dieser Anordnung vorteilhaft, daß der Einfallswinkel des auf den Zweispiegel von S aus fallenden Lichtes, Fig. 9 S. 201, nicht sehr abweiche von 90°, damit nämlich die bei Reflexion unpolarisierten Lichtes an Glas stets auftretende partielle Polarisation noch nahezu unmerklich sei. Man überzeugt sich davon, wenn man die so reflektierten zwei Strahlenbündel gesondert jedes für sich, bei entfernten Zwillingspolarisatoren, mittels Drehung des Analysators untersucht; merkt man dabei keine Helligkeitsänderung, so kann das Lichtbündel als unpolarisiertes gelten. Würde man statt des Zweispiegels ein Biprisma verwenden, so würde das auf dieses fallende unpolarisierte Licht auch nach Durchgang durch das Biprisma ein ebensolches bleiben.

b) Läßt man von der soeben unter a) erwähnten Anordnung den Analysator fort, setzt jedoch unmittelbar nach dem Zweispieg

einen Polarisator von größerem Querschnitt, etwa R so in den Weg der von diesem reflektierten zwei Lichtbündel, daß beide nebeneinander durch ihn gehen müssen, so findet man, daß bei Drehung von R um die Sehachse die Erscheinung sich ebenso verhält, wie oben unter a).

Dies ist ebenfalls ein Beweis des dritten Gesetzes, jedoch in modifizierter Form.

IV. und V. Das vierte und das fünfte Gesetz.

Man lasse nun den großen Polarisator R in der, soeben unter III b) erwähnten Lage, jedoch so, daß dabei die Polarisationsebenen der beiden Zwillingsprismen R_1 und R_2 senkrecht auf einander seien, während die Polarisationsebene des großen Polarisators mit den beiden ersteren Ebenen 45° bilde. Nun setze man das analysierende Nicol nach der Beobachtungslupe in den zweiten Interferenzraum, wie in Fig. 19, S. 217 angedeutet, und mache seine Polarisationsebene parallel zu derjenigen des großen Polarisators. Man bemerkt sofort ein sehr lebhaftes Interferenzstreifensystem, welches aber verschwindet, wenn man den Analysator um 45° dreht; bei weiterer Drehung erscheint es wieder und wird am intensivsten, wenn der Drehungswinkel 90° beträgt, also wenn die Polarisationsebenen des großen Polarisators und des Analysators aufeinander senkrecht sind. Aber bei der nun entstandenen Erscheinung sind die Stellen der Lichtmaxima und Minima vertauscht in bezug auf die Stellen, welche die Maxima und Minima in der Erscheinung einnehmen, wenn der große Polarisator und der Analysator optisch parallel zueinander gerichtet sind. Diese Vertauschung läßt sich auch sofort konstatieren, wenn man in Verbindung mit der Beobachtungslupe ein mit Fadennetz oder Glasnetz versehenes Okularmikrometer benützt. Hiermit ist das vierte und das fünfte Gesetz erwiesen.

Anmerkung. Die unter III a) und b), ferner die unter IV und V erörterten Versuche sagen eigentlich mehr aus, als das dritte, das vierte und das fünfte Gesetz; denn diese Gesetze beziehen sich unmittelbar nur auf solche Erscheinungen, die bei gewissen, ganz speziellen Lagen der Polarisationsebenen entstehen. Hier sind jedoch die Lagen der Polarisationsebenen des ersten, großen

Polarisators R, die der beiden Zwillingspolarisatoren R_1 und R_2 und die des Analysators beliebig variierbar; die elementare Behandlung dieser allgemeinen Fälle wäre eine Erweiterung der Betrachtung der am Ende von I. und II. dieses Paragraphen befindlichen „Anmerkung". Indes ist eine derartige Erörterung hier nicht nötig und würde auch zu weit führen.

Alle die in diesem Paragraphen erwähnten Versuche gelangen stets sowohl mit Sonnenlicht, wie auch mit elektrischem Licht und erwecken eben durch ihre Einfachheit und ihre durch keinerlei Nebenerscheinungen getrübte Klarheit unmittelbar eine sichere Überzeugung der Richtigkeit dieser Gesetze.

V. Verallgemeinerung: Einfache experimentelle Darstellung der Interferenz beliebig polarisierter Lichtstrahlen.

§ 27. Babinets Kompensator als einfaches Hilfsmittel zur Herstellung beliebig polarisierter Strahlen.

Angeregt durch die Überlegungen und Resultate der §§ 23 bis 26, suchte ich nach einfachen Versuchsanordnungen, die geeignet wären, die Interferenz nicht nur linearpolarisierter, sondern in beliebig verschiedenen Ellipsen polarisierter zwei Strahlen unmittelbar darzustellen.

Von den verschiedenen Hilfsmitteln, die zur Herstellung elliptisch polarisierten Lichtes dienen, schien mir Babinets Kompensator für die obengenannten Zwecke am geeignetsten, weil derselbe eben das auf ihn fallende linearpolarisierte Licht sofort in ganz beliebig elliptisch polarisiertes Licht verwandeln kann.*

Der Apparat besteht bekanntlich im wesentlichen aus zwei Quarzkeilen mit sehr kleinen, gleichgroßen Brechungswinkeln, die in der, durch Figur 17 dargestellten Weise einander gegenüber

* Ausführliche Beschreibungen dieses Apparates, seine optische Wirkungsart, Gebrauchsweise findet man z. B. É. Mascart, Traité d'Optique, Tome II, Paris 1891, p. 57—60; P. Drude, Lehrbuch der Optik, Leipzig 1900, p. 237; II. Auflage 1906, p. 242; F. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik, IX. Auflage, Leipzig und Berlin 1901, p. 299—302; Ph. Pellin-Duboscq, Instruments d'Optique et de Précision. IV.e fascicule, Paris 1900, p. 35, 36.

esetzt sind. Die optische Achse des einen Keiles liegt parallel einer brechenden Kante, also normal zur Ebene des Brechungswinkels; die optische Achse des anderen Keiles liegt senkrecht zu seiner brechenden Kante, längs der größeren Kathetenfläche dieses Prismas. Die beiden Achsen sind also aufeinander senkrecht: die eine normal zur Ebene der Zeichnung, die andere in derselben, Fig. 17.

Ein Lichtstrahl beliebiger Natur falle nun normal auf die Vorderfläche dieser Vorrichtung: dringt derselbe in das erste Prisma,

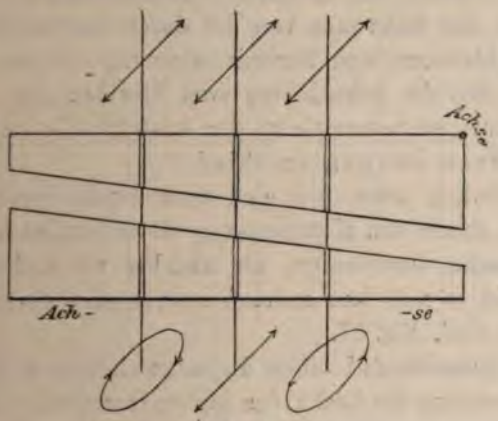


Fig. 17.

so zerfällt er in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl, die sich darin längs einer Geraden, nämlich längs der Fortsetzung des einfallenden Strahles fortpflanzen.

Der erste, ordentliche Strahl pflanzt sich schneller fort und ist im Hauptschnitt polarisiert, nämlich in der Ebene, welche den Strahl und die Richtung der optischen Achse enthält, diese Ebene ist hier senkrecht zur Ebene der Zeichnung. Der zweite, außerordentliche Strahl hat eine geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit und ist zum zugehörigen Hauptschnitt senkrecht polarisiert; seine Polarisationsebene liegt also hier in der Ebene der Zeichnung.

Treten nun diese beiden Strahlen aus dem ersten Prisma in Luft, so erleiden dieselben wegen der Kleinheit des brechenden

Winkels nur eine ganz zu vernachlässigende geringe Ablenkung und eine noch viel unbedeutendere Farbenzerstreuung.

Nun gelangen die beiden Strahlen zum zweiten Prisma, dessen Hauptschnitt senkrecht ist zu dem des ersten Prismas. Im zweiten Prisma behält also jeder der beiden eindringenden Strahlen seine Polarisationsebene bei; aber gerade deshalb muß der bisherige ordentliche Strahl nun im zweiten Keile als außerordentlicher Strahl, mit geringerer Geschwindigkeit fortschreiten; während der bisherige außerordentliche Strahl im zweiten Prisma nun als ordentlicher Strahl mit größerer Geschwindigkeit fortschreiten muß. Auch hier kann man von der durch den zweiten Keil verursachten Ablenkung und Farbenzerstreuung absehen.

Treten nun die betrachteten zwei Strahlen aus dem zweiten Prisma in Luft, so zeigen sie an der Austrittstelle im allgemeinen einen relativen Gangunterschied.

Hat nämlich etwa der eine austretende Strahl, bei dem Durchgange durch den Kompensator, als ordentlicher Strahl eine größere Strecke durchlaufen, als nachher als außerordentlicher Strahl, so ist es mit dem anderen austretenden Strahl eben umgekehrt der Fall, Fig. 17.

Einen Ausnahmefall bildet derjenige einfallende Strahl, längs dessen Fortsetzung die Dicke der beiden Quarzkeile eben einander gleich ist; dann durchlaufen die beiden Strahlenkomponenten im Doppelkeil ganz gleichwertige Wege und können beim Austritt aus dem Kompensator keinen relativen Gangunterschied besitzen; man sehe etwa den mittleren Strahl der Fig. 17, S. 213.

Im allgemeinen entstehen jedoch aus je einem einfallenden Strahl, zwei senkrecht aufeinander polarisierte Strahlen, die beim Austritt aus dem Kompensator stets relativen Gangunterschied besitzen; dieselben setzen sich also in der Luft zu einem in bestimmter Weise elliptisch polarisierten Strahl zusammen. Ferner ist noch besonders zu beachten:

α) Ist das einfallende Licht unpolarisiert, so ist dasselbe äquivalent der optischen Wirkung eines im allgemeinen regellos veränderlich polarisierten Strahles; dann ist auch das aus dem Kompensator tretende Licht von ebensolcher, schnell und regellos veränderlich elliptisch-polarisierter Beschaffenheit und macht, mit

inem Analysator untersucht, in bezug auf seine Intensität den Eindruck eines unpolarisierten Lichtes.

β) Ist aber der Polarisationszustand des einfallenden Lichtes in der Zeit unveränderlich, ist also dasselbe in bestimmter Weise polarisiert, dann entsteht auch aus jedem einzelnen einfallenden Strahl, bei dem Austritte aus dem Kompensator je ein Strahl von ganz bestimmtem, unveränderlichem, im allgemeinen elliptischen Polarisationszustand; dieser Zustand hängt nämlich ausschließlich von dem relativen Verhältnisse der Inten-

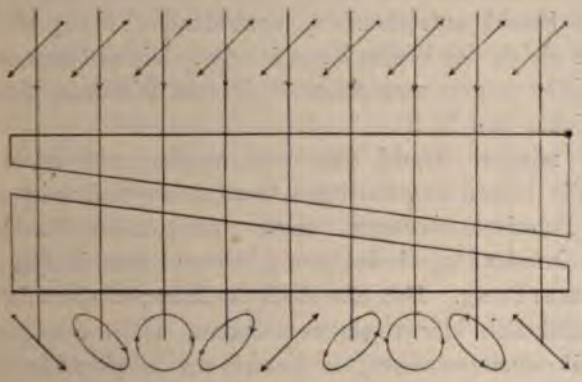


Fig. 18.

sitäten der aus dem einfallenden Strahle entstandenen, nun austretenden beiden Strahlenkomponenten und von deren relativem Gangunterschiede ab.

Nun ist aber der relative Gangunterschied solcher zwei, von je einem einfallenden Strahl entstehenden Strahlenkomponenten von der Eintritts- und daher auch von der Austrittsstelle im Kompensator abhängig, selbst dann, wenn alle eintretenden Strahlen ursprünglich denselben Polarisationszustand besitzen; daher ist auch der Polarisationszustand der aus verschiedenen Stellen des Kompensators austretenden Strahlen ein verschiedener.

Fig. 17 versinnlicht den Fall, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Strahlenbündels mit der Ebene der brechenden Winkel des Kompensators 45° bildet; das Polarisationsbild der aus dem mittleren und aus den beiden symmetrisch gelegenen zwei

seitlichen Strahlen entstandenen, austretenden Strahlen zeigen die zu letzteren gezeichneten Ellipsen, deren mittlere gleich ist der Geraden des einfallenden Lichtes.

Fig. 18, S. 215, bezieht sich auf den Fall, wo das auf den Kompensator fallende Licht ein ebenso linearpolarisierten Bündel bildet, wie in Fig. 17, S. 213; es sind nun eine Anzahl äquidistanter solcher einfallender Strahlen ausgewählt, und zu ihren zugehörigen, austretenden Strahlen deren einzelne Polarisationsbilder gezeichnet. Die Strahlen sind so verteilt angenommen, daß der relative Gangunterschied der aus dem letzten und aus dem ersten einfallenden Strahl entstehenden, austretenden Komponenten eine Differenz gleich der Wellenlänge λ zeigt. Die aufeinander folgenden Strahlen zeigen untereinander je eine Differenz dieses Gangunterschiedes von $^1/_8\,\lambda$.

Der mittlere Strahl gibt zwei solche austretende Komponenten, die keinen gegenseitigen Gangunterschied zeigen; deshalb ist der Polarisationszustand dieses austretenden Strahles gleich dem des einfallenden, wie bei dem mittleren Strahl in Fig. 17, S. 213.

Anmerkung. Der eine Keil des Kompensators ist gewöhnlich beträchtlich kürzer als der andere, welch letzterer mittels einer Mikrometerschraube, senkrecht zur brechenden Kante, in der Fläche seiner größeren Kathete verschiebbar ist, während der kleinere Keil unbeweglich bleibt. Man kann demnach an jeder Stelle irgend eines austretenden Strahles jeden beliebigen Gangunterschied seiner beiden Komponenten erzielen, man kann also diesem Strahle jeden beliebigen Polarisationszustand erteilen, wenn man den beweglichen Keil passend verschiebt; man sehe auch Fig. 19, in welcher C den Kompensator bedeutet.

Untersucht man das so entstandene Strahlenbündel, nach dessen Austritt aus dem Kompensator mittels Analysators, indem man also das Bündel durch ein NICOLsches oder ROCHONsches Prisma dringen läßt, hinter welchem sich das Auge des Beobachters befindet, welcher gegen den Kompensator zu blickt, dann gewahrt man bekanntlich folgende schöne Interferenzerscheinung: Ist der Polarisator des ursprünglich auf den Kompensator fallenden Lichtes und der soeben erwähnte Analysator optisch parallel gerichtet, dann erscheint längs des mittleren Strahles ein vertikales

Lichtmaximum, längs des ersten und des letzten Strahles je ein vertikales Minimum usf. Die mittlere Entfernung zweier aufeinander folgenden Minima im Kompensator heißt dessen Streifenintervall.

§ 28. Anwendung von BABINETS Kompensator mit der neuen Versuchsanordnung zur Interferierung beliebig polarisierter Strahlen.

Wir setzen hier voraus, daß man nach dem Schema des § 24 und der Fig. 9, S. 201, das FRESNELsche Interferenzstreifensystem mittels FRESNELS Zweispiegelapparat und des großen Achromaten genau hergestellt habe.

Nun wollen wir in den Weg der aus dieser Linse getretenen zwei Bündel nach Schema der Fig. 19 einen großen Polarisator, am besten das große ROCHONsche Prisma R setzen; dadurch werden beide Bündel in gleicher Weise linearpolarisiert, aber von ihrer Fortpflanzungsrichtung nur unmerklich abgelenkt.

Hierauf bringe man einen guten BABINETschen Kompensator in der Weise in den Weg der aus diesem Polarisator ausgetretenen zwei Strahlenbündel, daß die von denselben erzeugten reellen Bilder s_1 und s_2 der ursprünglichen Lichtquelle S, Fig. 9, etwa in die Mittelebene der Kompensatorplatten fallen, also etwa in die Mittelebene der Vorder- und der Hinterfläche des Kompensators, Figg. 9 und 19.

Da nun S, Fig. 9 S. 201, ein sehr enger Spalt ist, welcher senkrecht auf der Ebene der Zeichnung der Figg. 9 und 19, also senk-

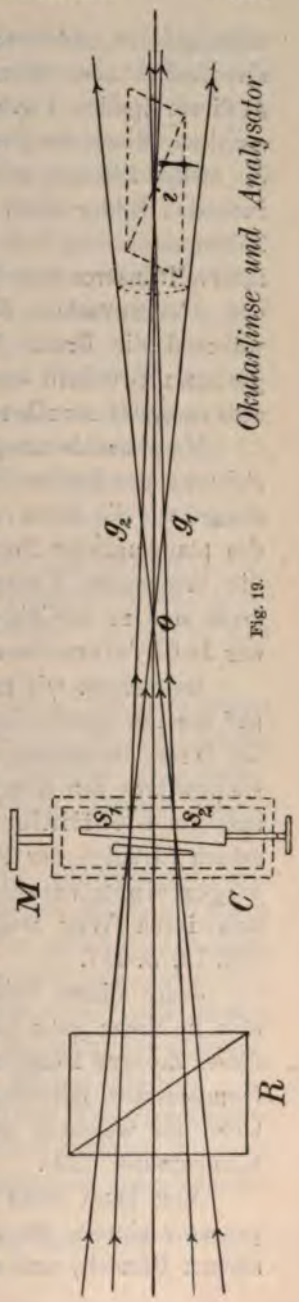


Fig. 19.

recht auf der Interferenzebene steht, durch welchen ein sehr intensives Lichtbündel strömt, so müssen auch die virtuellen Bilder S_1 und S_2 dieses Spaltes, Fig. 9, welche formal kongruent sind mit S, senkrecht zur Ebene der Zeichnung sein. Ebenso folgt unmittelbar, daß die reellen Bilder s_1 und s_2 von S_1 und S_2 sehr scharfe, sehr schmale intensive Bilder sind, die ebenfalls senkrecht zur Ebene unserer Zeichnungen Fig. 9 und 19 liegen. Nun ist das mittlere Streifenintervall unseres von der Firma DUBOSCQ (PH. PELLIN) herrührenden BABINETschen Kompensators etwa dreieinhalb Millimeter, während die Breite jedes der Bilder s_1 und s_2 nur einen ganz geringen Bruchteil eines Millimeters beträgt; man kann dieselben also in erster Annäherung sehr wohl als Lichtlinien betrachten.

Man beachte nun, daß sowohl, wie schon erwähnt, die Längsrichtung des Spaltes S wie die seiner virtuellen Bilder S_1 und S_2, ebenso wie die deren reeller Bilder s_1 und s_2, ferner die Grenzebenen des planparallelen Polarisators R, ebenso wie die Keilebenen und die brechenden Kanten der Prismen des Polarisators alle senkrecht sind zu der Ebene unserer Zeichnungen, also alle senkrecht zur Interferenzebene.

Betrachten wir nun die optische Wirkung des Kompensators auf die ihn durchdringenden beiden Bündel. Dieselben verändern bei ihrem Durchgange ihre Richtung nur ganz unmerklich, aber sie passieren den Kompensator an ihren engsten Stellen, gleichsam als Lichtlinien; also verwandeln sie sich wie die einzelnen Strahlen der Fig. 18 in enge Strahlenbündel von im allgemeinen verschiedener elliptischer Polarisation, die nun ihren Weg weiter fortsetzen, um dann zu interferieren, Fig. 19, S. 217.

Jedes dieser beiden nun austretenden Bündel befindet sich also in einem ganz bestimmten Zustande elliptischer Polarisation; dieser Zustand hängt aber ab vom Polarisationsazimut des auf den Kompensator fallenden linearpolarisierten Lichtes und von dem Orte, an welchem die scharfe Lichtlinie des Bündels auf den Kompensator fällt.

Man kann jedes Bündel nach dem Austritt aus dem Kompensator einzeln für sich untersuchen, etwa bei Abdeckung des andern Bündels, und seinen Polarisationszustand feststellen.

Verändert man also einerseits durch Drehung um seine Sehachse das Azimut des großen Polarisators R, und ändert man anderseits die Orte der scharfen Linienbilder s_1 und s_2 im Kompensator, und zwar am besten mittels Neigungsänderung des einen Spiegels gegen den andern in FRESNELS Zweispiegelapparat, so kann man mit diesen einfachen Hilfsmitteln ohne weiteres erreichen, daß zwei Lichtbündel von ganz beliebiger elliptischer Polarisation im Raume og_1g_2i zur Interferenz gebracht werden, Fig. 19 S. 217.

Gewöhnlich kann man die einfachste Anordnung treffen, daß die Polarisationsebene des großen Polarisators R mit der Interferenzebene den Winkel von 45° bildet; dann zeigt Fig. 18, S. 215, den Polarisationszustand der aus dem Kompensator tretenden Strahlen; man kann nun, wie oben erwähnt, nach Anordnung der Fig. 19, beliebige zwei dieser Strahlen zur Interferenz bringen.

§ 29. Darstellung des allgemeinsten Falles der Nicht-Interferenz: Die in entgegengesetzten, konjugierten Ellipsen polarisierten Strahlen. Analyse des Resultates.

Die Transversalität der Lichtvektoren folgte aus dem ersten und dem zweiten ARAGO-FRESNELschen Gesetze mit zwingender Notwendigkeit; ebenso zeigte es sich, daß das Bild eines Lichtvektors im allgemeinen durch eine zum Strahl normale Ellipse dargestellt werden kann.

Nun suchte G. G. STOKES diejenigen allgemeinsten Bedingungen*, unter welchen zwei in verschiedener Weise elliptisch polarisierte kohärente Lichtstrahlen auch bei ganz beliebigem Gangunterschied nicht interferieren. Er suchte also denjenigen allgemeinsten Fall, wenn bei Zusammentreffen zweier polarisierter Lichtstrahlen die resultierende Beleuchtung gleich ist der algebraischen Summe der Einzelbeleuchtungen der beiden Strahlen.

Er fand nun, daß der allgemeinste Fall der Nicht-Interferenz eintritt, wenn die Vektorenellipsen der beiden Strahlen einander ähnlich sind, dabei in derselben Ebene liegen und gegeneinander

* G. G. STOKES, Fußnote des § 13 dieser Mitteilung, S. 178; *Papers* Vol. III, Cambridge 1901, p. 239—241.

um 90° verdreht sind und wenn noch diese Vektorenbahnen in entgegengesetzten Richtungen beschrieben werden, wie dies Fig. 20 zeigt. Er nannte diese Strahlen entgegengesetzt polarisierte Strahlen; dieselben hatte schon früher G. B. AIRY* bemerkt und sie konjugierte Strahlen genannt. Wenn die beiden Ellipsen in Kreise übergehen, so werden sie entgegengesetzt zirkularpolarisierte Strahlen; wenn sie in Gerade übergehen, dann sind sie senkrecht zueinander linearpolarisierte Strahlen. Der Gangunterschied der beiden Strahlen jedes Paares kann dabei ganz beliebig sein.

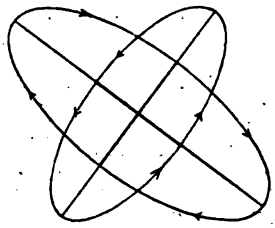


Fig. 20.

Es wäre also ein Irrtum zu denken, daß, wenn zwei in nicht bekannter Weise polarisierte Strahlen miteinander nicht interferieren, dieselben nun ausschließlich senkrecht zueinander linearpolarisierte Strahlen sein müssen. Aus der Tatsache der Nicht-Interferenz folgt mit zwingender Notwendigkeit nur das, daß solche zwei polarisierte Strahlen nur konjugierte Strahlen sein können.**

* G. B. AIRY, Cambridge Philosophical Transactions, Vol. IV, 1831, p. 79 und 198.

** Es ist nicht uninteressant hier zu erwähnen, daß J. STEFAN in einer seiner Arbeiten: „Ein Versuch über die Natur des polarisierten Lichtes usf.", *Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien* (2), Bd. L, 1864, p. 380—389, aus einem derartigen Falle der Nicht-Interferenz den Schluß zog, daß natürliches (unpolarisiertes) Licht ausschließlich aus solchen linearpolarisierten Strahlen bestehe, welche ihre Polarisationsebenen und ihre Amplituden in sehr kurzen Zeitintervallen regellos ändern. Indes wies É. VERDET nach [„Étude sur la constitution de la lumière non polarisée et de la lumière partiellement polarisée", welche Arbeit eigentlich einen Kommentar zu der vielgenannten, auch in § 13 dieser Mitteilung zitierten STOKESschen Abhandlung über diesen Gegenstand bildet, Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, Tome II, 1865, p. 291, oder É. VERDET, Oeuvres Tome I, (Mémoires I.) Paris 1872, p. 281—312, besonders p. 300—303], daß STEFANS Schlußfolgerung keine zwingende sei, obwohl sie ein möglicher spezieller Fall sein könne, und daß das Irrtümliche in STEFANS Überlegungen daher entstand, daß er die optische Wirkung der entgegengesetzt elliptisch-polarisierten Strahlen verkannte. STEFAN bekannte diesen Irrtum später selbst ein: *Sitzungsberichte der k. Akademie*

Mittels unserer Versuchsanordnung, Fig. 19, S. 217, kann nun dieser AIRY-STOKESsche allgemeine Satz mit der größten Leichtigkeit und mit unfehlbarer Sicherheit experimentell erwiesen werden.

Behält man nämlich die im letzten Absatze des vorigen Paragraphen benutzte Anordnung bei, nämlich, daß die Polarisationsebene des großen Polarisators R mit der Interferenzebene 45° bildet, so braucht man nur die gegenseitige Neigung der zwei Spiegel im FRESNELschen Zweispiegelapparat, und damit also zugleich auch die Entfernung $s_1 s_2$ der beiden reellen Lichtlinien s_1 und s_2 voneinander so zu ändern, daß $s_1 s_2$ gleich sei der Hälfte des Streifenintervalls des Kompensators. Es sind dann die so durch den Kompensator gedrungenen zwei Strahlenbündel zueinander stets entgegengesetzt polarisiert und zwar sind es entweder senkrecht aufeinander linearpolarisierte zwei Bündel oder entgegengesetzt zirkular-polarisierte, oder schließlich im allgemeinen zueinander entgegengesetzt elliptisch-polarisierte zwei Bündel.

Fig. 18, S. 215, zeigt die Vektorenbilder solcher konjugierter Strahlen: der erste und der fünfte Strahl, ebenso der fünfte und der neunte Strahl sind solche Paare, deren je zwei Strahlen in zueinander senkrechten Ebenen polarisiert sind; ferner sind der dritte und der siebente Strahl zueinander entgegengesetzt zirkularpolarisierte Strahlen; schließlich bilden der zweite und der sechste, ebenso wie der vierte und der achte Strahl je ein Paar solcher entgegengesetzt elliptisch-polarisierter Strahlen.

Man sieht daher unmittelbar ein, daß in dem Falle, wenn die reellen Bilder s_1 und s_2, also die engsten Stellen der beiden Lichtbündel als scharfe Lichtlinien, voneinander um das halbe Streifenintervall entfernt, auf den Kompensator fallen: die durchgegangenen Bündel im Interferenzraume keine Interferenz zeigen dürfen.

Die ausgeführten Versuche bestätigen nun die Richtigkeit dieser Voraussetzung vollkommen. Ich benutzte den schon in § 27 und 28 erwähnten Kompensator in der in diesem Paragraphen,

der Wissenschaften zu Wien (2), LXVI, 1872, p. 427, siehe auch die erste Fußnote des § 18, S. 186 dieser Mitteilung; diesen Umstand berührt auch E. MACH in seiner in § 19, S. 188 dieser Mitteilung zitierten Abhandlung, p. 209 und 210.

S. 217, beschriebenen Weise und montierte ihn auf eine feste vertikale Metallsäule derart, daß der ganze Kompensator für sich allein verschoben werden konnte, und zwar parallel zu seinen beiden äußeren Kathetenflächen, senkrecht zu seinen brechenden Kanten; mit einem Worte, der Kompensator konnte im ganzen senkrecht zu den auffallenden Bündeln horizontal verschoben werden; dies erreichte ich mittels einer größeren Mikrometerschraube, siehe auch *M*, Fig. 19, S. 217.

Bei dieser Anordnung zeigt sich nun in der Mitte des Sehfeldes eine gleichmäßige Helligkeit, und zwar bei jeglicher oben erwähnten Verschiebung des ganzen Kompensators. Mit Sonnenlicht konnte ich es nicht erreichen, daß das ganze Sehfeld auf einmal ganz gleichförmige Intensität darbot; es zeigte sich aber eine solche Gleichmäßigkeit bei richtiger Einstellung sehr gut in der Mitte des Gesichtsfeldes, während oben und unten schwache Spuren von Interferenzstreifen sichtbar wurden. Bei einer geringen Drehung des Polarisators oder des Kompensators um deren gemeinsame Sehachse nimmt der Fleck gleichmäßiger Helligkeit im Sehfelde stets eine andere Stelle ein.

Ebenso bleibt die soeben beschriebene ganze Erscheinung unverändert, wenn man den beiden Keilen des Kompensators gegeneinander eine beliebige Verschiebung erteilt, jedoch die übrigen Anordnungen unverändert beibehält.

Damit ist der AIRY-STOKESsche allgemeine Satz von der Nicht-Interferenz zweier in konjugierten Ellipsen polarisierter Strahlen experimentell erwiesen.

Anmerkung. Dieselbe Erscheinung entsteht ebenso leicht, wenn die Entfernung der beiden auf den Kompensator fallenden scharfen Lichtlinien s_1 und s_2 voneinander nicht nur eine Intervallhälfte beträgt, sondern drei oder fünf usf. Intervallhälften.

Analyse des Sehfeldes. Die in obigen Versuchen dieses Paragraphen erzielte gleichmäßige Erleuchtung des Sehfeldes verschwindet im allgemeinen sofort, wenn man den Interferenzraum mit einem drehbaren Analysator untersucht: dieser macht es sofort erkennbar, daß im Sehfelde gleichzeitig zwei Interferenzstreifensysteme vorhanden sind, die sich jedoch so übereinander lagern, daß die Maxima des einen auf die Minima des anderen

fallen und umgekehrt; so entsteht im Sehfelde die gleichmäßige Helligkeit. Mittels Drehung des Analysators überzeugt man sich, daß die Strahlen, welche das eine Interferenzstreifensystem erzeugen, untereinander in gleicher Weise linearpolarisiert sind, ebenso wie die Strahlen, welche das andere Streifensystem erzeugen, ebenfalls untereinander in gleicher Weise linearpolarisiert sind. Der Versuch zeigt ferner, daß diese zwei Interferenzstreifensysteme aus zueinander senkrecht polarisiertem Lichte bestehen; dreht man nämlich den Analysator, so ändert sich diese Erscheinung im Sehfelde; ist etwa die Polarisationsebene des Analysators senkrecht zur Ebene der Interferenz, dann ist das eine Interferenzsystem ganz verschwunden, während das andere mit vollkommen genau entwickelten hellen und dunklen Streifen erscheint; die Erscheinung wird die komplementäre, wenn die Polarisationsebene des Analysators in die Ebene der Interferenz fällt.

Der große Polarisator R bildet dabei mit seiner Polarisationsebene stets 45° mit der Interferenzebene; ist nun der Analysator optisch parallel oder senkrecht zum Polarisator gerichtet, dann zeigt die Mitte des Sehfeldes stets eine gleichförmige Helle, gerade so, als ob der Analysator nicht vorhanden wäre.

§ 30. Scheinbares optisches Paradoxon. Ergänzungen und Schlußbemerkungen.

Die Versuchsanordnung sei dieselbe wie im vorigen Paragraphen, Fig. 19, S. 217, nämlich die Polarisationsebene des großen Polarisators R bilde den Winkel von 45° mit der Interferenzebene; ferner sei die Entfernung der auf den Kompensator fallenden zwei scharfen, linienförmigen, reellen Bilder s_1 und s_2 voneinander gleich einer ungeraden Anzahl der Intervallhälfte des Kompensators. Man kann dann die aus diesem tretenden Lichtbündel einzeln, gesondert untersuchen, etwa mittels eines Viertelundulationsplättchens, und so ihren entgegengesetzt elliptischpolarisierten Zustand konstatieren; im Interferenzraum og_1g_2i, Fig. 19, wo sie einander durchdringen, zeigt sich ohne Analysator keine Interferenz. Es sind aber, wie wir Ende des vorigen Paragraphen ausführlich erwähnt haben, in diesem Raume gleichzeitig zwei aufeinander gelagerte

Interferenzstreifensysteme vorhanden, die zusammen gleichmäßige Helligkeit erzeugen, die aus zueinander senkrecht linearpolarisiertem Lichte bestehen und die, wie schon bemerkt, mittels Analysators erkannt, voneinander getrennt und nacheinander untersucht werden können.

Diese Versuchsanordnung möge nun beibehalten werden, jedoch werde der große Polarisator R entfernt; untersucht man nun jedes der aus dem Kompensator tretenden zwei Bündel gesondert, so zeigt keines auch nur eine Spur von Polarisation; im Interferenzraume og_1g_2i entsteht aber genau die Erscheinung, wie diejenige, welche auftritt, wenn sich der große Polarisator mit dem Polarisationsazimut 45° vor dem Kompensator befindet.

Mit anderen Worten: Die aus ursprünglich unpolarisiertem Lichte herrührenden, durch den Kompensator gedrungenen zwei Lichtbündel verhalten sich einzeln, mittels Analysators untersucht, in bezug auf ihre Intensität ganz wie unpolarisiertes Licht; sie erzeugen zwar im gemeinsamen Interferenzraume eine gleichförmige Helligkeit, dieselbe ist aber, wie nun der Analysator beweist, das Resultat der algebraischen Übereinanderlagerung zweier Interferenzsysteme, die aus zueinander senkrecht polarisiertem Lichte bestehen und die in bezug auf Intensität einander ausgleichen. Demnach können zwei Lichtbündel, von denen keines äußerlich auch nur eine Spur von Polarisation zeigt, bei ihrer Interferenz linearpolarisiertes Licht hervorrufen.

Man kann den Grund dieses Verhaltens leicht einsehen: Jedes der beiden soeben betrachteten, aus dem Kompensator tretenden Lichtbündel besteht aus je zwei zueinander senkrecht linearpolarisierten Strahlenkomponenten, deren Amplituden und relativen Phasendifferenzen jedoch sehr schnell wechseln; die Interferenz der horizontalen Vektorenkomponenten erzeugt das erste Interferenzstreifensystem; die Interferenz der vertikalen Vektorenkomponenten erzeugt das zweite solche System. Die Streifen der beiden Systeme können nur dann koinzidieren, wenn der relative Gangunterschied der austretenden horizontalen Komponenten derselbe ist wie der relative Gangunterschied der austretenden verti-

kalen Komponenten; in allen anderen Fällen kann keine Streifenkoinzidenz stattfinden.

In unserem speziellen Versuchsfalle beträgt die Differenz der relativen Gangunterschiede beider Strahlen $\frac{\lambda}{2}$.

Anmerkung I. Diese scheinbar paradoxe Erscheinung läßt sich auch etwas allgemeiner darstellen:

Es sei Δ die Entfernung der beiden scharfen Linienbilder s_1 und s_2 voneinander, $2D$ das Intervall des Kompensators; sei nun $\Delta > D$, man kann dann mittels Drehung des Kompensators um seine Sehachse stets erreichen, daß das Interferenzstreifensystem im Interferenzraume verschwindet. Bedeutet nämlich φ den Winkel zwischen der Interferenzebene und der Ebene der brechenden Winkel des Kompensators, dann ist die Bedingung für das Verschwinden des Interferenzstreifensystems:

$$\Delta \cdot \cos\varphi = D \quad \text{oder} \quad = 3D \quad \text{oder} \quad = 5D \text{ usf.},$$

sodaß bei geeigneter Wahl von Δ zwischen 0 und 90° mehrere Werte von φ möglich sind, die obiger Bedingung genügen; dieser Versuch gelingt immer ganz leicht.

Anmerkung II. Ist $\varphi = 90°$, dann ist das im Interferenzraum stehende Streifensystem ein ebensolches, als ob der Kompensator überhaupt nicht vorhanden wäre; ist $\varphi = 270°$, so ist letzteres Streifensystem um ein ganzes Streifenintervall verschoben, usf.

* * *

Ich erfülle schließlich eine angenehme Pflicht, wenn ich auch an dieser Stelle den damaligen Lehramtskandidaten Ernst Homor und Stefan Jakucs meinen besten Dank ausspreche. Diese Herren hatten die Freundlichkeit, die zu meinen Vorträgen und zu der experimentellen Demonstration gebrauchten großen Zeichnungen, sowie diejenigen der in diesem Texte gedruckten Figuren mit großer Mühe und Sorgfalt anzufertigen.

SITZUNGSBERICHTE.*

I. In den Sitzungen der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften wurden im Jahre 1903 von den nachbenannten Autoren die folgenden Arbeiten vorgelegt:

Sitzung am 19. Januar 1903.

1. Josef Kürschák, k. M.: *Bemerkungen zur allgemeinen Eliminationstheorie.*
2. Georg Marikovszky: *Neuere Daten zur Lehre vom Labyrinthreflex.* Vorgelegt vom o. M. Andreas Högyes.

Sitzung am 16. Februar 1903.

1. Anton Koch o. M.: *Die fossilen Fische des Beocsiner Zementmergels.* Ausführlich erschienen in den *Annales Musei Nationalis Hungarici* 1904, p. 35—72.
2. Maurus Réthy o. M.: *Über das Prinzip der Aktion und über die Klasse mechanischer Prinzipien, der es angehört.* (Siehe p. 289—291 des XX. Bandes der *Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Berichte aus Ungarn.* Ausführlich erschienen in den *Mathematischen Annalen* Bd. 58, p. 169—194 und Bd. 59, p. 572.
3. Tomas Kosutány, k. M.: *Daten zur Kenntnis des Weizenmehles und Weizenklebers.*
4. Julius Istvánffi, k. M.: *Über die Lebensfähigkeit der Botrytis-, Monilla- und Coniothyriumsporen.*

---

* In dieser Abteilung geben wir eine Übersicht der in den Sitzungen der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und der kgl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft gelesenen Arbeiten, Vorträge und Vorlesungen. Ein Teil derselben ist entweder dem ganzen Umfange nach oder in längerem Auszuge im vorangehenden Teile dieses Bandes enthalten; dieser Umstand ist auch bei den betreffenden, hier der Vollständigkeit wegen angeführten Titeln angedeutet.

elbe: *Über das gleichzeitige Erscheinen von Ithyphallus impu- und Coepophagus echinopus in den ungarischen Weingärten.*
N BERNÁTSKY: *Morphologische Beurteilung des Ruscus-Phyllo- ums auf anatomischer Grundlage.* (Siehe p. 113—118 dieses es.)

Sitzung am 16. März 1903.

v. THAN, k. M.: *Über Kohlenmonosulfid.* In Anschluß an diesen rag öffnete der anwesende Generalsekretär den vom o. M. KARL AN am 28. Januar 1901 im Archiv der Akademie zur Auf- hrung deponierten Brief, der als ersten Punkt das Folgende ilt: 1. Bei Zusammenschütteln von Natriumamalgam und Kohlen- fid entsteht unter heftiger Erwärmung eine Verbindung, die im er unter Ausscheidung von Quecksilber in violetter Farbe lös- st. Die Lösung sättigt man mit Hydrogensulfid, um das ge- Quecksilber abzuscheiden. Wird die filtrierte Lösung zum Teil Bleiacetat niedergeschlagen, so gewinnt man einen schwarzen dessen Zusammensetzung nahezu $PbCS_2$ ist. Wird diese Ver- ng erhitzt, so entwickelt sich ein Gas, dessen Zusammensetzung Kohlenmonosulfid CS entspricht. Aus der Dichtigkeit des Gases sich das Molekulargewicht 43,37. Alkoholige Natronlauge vierte das Gas beinahe vollständig. (Exp. Daten meines eigenen okolls 21. XI. 1891, p. 35. — Prot. I des Lab. p. 111.)
LF ÓNODI, k. M.: *Das Verhältnis der Nebenhöhlen der Nase zu ülen der Sehnerven.*
AN RÁTZ: *Über eine neue Gattung der Trematoden.* Vorgelegt k. M. GÉZA v. HORVÁTH.

Sitzung am 20. April 1903.

A v. HORVÁTH, o. M.: *Die Hemipteren-Fauna Serbiens.*
US KÖNIG, o. M., legt sein Werk vor: *Einleitung in die all- ine Theorie der algebraischen Größen.*
LF ÓNODI, k. M.: *Beiträge zur Kenntnis der Stirnhöhle.*
ANNES FRISCHAUF: *Die Kubatur des Tetraeders in der absoluten netrie.* (S. *Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte Ungarn* Bd. XX, p. 92—95.) Vorgelegt vom o. M. MAURUS HY.
Z KONEK: *Eine neue Methode zur schnellen Bestimmung des efels.* Vorgelegt vom o. M. BÉLA LENGYEL.
TAV MELCZER: *Über den Aragonit von Urvölgy.* (Ausführlich sch erschienen in der *Zeitschrift für Kristallographie* XXXVIII.) gelegt vom k. M. AUGUST FRANZENAU.

Sitzung am 18. Mai 1903.

1. Ernst Jendrassik, o. M.: *Die Grundsätze der Bewegungseinrichtung des Organismus mit Berücksichtigung der Funktion der einzelnen Muskeln.* (Vgl. p. 264 dieses Bandes.)
2. Eugen Daday, k. M.: *Mikroskopische Tiere aus den Süßwässern von Turkestan.*
3. Béla Mauritz: *Neuere Daten über den Pyrit von Porkura.* Vorgelegt vom o. M. Josef Krenner.
4. Josef Toborffy: *Über den Chalcopyrit von Pulacago.* Vorgelegt vom o. M. Josef Krenner.
5. Géza Farkas und Elemér Scipiades: *Über die molekularen Konzentrationsverhältnisse des Blutserums und Fruchtwassers bei Schwangeren.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.
6. Karl Schilberszky: *Über die numerischen Schwankungen der Bestandteile der Blume.* Vorgelegt vom o. M. Julius Klein.

Sitzung am 22. Juni 1903.

1. Alois Schuller, o. M.: *Destillation in luftleeren Quarzgefäßen.*
2. Franz Wittmann, o. M.: *Objektive Darstellung des Stromes der Leydener Flasche.* Vorgelegt vom o. M. Alois Schuller.
3. Wilhelm Róth-Schultz, Kornel Köröst und Géza Lobmayer: *Zur Physiologie der Aufsaugung.* Vorgelegt vom o. M. Ferdinand Klug.
4. Franz Herczog: *Daten zur Kenntnis der Urethra.* Vorgelegt vom o. M. Michael Lenhoséк.

Sitzung am 19. Oktober 1903.

1. Wilhelm Schulek, o. M.: *Apparate zur Demonstration der gemeinsamen Funktion des Augenpaares.*
2. Ferdinand Klug, o. M.: *Der Einfluß des Blutdruckes und der Temperatur auf das Herz.*
3. Maurus Réthy, o. M.: *Das Ostwaldsche Prinzip in der Mechanik.*
4. Andreas Högyes, o. M.: *Bericht über die Tätigkeit des Budapester Pasteur-Institutes im Jahre 1902.* (S. Bd. XX der *Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Berichte aus Ungarn* p. 49—54.)
5. Georg Csorba: *Über die zweifache Partitionen.* Vorgelegt vom o. M. Gustav Rados.

Sitzung am 16. November 1903.

1 Maurus Réthy, o. M.: *Das Ostwaldsche Prinzip vom Energieumsatze.*
2. Josef Árkövy: *Die Bedeutung des Diverticulum Tomes-Zsigmondyi, des Cingulum an den oberen lateralen Schneidezähnen und des Foramen coecum molarium* (Milleri) *in phylogenetischer Beziehung.*

Sitzung am 14. Dezember 1904.

1. Alexander v. Kalecsinszky, k.M.: *Über die Akkumulation der Sonnenwärme in verschiedenen Flüssigkeiten.* (S. p. 1—24 dieses Bandes.)
2. Rudolf v. Kövesligethy, k. M.: *Referat über den II. internationalen seismographischen Kongreß.*
3. Stefan Bugárszky, k. M.: *Eine neue Methode zur quantitativen Bestimmung des Aethylalkohols.*
4. Edmund Krompacher: *Untersuchungen über die gegenseitige Beziehung der Oberhaut, des Endothel und des Bindegewebes.* Vorgelegt vom o. M. Andreas Högyes.
5. Béla Alexander: *Beiträge zur Kenntnis der knorpeligen Wirbel.* Vorgelegt vom o. M.: Ludwig Thanhoffer.
6. Zoltán Vámossy: *Über die Fähigkeit der Leber zur Zurückhaltung von Giften.* Vorgelegt vom o. M. Ludwig Thanhoffer.

II. In den Sitzungen der Königl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft wurden im Jahre 1903 die folgenden Vorlesungen gehalten:

A) Fachsektion für Zoologie.

(Referiert von Alexander von Gorka.)

Sitzung vom 2. Januar 1903.

1. J. Lósy hält einen Vortrag „*Über die Entwickelung und den biologischen Wert des Geweihs*" und faßt das Resultat seiner Untersuchungen dahin zusammen, daß das abgeworfene Geweih ein rudimentäres Organ sei, u. z. eine mit Callus regenerierte Apophysis, welche ihrer physiologischen Natur entsprechend überwuchert. Im Knochengewebe derselben bildet sich der Achsen- und der Krustenteil unabhängig von einander, d. i. selbständig aus. Das Grundgewebe des Achsenknochens besteht aus einem Bindegewebe und zwar aus dem angehäuften Bindegewebe des in Entzündung befindlichen Periostium. Dasselbe verknöchert unmittelbar und durchläuft hintereinander drei Aufsaugungen. Der Zweck der Resorptionen ist die Ausdehnung der Markhöhlen u. z. zu dem Behufe, damit dieselben sich mit den Markhöhlen des Rosenstockes vereinigen und solcher Art das Geweih Bestand habe. Das Geweih hat heute nur in zwei Fällen Bestand, u. z. bei den nebeneinander erscheinenden, von Altum als Doppelköpfigkeit bezeichneten Mißbildung und bei dem Perrückengeweih, im ersten Falle zeitweilig, im letzten Falle beständig, da es mit einer schützenden Ektoderma-Hülle bedeckt ist. An dem selbständig sich entwickelnden

Krustenbein ist der rudimentäre Charakter noch auffälliger, weil dieser Teil unmittelbar unter der rudimentären Haut liegt. Die Grundursache der unvollkommenen Entwickelung und des Abwerfens des Geweihes ist die Veränderung der Mooshaut. Ursprünglich war das Geweih mit einer andersartigen Hauthülle bedeckt, welche in Übereinstimmung mit der Schutzhülle der übrigen Hornbildungen nur aus Horn bestanden haben kann. Das Geweih ist das Rudiment eines Horns mit hoher Rose und kompakten diploen Achsenbein; die Entstehung desselben ist bei der Subfamilie *Antilopina* der Miocänzeit zu suchen. In diesem Zeitraum begegnen wir bereits dem Anzeichen einer Abwerfung. Es gibt Arten (*Palaeomeryx*, *Cosoryx*), von denen zweierlei Hörner bekannt sind, u. z. die apophysischen Spießer der jungen, und das gestreckte gablige Geweih des alten Tieres. Hier legte der Vortragende das zu Borbolya (Komitat Sopron) aufgefundene Horn einer *Palaeomeryx*-Art der Miocänzeit vor, welches die direkte Fortsetzung des Stirnzapfens bildet und nur an der Spitze mit Horn bedeckt war. Seiner Ansicht nach hat sich das Geweih aus solchen Hornbildungen entwickelt und im Diluvium den höchsten Grad seiner Überwucherung erlangt, aber eine Verkümmerung dauert fort und schon heut zu Tage gibt es Gebiete, wo die Hirsche kein Geweih tragen.

2. A. Bálint verliest seine Kritik des ersten Teiles der *Allgemeinen Entwickelungsgeschichte* von J. Perényi (Pozsony, 1903, ungarisch). Die Kritik bezeichnet das Werk als ein unverläßliches, welches für die ungarische Literatur keinen Gewinn bedeutet.

3. E. Csiki trägt einen Auszug seiner *Geschichte der ungarischen Malakologie* vor. Der erste ungarische Malakologe war Ignaz Bor aus Gyulafehérvár, der zur Zeit Maria Theresias zum Wiener Museum kam und das Verzeichnis der Schneckensammlung desselben in einem dicken Bande zusammenstellte. Im Geiste Linnés ist erst in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts ein ungarischer Fachmann erstanden in der Person von A. Lárp, Apothekers zu Nyitra, der als erster das Verzeichnis der Weichtiere Ungarns (Index Molluscorum Pannoniae) zusammenstellte, welches jedoch erst 1849 in dem Werke von Hanák „Geschichte und Literatur der Zoologie in Ungarn“ (ungarisch) erschienen ist. Zur selben Zeit hat J. Sadler, Professor an der Universität Pest und Kustos am Nationalmuseum in der Umgebung von Budapest Schnecken gesammelt, allein sein diesbezügliches Werk „Testaceorum circa Budam et Pestinum“ hat sich nur als Handschrift erhalten. Die Mollusken-Fauna der siebenbürgischen Landesteile wurde hauptsächlich durch M. Bielz und seinen Sohn E. A. Bielz erforscht und beschrieben. Von letzterem ist unter zahlreichen Abhandlungen besonders seine „Fauna der Land- und Süßwasser-Mollusken Sieben-

bürgens" (deutsch) zu erwähnen, welche 1867 eine zweite Auflage erlebte. Es ist dies das erste Werk, in welchem die Weichtiere eines Teiles von Ungarn beschrieben sind. Auf Grund des von ungarischen Sammlern erhaltenen Materials haben sich auch ausländische Fachmänner mit der Fauna von Ungarn befaßt, so z. B. der Italiener PELLEGRINO STOBEL, der im Jahre 1850 seine „Studi su la Malacologia ungherese" herausgegeben hat. Erst in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts ist die erste Abhandlung über die Weichtiere Ungarns in ungarischer Sprache erschienen, u. z. von E. FRIVALDSZKY. Ihm folgten SP. BRUSINA und A. MOCSÁRY, sodann ERJAVEC, JICKELI und MARGO. Zu Anfang der achtziger Jahre gewann die ungarische Malakologie in J. HAZAY einen ausgezeichneten Bearbeiter. Seine Werke ernteten große Anerkennung und namentlich seine biologischen Beobachtungen suchen noch heute ihres Gleichen. Leider war es ihm damals nicht möglich, seine Werke in ungarischer Sprache herauszugeben und auch sein umfangreiches Werk „Die Mollusken-Fauna von Budapest" füllt zwei Bände einer deutschen Zeitschrift. Der Franzose SERVAIN durchforschte die Fauna des Balaton, HIRC den Karst, M. v. KIMAKOWICZ Siebenbürgen und K. BRANCSIK das Komitat Trencsén. In jüngster Zeit hat TRAXLER die Weichtiere der Umgebung von Munkács und R. SZÉP die der Umgebung von Közseg und Pozsony studiert; M. KERTÉSZ aber die Fauna des Komitates Bihar und E. DADAY die des Balaton publiziert. Von ausländischen Fachmännern haben sich hauptsächlich BOETTGER, CLESSIN und WESTERLUND Verdienste auf diesem Gebiete erworben.

Sitzung vom 6. Februar 1903.

1. Der Vorsitzende Prof. G. ENTZ beglückwünscht im Namen der Sektion L. v. AIGNER-ABAFI, der mit seiner „*Monographie der Tagfalter Ungarns*" (ungarisch) den aus dem Bugát-Fond ausgesetzten Preis gewonnen hat; ebenso M. CSIKI, der mit seinem Werke „*Die Prachtkäfer des Ungarischen Reiches*" (ungarisch) bei derselben Wettbewerbung Lob geerntet hat.
2. ALEX v. GORKA referiert eingehend über folgende zoologische Fachwerke: a) SCHNEIDER, K. C., Lehrbuch der vergleichenden Histologie der Tiere, Jena 1902. b) GARBOVSKY, T., Morphogenetische Studien, Jena 1902. c) v. FÜRTH, O., Vergleichende chemische Physiologie der niederen Tiere, Jena 1903. d) HÖBER, R., Physikalische Chemie der Zelle und der Gewebe, Leipzig 1902. e) DE VRIES, H., Die Mutationstheorie, Leipzig 1901—1903. f) Biometria Edited by WELDON, PEARSON and DAVENPORT, Cambridge 1902—1903.

3. K. Kertész legt eine südamerikanische Dipterenart *(Tachinisca cyanei ventris* n. sp. 9) vor, die er für den Repräsentanten einer neuen Familie der acalyptraten Musciden („*Tachiniscidae*") hält. Zugleich bespricht er die diesbezügliche Literatur und stellt die systematische Stelle der neuen Familie fest. (Eingehend beschrieben in Annales Musei Nationalis Hungarici. Vol. I. 1903, Pars prima, pag. 355—358).
4. E. Csiki legt zunächst eine neue ungarische Käferart vor, *Psyllodes Wachsmanni*, Csiki, die Fr. Wachsmann bei Novi im ungarischen Littorale gesammelt hat; sodann *Bembidium jordanense*, La Brûle, welche Art Joh. Pável im August 1876 bei Kékkő gefunden hatte; sie ist für ganz Europa, somit auch für die Fauna Ungarns neu; schließlich die von Reitter aus Griechenland beschriebene Käferart *Magdalis opaca*, die Joh. Pável bei Herkulesbad sammelte und die für die Fauna von Ungarn gleichfalls neu ist.

Sitzung am 6. März 1903.

1. A. Abonyi trägt seine morphologischen Untersuchungen *über den Darmkanal der Honigbiene (Apis mellifica L.)* vor, welche die histologischen Untersuchungen von Schiemenz und Nassonow in den Hauptzügen bestätigen. Von den neuen Beobachtungen des Vortragenden ist das Resultat am wichtigsten, wonach der Vorder- und Hinterdarm histologisch stets scharf von dem Mitteldarm gesondert ist, insofern am Ende des Vorderdarms die Chitinintima des Vorder- bzw. Hinterdarms mit der Basalmembran verschmilzt. Die Malpighischen Gefäße münden vor dieser scharfen Grenze des Hinterdarms in den Darmkanal, somit histologisch in den Mitteldarm, nicht aber in den Hinterdarm. Die sog. peritrophische Membran ist im Darmkanal der Biene stets vorfindlich. Laut dem Vortragenden bildet sich dieselbe aus dem durch den Drüsenteil des Zapfens ausgeschiedenen syrupdichten Sekret in der Weise, daß die in den Mitteldarm gelangte Nahrung diese Ausscheidung gleich einem geschlossenen Schlauche vor sich herschiebt. Ihre Wandung ist anfänglich sehr wasserhältig und wird nur durch die Wirkung der Verdauungssäfte der Mitteldarm-Epithelzellen membranartig. Die Entfernung des nach der Verdauung zusammenschrumpfenden peritrophischen Membrans wird durch die Valvula bewirkt, welche den untern Teil des Mitteldarms verschließt und unter der Einmündungsstelle der Malpighischen Gefäße liegt, die Chitinintima der Valvula ist zu diesem Behufe mit nach hinten gerichteten Chitindornen versehen. Die Abhandlung ist in extenso erschienen in „*Állatani Közlemények*" (II. Bd. 1903, pag. 137—168, Taf. XI—XIV).

2. E. Csiki hält einen Vortrag über *die Histeriden Ungarns* und beschreibt diejenigen orismologischen Charaktere, welche bei der systematischen Einordnung und Bestimmung der Histeriden von Wichtigkeit sind. Von den für die Fauna von Ungarn neuen Formen legte er gleichzeitig vor *Platysoma lineare,* Erichs, *Hister quadrimaculatus* var. *pelops,* Mars und *Hister stigmosus* Mars. Zur Bestimmung der ungarischen Arten dieser Familie hat derselbe auch eine Tabelle ausgearbeitet, die in *Állattani Közlemények* II. Band, pag. 115—128) erschienen ist.

3. A. v. Gorka hält unter dem Titel „*Giftige Raupenhaare*" einen Vortrag über die Ursachen der durch die Haare der Raupen der Schmetterlinge *Arctia, Porthesia* und *Cnethocampa* an Mensch und Tier entstehenden Entzündung und eines dem Nesselausschlag ähnlichen Ausschlages. Die Wissenschaft bietet hierfür zweierlei Erklärungen. Laut der einen (Linstow, Nitsche, Neumann) beruht die Entzündung auf dem mechanischen Reiz, den die in die Haut, bzw. in den Ausführungsgang der Schweißdrüsen eindringenden Hakenhaare ausüben, laut der andern (Morren, Will, Goossens, Keller, Clifford, Fabre) aber ist es die Wirkung der giftigen Ausscheidung einer mit dem Haare in Verbindung stehenden Drüse. Dem Vortragenden ist es gelungen, aus den Haaren der Raupen von *Porthesia chrysorrhoea, L., Arctia capa L.* und *Bombyx rubi, L.,* mit Hilfe von Alkohol, Chloroformwasser und hauptsächlich Äther Stoffe zu extrahieren, die auf die Haut gebracht, dieselbe Entzündung verursachten, wie die von selbst abgebrochenen Raupenhaare, wogegen die derart behandelten Haare, — die, wie leicht eingesehen, keinerlei Strukturveränderung erleiden — keine Entzündung mehr hervorrufen. Die Experimente bezeugen entschieden die chemische Wirkung der Haare. Hierauf untersuchte der Vortragende, ob der die Entzündung verursachende Stoff bloß in den Haaren liegt oder auch in anderen Organen vorkommt und konstatierte, daß ein aus der Haut, den Malpighischen Gefäßen und dem Mastdarm zahlreicher Raupen und Imagina (von *Saturnia pyri,* Schiff, *Liparis dispar,* L., *Vanessa Jo.* L., etc.) gewonnene Extrakt gleichfalls Entzündungen hervorruft. Diese Beobachtungen, sowie Fabres Untersuchungen lassen es für wahrscheinlich erscheinen, daß der in den Raupenhaaren vorhandene Giftstoff ein bei den Insekten allgemein verbreitetes Produkt des Stoffwechsels ist, welches so zu sagen, Eigentum jedes Insektes ist, daß es aber geradezu bei den *Prozessionsraupen* eine so auffällige Wirkung hat, das ist die Folge der morphologischen Eigenschaften und Lebensweise der Raupen. Es ist nämlich in Betracht zu ziehen, daß die Raupen in großer Menge, gesellschaftlich leben, sich in einem gemeinsamen Neste häuten und so die mit der Giftdrüse in Verbindung

stehenden und mit der Haut sehr leicht ablöslichen Hakenhaare überdies mit den gleichfalls giftigen Stoffwechselprodukten, so besonders mit den Exkrementen in Berührung kommen.

FABRE hält den Giftstoff für *Cantharidin*; dem Vortragenden ist es jedoch mit dem in der gerichtlichen Chemie angewandten DRAGENDORFF-STASSschen Verfahren kein einzigesmal gelungen Cantharidin nachzuweisen. Die chemischen Untersuchungen sprechen dafür, daß der aus Raupenhaaren hergestellt Extrakt Ameisensäure und organische Basen enthält. Das entschiedene Resultat der Eiweisreaktion spricht für die colloidale Natur der Lösung und der Umstand, daß die Wirkung des abgekochten Extrakts eine bedeutend geringere ist, läßt die Anwesenheit eines enzymartigen Stoffes als wahrscheinlich erscheinen.

Sitzung am 6. April 1903.

1. Der Vorsitzende Prof. G. ENTZ meldet die Trauerbotschaft vom Ableben J. V. CARUS, dem ausgezeichneten Professor an der Universität Leipzig und schildert in Kürze die Verdienste, die seinen Namen in der Geschichte der Zoologie unsterblich machen.
2. ST. v. RÁTZ spricht über *das Vorkommen von Bothriocephalus latus in Ungarn* und berührt zunächst die Umstände, durch welche die geographische Verbreitung der parasitischen Würmer beeinflußt wird und hält die für embryonale Entwicklung erforderliche Wärme für einen der wichtigsten Faktoren. So entwickeln sich die Eier des im Menschen lebenden *Ascaris lumbricoides* bei einer Temperatur unter 16° R nicht mehr und demzufolge ist derselbe auf Island unbekannt. Die Verbreitung der parasitischen Würmer wird auch durch das Vorkommen ihrer temporären Wirte sehr nachdrücklich beeinflußt, und sogar gewisse örtliche Umstände üben einen wesentlichen Einfluß darauf aus. Dem ist es somit zuzuschreiben, daß auf einzelnen Gebieten parasitische Würmer häufig, anderwärts aber selten zu finden sind.

Bothriocephalus latus ist besonders häufig in der Schweiz und in der Gegend des Genfer, Neufchateler, Brienner und Morater Sees sogar gemein. Auch an den Küsten des bosnischen und finnischen Meerbusens, d. i. in Finnland, Schweden und Rußland ist er häufig. Ab und zu kommt er auch in Deutschland, Polen und Italien selbst in Dänemark vor. Auf all diesen Gebieten wurde derselbe mit Ausnahme des Menschen, in fleischfressenden Tieren, besonders in Hunden gefunden. In Ungarn hat man ihn noch nicht angetroffen, obgleich der Hecht, die Quappe und der Barsch, in welchen seine Larven (Pleocercoiden) leben, auch in unsern Wässern häufig sind. Schon mehrmals ist zwar der Verdacht aufgetaucht, daß e

auch in unseren Fischen vorkomme, allein die betreffenden Würmer haben sich in in der Regel als *Ligula*- und *Schistoephalus*-Arten erwiesen.

Der Vortragende hat ihn in zwei Fällen gefunden, u. z. in Hunden. Im erstern Falle wurde der mit *Bothriocephalus* befallene Hund vor einigen Jahren von seinem Besitzer auch nach Rußland mitgenommen, die Infektion kann somit auch von dort herstammen. Der zweite Hund dagegen, in welchem sich drei Exemplare befanden, war in Budapest geboren und ist beständig hier gewesen, die Infektion kann somit nur hier erfolgt sein.

In Rumänien ist der Wurm von früher her bekannt und Professor BABES hat auch die Pleocercoiden im Donauhecht gefunden.

Demzufolge hält es der Vortragende für möglich, daß die Larve des *Bothriocephalus* auch in den Donaufischen vorkomme, obgleich es nicht ausgeschlossen ist, daß unsere Hunde durch aus Rumänien und Galizien importierte Fische infiziert werden. — Die Arbeit ist im *Természettud. Közlöny* (XXXVI. Bd. pag. 22—28) erschienen.

3 Der Vorsitzende Prof. G. ENTZ macht die Sektionsmitglieder aufmerksam auf das von dem Freiburger Professor HILDEBRANDT erschienene Werk *„Ähnlichkeiten im Pflanzenreich"*, in welchem die Mimicryerscheinungen behandelt sind. Hierzu bemerkt L. v. AIGNER-ABAFI, daß unter dem Titel *„Mimicry, Selektion und Darwinismus"* ein Werk ähnlicher Tendenz von PIEPERS erschienen ist. Geist und Richtung des letzten Werkes wird von DR. G. v. HORVÁTH kurz gekennzeichnet.

Sitzung am 1. Mai 1903.

1. Der Vorsitzende Prof. H. ENTZ bringt mit Trauer zur Kenntnis, daß STEPAN LENGYEL, Kanzleidirektor und Kassierer der Königl. Ungar. Naturwiss. Gesellschaft am 13. April l. J. einem längeren Leiden erlegen ist.

2. L. v. AIGNER-ABAFI legte einen neuen ungarischen Kleinschmetterling vor, nämlich eine neue *Depressaria*-Art, welche DR. FERD. UHRYK 1896 oder 1897 in Budapest entdeckt, und welche der bekannte deutsche Lepidopterologe A. FUCHS unter dem Namen *Depressaria Uhrykella* beschrieben hat. (Stettiner Ent. Zeit. 1903, pag. 244.) Außer der *D. Heydenii* ähnelt die neue Art auch der *D. marcella*, allein vermöge ihrer bedeutenden Größe und ihrer rötlichbraunen Färbung ist sie auf den ersten Blick von denselben zu unterscheiden. Die gleichfalls von DR. UHRYK aufgefundene Raupe lebt zwischen lose versponnenen Blättern von *Hypoechoris maculata*, in welchen sie übrigens Minengänge in verschiedener Richtung

anlegt; Hypochoeris kann indessen nicht ihre einzige Nahrungspflanze sein, denn der Falter kommt auch an Stellen vor, wo jene Pflanze nicht zu finden ist. Der Vortrag erschien in *Rovartani Lapok* (Entom. Blätter). (X. Band, 1903, pag. 128—130).

3. L. von Méhely berichtet in einem Vortrag *über die Frühlingstierwelt der Sandwüste von Deliblát* über seine in der zweiten Hälfte April l. J. unternommene Sammelexkursion nach der 70000 Morgen umfassenden Sandwüste von Deliblát und dem Lokva-Gebirge. Die wichtigste der zahlreichen Beobachtungen ist diejenige, daß *Lacerta taurica*, Fall. in allen Sandsteppen Ungarns vorkommt und charakteristisch für dieselben ist. Eine interessante Beobachtung ist es ferner, daß *Lacerta praticola*, Eversm., welche Vortragender vor acht Jahren bei Herkulesbad aufgefunden hat, von Herkulesbad bis Zlaticza, mithin im ganzen Gebirge längs der Donau verbreitet ist und eine charakteristische Art dieser Gebirgsgegend bildet, insofern sie anderen Gegenden Ungarns überhaupt nicht vorkommt. Der Vortrag ist in *Állattani Közlemények* (II. Bd., pag. 93—105) ausführlich erschienen.

Sitzung am 2. Oktober 1903.

Diese hundertste Sitzung der Sektion, welche den Abschluß eines Zyklus in der Wirksamkeit der Sektion bildet, wurde die Anwesenheit zahlreicher Mitglieder, der leitenden Männer der Gesellschaft, der Vertreter der Schwestersektionen, sowie vieler Gäste sich zu einem Feste gestattete. Vor der Tagesordnung hält der Vorsitzende Prof. G. Entz einen Rückblick auf die hervorragenderen Momente im 13jährigen Leben der Sektion. Die Sektion ist am 26. November 1891 zusammengetreten und hat seitdem in ihren, mit Ausnahme der Sommermonate, monatlich abgehaltenen Sitzungen eine ununterbrochene Wirksamkeit entfaltet. Dem Stabe der Gründer haben sich neue Kräfte angeschlossen, an die Stelle der im Laufe der Zeit verstorbenen Mitglieder aber ist eine eifrige junge Generation getreten. Welchen Aufschwung die Sektion, namentlich in jüngster Zeit genommen hat, seit sie über ein eigenes Organ verfügt, geht am besten aus dem Umstande hervor, daß die Zeitschrift *Állattani Közlemények* (Zool. Mitteilungen) schon im zweiten Jahre ihres Bestehens ca. 400 Abonnenten zählt. In den bisherigen 100 Sitzungen der Sektion wurde von 46 Mitgliedern 264 Vorträge gehalten. Nach dieser Eröffnungsrede, die im ganzen Umfange in *Állattani Közlemények* (II. Band, pag. 201—206) erschienen ist, begrüßte Jos. Paszlavszky, der erste Sekretär der Kgl. Ungar. Naturwiss. Gesellschaft die Sektion aufs wärmste.

Hierauf wird zur Tagesordnung übergegangen.

1. G. Horváth hält einen Vortrag *über die Mimicryerscheinungen bei den Hemipteren Ungarns* und demonstriert diejenigen Fälle von Mimicry, die er bisher im Bereiche der ungarischen Hemipteren beobachtet hat. Die einfachste Form der Mimicry ist die Farbennachahmung, die in der Anpassung an die Farbe der Umgebung besteht und bei unseren Hemipteren sehr allgemein ist, insofern die Färbung zahlreicher Arten mit derjenigen des Aufenthaltsortes (Erde, Sand, Blatt, Gras, Blumen etc.) übereinstimmt. Die Mimicry im engern Sinne, wenn nämlich nicht nur die Farbe, sondern auch die Form nachgeahmt wird, wird gleichfalls durch instruktive Beispiele bestätigt. Es gibt Arten, die leblosen Gegenständen oder gewissen Pflanzenteilen, z. B. einer kleinen Erdscholle, einer Knospe, einem Stück Baumrinde, einem trockenen Blatt oder dem Fragment eines Grashalmes gleichen. Am auffallendsten zeigt sich diese Formnachäffung an einer länglichen Schnecke (*Dorycephalus Baeri*), die der Vortragende in der Umgebung von Budapest an Weizenähren entdeckt hat und die der Spreu des Weizens zum Verwechseln ähnlich ist. Besonders interessant sind diejenigen Fälle der Mimicry, wenn irgend ein Insekt die Farbe und Form eines andern annimmt. Auch solchen Vermummungen begegnen wir in der Reihe unserer Hemipteren. Manche unserer Wanzen gleichen den Gelsen. Unter den Feldwanzen (Capsiden) aber ist es durchaus nicht selten, daß sie den Ameisen gleich sehen, in einzelnen Fällen ist diese Ähnlichkeit eine so große, daß nur das geübte Auge des Fachmanns die nachahmende Wanze von der nachgeahmten Ameise zu unterscheiden vermag.

2. L. v. Méhely hält einen Vortrag über *Lacerta mosoriensis in ihrem phylogenetischen Zusammenhang* und demonstriert diese für die Fauna von Ungarn nach Eidechsen, welche Padewieth im Komitate Lika Krbava, im Velebitgebirge gesammelt hat. *L. mosoriensis* erscheint auf den ersten Blick als eine zur Verwandtschaft von *L. muralis* gehörige Art, allein auf Grund der einzelnen Untersuchungen des Vortragenden ist die Ähnlichkeit zwischen den beiden Arten nur eine oberflächliche, denn L. mosoriensis steht — laut dem Vortragenden — mit dem vom syrischen und cyprischen *L. laevis*, Gray ausgehenden und in *L. danfordi*, Gthr., *L. graeca*, Bedr. und *L. oxycephala*, Db. sich spaltenden Eidechsenstamm in verwandtschaftlicher Beziehung und zwar derart, daß der auf die Balkanhalbinsel eingewanderte Zweig der kleinasiatischen *L. danfordi* in zwei Teile zerfiel, woraus dann einerseits *L. graeca* und *L. oxycephala* andererseits aber *L. mosoriensis* entstanden sind. Letztere Art ist somit laut dem Verfasser, nebst *L. graeca* und *L. oxycephala* ein Abkömmling von *L. danfordi*, jedoch derart, daß *L. graeca* und *L. oxycephala* in näherer Verwandtschaft zu einander

stehen, als zu *L. mosoriensis*. Der Vortrag ist in *Állattani Közlemények* (II. Bd. pag. 212—220) erschienen.

3. St. v. Rátz hält einen Vortrag *über den Dimorphismus der Fadenwürmer*. Das augenfälligste Beispiel von geschlechtlichem Dimorphismus bildet der zu den Gephyreen gehörige *Bonellia viridis*, Roll., dessen Weibchen die zwerghaften Männchen in den Genitalapparaten tragen. Noch eigentümlicher ist diese Erscheinung bei den parasitischen Tieren, insofern durch die günstigen Nahrungsverhältnisse alle zur Ortsveränderung dienenden Organe überflüssig gemacht werden und durch die veränderten Lebensverhältnisse auch die Körperform sich ganz umgestalten kann. Infolge des Drucks des mit Eiern erfüllten und sehr ausgedehnten Ovariums können am Körper des Weibchens Fortsätze entstehen, in welche die Genitalwerkzeuge hineinwachsen, oder aber der ganze Körper wird einem unförmigen Schlauch gleich. Dem sind jene überraschenden Formverschiedenheiten zuzuschreiben, die man an den Weibchen des an den Wurzeln der Zuckerrübe parasitisch lebenden Fadenwurmes, *Heterodera Sachtii*, wahrzunehmen sind. Dieselben nehmen eine zitronenförmige Gestalt an und werden nach dem Hinschwinden der inneren Organe gleichsam zu Brutbehältern, welche 300—400 Eier enthalten. Noch eigentümlicher ist die in der Körperhöhle der Erdbienen *(Bombus terrestris et hortorum)* lebende *Sphaerularia bombi*. Die Weibchen derselben tragen einen Schlauch, der 15 bis 20000 mal größer ist als ihrer Körper, und in welchen alle Genitalorgane eindringen. Der Wurm selbst geht dann in vielen Fällen zugrunde, aber der Schlauch, welcher nichts anderes ist, als die überaus herangewachsene Scheide, lebt fort. Die Scheide der Weibchen der in der *Cecidomyia pini* parasitisch lebenden *Atractonema gibbosum* fällt gleichfalls vor und verwandelt sich in einen allmählich anwachsenden buckelartigen Wulst, welcher die Genitalorgane einschließt. Vielfach erinnert an die genannten *Tropidocerca fissispina*, welche der Vortragende im Drüsenmagen der Stockente und Hausente fand, wo das eiförmige Weibchen öfters in den Drüsen nistet. Die *Simondsia paradoxa* aber hat derselbe im Magen von Schweinen gefunden, u. z. die Weibchen, deren kegelförmiger, mit winzigen Blasen bedeckter Körper in die Schleimhaut eingebettet ist. Sowohl bei *Tropidocerca*, als auch bei *Simondsia* ist der Körper des Weibchens nur an den beiden Enden fadenförmig. Die Weibchen all dieser eigentümlichen Arten weichen ab von der gewöhnlichen Form der Fadenwürmer, wogegen die Männchen die charakteristische fadenartige Form beibehalten haben.

Sitzung am 6. November 1903.

1. A. Mocsáry hält einen Vortrag *über die Erdbienen (Bombus).* Zunächst schildert er die Lebensweise der Erdbienen und erwähnt, daß bisher ca. 180 Arten bekannt sind. In Süd-Afrika und Australien gibt es keine autochthone Arten. In Europa lebten 38, in Ungarn 24 Arten. Die Engländer haben vor ungefähr 30 Jahren Bombusarten in Australien und Neu-Seeland importiert, um die Bestäubung des dort heimischen Klees zu befördern. Klimatische Einflüsse und teilweise auch die veränderte Lebensweite haben schon während der kurzen Zeit solche Farbenveränderungen hervorgebracht, daß man die importierten leicht für andere Arten halten könnte, wenn sie ihre charakteristischen morphologischen Merkmale nicht beibehalten hätten. Der Vortragende legt die zwei Formen aus Neu-Seeland und die ungarischen Arten vor.

2. A. Schwalm demonstriert unter dem Titel *„Die See-Fledermaus (Myotis dasycneme Boie) in Ungarn"* die 21. in Ungarn vorkommende Fledermausart, deren eingehende Beschreibung er nach jenen Exemplaren gibt, die E. Klapka 1900 am Palicser See erlegt hat.

3. E. Csiki hält einen Vortrag *über die historische Entwickelung des Systems der Coleopteren.* Von der Einteilung Linnés aus dem Jahre 1758 übergeht der Vortragende zu dem System von Latreille, welches seiner Einfachheit halber in Lehrbüchern noch heute in Anwendung ist, obgleich es den Anforderungen eines natürlichen Systems in keiner Weise entspricht. Latreilles System wurde später von Gyllenhal, dann von Erichson, Lecordaire und Thomson weiter entwickelt. Oken und ihm folgend Matschulsky teilten die Käfer auf Grund ihrer Nahrung ein und obgleich es unleugbar ist, daß die gleiche Nahrung viele Ähnlichkeiten im Organismus hervorruft, läßt es sich dennoch schwer entscheiden, ob die Nahrung irgend einer Gruppe von Alters her dieselbe, oder das Resultat einer neuen Anpassung ist. Der erste Versuch eines natürlichen Systems knüpft sich an die Namen der Amerikaner Lecont und Horn und die späteren Systematiker haben sich nur durch die Weiterentwickelung des Systems Verdienste erworben. In neuerer Zeit waren die Versuche von Lameere und Kolbe nur in einzelnen Details erfolgreich; ihr neues System ist äußerst unvollkommen. In unseren Tagen hat Ganglbauer auf diesem Gebiete gründliche Studien unternommen. Sein System nähert sich in vieler Hinsicht einer natürlichen Einteilung, bedarf aber in den Details eines weiteren Aufbaus. Zum Schluß bespricht der Vortragende das System von Ganglbauer in eingehender Weise.

Sitzung am 11. Dezember 1903.

Prof. G. Entz hält einen Vortrag *über die Farbe der Tiere und die Mimicry*. I. Über die Farbe der Tiere im allgemeinen.

Nachdem die sogenannte biologische (oekologische) Erklärung der Farben und Farbenmuster der Tiere, sowie der unter der Bezeichnung Mimicry zusammengefaßten Erscheinungen nicht nur mit der Deszendenzlehre, sondern auch mit der Selektionstheorie im innigen Zusammenhange steht, so hält der Vortragende in der Einleitung seiner Abhandlung einen kurzen Rückblick auf den heutigen Stand und die bedeutenderen Theorien der Deszendenzlehre. In kompetenten Kreisen wird als allgemeine Wahrheit angenommen, daß die Mannigfaltigkeit der Lebewesen sich unter der Einwirkung natürlicher Faktoren entwickelt hat, dagegen ist es noch immer streitig, welches die Faktoren sind, welche die natürliche Entwickelung einleiten und dirigieren. Die Abweichung der Meinungen dreht sich hauptsächlich darum, ob die Selektion eine so hohe züchtende Kraft besitzt, als Darwin und Wallace besonders aber die neueren Selektionisten diesem Faktor zuschreiben. Hinsichtlich dieser These stehen zwei Auffassungen einander schroff gegenüber: die eine (Weisman und seine Jünger) verkünden die Allmacht der Selektion, die andere (Eimer und seine Anhänger) die gänzliche Machtlosigkeit derselben. Es besteht indessen noch eine dritte Auffassung, welche den Grundsatz in medio veritas vor Augen hält und die Selektion in Gemeinschaft mit anderen Faktoren eine wirksame Bedeutung zuerkennt.

Im zweiten Teile seiner Abhandlung behandelt der Vortragende die Farben ganz im allgemeinen und erörtert die physikalisch-chemischen Eigenschaften, die Entwickelung und physiologische Bedeutung der Farben, sowie die Untersuchungen und Theorien, welche die Art der Entstehung und den physiologischen Wert der Farben und Muster, sowie die Modifikation derselben in phylogenetischer Reihe zu erklären suchen. Als Endresultat seiner Auseinandersetzungen spricht er aus, daß schon unsere heutigen lückenhaften Kenntnisse von der Farbe der Tiere hinreichen, um allgemeine Resultate daraus abstrahieren zu können. Dieselben lassen sich in folgende drei Punkte zusammenfassen.

1. Die Farben sind nicht Resultate richtungsloser Veränderungen, welche, nachdem sie zufällig aufgetreten, durch die regelnde Hand der Selektion geordnet werden, sondern sie entwickeln sich unter dem Einfluß teils äußerer, teils innerer (konstitutioneller) Faktoren notgedrungen, u. z. nach bestimmten Gesetzen, welche wir indessen zur Zeit noch sehr fragmentarisch und nur in einem gewissen Grade kennen.

2. Auf die Entwickelung der Farben übt in erster Reihe und

vor allem anderen der Stoffwechsel einen entscheidenden Einfluß aus, weshalb das Problem der Farben hauptsächlich ein physiologisch-chemisches ist.

3. Hieraus aber folgt, daß die einseitige Beurteilung der Farben aus biologischen (oekologischen) Gesichtspunkten nicht zur Lösung dieser verwickelten Frage führen kann.

B) Fachsektion für Botanik.

(Mit Benutzung der in *Növénytani Közlemények* Band II und III erschienenen Sitzungsberichte, referiert von J. Bernátsky.)

Sitzung am 14. Januar 1903.

1. Vorsitzender Julius Klein begrüßt die im neuen Jahre gegenwärtig zum erstenmal wieder versammelten Mitglieder und wirft einen Rückblick auf das Wirken der Sektion im verflossenen Jahr.

2. S. Belulescko legt vor die Arbeit R. Róths: *„Vergleichende Anatomie des Blattes der ungarischen Ericaceen"* * (Kolozsvár 1902, 46 p., 19 Fig.). Sie behandelt die anatomischen Verhältnisse des Blattes vor allem in systematischer, aber nebstdem auch in physiologischer und ökologischer Beziehung von 19 Arten mit 10 Gattungen.

3. S. Mágocsy-Dietz legt zwei Arbeiten L. Hollós' vor: a) *„Zwei neue Lycoperdon-Arten"*. *Lycoperdon pseudopusillum* n. sp. unterscheidet sich von *L. pusillum* Pers. durch warzig-rauhe Sporen und kommt in Florida, aber ferner auch in Brassó und Resicza vor. *Lycoperdum pseudumbrinum* n. sp. unterscheidet sich von *L. umbrinum* durch stets gestielte Sporen und ist aus Süd-Carolina bekannt.

b) *„Die Hypogaeen des Nógráder Komitates"*. Aus Ungarn sind nunmehr 60 *Hypogaeen*-Arten bekannt, wobei im Nógráder Komitat allein 20 Arten vorkommen. Dem Forstmeister V. Kondor gebührt das Verdienst, nicht nur die meisten Daten zum Material der Arbeit beigetragen zu haben, sondern auch eine künstliche Vermehrung der unterirdischen Pilze durch Versetzung von Eichen, die aus trüffelhaltigen Wäldern stammten, versucht zu haben.

4. J. Kümmerle bespricht das Werk *„Die Botanische Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums"*, das aus Anlaß des hundertjährigen Jubiläums des Ungarischen Nationalmuseums vom Museum herausgegeben wurde und kürzlich erschien.

5. D. Papp legt vor seine Arbeit *„Beiträge zur Kenntnis der Anatomie des Iris-Blattes"*. Den Gegenstand seiner Untersuchungen bildeten

* In den vorliegenden Sitzungsberichten ist der Titel jedes angeführten ungarischen Werkes ins Deutsche übertragen.

hauptsächlich die ungarischen Arten der Gattung *Iris*, wie *I. arenaria* L., *I. variegata* L., *I. pumila* L., *I. Reichenbachii* Heuff., *I. pseudacorus* L., *I. sibirica* L., *I. spuria* L., *I. Gueldenstaedtiana* Lep., *I. subbarbata* Joó. Er besprach je für sich das Hauptsystem, das mechanische System, das Leitungs-, Assimilations-, Sekretions- und Durchlüftungssystem des Blattes der Gattung *Iris*, ferner die anatomischen Charaktermerkmale der einzelnen Arten, sowie die der Sektion Apogon- und Pogon-Iris.

6. K. Schilberszky hielt einen Vortrag unter dem Titel *„Neuere teratologische Fälle"*, indem er vorlegt und bespricht: a) Phyllodie des Kelches bei einer Gartenrose, b) Fasziation der Hauptachse einer Traube von *Vitis vinifera*, c) Dédoublement mehrerer Blütenteile bei *Tulipa Gesneriana* und d) Adhäsion zweier gegenständiger Blätter von *Syringa vulgaris*. Die zwei letzteren Fälle stammen aus der Sammlung E. Csikis.
7. L. Thaisz bespricht unter dem Titel *„Beiträge zur Kenntnis der Flora des Csongrader Komitates"* seine in Angriff genommene Arbeit und erwähnt mehrere in diesem Komitat aufgefundene und gesammelte Blütenpflanzen.

Sitzung am 11. Februar 1903.

1. Vorsitzender Julius Klein begrüßt das anwesende Mitglied J. Feke[illegible] aus Anlaß seines Jubiläums, das sich auf dessen 40jährige v[illegible]r dienstvolle Wirksamkeit im Dienste des botanischen Gartens [illegible]e Universität in Budapest bezieht und wünscht ihm auch ferner[illegible] i[illegible] Gesundheit und Ausdauer zur Erfüllung seines Berufes, den [illegible]e bisher, mit außerordentlichen theoretischen und praktischen Ken[illegible]t nissen begabt, erfolgreich pflegte.
2. Gy. v. Istvánffi legt vor und bespricht sein Werk über *Coniol[illegible] rium Diplodiella, White rot des Weinstockes*, das in ungarischer u[illegible] französischer Ausgabe in den Annalen der Ampelologischen Zentr[illegible] anstalt kürzlich erschien. Das Werk zeichnet sich unter ander[illegible] durch seine Reichhaltigkeit an kolorierten Tafeln aus.
3. Z. Szabó berichtet über *„eine blühende Agave attenuata im Bo[illegible] nischen Garten der Universität in Budapest"* und zeigt eine pho[illegible] graphische Aufnahme derselben vor. Das Exemplar, von dem [illegible] Rede ist, stammt aus der Gärtnerei des erzherzoglichen Schlos[illegible] in Alcsúth und gelangte im Jahre 1883 unter die Obhut J. Feket[illegible] des Obergärtners des Botanischen Gartens. Am 14. Dezember 19[illegible] wurde zunächst eine rege Entwicklung der Inflorenszenzachse [illegible] Pflanze konstatiert, binnen zwei Monaten erreichte sie eine Län[illegible] von 2,5 m. Nach beiläufiger Schätzung dürfte sie etwa 5000 Blüt[illegible] tragen.

4. L. Thaisz legt vor und bespricht zwei pharmazeutisch-botanische Lehrbücher K. Schilberszkys.

5. J. Tuzson hält einen Vortrag unter dem Titel *„Über die Zersetzung und Konservierung des Buchenholzes"*. Vgl. den XIX. Band dieser Berichte p. 242—282.

Sitzung vom 11. März 1903.

1. K. Bartal berichtet über das *„Vorkommen von Schoenus ferrugineus L. im Szepeser Komitat"*. Er fand die Pflanze in einem Moorsumpfe bei Szepes-Teplicz. Zugleich zählt er sämtliche Literaturangaben auf, die sich auf das Vorkommen dieser Pflanze in Ungarn beziehen.

K. Flatt bemerkt hierzu, daß diese, in Ungarn höchst seltene Art, auch im Árvaer Komitat und zwar in Stankora vorkommt, wo sie 1899 von M. Wetschky gefunden wurde.

2. E. Gombocz hält einen Vortrag unter dem Titel *„Die erste ungarische Pflanzenenumeration von Deccard"*. K. J. Deccard (1686 bis 1764) war seinerzeit Rektor des Lyceums in Sopron und schrieb eine Arbeit „Flora Semproniensis", die in einer Abschrift in der Bibliothek des ev. Lyceums in Sopron vorhanden ist. In der Arbeit werden 1098 Pflanzen mit Standortsangaben aus der Umgebung der Stadt aufgezählt und zahlreiche, genau gekennzeichnete Varietäten und Formen erwähnt, die erst später als systematisch selbständige Formen anerkannt und benannt wurden. Sie stammt aus den Jahren 1739—40 und ist somit die erste Enumeration, die von einem Ungarn herrührt und über ein ungarisches Gebiet handelt.

3. Gy. v. Istvánffi hält zwei Vorträge: a) *„Neue Rebenschädlinge in Ungarn"*.

1. Vortragender beobachtete schon seit mehreren Jahren, daß *Ithyphallus impudicus* auf europäischen, nicht veredelten Reben als Parasit auftritt, ja schließlich selbst Absterben des Rebenstockes herbeiführt. Das Auftreten des genannten Pilzes als Parasit war bisher unbekannt und deswegen erforderte das Studium dieses Pilzes aus praktischen Gründen ein besonderes Interesse. Als neu zu bemerken ist auch, daß der Fruchtkörper des Pilzes auf sandigem Boden jährlich zweimal erscheint, und zwar Ende Mai und im August. Die schnurartigen ansehnlichen Myceliumstränge wachsen in die Rebenwurzel hinein und durchbohren sie in ihrer ganzen Länge, oder aber sie schmiegen sich der Wurzel an und entsenden in die Wurzelrinde Haustorien. Zuförderst fällt die Rinde, namentlich der Bast zum Opfer des Parasiten, nachträglich geht infolge des eindringenden Myceliums auch das Holz zugrunde, das von jenem kreuz und quer durchzogen wird. Endlich werden auch

neue Daten über den mikroskopischen Aufbau des Myceliums und der Myceliumstränge mitgeteilt. Vortragender begleitet seine Ausführungen mit der Vorlage mehrerer mikroskopischer und kolorierter Zeichnungen.

2. In den von *Ithyphallus* getöteten Wurzeln beobachtete Vortragender auch *Coepophagus-Rhizoglyphus echinopus*, welcher Parasit bisher aus Frankreich, nicht aber aus Ungarn bekannt war. Doch kann dessen Auftreten in Ungarn vorderhand nicht als gefährlich betrachtet werden, da es sich auf kranke, abfaulende Rebenwurzeln bezieht. Allerdings muß bemerkt werden, daß *Coepophagus* auch ins Holz eindringt, was VIALA und MANGIN nicht beobachteten.

b) *„Grundlegende Versuche zur Bekämpfung von Botrytis und Monilia."* Vortragender befaßte sich mit der Untersuchung der Lebensfähigkeit der Sporen von *Botrytis cinerea*, *Monilia fructigena* und *Coniothyrium Diplodiella*, indem er den Einfluß der Temperatur und der zur Vernichtung der betreffenden Pilze gebräuchlichen oder noch zu erprobenden Mittel experimentell studierte, und zwar mit Berücksichtigung des Alters der Sporen. Sehr bemerkenswert ist das Ergebnis, daß die Sporen der erwähnten Arten 24 Stunden lang auch in starker Bordeaux-Brühe (die bis zu 3—4—5 % gebraucht wurde) getaucht, ihre Keimkraft bewahrten. Noch wichtiger erscheint das Ergebnis, daß die Pilzsporen in einem Tropfen 0,5 prozentiger Calciumbisulfitlösung getötet werden, sobald sie bloß ihrer 50—60 sind, dagegen zum teil keimkräftig bleiben, wenn ihrer mehrere vorhanden sind. Daraus läßt sich die Quantität der zur Tötung einer einzelnen Spore nötigen Lösung berechnen. Schließlich wird noch der Untersuchungen des Verfassers über den Einfluß der Calciumbisulfitlösung im kurzen Zeitraum von 15 bis 30 Minuten gedacht, was zur direkten Bekämpfung der Pilzkrankheiten in kürzester Zeit führt. Der Kern der Sache läuft demnach darauf hinaus, daß die Sporen in tunlichst kurzer Zeit, solange nämlich die Lösung noch in tropfbarflüssigem Zustand auf der Pflanze vorhanden ist, getötet werden, also noch bevor die Lösung eintrocknet.

Zu dem Gegenstand spricht in längerer Ausführung S. SCHILBERSZKY, indem er seine eigenen auf *Monilia* sich beziehenden Untersuchungen erwähnt, durch die er teils zu ähnlichen Resultaten gelangte, wie Vortragender, aber nebstdem auch auf die besonderen Schwierigkeiten hinweist, die die Bekämpfung der *Monilia*-Krankheit in der Praxis mit sich bringt.

4. L. THAISZ legt blühende, frische Exemplare von *Bulbocodium ruthenicum BUNGE* vor, die er bei Hosszu-Pályi im Biharer Komitat auf sandigen Feldern und Waldesrändern unlängst auffand. Die in d

ungarischen Flora seltene Pflanze wurde in Ungarn zuerst von S. Diószegi im Jahre 1812 bei Debreczen im ungarischen Tiefland, dann wieder erst vom Oberphysikus Hein im Jahre 1864 in Berek-Böszörmény im Biharer Komitat gefunden.

D. Oláh spricht über den *„Einfluß der Elektrizität auf die Vegetation"*.

L. Hollós' Arbeit *„Geasteropsis nov. gen."* wird vorgelegt von S. Mágocsy-Dietz. Die Arbeit handelt über eine neue aus Afrika stammende Gasteromycetengattung.

Sitzung am 1. April 1903.

1. B. Lengyel berichtet über „das Auftreten von *Hypenantron fragrans Balb.* in Ungarn", die er gelegentlich eines Ausfluges unter der Leitung L. Simonkais bei Alsó-Galla (Komitat Komárom) sammelte. Dieses Lebermoos ist für die Flora Ungarns ganz neu.
2. Derselbe legt vor eine *Kollektion von Baumstämmen aus Paraguay*, die von J. D. Anisits dem Botanischen Institut der Budapester Universität geschenkweise zugesandt wurden. Anisits, ein geborener Ungar, der gegenwärtig in Assuncion als Professor der Botanik wirkt und sich mit der botanischen Durchforschung des Landes befaßt, erwies seine Anhänglichkeit an sein Geburtsland schon zu wiederholtenmalen, wie auch diesmal durch reichhaltige und wertvolle Sendungen.
3. B. Augustin spricht *„über den Öffnungsmechanismus der Antheren bei den Solanaceen"*. Bei *Capsicum annuum* und *Atropa Belladonna* ist der äußere Teil der Scheidewand der Antheren sehr breit. Die von der Öffnungsschicht ausgeübte Kraft würde nicht hinreichen, die Wand der Antheren an jener Stelle aufzureißen. Zur Zeit der Reife verschwinden aus der subepidermalen Zellschicht die in großer Menge vorhanden gewesenen Calciumoxalatkrystalle, diese Zellschicht selbst löst sich auf und erst jetzt vermag die Antherenwand sich zu öffnen.
4. J. Ernyey hält einen Vortrag über *„slavische Beiträge in der ungarischen botanischen Literatur"*, indem er die Ergebnisse seiner literarischen Studien mitteilt, die sich auf die Revision und Zusammenstellung derjenigen tschechischen, polnischen und slavischen Schriften botanischen Inhalts beziehen, die für Ungarn Interesse haben.
5. L. Fialowski legt vor und bespricht den von Wagner ins Ungarische übertragenen, von Mágocsy-Dietz revidierten Hoffmannschen Pflanzenatlas. Die ungarische Übersetzung enthält zahlreiche, den ungarischen Verhältnissen angepaßte Verbesserungen, Zusätze und auch drei neue Tafeln.
6. Gy. v. Istvánffi hält einen Vortrag unter dem Titel *„Beiträge zur*

Kenntnis der Wurzelpilze des Weinstockes", indem er zunächst eine kurze Übersicht über die wurzelbewohnenden Pilze des Weinstockes bietet, um dann auf seine eigenen Untersuchungen näher einzugehen. *Dematophora (Rosellinia) necatrix* und besonders *D. glomerata* sind in Ungarn ganz allgemein verbreitet und das Vorkommen der letzteren Art beschränkt sich durchaus nicht auf die Sandweingärten, wie man das bisher annahm. Besonders in den Veredlungsschulen richtet *D. glomerata* großen Schaden an. Auch *Hypholoma fasciculare* ist ein Rebenschädling, indem die gelblichbraunen Rhizomorphenstränge dieses Pilzes die unterirdischen Teile des Weinstockes angreifen. Vortragender legt in Begleitung seines Vortrages kolorierte Illustrationen vor, die die morphologischen Verhältnisse der genannten Pilze genau demonstrieren.

7. Gy. v. Istvánffi spricht ferner *„über die Sclerotien von Botrytis cinerea auf Weinbeeren"* und teilt die Resultate seiner diesbezüglichen zweijährigen Untersuchungen mit, die besonders auf die Entwicklung des Pilzes gerichtet waren. Die Sclerotien von *Botrytis cinerea* — des Erregers der „Edelfäule" — erscheinen sowohl auf den Beeren der heranreifenden Weintrauben als auch auf den heranreifenden Reben. Vom praktischen Standpunkt wichtig ist der Umstand, daß die Sclerotien auf den Beeren an einen gewissen Entwicklungszustand der „Schwarzfäule" (*Guignardia Bidwellii*) erinnern und mit diesem leicht verwechselt werden, umsomehr, weil in den Botrytis-Sclerotien auch *Verticillium*-Formen sich einnisten und sie in diesem Zustande mit der Conidienform der Schwarzfäule viel Ähnlichkeit aufweisen.
8. S. Javorka berichtet über *„neuere Standortsangaben"* von 30 Phanerogamen aus Ungarn.
9. Z. Szabó spricht über *„Phyllosticta sabalicola n. sp."*, die er im Palmenhause des Botanischen Gartens in Budapest auf *Sabal Blackburnianum* saprophyt lebend entdeckte. Die Art, die mit *Ph. peretto* und *Phoma Sabaleos* noch verwandt ist, zeichnet sich durch subepidermale Pykniden und durch 13—14 μ messende Sporen aus.
10. Schriftführer K. Schilberszky meldet, daß von der in *Növényta-Közlemények* Bd. II, Heft 1 erschienenen Hollósschen Arbeit über die Verbreitung der Trüffel in Ungarn 200 Separatabdrucke angefertigt wurden, behufs Überreichung an das kgl. ungar. Ackerbauministerium, das für die Verteilung der Abdrucke an die Forstämter sorgt.

Schließlich beschließt die Sektion zu Pfingsten einen botanischen Ausflug nach Selmeczbánya und Umgebung zu unternehmen; mit der Arrangierung und Vorbereitung des Ausfluges wird der Schriftführer betraut.

Sitzung am 14. Mai 1903.

1. Vorsitzender JULIUS KLEIN gedenkt pietätsvoll des am 13. April erfolgten Ablebens des Kanzleidirektors der Gesellschaft, J. LENGYEL.
2. K. BARTAL hält einen Vortrag unter dem Titel *„Beiträge zur Kenntnis der Vegetation des Baba-Gebirgsstockes in den Karpaten"*. Die Arbeit erhielt von der Universität in Budapest einen Preis.
3. L. SIMONKAI hält einen Vortrag unter dem Titel *„Die im Königreich Ungarn vorkommenden Pulmonaria-Arten und -Varietäten nebst ihren richtigen Lebenserscheinungen"*. Vortragender bespricht die bekannte und höchst wertvolle „Monographia Pulmonariorum" KERNERS, die im Jahre 1878 erschien und seitdem allerdings mehrfacher Berichtigungen bedarf. *P. obscura* DUMORT. hat sich als eine Standortsform der gemeinen *P. officinalis* erwiesen. Vortragender befaßt sich ferner mit der Morphologie und Verbreitung sämtlicher bekannten *Pulmonaria*-Arten und -Formen, um schließlich die ungarischen Arten eingehend zu würdigen.
4. M. PÉTERFIS Arbeit *„Bryologische Mitteilungen"* wird vorgelegt von K. SCHILBERSZKY. Neu für Ungarn sind folgende Arten: *Thuidium Philibertii* MITT. mit *var. pseudotamarisci* LIMPR. (Déva) und *Amblystegium pachyrrhizon* LINDB. (Nagyág).
5. Schriftführer K. SCHILBERSKY legt das für den zu Pfingsten zu veranstaltenden Ausflug projektierte Programm vor, das folgendermaßen lautet: Abreise von Budapest am 30. Mai morgens um 7 Uhr 30 Minuten; Ankunft in Selmeczbánya mittags 1 Uhr 49 Minuten; nachmittags Besichtigung der kgl. ungar. Akademie für Bergbau und Forstwirtschaft. Am 31. Mai Ausflug auf den Szittnya. Am 1. Juni Ausflug nach Vihnye; Rückreise nach Budapest noch denselben Tag.

Sitzung am 10. Juni 1903.

1. Vorsitzender JULIUS KLEIN berichtet über den Verlauf des Pfingstausfluges der botanischen Sektion nach Selmeczbánya, an der 15 Mitglieder der Sektion teilnahmen. Zugleich spricht er im Namen der Sektion dem Mitgliede J. TUZSON, der im Interesse des Ausfluges, sowie jedes einzelnen der Teilnehmer sich außerordentliche Mühe gab, seinen Dank aus.

   Im Anschluß daran ergreift S. MÁGOCSY-DIETZ das Wort und richtet an den Schriftführer K. SCHILBERSZKY, der für die Vorbereitung und Organisierung des Ausfluges bemüht war, Worte des Dankes.
2. Á. v. DEGEN reicht eine *„Vorlage im Interesse der botanischen Nomenklatur"* ein.
3. Derselbe legt das von der kgl. ungar. Samenkontrollstation heraus-

gegebene und von ihm dirigierte Exsikkatenwerk *„Sammlung der ungarischen Gramineen"*, und zwar dessen II. und III. Band vor.

4. B. Fenyó spricht über *„pflanzenphysiologische Wirkung des Kupfervitriols"*, indem er seine eigenen diesbezüglichen Untersuchungen erwähnt und deren Resultate mitteilt.
5. L. Kovács' Arbeit *„Chemische Eigenschaften, physiologische Rolle und Entstehung des Anthokyans"* wird vorgelegt von O. Varga. Verfasser verarbeitete in seiner Arbeit sämtliche einschlägige literarische Angaben, die er mit seinen eigenen Untersuchungen erweiterte. Letztere beziehen sich hauptsächlich auf die chemische Erforschung des Anthokyans, das er in Übereinstimmung mit Overton als ein Glykosid kennzeichnet, dessen einer Bestandteil Traubenzucker ist.
6. L. Ordódys Arbeit *„Textilerzeugnisse aus den Fasern ungarischer Pflanzen"* wird vorgelegt von L. Fialowsky. Verfasser weist darauf hin, daß die aus den englischen Kolonien kommenden Rohstoffe der Jutefabrikate durch ungarische Rohstoffe ersetzt werden können. Namentlich das Bast der Weiden, dann das Bast derjenigen Blätter, die den Maiskolben umgeben, sowie auch das der schmalblättrigen *Typha*-Arten geben ein brauchbares Rohmaterial ab.
7. K. Schilberszky berichtet *„über einen eigentümlichen Fall der Fasziation der Weinrebe"*, wobei die Fasziation mit Spiraldrehung des Organs verbunden war.
8. J. Tuszons Arbeit *„Über den spiralen Bau der Zellwände in den Markstrahlen"* wird vorgelegt von Julius Klein. Wenn wir eine Buchenholzscheit in tangentialer Richtung spalten und auf der Spaltfläche die Markstrahlen mikroskopisch untersuchen, so finden wir, daß den Markstrahlen spiral gedrehte Bänder entstammen, die darauf hinweisen, daß die Wand der Markstrahlzellen selbst spiralig gebaut sein muß. Der spirale Bau der Markstrahlen ist auch an anderen Hölzern nachzuweisen.
8. Schriftführer K. Schilberszky meldet, daß laut Bekanntmachung der Arrangierungskommission des im Jahre 1905 in Wien stattfindenden Internationalen botanischen Kongresses ein Studienausflug der Kongreßmitglieder nach Ungarn geplant ist. Demgemäß betraut die Sektion eine Kommission zur Festsetzung der näheren Details des Ausfluges.

Sitzung am 14. Oktober 1903.

1. Vorsitzender Julius Klein begrüßt die nach den Ferien zum ersten mal wieder versammelten Mitglieder der Sektion.
2. J. B. Kümmerle hält einen Vortrag: *„Ein neuer Standort von Waldsteinia trifolia Rochel"*, welche Pflanze er im Komitate Csik, im „Száraz patak" genannten Tale des Gebirges „Fekete hagymás" in

Gemeinschaft mit *Tussilago Farfara* L., *Viola biflora* L., *Symphytum cordatum* W. K., *Valeriana tripteris* L., *Deutaria glandulosa* W. K., *Veronica Chamaedrys* L. und *Petasites albus* (L.) am 21. Mai 1903 blühend auffand. Vortragender erwähnt ferner, daß aus Prioritätsrücksichten ihr Name richtigerweise *Waldsteinia trifolia Rochel ap. Koch* zu lauten hätte.

3. A. Scherffel hält einen Vortrag unter dem Titel *„Neuere Beiträge zur Kenntnis der niederen Organismen Ungarns"* und zählt mehrere für Ungarn neue Arten von Chytridineen, Ancyliotineen, Flagellaten und Schizomyceten, sowie einen Rhizopoden auf, indem er zugleich einige derselben kritisch beleuchtet. Als neue Art wird *Gonium sacculiferum* Scherff. aufgestellt.
4. J. Wallners Arbeit *„Enumeration der Phanerogamen- und Kryptogamenflora von Sopron"* wird vorgelegt und besprochen von L. Fialowsky. Die Arbeit erschien im Programm der Soproner Staats-Oberrealschule und ist die Frucht 30jährigen eifrigen Sammelns. Es werden in ihr 1300 Arten namhaft gemacht.
5. L. Fialowsky begrüßt die durch A. Lehr bewerkstelligte ungarische Übersetzung des Gedichtes *„Armensünderblume"* von Heinrich Heine und weist darauf hin, daß unter diesem Namen sicherlich eine *Hesperis*-Art, sehr wahrscheinlich *H. tristis* oder *H. runcinata* zu verstehen ist; er übersetzt die deutsche Benennung ins Ungarische mit „siralomvirág".
6. Ein von J. Paszlavszky eingeschicktes Blatt der Roßkastanie (*Aesculus Hippocastanum*) von farnwedelförmiger Gestalt wird vorgelegt und demonstriert von L. Thaisz. Die farnwedelartige Ausbildung wird durch Frosteinwirkung erklärt.

Sitzung am 11. November 1903.

1. J. Bernatsky hält einen Vortrag *„Zur Frage des Ruscus-Phyllocladiums"*. Die breiten, spreitenförmigen Assimilationsorgane von Ruscus werden allgemein als Caulomgebilde betrachtet und demgemäß mit dem Namen Phyllocladien bezeichnet. Hin und wieder tauchen aber in der Literatur auch konträre Meinungen auf. Die eingehenden morphologischen, ontogenetischen und anatomischen Untersuchungen des Vortragenden ließen aufs bestimmteste erkennen, daß die erwähnte, allgemein herrschende Auffassung die richtige ist.
2. L. Simonkais Arbeit *„Weitere Beiträge zur Kenntnis der Vegetation von Budapest und Umgebung"* wird vorgelegt von L. v. Thaisz. Es werden in dieser Arbeit mehrere neue Erscheinungen der Flora von Budapest erwähnt, sowie einige ältere Angaben berichtigt.
3. L. v. Thaisz berichtet unter dem Titel *„Über das Vorkommen der Euphorbia humifusa Willd und E. Chamaesyce im siebenbürgischen*

Teile Ungarns" über das Vorkommen der im Titel erstgenannten Pflanze bei Drassó (Komitat Alsó-Fehér), die er dort für Ungarn neu entdeckte, deren Vorkommen aber in Ungarn nicht als ursprünglich zu betrachten ist, sondern die bloß einen Ankömmling vorstellt. Im siebenbürgischen Florengebiet konnte er auch die zweitgenannte Euphorbia-Art aufs neue feststellen, nachdem dieselbe schon bei BAUMGARTEN 1816 Erwähnung fand. Die zwei Euphorbia-Arten werden miteinander leicht verwechselt.

4. K. SCHILBERSZKY erwähnt eines Wallnußbaumes (*Juglans regia*) bei Érd (Komitat Fejér), der trotz seiner 25 Jahre niemals männliche Blütenkätzchen anlegte, aber reichlich Nüsse brachte. Von diesem Baum stammende Nüsse übergibt er mehrere dem botanischen Garten der Budapester Universität zu dem Zwecke, um mit denselben Versuche und Beobachtungen über Vererbung anzustellen. Ferner gedenkt er auch im kommenden Frühjahr von dem Baume Pfropfreise zu erhalten, an dem man schon nach etlichen Jahren sehr wahrscheinlich das Ausbleiben der Blütenkätzchen wird konstatieren können.
5. V. v. BORBÁS sandte der Sektion zur Ansicht eine teratologisch entwickelte Kartoffel in frischem Zustande ein, die Verjüngung der Organe zeigte.

Sitzung am 9. Dezember 1903.

1. F. v. GABNAY berichtet über einen „*Roßkastanienbaum mit abnormal spät abfallenden Früchten*", den er in der Hauptstadt beobachtete. An Querschnitten aus der Fruchtwand der betreffenden Roßkastanien war ein auffallender Mangel an Kalkoxalatkristallen festzustellen.

   K. SCHILBERSZKY bemerkt hierzu, daß in den Roßkastanienalleen der Hauptstadt, namentlich auf der Ofener Seite längs der Donau, sowie auf den ins Ofener Gebirge führenden Straßen ein abweichendes Verhalten der einzelnen Bäume in der Zeit der Knospenentfaltung, in der Laub- und Blütenentwicklung zu beobachten ist. Dieses abweichende Verhalten, das sich in manchen Fällen auf verhältnismäßig große Zeitunterschiede bezieht, ist wohl auf individuelle Eigenschaften, auf Mutation zurückzuführen und steht wahrscheinlich im Zusammenhang mit der von F. v. GABNAY berichteten Erscheinung; es wären auch die Nachkommen solcher besonders scharf abweichenden Bäume zu studieren.
2. J. GYÖRFFYS Arbeit „*Volkstümliche Offizinalpflanzen*" wird vorgelegt von L. v. THAISZ. Es werden in derselben die in der Gegend von Kolozsvár gebräuchlichen Pflanzenheilmittel behandelt und unter anderen auch *Physalis Alkekengi* erwähnt, die zur Vergiftung der Fische benutzt wird.

S. Mágocsy-Dietz ergreift das Wort und erwähnt bei dieser Gelegenheit, daß besonders die slovakische und rumänische Bevölkerung Ungarns oftmals Pflanzen als Abortiermittel benutzt, und daß ihm als solches zur Untersuchung neuerdings *Asplenum Trichomanes* zugesandt wurde.

L. v. Thaisz bemerkt schließlich, daß zur Tötung der Fische in Ungarn *Atropa Belladonna* und mehrere Arten von *Verbascum* ein beliebtes Mittel bilden.

3. S. Jávorka zählt unter dem Titel *„Beiträge zur Kenntnis der Flora des Piliser Gebirges"* mehrere phanerogame Pflanzen auf.

4. B. Lengyel legt und liest einen in lateinischer Sprache verfaßten Brief Kitaibels an Samuel Diószegi vor, der einer der Verfasser des ersten nach dem Linnéschen System in ungarischer Sprache bearbeiteten Florenwerkes war.

5. Derselbe legt neuerdings eingetroffene Schenkungen Juan Daniel Anisits (Assuncion, Paraguay) vor. Daniel, ein geborener Ungar, erfreute schon zu wiederholten malen die ungarischen botanischen Institute mit schönen Sendungen. Diesmal sandte er Balanophoraceen ein.

6. Derselbe legt Präparate von *Claviceps purpurea,* sodann *Triticum dicoccum*-Körner aus ägyptischen Gräbern vor; letztere bilden ein Geschenk der Deutschen Orient-Gesellschaft an das botanische Institut der Budapester Universität.

7. K. Schilberszky legt teratologisch ausgebildete Mohnkapseln und Birnen vor; erstere waren eingesandt von A. Fanta, letztere von K. Morvay.

C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie.

(Referiert von Dr. Friedrich von Konek.)*

Sitzung am 27. Januar 1903.

1. Es wurde eine Arbeit von Gustav Riegler, Professor an der Universität in Kolozsvár verlesen, welche *über die chemischen Hauptbestandteile und die durch verschiedene Tiefen bedingten Temperaturschwankungen der Siebenbürger Salzseen* handelt. Verfasser ging von der Arbeit A. Kalecsinszkys: „Über die warmen und heißen Kochsalzseen von Szováta" aus und untersuchte der Reihe nach sämtliche Kochsalzseen Siebenbürgens. Durch Temperaturmessungen in verschiedenen Tiefen überzeugte er sich, daß in der großen Mehrzahl dieser Salzseen die Sonnenwärme ebenso aufgespeichert wird, und daß sie ähnliche Temperaturabnormitäten

* Diese Referate sind ursprünglich in der Chemikerzeitung erschienen.

aufweisen wie der Bärensee in Szováta. Verfasser ließ sodann, im Hofe des hygienischen Instituts der Universität Kolozsvár Eichenfässer in die Erde versenken, füllte diese mit entsprechend konzentrierter Bittersalz-, Soda- und Kochsalzsole, überschichtete diese mit Süßwasser und beobachtete zu verschiedenen Tageszeiten, in verschiedenen Tiefen die Temperatur der Lösungen. Es wurde festgestellt, daß diese Lösungen — gerade so wie in der Natur — die Sonnenwärme reichlich aufspeichern und übereinstimmend mit der Ansicht KALECSINSZKYS als natürliche Wärmeakkumulatoren betrachtet werden können.

2. ALEXIUS SIGMOND sprach über *die Düngewirkung der verschiedenen Stickstofformen.* Der Vortragende stellte im pflanzenphysiologischen Institute der landwirtschaftlichen Akademie in Magyar-Óvár vergleichende Topfversuche mit anorganischen und organischen Stickstoffdüngern an. Das Resultat dreier großer Versuchsreihen war — Salpeterstickstoff = 100 gesetzt — folgendes: Ammoniak — N = 90, Knochenmehl — N = 90, Blutmehl — N = 67, flüssiger Stalldünger — N = 62, junger Wicken — N (als Gründüngung im Herbst angewendet) = 78, Kleestroh — N (als Gründüngung im Herbst angewendet) = 59, derselbe trocken = 62, getrockneter Schweinemist — N = 57, frischer Stallmist — N im Herbste = 50, im Frühjahre = 41, reifer Stallmist — N im Herbst = 49, im Frühjahr = 42. Schließlich vergleicht Verfasser seine Versuchsergebnisse mit denjenigen WAGNERS und PFEIFFERS in Jena.

Sitzung am 24. Februar 1903.

1. EMIL PREUSS hielt einen zusammenfassenden Vortrag *über den modernen Stand der Holzdestillation.* Dieser Industriezweig hat sich in letzter Zeit in Ungarn ziemlich eingebürgert, da die nördlichen Komitate über ausgedehnte Buchenwaldungen verfügen. Der Vortragende skizziert den Fabrikationsgang der gewonnenen Produkte, deren Wert und Verwendung.
2. JAKOB SZILASI machte auf das neu erschienene umfangreiche Werk MOSZKO WIENERS: *„Die Entwickelung der Zuckerindustrie in Ungarn"* aufmerksam. Ungarn besitzt gegenwärtig etwa einviertel Hundert solcher Fabriken, verglichen mit Deutschland und Österreich also eine recht kleine Zahl; doch befinden sich unter diesen die größten Fabriken Europas, z. B. Hatvan, wo in einer Kampagne beiläufig 12 Mill. Doppelzentner Rüben, täglich also rund 120000 Doppelzentner verarbeitet werden. Infolge der Brüsseler Zuckerkonvention wird Ungarns Export nach dem Orient wahrscheinlich stark reduziert und der erzeugte Zucker im Lande selbst konsumiert werden, das bisher einen großen Teil seines Konsums durch Einfuhr aus Österreich decken mußte.

Sitzung am 31. März 1903.

Gustav Melczer hielt einen Vortrag *„Über Symmetrie und Achsenverhältnis beim Hämatit"*. Der Vortragende hatte vor einigen Jahren Gelegenheit, Symmetrie und Achsenverhältnisse des Korunds an sehr schönem Material zu bestimmen; in der gegenwärtigen Arbeit unterzog er den dem Korund so nahe verwandten Hämatit einer ähnlichen Prüfung. Da die diesbezüglichen Literaturangaben starke Abweichungen aufweisen, unternahm der Verfasser neue Messungen an beiläufig 100 Kristallen, die acht verschiedenen Fundorten entstammen. Er fand, daß das Achsenverhältnis beim Hämatit von Elba, Vezno, Cavradi, Dognácska und Hargita dasselbe, im Mittelwerte 1 : 1,3654 ist; es besteht also vollkommene Übereinstimmung mit dem Korund, dessen Achsenverhältnis zu 1 : 1,3652 gefunden wurde. — Abweichungen zeigen die Hämatite von Framont, Altenberg und Savetsch; wahrscheinlich weichen diese auch in ihrer chemischen Zusammensetzung von den zuerst angeführten ab, unter denen der Hämatit von Elba und Hargita auf Grund mehrerer Analysen als reines Eisenoxyd aufzufassen ist.

2. Alexius Sigmond brachte *„Beiträge zur Bestimmung der in natronhaltigen Böden vorkommenden schädlichen Salze"*. Die Bestimmung der in Natronböden vorkommenden wasserlöslichen Salze hatte bisher mit der Schwierigkeit zu kämpfen, daß es schwer hielt, reine wässerige Lösungen zu erhalten. Der Verfasser wandte zu diesem Zwecke mit Erfolg den elektrischen Apparat von Milton Whitney an, der den Salzgehalt des Bodens mit Hilfe des elektrischen Widerstandes bestimmt. Die bisher erzielten Resultate des Verfassers sind die folgenden: 1. Die horizontale und vertikale Verteilung der Salze in Natronböden ist ungemein veränderlich; 2. unter den wasserlöslichen Salzen ist die Menge der Soda sehr verschieden, nicht selten fehlt sie ganz; 3. ein bestimmter Zusammenhang ließ sich zwischen Qualität und Quantität der Salze und dem Pflanzenwuchse konstatieren; 4. auf Grund dieser Beziehung stellte der Verfasser eine praktische Klassifikation auf, welche mit Hilfe der Bodensalze diejenigen Pflanzenarten zu bestimmen gestattet, die auf gewissen Natronböden lebensfähig sind, bezw. inwieweit der Boden durch Auslangen zu verbessern ist, um landwirtschaftlich nützliche Pflanzen zu zeitigen.

3. Aladár Vajdafy sprach *„Über die Bestimmung des Kalkes und der Magnesia in Kesselspeisewässern"*. Der Vortragende hat die Blacherschen Modifikationen des Wartha-Pfeifferschen Verfahrens zur Untersuchung von Kesselspeisewässern (*Zeitschr. angew. Chemie* 1902, Bd. 15, p. 198) an zehn verschiedenen Wasserproben einer eingehenden gravimetrischen Kontrolle unterzogen und gelangt zu dem

Ergebnisse, daß die Blachersche Methode dem älteren Verfahren gegenüber nicht nur keinen Vorteil bietet, sondern um vieles komplizierter ist und bei stark sulfatischen Wässern keine verläßlichen Resultate liefert.

Sitzung am 28. April 1903.

1. Karl v. Than hielt einen Vortrag *„Über das Kohlenstoffsulfid"*. Er gab in seiner anderthalbstündigen Rede eine ausführliche Zusammenstellung seiner zahlreichen und interessanten Versuche, welche die Darstellung dieses lange gesuchten Körpers bezweckten und nach beispiellosen experimentellen Schwierigkeiten schließlich doch zum erwünschten Ziele geführt hatten. (Vergl. den Sitzungsbericht von der Sitzung der III. Klasse der Akademie der Wissenschaften am 16. März 1903, p. 227 dieses Bandes.)
2. Josef Loczka: *Über die chemische Analyse des Lorandites und des Claudetites von Szomolnok.* Eine Lorandit-Analyse wurde bereits von Prof. Krenner ausgeführt und veröffentlicht, doch war diese insofern nicht vollständig, als das Arsen aus der Differenz bestimmt wurde. Der Vortragende gibt — als Mittel seiner Analysen — folgende Werte an: Gefunden S = 18,99, As = 22,30, Tl = 59,7 %; berechnet für $TlAsS_2$: S = 18,67, As = 21,87, Tl = 59,46 %. Dieser Lorandit stammte von Alchar in Macedonien. Der Claudetit war von Szomolnok (Ungarn). Der Vortragende gibt folgende Analysen: I. As = 75,87, O = 23,92, Unlösliches = 0,21 %; II. As = 76,03, O = 23,84, Unlösliches = 0,13 %; sie entsprechen der Zusammensetzung der arsenigen Säure As_2O_3.
3. Josef Nuricsán legte die *Analyse der Ludwigs-Quelle von Abaújszántó-Tihany* vor. Besagte Quelle entspringt an den Ufern des Hernád nicht weit von der Stadt Kassa; sie ist ein Erdsäuerling und gleicht unter den ungarischen in ihrer Zusammensetzung am meisten dem Brunnen von Szinnye-Lipócz, unter den ausländischen aber dem Gleichenberger „Klausen-Quell".

Sitzung am 26. Mai 1903.

1. Edmund László hielt einen Vortrag: *Über den Weinfaktor.* Der Vortragende will unter dieser Bezeichnung einen neuen, experimentell festzustellenden Faktor in die Weinanalyse einführen, der die gesamten im Weine enthaltenen — also auch die an Basen gebundenen — Säuren zum Ausdruck bringen soll, da die durch Titration ermittelte Gesamtsäure nur die freien Säuren umfaßt. Der Vortragende glaubt im Yttriumacetat ein geeignetes Reagens gefunden zu haben, mit dem die Säuren des Weines, Weinsäure,

Bernstein- und Äpfelsäure basische Salze liefern. Diese sind von konstanter Zusammensetzung und ihr Säuregehalt läßt sich durch eine Yttriumbestimmung feststellen: der Mittelwert des Wein- und Äpfelsäurefaktors wäre somit als eigentlicher Weinfaktor zu betrachten. Der Vortragende führt einige in diesem Sinne ausgeführte Weinanalysen an und will zur Bekräftigung seiner Anschauung weiteres, reicheres Analysenmaterial beibringen.

An diesen Vortrag anknüpfend bemerkt Referent, daß man unter den Säuren des Weines die Bernstein- und Zitronensäure nicht vernachlässigen dürfe, diese also bei der Rechnung des Weinfaktors ebenfalls mit in Betracht zu ziehen wären.

2. Julius Szilágyi hielt einen Vortrag: *Beiträge zur Kenntnis der Weine Ungarns und zur chemischen Zusammensetzung ihrer Asche.* Der Vortragende gibt seine analytischen Befunde in fünf Tabellen, worin die Aschenanalysen von gewöhnlichen Weißweinen, weißen Rassenweinen, Dessert-, Szamorodner und Tokayer Weinen zusammengestellt sind, und zieht aus diesen Ergebnissen einige Schlußfolgerungen.

In der darauffolgenden Diskussion wird das Verfahren des Vortragenden kritisiert und bemerkt, daß er zu diesen Analysen verschiedene Weine einer Gattung benutzte, wodurch natürlich der Wert dieser Aschenanalysen stark reduziert wird.

Sitzung am 27. Oktober 1903.

1. Sigmund Neumann referierte über drei *Mineralwasseranalysen.* Die Apollonia-Quelle von Hanva (Komitat Gömör) enthält in 1 Liter 0,0322 g Brom und 0,0462 g Jod. Die Artesia-Quelle — im Revier der allbekannten „Ofner" Bitterwässer, in nächster Nähe der Hauptstadt gelegen — enthält in 1 Liter 22,553 g an gelösten Stoffen, wovon 96 Äquivalentprozente Natrium und Magnesiumsulfat sind. Das Wasser von Kenderes (Komitat Pest) charakterisiert sich als schwaches Bitterwasser mit verhältnismäßig hohem Kochsalzgehalte. Es lieferte 12,47 g festen Rückstand, dessen Hauptmenge Magnesiumsulfat und Chlornatrium ausmachen.

Stefan Weiser hielt einen Vortrag: *Über das Avenin.* Bereits im Jahre 1883 veröffentlichte der französische Forscher Sanson eine Mitteilung über den wirksamen Bestandteil des Hafers, der angeblich auf die motorischen Nervenzentren des Pferdes anregend wirken soll: er faßte diesen als Alkaloid auf und nannte ihn Avenin. Die Existenz dieses Alkaloides wurde später von Wrampelmeyer angezweifelt. Der Vortragende wiederholte nun die Versuche der beiden Forscher mit von anderen Samen vollkommen befreiten reinen Hafer und fand, daß das Samsonsche Avenin überhaupt nicht

existiert, und daß der Hafer — gleich allen Cerealien — ke Alkaloid enthält.

Hieran knüpfte sich eine Diskussion, an welcher sich Pr Kosutány beteiligt, der behauptet, daß dem Hafer eine anregen Wirkung nicht abzusprechen sei. Nach der Ansicht des Referent könnte diese auf ein Glykosid oder eine Oxydase oder ähnlich Körper, die ja wohl in den meisten Samen enthalten sein dürfte zurückzuführen sein; solche Verbindungen sind natürlich durch d üblichen Alkaloidreagentien nicht auffindbar.

Sitzung am 24. November 1903.

Mathias Balló hielt einen Vortrag über *die Geschichte und Einri tung der chemischen Untersuchungs- und Lebensmittelprüfungsanst der Haupt und Residenzstadt Budapest,* dem eine Besichtigung d Anstalt folgte.

Sitzung am 29. Dezember 1903.

1. Heinrich Auer sprach *über die Anwendung der Temperaturerniedrigu zur technischen Trennung von Salzgemischen in Lösungen,* und bezieht sich dabei auf das im Großbetriebe ausgeübte Verfahren v Wylde, Hannuill und Auer zur Scheidung des $KClO_3$ von Calciu chlorid in den Mutterlaugen der Chloratfabrikation nach Lieb Diese Laugen enthalten in 1 l neben etwa 525 g Calciumchlorid n etwa 30 g $KClO_3$, entsprechend einem Verlust von 20 % des Gesa chlorates. Da sich beim Abkühlen unter gewöhnliche Tempera das ganze Calciumchlorid mit abscheidet, so wird zweckmäßig 20 % Wasser verdünnt, wodurch das Calciumchlorid bis -25^0 in Lösung gehalten wird, wohingegen das Kaliumchlorat unbehind auskristallisiert. Auf diese Weise läßt sich der Chloratgehalt verdünnten Mutterlauge von 24 g in 1 l auf 8—10 g herabdrück Der Chloratverlust fällt also auf 7 %. Nach der Bakhuis-Roo boomschen Löslichkeitskurve des Calciumchlorids wären die äußers Grenzen: Verdünnung mit 40 % Wasser für eine Temperatur -55^0 C. Dieses Verfahren läßt sich auf alle Salzgemische wenden, in denen der eine Bestandteil in Wasser leicht löslich
2. Josef Nuricsán machte eine vorläufige Mitteilung *über die stimmung von Jod und Brom,* in der er seine auf die gleichzeit Bestimmung dieser beiden Elemente abzielenden Versuche kurz örtert, die auf der bekannten Tatsache beruhen, daß Chlor im al lischen Medium sowohl Brom als auch Jod zu Brom- bezw. J säure oxydiert. Die Versuchsanordnung war folgende: Jodkali und Bromkaliumlösung wurde mit Kaliumcarbonat alkalisiert, überschüssigem Chlorwasser eingetrocknet und in der wässeri

Lösung des Rückstandes die Summe beider Halogene ermittelt; von dieser kommt in Abzug diejenige Jodmenge, die sich beim Kochen der angesäuerten Lösung mit überschüssigem Chlorwasser ergibt. Hierbei wurde die auffallende Beobachtung gemacht, daß Jod in alkalischer Lösung durch Chlor nicht zu Jodsäure, sondern zu Überjodsäure oxydiert wird; entsprechend dieser Tatsache werden beim Versetzen mit salzsaurer Kaliumjodidlösung nicht 6, sondern 8 Äquivalente Jod abgeschieden. Die Arbeit wird fortgesetzt.

D) Fachsektion für Physiologie.

(Mit Benutzung der Protokolle referiert von Dr. Rudolf Picker.)

Sitzung am 20. Januar 1903.

1. Doc. Dr. Julius Donáth hielt den folgenden Vortrag: *„Die Bedeutung des Cholins bei Epilepsie. Beiträge zur Chemie der Cerebrospinalflüssigkeit."* Donáth wies durch seine Untersuchungen nach, daß das Cholin, das Abspaltungsprodukt des im Gehirn und im Nervengewebe stets vorhandenen Lecithins, in der Cerebrospinalflüssigkeit von Epileptikern sozusagen niemals fehlt.

Spritzte er das Cholin Versuchstieren unter die Dura mater, so machte er die bisher unbekannte Erfahrung, daß das Cholin heftige Krämpfe auslöst. Bei seinen Kontrollversuchen, wo physiologische oder sogar 10 proz. Kochsalzlösung injiziert wurde, zeigte sich keine derartige Wirkung. Es ist demnach das Cholin ein ausgesprochenes Gift, welches bei der Auslösung der epileptischen Anfälle eine hervorragende Rolle spielt.

2. Doc. Dr. Koloman v. Tellyesniczky: *„Teilung durch Reduktion. Centrosomen"*. Tellyesniczky demonstriert mikroskopische Präparate, deren Gegenstände sind: Attraktionssphären und Centrosomen aus den Hoden von Ascaris megalocephala in den sich im Stadium der Reduktionsteilung befindlichen Spermatocyten, Attraktionssphären in den ersten Furchungskugeln des Forelleneies, Teilung durch Reduktion in den Spermatocyten von Salamandern und Rana usw.

Sitzung am 17. Februar 1903.

Diese 100. Sitzung der Fachsektion wurde vom Präsidenten der Sektion, Prof. Ernst Jendrássil, mit einer längeren Rede eröffnet. Dieser folgten die nachstehenden Vorlesungen:

1. Prof. Dr. Ferdinand Klug demonstriert ein *„Phantom für den Blutkreislauf"*, welches sich von den meisten bis dato in Gebrauch befindlichen insoweit unterscheidet, als bei seiner Konstruktion das

lebende Froschherz die Zirkulation aufrecht erhält und mit Hilfe seiner Klappen die Richtung des Kreislaufes bestimmt. Das Herz erhält das Blut aus einem besonderen Behälter durch Vermittelung eines den venösen Kreislauf darstellenden Glasrohres und treibt das Blut durch das den arteriösen Kreislauf versinnbildlichende Glasrohr auf solche Weise in den Behälter zurück, daß es hierbei zuletzt mit der Luft in Berührung kommt und dergestalt einigen Sauerstoff aufnehmen kann. Das arterielle System steht mit einem Manometer in Verbindung, mit dessen Hilfe der Blutdruck und die absolute Kraft des Herzens bestimmt werden kann. Das Herz selbst befindet sich in einem geschlossenen Gefäß, welches mit einem kalibrierten Glasrohr kommuniziert, sodaß die Volumsänderungen dieses Organs bestimmt und erforderlichen Falles mit Hilfe eines Polygraphes registriert werden können. Außerdem können sowohl das das Blut als auch das das Herz bergende Gefäß in größere Behältnisse gebracht werden, mit Hilfe deren der Einfluß verschiedener Temperaturen auf die Herzarbeit studiert werden kann. In einem derartigen Schema erhielt ein Froschherz den Kreislauf bis zu 30 Stunden aufrecht; dieser Zeitwert ist übrigens individuell verschieden.

Dieses Schema ist auch noch als Manometer für das Froschherz recht gut zu gebrauchen.

2. Geh. R. Prof. Dr. Andreas Högyes demonstrierte in Begleitung eines kurzen Vortrages *das Verhältnis zwischen dem häutigen Labyrinth und den assoziierten Körper- und Augenbewegungen*. Er setzte an Präparaten und Phantomen den Mechanismns der bei Ortswechsel in den häutigen Ampullen vor sich gehenden Veränderungen auseinander und schilderte ihre Rolle beim Zustandekommen der sogenannten Kompensationsbewegungen, welche die Ortsveränderung des Kopfes und Rumpfes begleiten.
3. Prof. Dr. Otto Pertik: *„Über die Struktur der Markhülle"*. Es gelang Pertik auf experimentellem Wege solche sehr lange mikroskopische Myelinzylinder zu erzeugen, an denen die Spaltung der Myelinsubstanz stets in Form schief verlaufender, durch Myelinfäden überbrückter Fäden stattfindet. Dieser Versuch beweist, daß die von Golgi, Rezzonico und anderen Autoren zwischen den sogenannten Lantermannschen Myelinspalten beschriebenen Myelinbrücken Kunstprodukte sind. In vielen diesbezüglichen Arbeiten findet sich als Ausgangspunkt die irrige Hypothese, daß die Markscheide mit dem Protoplasma zu vergleichen sei. Pertik hat schon vor längerer Zeit nachgewiesen, daß das Mark die Myelin produzierende Substanz vorstelle, die er myelinogene Substanz nannte, ein Name, den seinerzeit auch Brücke akzeptierte. Die Myelinfiguren sind nur die physikalischen Erscheinungen der Schei-

zungsvorgänge und chemischen Veränderungen des Myelins. Dies ist der einheitliche Standpunkt, von dem aus man bei Beurteilung der zahlreichen auf die Markscheidenfrage bezüglichen Arbeiten auszugehen habe.

4. Prof. Dr. Michael Lenhossék demonstriert unter dem Titel „*Beitrag zur Technik des anatomischen Unterrichts*“ eine Methode, mittels welcher man bei den demonstrativen Vorlesungen, zu denen auch die anatomischen zu rechnen sind, Zeichnungen auf der Wandtafel mit großer Schnelligkeit, Genauigkeit und Bequemlichkeit entwerfen kann. Die kleinen Originale werden mittels Reflektors vergrößert, auf ein großes Papier übertragen und hier die Konturen in gleichen Abständen durchlocht. Das durchlochte Papier wird auf die Tafel gespannt und nun mit einem feuchten, mit Kreide bestreuten Schwamme einige male darüber gefahren, so daß auf der Tafel die Direktionspunkte der Konturen gut zu sehen sind, welche dann gelegentlich des Vortrages bei der Darstellung der erläuternden Zeichnung vortreffliche Dienste leisten, wie dies aus der Demonstration der Methode ersichtlich ist.

5. Prof. Dr. Adolf v. Szili berichtet über „*Eine sehr eigentümliche Veränderung der menschlichen Linse*“, welche, obzwar im Grunde genommen pathologisch und in nahem Verhältnis zur Starbildung stehend, doch viele Jahre hindurch das Eindringen der Lichtstrahlen in das Auge nicht behindert, sondern nur die Brechung derselben modifiziert. Es kommt nämlich mitunter vor, daß alternde Individuen der Regel entgegengesetzt in die Ferne schlechter und in die Nähe besser zu sehen beginnen, so daß sie beim Lesen das seit einiger Zeit benötigte konvexe Glas entbehren können, während beim Sehen in die Ferne ein stets schärferes konkaves nötig wird. Szili sah in den letzten 5 Jahre 17 derartige Fälle, deren einen er auch vorgestellt hatte. Es ist sehr zu verwundern, daß bei der nicht allzugroßen Seltenheit derartiger Fälle die mit dem oben beschriebenen Symptomkomplex einhergehende, typisch zu nennende Veränderung der Linse der allgemeinen Aufmerksamkeit entgangen ist, wie aus der geringen einschlägigen Literatur ersichtlich ist, welche nur eine deutsche und eine französische Arbeit umfaßt; die letztere erklärt übrigens auch das Krankheitsbild von einem falschen Standpunkt aus.

6. Prof. Dr. Adolf Onodi sprach über „*Offene Fragen in der Anatomie und Physiologie der Kehlkopfnerven*“. Der Vortragende hielt, als die Fachsektion entstanden war, die erste Vorlesung über die Kehlkopfnerven. Seither hat er seine diesbezüglichen Untersuchungen fortgesetzt. Die Ergebnisse derselben sind im vergangenen Jahre durch die kgl. ungar. Akademie der Wissenschaften in einer größeren Monographie publiziert worden. Es war die Absicht des Vortragenden,

die Verbindung zwischen der Vergangenheit und der Gegenwart — der ersten und der hundertsten Sitzung — aufrechtzuerhalten, indem er auf die einschlägigen offenen Fragen einging.

Zum Schluß gab der Sekretär der Sektion, Herr Doc. Dr. K. v. Tellyesniczky einen kurzen historischen Überblick über die Wirksamkeit der Sektion seit der ersten, am 4. Februar 1892 gehaltenen, bis zur heutigen, der hundertsten Sitzung der physiologischen Sektion.

Sitzung am 31. März 1903.

Prof. Dr. Hugo Preisz: *„Beiträge zur Physiologie und Morphologie des Anthraxbacillus (mit besonderer Berücksichtigung der Sporenbildung)"*. Die Kulturen des sporogenen Milzbrandbazillus werden auf Agar-Agar nach längerer oder kürzerer Zeit uneben, höckerig; diese Höcker wachsen bis zur Größe eines Stecknadelkopfes, ja bis zu der einer Linse und kommen auf die Art zustande, daß die in den Kulturen gebildeten Sporen zum teil auswachsen und neue, sekundäre Kolonien bilden. Daß diese sekundären Kolonien tatsächlich auf diese Weise entstehen, geht daraus hervor, daß auch in den Kulturen, welche höheren Temperaturen ausgesetzt waren, und welche demnach nur noch Sporen enthalten, die Entwicklung sekundärer Kolonien in der gewohnten Weise vor sich geht. Die Bazillen dieser Kolonien weichen in morphologischer Hinsicht wesentlich von denen der primären ab.

Die Sporen des Anthraxbacillus entstehen nicht durch das Auswachsen oder die Vereinigung der Bungeschen oder ähnlichen Körnchen, sondern entwickeln sich ganz selbständig an einem Ende der Bakterienzelle. Es erscheint an dieser Stelle eine mit der Membran eng zusammenhängende, sich stark färbende Substanz und trennt in Form einer Scheidewand die Spitze der Bakterienzelle von dem übrigen Teile derselben. Bei diesem Vorgange ist oft die Mitwirkung eines kernähnlichen Gebildes zu bemerken, welches dann in die primordiale Spore einbezogen wird.

Die in der Längsachse des Bakterienkörpers tief liegenden und von manchen Autoren als Zellkern beschriebenen Bildungen sind es nicht, sondern nur verdichtete Plasmamassen, in denen die Entwicklung der säurefesten (Bungeschen) Körperchen beginnt, welche dem Anschein nach zur Ernährung der sich entwickelnden Sporen bestimmt sind. Im Innern dieser säurefesten Körperchen ist in größerer oder geringerer Menge eine metachromatische Substanz enthalten, welche sich mit Anilinwassergentiana oder Karbolmethylenblau rot färbt. Die viel und große säurefeste Körperchen enthaltenden sekundären Kolonien färben sich mit Suden III. übergossen dunkelrot, während die primären diese Farbe nur in sehr geringem Grade aufnehmen.

Die Babes-Ernstschen Körnchen fehlen den Anthraxbacillen oft. Wird aus ganz frischen Kulturen entnommenes Material mit sehr verdünnter Fuchsinlösung behandelt, so werden in der Bakterienzelle manchmal mehrere stark tingierte kugelförmige Gebilde sichtbar, welche von den bisher im Leibe des Anthraxbacillus beobachteten Körnchen wesentlich abweichen und wahrscheinlich als Zellkern anzusehen sind.

Sitzung am 21. April 1903.

1. Doc. Dr. Josef Némai: *„Einige Eigenheiten der ungarischen Aussprache"*. Aus der Vergleichung der deutschen und ungarischen Aussprache geht hervor, daß der Ungar, da in seiner Sprache eine Häufung von Konsonanten nicht vorkommt, auf das Zustandebringen derselben auch kein besonderes dynamisch-phonetisches Gewicht verwendet. Der Schwerpunkt der magyarischen Aussprache liegt auf den Vokalen, selten auf verdoppelten oder kombinierten Konsonanten. Zufolge der Eigenheit der deutschen Aussprache schließt sich den explosiven Mitlauten k, t und p, wenn sie vor einem Selbstlaute stehen, stets ein „h" an; diese Schärfe, welche durch das rasche Ausstoßen des Luftstromes entsteht, klingt im Ungarischen sehr unschön. Der Ungar spricht diese Konsonanten nur „en passant" kurz aus und stellt sein Stimmorgan a priori auf den Vokal ein. Der Ungar artikuliert die mit der Zungenspitze gebildeten Konsonanten l, t und d vorne an den Schneidezähnen, der Deutsche an den Alveolarfortsätzen. Das deutsche Idiom besitzt auch noch viel weiter rückwärts am Gaumen gebildete Laute, welche im Ungarischen sehr fremdartig klingen.
2. Dr. Geyza Farkas: *„Zur Methodik der elektromotrischen Messung der Reaktion des Blutserums"*. Zuerst setzte er auseinander, daß die in der allerjüngsten Zeit veränderte Methodik die Nachprüfung seiner im Monate November des Vorjahres hier vorgetragenen Konklusionen, — die Reaktion des Blutserums sei annäherungsweise amphoter — notwendig gemacht habe. Elektromotorische Messungen an salzig-basischen Lösungen ergaben im Vergleich zu den an Säuren vorgenommenen eine doppelt so große Konzentration der Hydroxyl-Ionen. Der Grund hierfür liegt, wie sich aus seinen sehr zahlreichen Messungen ergab, in der störenden Wirkung des der basischen Lösung hinzugefügten Kochsalzes. Mit Ausschluß jeglichen technischen Messungsfehlers erhielt er bei Anwendung einer vierfachen Kombination der Elemente genau dieselben Resultate (mit einer Maximalabweichung von 5 %) als die im Vorjahre berichteten. Es läßt sich also auf Grund dieser Nachprüfungen nunmehr mit voller Gewißheit der Satz aussprechen, daß die Reaktion

des Blutes der Haustiere und der Menschen annäherungsweise a
photer ist.

3. Dr. Paul Szily: *„Die Anwendung von Indikatoren bei der Bestimm
der Reaktion tierischer Flüssigkeiten"*. Titriermethoden messen
chemische Reaktion nicht. Die Genauigkeit der Messung der a
lischen Reaktion mit Hilfe der elektrometrischen Methode w
auch durch Anwendung von Indikatoren nicht erreicht, da die en
findlichsten unter diesen, sowie Phenolphthaleïn, Lakmus Rosolsäu
Alizarin usw., auch nur die Anwesenheit von $5 \cdot 10^5$ OH, d.
$^1/_{20000}$ N Alkali durch den Farbenwechsel anzeigen. Werden d
Versuchsresultate mit den auf Grund der Hydrolyse und Dissoziatio
berechenbaren Werten verglichen, so stellt sich heraus, daß d
Farbenwechsel beim Umschlag der Reaktion nicht von der Nat
der gelösten Base, sondern nur von der OH-Konzentration un
dem Indikator abhängt. Das Bikarbonat wird von dem Pheno
phthaleïn durch rosenrote Färbung indiziert, welche jedoch b
Sättigung durch Kohlendioxyd verschwindet. Dementsprechend schlä
die Farbe des Lackmus von bläulich-violett in rötlich-violett übe
und zeigt das von Kohlendioxyd gereinigte Wasser durch eine re
rote Färbung an. Es ist demnach das Lackmus eine mit de
Kohlendioxyd gleich starke Säure. Auf Grund seiner Versuche
wies sich die Rosolsäure als stärkere Säure als das Lackmus, inde
sie das Bikarbonat auch nach Sättigung mit Kohlendioxyd als Ba
hingegen das kohlendioxydfreie Wasser als Säure indiziert. D
Methylorange ist ein Alkalisalz, welches in neutralen und basisch
Medien gelb ist und erst in sauren Medien, deren Säurekoeffizie
mindestens $6 \cdot 10^4$ beträgt, vollkommen rosafarbig wird. Die
dikatoren nehmen im Blutserum eine solche Färbung an als
dem mit Kohlendioxyd gesättigten Bikarbonat, woraus hervorge
daß die alkalische Reaktion des Serums geringer ist als $5 \cdot 1$
hingegen seine saure Reaktion geringer als $6 \cdot 10^4$. Das Bl
serum enthält demnach kein Soda.

Das Blutserum, mit einer Säure oder einer Base titriert (M
thylorange gegen Phenolphthaleïn), erweist sich als beiden gegenü
hochgradig resistent, d. h. es ist bestrebt beiden Einwirkung
gegenüber seine Neutralität zu bewahren, eine Eigenschaft, die au
dem Bikarbonat zukommt. Im Blutserum besitzen die Kationen
Oberhand. Damit die Neutralität aufrechterhalten werden kön
muß dem Eiweis das Vermögen zukommen, das überschüssige Alk
an mehrere Basen als Säure zu binden.

Sitzung am 5. Mai 1903.

1. Dr. Wilhelm Roth-Schulz referiert unter dem Titel *„Diffusion du
Membranen und Resorption"* über seine im Vereine mit Cors

v. Körössy angestellten Untersuchungen, deren Zweck war, den durch tote tierische Membranen hindurch stattfindenden Austausch von Lösungen mit der in den serösen Höhlen und in dem Darmtraktus des lebenden Organismus vor sich gehenden Resorption zu vergleichen. Aus seinen Untersuchungen geht hervor, daß die Diffusion von Salzen durch Pergamentpapier denselben Gesetzen unterliegt als die freie Diffusion. Wenn wir, um den Verhältnissen im Organismus um einen Schritt näher zu kommen, die Lösung durch das Pergament nicht gegen Wasser, sondern gegen Blut diffundieren lassen, so geht der Austausch der Salze einerseits langsamer vor sich, andererseits verschwindet die obenerwähnte Gesetzmäßigkeit, indem bei der Diffusion der einzelnen Salze verschiedene Verspätungen zu verzeichnen sind.

Aus den Resorptionsversuchen, welche er an einem Hunde mit Vellascher Darmfistel anstellte, ergab sich, daß für die Resorptionsgeschwindigkeit von Salzlösungen nicht die Diffusionsgeschwindigkeit des betreffenden Salzes von Ausschlag ist, sondern das verschiedenen Salzen gegenüber variierende Selektionsvermögen des Blutes und der Darmwand, wie sich dies bereits aus physikalischen Versuchen ergeben hatte.

2. Cornel v. Körössy berichtet über eine *„Die Resorption in der Peritonealhöhle"* betreffende Versuchsserie, welche er im Vereine mit Geyza Lobmeier im Anschluß an die obenstehenden physikalischen Experimente von Roth-Schulz und Körössy angestellt hat. Es war zu ermitteln, ob verschiedene Salze aus dem Peritonealraum in derselben Reihenfolge und in denselben relativen Mengen zur Resorption gelangten, als bei der Diffusion dieser Salze im Blute ermittelt worden war. Die Versuche wurden in der Weise angestellt, daß Kaninchen die zu untersuchenden Salzlösungen intraperitoneal infundiert und $^1/_2$ Stunde später die Konzentration derselben wieder bestimmt wurde. Die wenig pünktlichen Versuchsergebnisse zeigten, daß im Vergleich zu den übrigen untersuchten Salzen sich für das Kochsalz die geringsten, für die Chloride und und Karbonate eine etwas größere und für die Sulfate und Mangansalze die größten Resorptionswerte ergeben. Es stellte sich also heraus, daß die relativen Resorptionswerte des Peritoneums für die Salze sich ebenso verhalten wie die, welche sich bei der Diffusion der Salze ins Blut ermitteln lassen. Es ist demnach unter Berücksichtigung älterer Untersuchungen die Resorption der Salzlösungen auf Grund der Wirkung physikalischer Faktoren, des osmotischen und filtratorischen Druckes zu erklären.

Sitzung am 19. Mai 1903.

Prof. Dr. Ernst Jendrassik: *„Die Grundsätze der Bewegungseinr tungen des Organismus mit Berücksichtigung der Funktion der zelnen Muskeln“.* Jendrassik stellte für die Richtung und V kungsweise der einzelnen Muskeln folgendes einfache Gesetz auf: J Glied (mit einigen aus der Position folgenden Ausnahmen) wird du sechs Muskeln bewegt, und zwar in sechs bestimmten Richtung aus denen sich sämtliche Bewegungen kombinieren lassen. Di Bewegungsrichtungen lassen sich auf die Ebenen der Halbboge gänge des Labyrinthes zurückführen deren Zusammenhang mit d Bewegungen altbekannt ist; Prof. Andreas Högyes hat auch g zeigt, daß die einzelnen Halbbogengänge mit gewissen bilateral Bewegungen in eigentümlicher Reflexverbindung stehen. Die A wendung der Richtungsebenen der ductus semicirculares für sei Untersuchungen gelang ihm auf dem Wege, daß er den Ausgang punkt für die Bewegungen der einzelnen Glieder einheitlich b stimmte, indem er stets das Zentrum des Bewegungsfeldes, d die zwischen den extremsten Exkursionen auffindbare Mittelpositi bestimmte und außerdem die Formverhältnisse der einzelnen Muske in Betracht zog. Von dieser Basis ausgehend untersuchte er d Muskulatur der Extremitäten und die einzelner anderer Körpe regionen, und es gelang ihm nicht nur der Nachweis dessen, d jedes Glied in den erwähnten sechs Ebenen Muskeln besit durch welche die Bewegung sämtlicher Exkursionen des Bewegun feldes geschieht, sondern auch die graphische Konstruktion der e zelnen Bewegungsrichtungen.

Sitzung am 6. Oktober 1903.

1. Prof. Dr. Josef Marek schildert in seinem Vortrage: *„Neuere Unt suchungen über die Zeugungslähmung (Polyneuritis) der Pferde“* k die klinischen Symptome und die bei dieser Erkrankung angestellt histologischen Untersuchungen und beschreibt sodann unter Demo stration von Präparaten die von ihm in zwei weiteren Fällen hobenen histologischen Befunde, welche die Resultate seiner Jahre 1900 angestellten Untersuchungen bestätigten, indem sie wiesen, daß die Zeugungslähmung im Grunde genommen e Polyneuritis ist, welcher sich infolge der auch in den hinte Rückenmarkwurzeln auftretenden Entzündung auch die Entartu einiger in den Hintersträngen verlaufender Bahnen zugesellt.

Aus den histologischen Befunden geht hervor, daß das Vi der Polyneuritis auf die nervösen Elemente seine schädigende W kung nur durch die Erkrankung des interstitiellen Gewebes aus

Die peripheren Nerven sind durch ihren Reichtum an Blut- und besonders am Lymphgefäßen besonders zur Erkrankung prädisponiert. Kleine zellige Infiltrationsherde können sich auch in anderen Organen bilden, ohne indessen in der Regel die Funktion derselben zu beeinträchtigen.

An der Diskussion nahmen teil Prof. Dr. Ferd. Klug, Prof. Dr. Fr. Hutyra und Dr. J. Justus.

2. Dr. Geyza Farkas hält einen Vortrag über seine im Vereine mit Dr. Elemér Scipiades angestellten Untersuchungen *„Über die molekulare Konzentration des Serums und Fruchtwassers von Schwangeren, Kreißenden und Wöchnerinnen“*, deren Ergebnisse sich in folgendem zusammenfassen lassen: Während der Schwangerschaft steigt der Gefrierpunkt des Serums über die Norm, d. h. seine molekulare Konzentration sinkt; nach der Geburt erreicht die Konzentration entweder den normalen Mittelwert oder steigt über denselben. Die korrigierte elektrische Leitungsfähigkeit des Serums im Wochenbett weicht nicht bemerkbar von der Leitungsfähigkeit des Serums in der Schwangerschaft ab, was darauf hinweist, daß während der Gestation die molekulare Konzentration des Elektrolyten unverändert ist; die Molekülzahl des Anelektrolyten, welche im großen Granzen den organischen Molekülen entspricht, ist geringer als im Wochenbett. Das Eiweiß und der Chlorgehalt zeigen keine charakteristischen Veränderungen. Auch die Konzentration des Hydroxyl-Ions schwankt nur innerhalb der Grenzen der normalen neutralen Reaktion des menschlichen Blutserums. Die osmotische Analyse des menschlichen Serums ergibt keine wesentlichen Abweichungen von der des tierischen Serums. Das Fruchtwasser ist eine Eiweiß spurenweise enthaltende hypotonische Lösung und kein einfaches Bluttranssudat.

An der Diskussion nahmen teil Prof. Dr. Ferd. Klug und Prof. Dr. Alexander v. Korányi.

Sitzung am 20. Oktober 1903.

1. Prof. Dr. Ferdinand Klug berichtet über *„Zwei Blutkreislaufsphantome“*, die er konstruiert und in denen das lebende Herz und dessen Klappen selbst das Blut in Zirkulation erhalten, mit deren Hilfe er die Wirkung des Blutdruckes und der Temperatur auf die Herzaktion erforschte.

Was die Wirkung des Blutdruckes betrifft, so ergab sich, daß sie auf die Frequenz des Herzstoßes keinen Einfluß hat; hingegen hängt die Größe der vom Herzen weiterbeförderten Blutmenge ganz vom Blutdrucke ab, indem dieselbe mit dem Ansteigen des venösen Druckes bis zu einer gewissen Grenze wächst. Das

Optimum dieser Wirkung liegt für das Froschherz bei 5—10
venöser Pression. Von da ab nimmt die Menge des ausgetriebe
Blutes mit dem weiteren Ansteigen des venösen Druckes ab,
zum Schluß bleibt das Herz konstant mit venösem Blute gefü
Bei stabilem, mittlerem, venösem Drucke und zunehmender a
rieller Pression nimmt die Menge des vom Herzen aus getriebe
Blutes ab. Mit der Überbelastung des Herzens infolge des
nehmenden arteriellen Druckes nimmt die Menge des weiterbef
derten Blutes ab und schließlich kann dieser soweit ansteigen,
das Herz das Blut nicht mehr auszutreiben vermag.

Was nun das gegenseitige Verhältnis des arteriellen u
venösen Druckes betrifft, so vermag das Herz bei hohem (30 c
arteriellen Druck mehr Blut in Bewegung zu halten, wenn der ven
Druck ein mittlerer ist, als wenn er unter oder über der No
ist. Bei stabilem venösen und wachsendem arteriellen Drucke ste
die Herzarbeit bis zu einem gewissen Optimum an, um bei fo
schreitender arterieller Drucksteigerung dann wieder zu sinken.
das Froschherz beträgt dieses Druckoptimum ca. 5—10 cm für
venöse und 30 cm für das arterielle System.

Die Wirkung der Temperatur ist insoweit zu erkennen,
unter dem Einfluß einer höheren Temperatur die Herzaktion
allgemeinen frequenter wird, mit dem Unterschiede, daß dieses
quenzmaximum nicht für alle Herzen bei derselben Temperaturst
dasselbe, sondern je nach der Reizempfänglichkeit des Herzens
verschiedenen Temperaturen ein verschiedenes ist. Bei niederen
mittleren Temperaturen schafft das Herz mehr Blut fort als
hohen; für das Froschherz beginnen die schädlichen Hitzegr
bereits bei 30° C. Die Herzarbeit verändert sich darum nicht im
proportional zur Zahl der Herzschläge; denn während (beim Fros
herz) die Schlagzahl bis zu einem Temperaturanstieg von 40°
stets noch zunimmt, nimmt die Herzarbeit über 30° C. bereits
Auch eine Veränderung des Cardiogrammes ist bei dem Anstieg
Temperatur zu verzeichnen. Die größte Höhe erreicht dasselbe
10—15° C., von da ab ist bei weiterem Temperaturanstieg ber
eine Verminderung der Höhe zu bemerken. Bei hohen Wär
graden (40° C.) stellt sich gleichzeitig eine Störung im Rhythm
der Herzaktion ein; diese Perturbation erscheint auffallenderw
mit längeren Intervallen, während des Anfalles steigert sich
Schlagfrequenz bis zu wirklichem Herztetanus. Hohe Wärmegr
üben auf den Herzmuskel also eine schwächende und zugleich e
reizende Wirkung aus, wodurch die Superposition der Kontr
tionen zustande kommt. Es ist dies eine sehr interessante
obachtung, da noch bis zum heutigen Tag die Existenz eines He
tetanus vielfach in Frage gezogen wird. Aus Untersuchungen des V

tragenden geht nun auch hervor, daß die Ursache des Tetanus in der unmittelbaren Einwirkung hoher Wärmegrade auf das Herz liegt. Durch die Temperaturveränderungen treten in den Muskelelementen des Herzens Veränderungen auf, welche den Ablauf der auf sie wirkenden Reize modifizieren.

2. Dr. Aladár Halász: „*Beiträge zur Kenntnis der bei Diabetes auffindbaren Veränderung der Pancreas*". Halász fand unter 15 untersuchten Fällen 14 mal pathologische Veränderungen in der Pancreas, von denen die am meisten charakteristischen die sind, durch welche die Langerhansschen Inseln betroffen werden. In der großen Mehrzahl der Fälle ist ihre Zahl auffallend gering; die vorhandenen sind pathologisch verändert. In einzelnen Fällen ist die Langerhanssche Insel auffallend atrophisch, bald sklerotisch und bald kleinzellig infiltriert; stellenweise geht das Inselepithel neben einfacher Atrophie auf eigentümliche Weise zugrunde: Die Zellgrenzen werden verwaschen, der Kern färbt sich dunkel, wird piknotisch und verschwindet weiterhin beim Fortschreiten des Prozesses; an Stelle der Zelle tritt eine homogene, nach van Gieson sich lichtgelb, mit Eosin sich blaßrosa färbende Substanz, also Kolloid. In anderen Fällen setzt die Veränderung an den Kapillaren der Insel ein; ihre Wände werden homogen, hyalin, während das Epithel der Inseln noch verhältnismäßig unverändert ist. Mit dem Fortschreiten des pathologischen Zustandes greift die hyaline Umwandlung zunächst auf die den Kapillaren benachbarten Epithelien über; zum Schluß ist die ganze Insel in eine hyaline Masse umgewandelt, in welche dann später das Bindegewebe einwandert.

Der Umstnnd einerseits, daß anfangs die Veränderung nur an den Kapillaren der Insel zu beobachten ist und daß die Blutgefäße des interlobulären Bindegewebes erst bei dem Fortschreiten des Prozesses erkranken, so wie andererseits der Umstand, daß die in der Insel vor sich gehende Veränderung (hyaline Metamorphose) in den den Kapillaren anliegenden Zellen beginnt, scheinen darauf hinzudeuten, daß als Ursache für das Zugrundegehen der Inseln, also als die wahre Grundlage des Diabetes eine die Kapillaren betreffende primäre Gefäßerkrankung anzusehen ist.

3. Dr. Jakob Justus: „*Weitere Forschungen über den physiologischen Jodgehalt der Zellen*". Der Zweck seiner Untersuchungen ist ein zweifacher; einerseits zielten sie dahin ab, die in seiner ersten Arbeit über den Nachweis des Jodgehaltes in den Organen aufgestellten Konklusionen nachzuprüfen, andererseits waren sie auch dahin gerichtet, um durch die quantitative Bestimmung des Jodgehaltes den relativen Jodreichtum der einzelnen Organe zu bestimmen. In seiner vor zwei Jahren veröffentlichten Arbeit war er zu der Ansicht gekommen, der Zellkern sei der Träger des Jods,

eine Schlußfolgerung, welche er aus jenen mikroskopischen
geschöpft hatte, die ihm das in jedem Zellkern enthaltene J
Hilfe geeigneter Reagenzien als gelbes Argentumjodid und a
Mercurijodid hatten erkennen lassen.

Vortragender schildert nun seine Methode genau: Di
nische Substanz wird zuerst mit Ätzkali gekocht und hiern
Rotglut verascht. Aus dem wässerigen Extrakt wird das Jo
Auswässerung der Lösung, durch Kaliumnitrit freigemacht
Benzol übergeschüttelt. Das Benzol wird durch das Jod vio
färbt und das in dieser Lösung enthaltene Jod durch Vergle
einer fixen Jodlösung auf kalorimetrischem Wege quantita
stimmt.

Justus ist der Ansicht, daß auf Grund seiner Unters
unsere bisherige Auffassung über die Rolle der Schilddrüse
zu modifizieren ist, daß nicht nur die Thyreoidea allein
man dies bisher zu glauben geneigt war — Jod enthält.
gibt sich hingegen aus diesen Untersuchungen ein neues P
welche Rolle dem in jedem Zellkern und in allen Organ
haltenen Jode zukommt.

Sitzung am 7. November 1903.

1. Prof. Dr. Ernst Jendrassik demonstriert in seinem Vortrage
tere Beiträge zum Studium des Ganges" seine Untersuchungsr
hauptsächlich vom Standpunkte der Anfertigung kinematograp
Photographien, welche zum Studium des Ganges und zur
lung von pathologischen Fällen dienen, durch Vorführung v
jektionen.
2. Prof. Dr. Karl Schaffer hält „*Über die pathologische Histol
Tay-Sachsschen Erkrankung*" unter Vorzeigung von Präparate
Vortrag, in dem er sich, nach kurzer Schilderung des kli
Symptomkomplexes obgenannter Krankheit, zunächst mit den
skopischen Veränderungen befaßt, welche an den Hirnen
der Sachsschen Krankheit verstorbenen Individuen erkennba
Er hebt hierbei die Unregelmäßigkeit der Furchung, das
der Hirnfurchen hervor; es kommen aber auch Fälle vor, in
sich diese makroskopisch bereits erkennbaren Abweichunge
finden. Er geht sodann auf die pathologische Mikrosko
Leidens über und kommt zu folgenden Konklusionen: 1)
bestimmten engbegrenzten Teilen des Großhirns, in den
windungen, in der I. Frontalwindung und in der Gegend des
findet sich eine gewisse Entwicklung von markhaltigen Fase
gegen sind diese in den übrigen Teilen der Hemisphären
nachzuweisen. 2) Die sogenannten Assoziationsbahnen der

sphären entbehren fast alle der markhaltigen Fasern; von den Projektionssystemen besitzen nur die cerebropetalen, namentlich die Schleifenbahn resp. die thalamo-corticalen Neurone normal entwickelte Markfasern, die cerebropetalen Systeme, in erster Linie die Pyramidenbahnen sind marklos. 3) Der Tigroidgehalt der Nervenzellen in der grauen Substanz von Hirn und Rückenmark weist entschiedene Veränderungen auf. Er rechnet die Sachssche Krankheit zu den primär degenerativen Erkrankungen des zentralen Nervensystems, bei der keinerlei Gefäßerkrankung nachzuweisen, also der entzündliche Ursprung auszuschließen ist.

Sitzung am 15. Dezember 1903.

Doc. Dr. Edmund Krompecher: *„Das relative Verhältnis von Epithel, Endothel und Bindegewebe"*. Auf Grund einer von den Basalzellen der Epidermis ausgehenden krebsigen Neubildung beschreibt Vortragender gewisse Übergangsformen des Epithels, welche sich mit dem Bindegewebe unmittelbar vermischen. Die Übergänge besitzen der Form nach ganz den Bindegewebscharakter. Von diesem Befunde ausgehend und zoologische, sowie embryologische Daten in seine Erörterungen einbeziehend, begründet er ausführlich die Möglichkeit der Umwandlung von Epithelen in Bindegewebe.

E) Populäre Abendvorlesungen.

Vorträge am 13., 20. und 27. November 1903.

Ludwig Biró hielt drei Vorträge unter dem Titel *„Steinzeitliches Leben in der Gegenwart"* über das Leben der Völker von Neu-Guinea.

F) Populäre Kurse.

1. Béla Lengyel: *Über einige Grundbegriffe und Gesetze der Chemie* 6 Vorträge vom 16. Januar bis 20. Februar 1903.
2. Br. Roland Eötvös: *Über Gravitation und Erdmagnetismus.* 6 Vorträge vom 28. Februar bis 4. April 1903.
3. Rudolf Kövesligethy: *Aus der Astronomie.* 6 Vorträge vom 14. November bis 19. Dezember 1903.

BERICHTE ÜBER DIE TÄTIGKEIT, DEN VERMÖGENSSTAND U. A.

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER KGL. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCH

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften.

1.

Die LXIII. feierliche Jahresversammlung der ungarischen demie der Wissenschaften wurde am 10. Mai 1903 vom Präsi Baron Roland v. Eötvös mit folgender Ansprache eröffnet:

Millionen von Buchstaben häuft unsere Akademie jährl ihren Veröffentlichungen an, und wir hätten mit Billionen zu re wenn wir Ähnliches über sämtliche Akademien der Welt und die Hunderte von Jahren aussprechen wollten, seitdem die Aka die Ergebnisse wissenschaftlicher Arbeiten sammeln, aufbewahre veröffentlichen. Wie unermeßlich ist die Arbeit, welche die Ge aller Völker und Zeiten auf das Geheiß ihres denkenden Geiste Buchstabenschreiben verbrauchten. Wie viele verzehrten ihre L kraft, indem sie diese ohnehin entkräftende Arbeit zurückgezog einsamer Stube, bei kaum glimmendem Nachtlichte, auf die gebeugt vollführten und den Schreibgriffel nur dann aus den k haft zusammengeklemmten Fingern fallen ließen, als der Geis Leibe nicht mehr zu gebieten vermochte.

Wozu all diese Mühe? Warum begnügt sich der Gelehrte mit der unbeschreiblichen Wonne, welche die Entdeckung selb geringsten Wahrheit verursacht? Warum genügt ihm nicht die tragung der Wissenschaft durch das Gespräch, wie es zum B die Peripatetiker bei ihren Spaziergängen in schattigen pflegten? Nein, damit allein ist niemand zufrieden. In u vergänglichen Leben sind wir immer bestrebt, etwas Bleiben schaffen. Wir sehen überall um uns herum ein Vergehen. haben wir Zeit uns an der aufblühenden Blume zu ergötzen, so wir sie schon verwelken. Wie sollte nicht in dieser vergängliche der immergrüne Lorbeer einen unbeschreiblichen Reiz für uns

Alle hoffen ihn als Lohn ihrer Arbeit zu erhalten: sowohl die Dichter und Künstler, die in ihren Schöpfungen die Phantasie führt, als auch die besonnenen und auf ihr diszipliniertes Denken stolzen Gelehrten, wenn sie die Ergebnisse ihrer Geistesarbeit veröffentlichen und damit ihren Namen vom Untergange zu retten suchen. Sie schreiben nicht allein der nächsten Stunde, nicht einmal dem nächsten Jahre oder Jahrhunderte: sie schöpfen ihre Kraft aus der Überzeugung, daß ihre Werke bestehen werden, solange Menschen auf der Erde leben.

Ohne diese Überzeugung gäbe es vielleicht überhaupt keine Wissenschaft, und der Fortschritt der Menschheit würde sich nur in der Entfaltung derjenigen Geschicklichkeiten äußern, durch die den momentanen Bedürfnissen abgeholfen werden kann. Wir dürfen daher der Hoffnung nicht entsagen, die wir an die Erhaltung der schriftlichen Aufzeichnung knüpfen.

Mit Behagen sehen wir auf die vollen Bücherschränke unserer Bibliotheken. Der Anblick der bereits dreihundert Jahre alten Veröffentlichungen der Accademia dei Lincei oder der seit 1665 ohne Unterbrechung erscheinenden Quartbände der Philosophical Transactions bekräftigt unser Vertrauen, daß auch von unserer Tätigkeit etwas erhalten bleibt. Neben den Schöpfungen großer Geister finden wir auch die Ergebnisse des Ameisenfleißes, neben den Namen eines Galilei und Newton auch die Namen sehr bescheidener Arbeiter.

Unser Vertrauen wird noch gesteigert, wenn wir die weitere Vergangenheit betrachten. Es wurden uns auf Papyrus, auf Pflanzenfaser geschrieben, in Steinen eingeritzt, in Erz gegossen und in Ziegel eingebrannt die vor Tausenden von Jahren entdeckten Kenntnisse als Erbschaft überlassen. Die heutige Wissenschaft stützt sich auf das Wissen des Altertums und selbst heute lernen wir die Philosophie, die Jurisprudenz, die Geschichte oder die Geometrie und Astronomie zum Teil aus mehr als tausend Jahre alten Büchern.

Es fragt sich aber, ob die geschriebenen Zeichen, die Buchstaben und die Zahlen zum Ausdruck aller unserer Kenntnisse ausreichen; ob durch diese Zeichen unsere Kenntnisse vor dem Untergange bewahrt werden können. Ich bitte die geehrte Versammlung, mir zu erlauben, diese Frage zu beantworten. Ein Rechtsgelehrter, ein Historiker, ein Philolog, mit einem Worte ein Humanist, wird kaum in die Lage kommen, sich diese Frage zu stellen. Es scheint ihm ganz selbstverständlich, daß er alles, was er selbst weiß, niederschreiben und so seine Kenntnisse nicht nur den räumlich entfernten Zeitgenossen, sondern auch den zukünftigen Generationen unversehrt mitteilen könne. Dasselbe kann der Mathematiker behaupten, da die von ihm aufgestellten Beziehungen der Zahlen und Verhältnisse der geometrischen Figuren durch Buchstaben und Zahlzeichen vollständig

ausdrückbar sind. Selbst der Zoologe, der Mineraloge und alle, die ihre Wissenschaft mit diesen auf gemeinsamer Grundlage bauen, können die Frage so einfach erledigen. Von ihrem Standpunkte aus haben sie vollkommen recht, denn vorausgesetzt, daß je ein Buch, das die sozialen, politischen, juristischen Verhältnisse oder die Sprache, die Fauna, die Flora unseres Vaterlandes behandelt, nach Jahrtausenden in die Hände eines wißbegierigen Lesers jener Zeiten geriete, könnte dieser Leser aus den Büchern ebensoviel erfahren als ein Zeitgenosse, der weit von unserm Vaterlande lebt.

Die Beantwortung der Frage wird aber bedeutend verwickelter für den, der sie vom Standpunkte der physikalischen Wissenschaften betrachtet.

Im Bereiche dieser Wissenschaften werden die Naturereignisse meistens mit solchen Sätzen beschrieben, welche einen Zusammenhang zwischen spezifisch verschiedenen Größen ausdrücken. Die Zahl als das Verhältnis von zwei Größen derselben Art, und so das geschriebene Zeichen der Zahl allein ist also zum Ausdruck dieser gesetzmäßigen Zusammenhänge nicht ausreichend.

Ich erwähne ein Beispiel.

Behaupte ich, die Verbrennung von 10 kg Kohle im Heizraume eines Kessels könne eine Dampfmaschine von 5 Pferdekräften 2 Stunden hindurch in Betrieb halten und setze uns in den Stand, wenn an die Dampfmaschine eine Dynamomaschine gekuppelt wird, 50 Glühlampen von 20 Kerzen Lichtstärke funktionieren zu lassen: so habe ich damit nicht etwa eine Beziehung zwischen den Zahlen 10, 5, 2, 50 und 20 aufgestellt, sondern einen Zusammenhang zwischen 10 kg Steinkohle, 5 Pferdekräften, 2 Stunden und 50 $\times$ 20 Kerzen ausgesprochen. Hier liegt die Schwierigkeit.

Wenn ich nämlich in unbescheidener Weise mich nicht mit der großen Ehre begnügte, die mir diese vornehme Versammlung erweist, indem sie meinen Überlegungen mit Geduld folgt, sondern auch den Wunsch hegte, daß diese Schrift einst nach 2000 Jahren nicht nur gelesen, sondern auch verstanden werde; dann genügte es hierzu nicht, die Aufbewahrung dieser Zeilen zu sichern. Ich müßte vielmehr auch dafür sorgen, daß das Kilogramm, mit dem ich die Masse der Kohle messe, aufbewahrt oder vielmehr hergestellt werde; ebenso die Uhr, mit der ich die Zeit bestimme; die Vorrichtung, die mir die Leistungsfähigkeit meiner Maschine angibt, und selbst die Kerze, mit der ich die Lichtstärke meiner Lampen heute verglichen habe. Es treten ähnliche Schwierigkeiten jedesmal auf, wenn es sich um die Beschreibung von Versuchen handelt, und darum ist nicht zu staunen, wenn der Physiker, der Physiologe und der Astronom, die hauptsächlich mit Versuchen beschäftigt sind, mit wohlbegründeter Sorgfalt bestrebt sind, mit ihren Schriften auch ihre Maßeinheiten ihren Nachfolgern zu überliefern.

Das erste Ergebnis dieser Bestrebung ist, daß man die Anzahl der Maßeinheiten, welche unbedingt aufbewahrt werden müssen, möglichst beschränkt.

Alles auf dieser Welt geschieht im Raume und in der Zeit und darum können sämtliche Faktoren, die sich in den Naturerscheinungen äußern, obwohl sehr verschiedener Art, auf Grund ihrer Beziehungen zur Zeit und zum Raume gemessen werden. Daher müssen wir *in ultima analysi* über die Wahl zweier Grundeinheiten verfügen.

Die Aufgabe ist kurz gefaßt die folgende: man hat die Längeneinheit und die Zeiteinheit so zu bestimmen, daß sie auch nach beliebig vielen Jahrtausenden unverändert benutzt werden können. Als einfachste und zweckmäßigste Einheiten erscheinen im Prinzip eine Dimension eines während der Zeit unveränderlichen Körpers und eine sich unverändert wiederholende Bewegung.

Die Gelehrten, die unser Metersystem begründeten, haben bereits vor mehr als einem Jahrhundert eine ähnliche Wahl getroffen. Das Meter, als eine durch die Dimensionen der Erde bestimmte Längeneinheit, die damit verknüpfte Volumeneinheit und die Masse des Wassers von der Volumeneinheit als Masseneinheit, zusammen mit der durch die Umdrehungszeit der Erde um seine Achse bestimmten Zeiteinheit, schienen ein Maßsystem zu liefern, das wir ein natürliches nennen können, das — selbst wenn alle unsere Maßstäbe verloren und alle unsere Uhren zugrunde gehen — heute ebenso wie nach Tausenden von Jahren unverändert wieder hergestellt werden kann. Die strenge Kritik hat aber gegen diese Wahl der Einheiten wohlbegründete Einwände erhoben.

Die Aufgabe, die Dimensionen der Erde auf unsere Maßstäbe zu übertragen, ist sehr schwierig und kann im Sinne der getroffenen Festsetzungen nur sehr unvollkommen gelöst werden; wer würde aber außerdem behaupten wollen, daß die Erde selbst bis in die Ewigkeit unverändert bleibt?

In der Tat verursachen die Kräfte, welche, durch die langsame Abkühlung der Erde entfesselt, die Erdkruste hier langsam heben oder senken, dort aber durch mächtige Eruptionen zertrümmern, schon während der Dauer eines menschlichen Lebens solche Umwälzungen, die selbst den Verlauf der Kurven auf unseren geographischen Karten verändern. Die Verheerungen des Krakatoa, des Santorin, des Mont-Pelée sind scharf in unser Gedächtnis eingeprägt. Außerdem ist das Wasser zu erwähnen, das in immer veränderter Form, als Dampf, Flüssigkeit und Eis, ganze Berge fortspült und neue aufbaut. Auf eine solche labile Basis kann gar nichts Bleibendes aufgebaut werden.

Es ist daher nicht zu bewundern, daß heute die Gelehrten der ganzen gebildeten Welt den Plan der Realisierung eines natürlichen Systems aufgaben und darin übereinkamen, daß die Basis unseres

Maßsystems nicht die veränderliche Erde sei, vielmehr ein Stab, auf welchem die Länge des Meters aufgetragen ist und ein Platinstück, dessen Masse Kilogramm genannt wird.

Zur Versicherung wird dieser Stab und das Stück Platin auf Grund internationaler Vereinbarung in Paris zwischen festen Wänden von einer eigens hierzu bestimmten wissenschaftlichen Garde bewahrt, verwaltet und vervielfältigt.

Aber wer kann etwas über das Schicksal der Menschheit und dieser Institution aussagen?

Der Haß der Menschen, der Nationen gegeneinander, diese zeitweise schlummernde, aber wiederholt mit ihrer ganzen Roheit hervorbrechende, verheerende Kraft gefährdet in weit höherem Maße diese wissenschaftliche Festung als der Krakatoa oder der Mont-Pelée. Wenn wir aus den bitteren Erfahrungen der Vergangenheit uns ein Urteil über die Zukunft bilden wollen, können wir es kaum hoffen, daß die Menschheit von nun an ohne Unterbrechung nach den gemeinsamen Idealen der Zivilisation fortschreiten wird.

Die Gefahr, welche die Genauigkeit unserer Zeitmessung bedroht, ist ganz anderer Art und vielleicht nicht so groß. Der Astronom richtet heute unsere Uhren nach einer gemeinsamen, großen Uhr, nach der Erde, die sich um ihre Achse dreht. Ob diese aber gut geht?

Wäre es nicht denkbar, daß Mond und Sonne, die, mit ihrer Anziehungskraft die Masse unserer Erde anfassend, auf derselben die Erscheinungen der Flut und Ebbe hervorrufen, in der Drehung der Erde verzögernde Störungen verursachen, von der Art, wie wir sie auf unseren Uhren bemerken, wenn die Schmiermittel in den Achsenlagern eintrocknen?

Daß diese Frage beantwortet werden kann, ist einer der glänzendsten Triumphe der Wissenschaft. Aus der Abweichung zwischen den nach heutigem Gange der Uhr berechneten und den geschichtlich aufgezeichneten, tatsächlich beobachteten Orten einstiger Sonnenfinsternissen konnte man mit großer Wahrscheinlichkeit darauf schließen, daß unsere Erde, als Uhr betrachtet, heute eine Verspätung von täglich $^1/_{30}$ Sekunden gegenüber ihrem Gange von 2500 Jahren vorher zeigt.

Die Veränderung ist keine große, aber sie reicht immerhin aus, um unser Vertrauen einzuschränken; besonders wenn wir überlegen, daß die verflossenen 25 Jahrhunderte in der Entwicklungsgeschichte unserer Erde eine ruhige Epoche sein konnten, der in Zukunft größere Umwälzungen folgen können, die schon bedeutendere Störungen hervorrufen.

Wir haben uns wieder getäuscht. Müssen wir jedoch die Hoffnung der Realisierung unserer Bestrebung völlig aufgeben? Nein, es ist noch ein Weg da; er scheint sehr gewagt zu sein, aber er führt zum Ziele.

Wir bedürfen etwas Konstantes, etwas mit der Zeit Unveränderliches! Wir finden es nicht in den Dimensionen einzelner Körper und ihrer Bewegungen, suchen sie also unter den Eigenschaften der Stoffe, aus denen die Körper bestehen. Es können Jahrtausende verlaufen, wobei das Antlitz der Erde vielleicht gänzlich verändert wird, und es werden Seewellen wogen dort, wo heute herrliche Städte blühen: aber die einzelnen Stoffe, aus denen diese in ihrer Form veränderte Erde zusammengesetzt ist, werden ihre Eigenschaften behalten. Wasser, Luft, Gold und die anderen Stoffe werden dieselben Wirkungen auf ihre Umgebung ausüben, sich ebenso gegen äußere Wirkungen verhalten, sich ebenso erwärmen und abkühlen, ebenso frieren und schmelzen, das Licht nach denselben Gesetzen durchlassen oder reflektieren als heute.

Wir legen daher unser ganzes Vertrauen in die Voraussetzung, daß die Eigenschaften der Materien bestimmter chemischer Zusammensetzung in der Zeit unverändert bleiben, sodaß wir dieselben heute in einer Form festlegen können, die auch für die Zukunft gültig bleibt.

Unsere Nachkommen werden sich vielleicht vereinbaren, um auf dieser Voraussetzung ein wirklich natürliches Maßsystem aufzubauen; wir benutzen diese Voraussetzung wenigstens dazu, daß wir mit ihrer Hilfe unser heutiges Maßsystem unsern Nachfolgern überliefern.

Die Beziehungen solcher charakteristischer Eigenschaften der verschiedenen Stoffe zur Zeit und Länge sind uns größten Teils schon bekannt.

So wissen wir, daß im Lichte eines glühenden Stoffes eine ganze Reihe von bestimmten Längen laut unserer Voraussetzungen für ewige Zeiten niedergelegt ist, und in den Bewegungen, die wir durch die Massenanziehung verschiedener Materien in unseren Laboratorien realisieren können, stehen uns ebensoviele nach dem gegebenen Modelle immer neu konstruierbare Uhren zur Verfügung. Es ist nun die Aufgabe des Fachmannes, und braucht daher von hier aus nicht besprochen zu werden, die Regel jener Verfahren zu bestimmen und genau auszudrücken, laut welchen diese, den Augen des Laien versteckte Längen gemessen und die Schläge dieser geheimnisvollen Uhren abgezählt werden müssen. Uns interessiert hier nur das Resultat, welches darin besteht, daß, wenn mir nunmehr einen Stoff nennen, dann können wir in seinem Lichte eine Länge und in seiner Anziehung eine Zeitdauer mit Wort und Zahl bezeichnen. Es haben daher all die Gelehrten, die (zwar durch andere Gesichtspunkte geleitet) die Wellenlänge der verschiedenen Metalle mit einer nahezu vollkommenen Genauigkeit gemessen haben, und die durch neue Verfahren die Genauigkeit unserer Kenntnisse über die Gravitationskonstante gesteigert haben, vielleicht unbewußt einen Beitrag geliefert zur Lösung der großen Aufgabe der Übertragung unserer Kenntnisse in die entfernte Zukunft.

Wenn aus den Schaffungen der Gegenwart nichts erhalten als der niedergeschriebene Inbegriff unserer Wissenschaft, und die zwei Zahlen, welche die Wellenlänge des gelben Lichtes der Flamme glühenden Kochsalzes und die auf Wasser bezogen vitationskonstante angeben: so würde der Gelehrte der Zuku einem Körnchen Kochsalz und in einer Flasche Wasser unser Maßsystem wohl aufbewahrt auffinden. Er würde es in sein sprünglichen Form herstellen können: er könnte sich das Mete Liter, das Kilogramm verfertigen, er könnte seine Uhren nach Sekunden gehen lassen, er könnte die Leistungsfähigkeit seiner Mas nach unseren Pferdekräften messen, all dies mit derselben Genau mit der wir die zwei Grundzahlen bestimmt und aufgezeichnet

Dieses Resultat bedeutet mehr als eine Befriedigung der gierde des Physikers: es bedeutet den Triumph der Buchstabe die Erhaltung aller unserer Kenntnisse durch diese.

Dies ist ein allgemeines Interesse, das niemandem gleich sein kann, der irgend einen Zweig der Wissenschaft betreibt auch dem nicht, der (wenn auch nur als Zuschauer) die Forts der Wissenschaft beobachtet.

Die Pflege ähnlicher Interessen und die Lösung der dam bundenen Aufgaben ist eine der wichtigsten Pflichten der Akad auch der unserigen. Dies entschuldige, falls ich einer Entschul bedarf, meine vielleicht etwas abstrakten Auseinandersetzunge eine solche Frage.

2.

Die Vermögensverhältnisse der Akademie sind aus folgenden ersichtlich:

	Kronen
Die Akademie besaß am 31. Dezember 1902 ein reines Gesamtvermögen von	5 658 141
Davon entfallen auf das Gebäude, die Bibliothek, den Büchervorrat usw.	2 000 000
Das Budget der Akademie belief sich im Jahre 1902 auf	677 552
Die Ausgaben der III. Klasse beliefen sich im Jahre 1902 auf	18 664

3.

Die Anzahl der Mitglieder der Ungarischen Akademie der W schaften am Ende des Jahres 1902 ist aus folgender Tabe sichtlich:

	I. (sprachwissenschaftl. u. ästhetische) Klasse	II. (philosophische und historische) Klasse	III. (mathematische u. naturwissenschaftl.) Klasse	Zusammen
Ehrenmitglieder	6	8	8	22
Ordentl. Mitgl.	11	22	21	54
Korresp. Mitgl.	32	55	55	142
Auswärt. Mitgl.	33	20	26	79
Zusammen	82	105	110	297

Die Vermögensangelegenheiten verwaltete der Direktionsrat der Akademie, der aus dem Präsidenten und Vizepräsidenten, dem Generalsekretär und 23 Mitgliedern bestand.

Nach den Statuten beträgt der Status der Akademie: Ehrenmitglieder 24, ordentliche Mitglieder 60, korrespondierende Mitglieder 156.

Im Mai 1903 wurden in der III. Klasse die folgenden neuen Mitglieder gewählt:

Zum ordentlichen Mitglied:

Michael Lenhossék, Anatom, bisher k. M.

Zum korrespondierenden Mitglied:

Stefan Rátz, Zootherap.

Zu auswärtigen Mitgliedern:

Max Noether in Erlangen, Mathematiker,

Giuseppe Veronese in Padua, Mathematiker.

4.

Bibliothek. Die Anzahl der geordneten Fächer beträgt 53. Diese enthalten 66 112 Werke. Darunter:

Anthropologie	363
Mathematik und Astronomie . . .	1206
Naturwissenschaft	192
Physik	998
Chemie	457
Naturgeschichte	137
Zoologie	505
Botanik	455
Mineralogie und Geologie	516
Medizinische Wissenschaften	2555
Ausgaben von Akademien und wissenschaftlichen Gesellschaften . . .	608
Ausgaben der Ungar. Akademie d. W.	380

Ausländische Zeitschriften	202
Inländische Zeitschriften	386
Bolyaiana	32

Der Fachkatalog besteht aus 108 Bänden und 58 Zettelkasten. Angekauft wurden 635 Werke. Als Pflichtexemplare wurden erhalten von 341 Druckereien 8640 Werke. Private und Behörden schenkten 228 Werke.

Im Lesesaal der Bibliothek benutzten 6611 Personen 8310 Werke. Ausgeliehen waren 1053 Werke.

5.

Die III. Klasse hat die folgenden Arbeiten mit Preisen gekrönt:

I. Karl v. Than: *A kisérleti chemia elemei* (Die Elemente der Experimentalchemie) I. Bd, 1897. (Großer Preis für das bedeutendste naturwissenschaftliche Werk aus den Jahren 1896—1902).

II. Ludwig v. Lóczy: *Fossilis emlös és puhatestü állatmaradványok leirása* (Beschreibung fossiler Reste von Säugetieren und Mollusken) 1897. (Marczibányi-Nebenpreis des großen Preises.)

III. Dr. Wilhelm Manninger: *Die Geschichte der antiseptischen und aseptischen Heilmethoden.* (Vigyázó-Preis.)

II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft.

1.

Die Gesellschaft hielt ihre Generalversammlung am 29. Januar 1903 ab. Nach der Eröffnungsrede des Präsidenten Prof. Vinzenz Wartha folgte der Jahresbericht des Sekretärs Prof. Josef Pasz-lavszky, aus dem wir die folgenden Daten entnehmen:

Im verflossenen Jahre sind in die Gesellschaft 700 neue Mitglieder eingetreten. Die Gesellschaft hat jetzt 8598 Mitglieder.

Die Gesellschaft gibt die folgenden ungarischen Zeitschriften heraus:

Természettudományi Közlöny (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) und hierzu *Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz* (Ergänzungshefte der Naturwissenschaftlichen Mitteilungen);
Állattani Közlemények (Zoologische Mitteilungen);
Növénytani Közlemények (Botanische Mitteilungen);
Magyar Chemiai Folyóirat (Ungarische Chemische Zeitschrift).

Ferner hat die Gesellschaft eine Verlagsunternehmung für Pränumeranten, die je einen Zyklus von drei Jahren abonnieren. Aus dem XI. Zyklus (1902—1904) erschienen in dieser Unternehmung im Jahre 1902:

O. Herman: *A magyar nép arcza és jelleme* (Gesicht und Charakter des ungarischen Volkes);

Hoffmann-Wagner: *Magyarország virágos növényei* (Ungarns Phanerogamen, mit ungarischem Texte und ergänzenden Tafeln versehene Ausgabe des Hoffmannschen Pflanzenatlasses).

2.

Aus dem Berichte des Kassierers entnehmen wir die folgenden Daten:

	Kronen	Heller
Die Gesellschaft besaß am 31. Dezember 1902 ein reines Gesamtvermögen von	400 377	12
Davon entfallen auf das Gebäude	220 000	—
auf die Bibliothek	100 000	—
auf den Büchervorrat . .	40 000	—
Das Budget der Gesellschaft belief sich im Jahre 1902 auf	356 408	6

3.

Aus dem Berichte des Bibliothekars erfahren wir, daß die Bibliothek der Gesellschaft um 717 Bände und 7 Atlanten gewachsen ist, sodaß sie mit Ende 1902 insgesamt 24 872 Bände umfaßte. Den Mitgliedern standen im Lesezimmer 139 Zeitschriften zur Verfügung. Auf neue Bücher und Einbände wurden 5554 Kronen verwendet. Der Bibliothek wurden im Jahre 1902 von 3278 Mitgliedern 3979 Bände entliehen.

BÜCHERSCHAU.

Az algebrai mennyiségek általános elméteének alapronalai. (Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Größen.) Von JULIUS KÖNIG, Budapest 1903. [Auch deutsch erschienen: Leipzig 1903, B. G. Teubner.]

Die allgemeine Theorie der algebraischen Größen hat LEOPOLD KRONECKER in der berühmten *„Festschrift"* vom Jahre 1883 nicht nur als grundlegende mathematische Disziplin neu geschaffen, sondern auch ihrem gesamten Inhalte, ihren Zielen und Problemen nach genau umschrieben. Gleichwohl reicht die Geschichte ihrer Entwicklung weit zurück. Als verschleiertes Bild in GAUSS' unvergänglichen Arbeiten enthalten, hat diese Theorie in den arithmetischen Untersuchungen von LEJEUNE-DIRICHLET, KUMMER und DEDEKIND, den algebraischen Forschungen von ABEL, GALOIS und JORDAN, den funktionentheoretischen Schöpfungen von PUISEUX, RIEMANN und WEIERSTRASS, sowie endlich in den algebraisch-geometrischen Sätzen von CAYLEY, CLEBSCH, GORDAN und NOETHER ihre entscheidenden Gesichtspunkte gewonnen. Auch die seit dem Erscheinen der Festschrift verflossenen weiteren zwei Jahrzehnte haben bedeutsame Resultate geliefert, aus denen — abgesehen von den KRONECKERschen Abhandlungen — insbesondere die geradezu grundlegenden Sätze über Divisorensysteme von HILBERT und die wertvollen Arbeiten von HENSEL hervorzuheben sind.

Bedenkt man weiter, daß auch die neuen Bahnen, welche die Gruppen- und Funktionentheorie unter der Führung von KLEIN und LIE einerseits, FUCHS und POINCARÉ andrerseits eingeschlagen hat, mit der Theorie der algebraischen Größen vielfache Berührungs- und Kreuzungspunkte aufweist, so ergibt sich für unsere Disziplin eine zentrale Stellung, die an Bedeutung auf dem Gebiete der reinen Mathematik vielleicht nur von den Methoden der Infinitesimalrechnung übertroffen wird.

Eine systematische Darstellung der Theorie — oder genauer ausgedrückt ihrer Fundamentalsätze —, die sich in allerdings unvollkommener Analogie zu den gangbaren arithmetisch-algebraischen Hand-

büchern so verhält, wie eine Darstellung der Funktionentheorie zu den Lehrbüchern der Differential- und Integralrechnung, wird wohl ohne weiteres als dankbare Aufgabe anerkannt werden. Wie schwierig eine befriedigende Lösung dieser Aufgabe sich gestaltet, hat der Verfasser des vorliegenden Versuchs an seiner Arbeit selbst erfahren. War ja doch neben manchen methodischen Fragen früher eine Reihe von Fundamentalproblemen zu erledigen, deren Lösung entweder gar nicht oder nur für spezielle Fälle bekannt war.

Gerade diese neuen Untersuchungen, die wohl mehr als die Hälfte des gesamten Inhaltes ausmachen, drängten aber zu der hier gewählten systematischen Darstellung. Seit langer Zeit mit dem Gegenstande beschäftigt, mußte ich bald einsehen, daß einzelne Abhandlungen bei dem vielfachen Ineinandergreifen jener Fundamentalprobleme wieder sehr schwer lesbar und auf einen kleinsten Kreis beschränkt blieben, also ihren Hauptzweck verfehlen müßten. Denn als solchen betrachte ich es, den Geist der KRONECKERschen Methode — wenn der Ausdruck für dieses schwierige mathematische Gebiet gestattet ist — zu popularisieren.

So entstand dieses Buch, das eigentlich nur die ersten Elemente der Algebra und Zahlentheorie — einige Sätze aus der Lehre von den Determinanten inbegriffen — voraussetzt, und das eben darum auch ein Studierender mit Nutzen lesen kann; während andrerseits der Fachmann die Darstellung alter und neuer Resultate hier in bequemerer Form erhält, als dies in einzelnen Journalabhandlungen hätte geschehen können.

Die ganze Darstellung geht von der Definition „holoider" und „orthoider" Bereiche aus, die den Bereichen der ganzen rationalen, resp. der rationalen Zahlen nachgebildet sind, also, wie es scheint, durch gangbare technische Ausdrücke wie Integritätsbereich und Rationalitätsbereich (Körper) ersetzt werden können. Daß dies nicht der Fall ist, wird der aufmerksame Leser bald erkennen; denn jene Definitionen vermeiden die Starrheit der letzteren Begriffe und gestatten infolgedessen eine viel einfachere Grundlegung der Theorie, heben den unangenehmen Gegensatz zwischen Arithmetik und Geometrie und ergeben den für die Ökonomie der Darstellung wichtigen Umstand, daß das „Orthoide" (Rationale) als spezieller Fall des „Holoiden" (Ganzen) zu betrachten ist. Diesen Begriffsbestimmungen entsprechend scheidet sich auch die Theorie in einen „algebraischen" und „arithmetischen" Teil.

Vom methodischen Standpunkte aus möchte ich noch hervorheben, daß der KRONECKERsche Fundamentalsatz auf Grund eines völlig elementaren Beweises zum Ausgangspunkt der ganzen Theorie gewählt werden konnte.

Diesem Satze reiht sich sodann — als wichtigste Grundlage der hier erlangten neuen Resultate — die Aufstellung der von mir so-

genannten Resolventenform an, die als für ein beliebiges Formensystem geltende arithmetische Erweiterung des Resultantenbegriffs aufzufassen ist und insbesondere immer als homogene lineare Form der gegebenen Formen dargestellt werden kann. Dabei wird nach dem Beispiele KRONECKERS bei Benutzung des Ausdrucks „Form" von der Forderung der Homogeneität abgesehen.

Die Einführung der Resolventenform einerseits, der KRONECKERsche Grundgedanke der Assoziation neuer Unbestimmter andrerseits führen zu einer — im vollen Sinne des Wortes — allgemeinen Theorie der Elimination, in der die Multiplizität der durch irgend ein Gleichungssystem definierten Mannigfaltigkeiten nicht mehr, wie dies in der „Festschrift" der Fall ist, vernachlässigt wird. So entsteht ein mächtiges Werkzeug der Forschung, das uns zunächst eine rein algebraische Theorie der Funktionaldeterminanten liefert. In einem längeren Exkurse wird dann auch eine definitive Darstellung der sog. speziellen Eliminationstheorie, d. h. die allgemeine Theorie der Resultanten und Diskriminanten — letztere zum ersten Male — gegeben.

Die im engeren Sinne des Wortes arithmetischen Teile der Theorie erhalten durch die Behandlung der linearen diophantischen Probleme eine feste Grundlage. Als solches wird die allgemeine Lösung eines Gleichungssystems hingestellt, dessen einzelne Gleichungen die Gestalt $\Sigma F_i X_i = F$ haben. Dabei sind die F als gegebene, die X als unbekannte Formen angesehen, die der weiteren Bedingung unterworfen sind, daß ihre Koeffizienten einem bestimmten, vorweg gegebenen holoiden Bereiche angehören. Dieses Problem wird in den für die Theorie der algebraischen Größen ausreichenden Fällen durch eine endliche, wohldefinierte Reihe elementarer Operationen vollständig gelöst. Es sind dies die Fälle, wo die Formenkoeffizienten entweder einem orthoiden Bereiche (also z. B. irgend einem Rationalitätsbereiche) oder aber dem Bereiche der ganzen rationalen Zahlen angehören.

Der erste Fall ergibt unter anderm eine allgemeine Behandlung des NOETHERschen Satzes im Raume von n Dimensionen.

Mit diesen Resultaten ist nicht nur die wichtige, bisher kaum gestreifte Frage nach der Äquivalenz zweier Divisorensysteme vollständig gelöst, sondern es ist auch die allgemeinere Frage des „Enthaltenseins" eines Divisorensystems in einem andern erledigt.

In der Theorie der ganzen algebraischen Größen werden die beiden Fälle der im strengen Sinne der allgemeinen Arithmetik („absolut") ganzen Größen und der in bezug auf einen orthoiden Bereich („relativ") ganzen Größen zugleich und nach denselben Methoden behandelt. Im zweiten Falle sind unter anderen die im Sinne der Funktionentheorie oder Geometrie ganzen Größen enthalten. Es ist ein Kardinalpunkt der Darstellung, daß die idealen Größen von Beginn ab als nicht nur der Multiplikation, sondern auch der Additio-

Größen eingeführt werden. Auf dieser Grundlage baut sich sentlich neue und einfache Methode zur wirklichen Bestimmung ndamentalsystems in allen Fällen auf, die in erster Reihe auf eorie des „Äquivalenzmoduls“ beruht. Die Zerlegung einer Größe in Primideale wird endlich definitiv und ohne Aus- all geleistet, wobei die diesbezüglichen KRONECKERschen Resul- einem wesentlichen Punkte richtig zu stellen sind, da diese eines merkwürdigen, allerdings tiefer liegenden Versehens nur einfachsten Fällen richtig sind.

Julius König.

REPERTORIUM DER UNGARISCHEN MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN ZEITSCHRIFTEN UND JAHRBÜCHER.

Im *„Mathematikai és természettudományi értesitö"* (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger) Bd. XXI, Jahrg. 1903 sind die in der Ungar. Akademie der Wissenschaften von November 1902 bis November 1903 vorgelegten Abhandlungen erschienen.

In den *„Mathematikai és physikai lapok"* (Mathematische und physikalische Blätter, Zeitschrift der Math. und Phys. Gesellschaft in Budapest) Bd. XII, Jahrg. 1903 sind die folgenden Originalaufsätze erschienen (nur ungarisch):

Bauer, Michael: Zur Theorie der identischen Kongruenzen. p. 159—161.

— Zur Theorie der geometrischen Konstruktionen. p. 251—255.

Beke, Emanuel: Die Bolyaische Trigonometrie. p. 30—49.

— Eine Funktionsrelation. p. 218—219.

Fröhlich, Isidor: Experimentelle Demonstration der Gesetze der Interferenz polarisierten Lichtes. (II. und letzte Mitteilung.) p. 89—118.

Gruber, Ferdinand: Elektrische Wellen in Gas- und Wasserleitungsröhren. p. 383—385.

Harkányi, Br. Béla v.: Über die Bestimmung der Temperatur der Himmelskörper. p. 256—274.

Károly, Irenäus: Erzeugung elektrischer Wellen durch die Änderung des Widerstandes des galvanischen Stromkreises. p. 119—127.

Klug, Leopold: Über hyperbolische Geraden. p. 153—158.

Kürschák, Josef: Über den Parallelwinkel. p. 50—52.

Lakits, Franz: Über die Orientierung alter Tempel. p. 220—227.

Réthy, Maurus: Johann Bolyais „neue, andere Welt". p. 1—29, 303—320.

SCHLESINGER, LUDWIG: JOHANN BOLYAIS Geburtshaus. p. 53—56.
— JOHANN BOLYAI. (Festrede, gehalten bei der von der Königl. Ungar. Franz-Josefs-Universität in Kolozsvár veranstalteten BOLYAI-Feier am 15. Januar 1903.) p. 57—88.
SZABÓ, PETER: Über einen fundamentalen Satz der absoluten Geometrie. p. 321—326.
TASS, ANTON: Der ZÖLLNERsche Photometer. p. 188—197.
TERKÁN, LUDWIG: Die Theorie des Kolorimeter. p. 228—237.
VENTA, ALADÁR: Über ein Kriterium der Intransität von endlichen Gruppen linearer Substitutionen. p. 203—217.
— Über die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten einer endlichen Gruppe linearer Substitutionen. p. 353—371.
WITTMANN, FRANZ: Untersuchungen und objektive Darstellung der Ladungs- und Entladungsströme von Kondensatoren. p. 327—343.
ZEMPLÉN, GYŐZŐ: Anwendung der mechanischen Prinzipien auf Bewegung mit Reibung. p. 128—135, 162—187, 275—281.
— Über das Prinzip des größten Energieumsatzes. p. 372—382.

Im XXXV. Bande (1903) der populären Zeitschrift „*Természettudományi Közlöny*“ (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) erschienen die folgenden Originalaufsätze:

Im Januarhefte:

KLEIN, JULIUS: Die Sinnesorgane der Pflanzen. p. 1—31.
HERMAN, OTTO: Die richtigen Ungarn. (Probe aus dem Werke „Gesicht und Charakter des ungarischen Volkes“.) p. 37—42.

Im Februarhefte:

HERMAN, OTTO: Hand und Zahl in den Urbeschäftigungen. p. 97—115.
FELDMANN, FELIX: Die geistigen Getränke und der Kampf gegen die Trunkenheit. p. 116—140.
HORUSITZKY, HEINRICH: Die Geschichte der Agrogeologie. p. 141—148.

Im Märzhefte:

LENGYEL, BÉLA: Über einige wichtigere Grundbegriffe und Gesetze der Chemie. p. 201—219.

Im Aprilhefte:

LENGYEL, BÉLA: Über einige wichtigere Grundbegriffe und Gesetze der Chemie. (Schluß.) p. 257—276.
HELLER, AUGUST: Die Erfindung der elektrischen Induktion. (Probe aus dem II. Bande der „Geschichte der Physik im XIX. Jahrhundert“.) p. 277—288.

Im Maihefte:

PASZLAVSKY, JOSEF: Nekrolog über STEFAN LENGYEL. p. 314—320.
KÖVESSI, FRANZ: Das Erfrieren des Weinstockes. p. 321—338.

Im Junihefte:

EÖTVÖS, LORAND Baron v.: Konstante Maßeinheiten. (Eröffnungsrede, gehalten in der feierlichen Jahresversammlung der Ungar. Akademie der Wissenschaften.) p. 369—374.
HERMAN, OTTO: Die Tonnara. p. 375—392.
KOCH, ANTON: Neuere Ansichten über den Vulkanismus der Erde. p. 393—398.
PAZÁR, STEFAN: Über das natürliche Leuchtgas. p. 398—401.

Im Julihefte:

MÉHELY, LUDWIG: Die Brutpflege der Froschlurche. p. 425—457.

Im Augusthefte:

HÖGYES, ANDREAS: Denkrede über JOSEF FODOR. p. 482—498.
SZIGETI-GYULA, ANDREAS: Über Coniothyrium Diplopiella, White rot des Weinstockes. p. 499—509.
KOSUTÁNY, THOMAS: Die neueren Brotbereitungsverfahren. p. 509—514.

Im Septemberhefte:

PAZÁR, STEFAN: Städtische Wasserleitungen und Kanalisierung. p. 537—557.
RÓNA, SIGISMUND: Über die Verkehrheit der vertikalen Verteilung der Temperatur. p. 558—563.
JABLONOWSKI, JOSEF: Von Käfern angenagter Kaffee. p. 564—567.
PALATIN, GREGOR: Beobachtungen mit einem modifizierten Gewittersignalapparat und einem neuen Registrierapparat. p. 567—572.

Im Oktoberhefte:

CZAKÓ, ADOLF: Über Hängebrücken und über die Königin Elisabeth-Brücke in Budapest. p. 593—616.
AUSTERWEIL, GÉZA: Die Elektrochemie im Auslande. p. 617—624.

Im Novemberhefte:

RÁTH, ARNOLD: Über die drahtlose Telegraphie. p. 649—662.
JABLONOWSKI, JOSEF: Das Herumschweifen des Distelfalters. p. 663—670.
AUJESZKY, ALADÁR: Die Milch, die Butter und die Tuberkelbazillen. p. 671—678.

Im Dezemberhefte:

BIRÓ, LUDWIG: Humanismus bei den Menschenfressern. p. 705—720.
SZEKERES, KOLOMAN: Die neueren Beleuchtungsapparate. p. 721—734.

ALMÁSSY, GEORG: Tierleben in Mittelasien. (Probe aus dem Werke: Meine Reise in Mittelasien.) p. 735—752.

In den Nummern LXIX—LXXII, Jahrg. 1903 der *„Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz"* (Ergänzungshefte der Naturw. Mitteilungen) erschienen die folgenden Aufsätze:

Im Hefte Nr. LXIX (Februar):

GORKA, ALEXANDER: Das Problem der Befruchtung. p. 1—18.
MARIKOVSZKY, GEORG v.: Einige neuere Daten zur Physiologie des Labyrinthes. p. 19—23.
LAKITS, FRANZ: Das Nadir der Temperatur. p. 23—27.

Im Hefte Nr. LXX (Mai):

FRANCÉ, RAOUL: Die Entwicklung der Theorie der Entstehung der Arten. p. 49—66.
SZILÁGYI, JULIUS: Daten über die Zusammensetzung der ungarischen Weine und ihre Asche. p. 66—78.
HÉRICS-TÓTH, EUGEN: Über die Bedeutung der Glykase und Lypase. p. 79—85.

Im Hefte Nr. LXXI (August):

HALÁSZ, ALADÁR: Über RUDOLF VIRCHOW. p. 98—107.
BUCHBÖCK, GUSTAV: Die Ionen-Theorie. p. 107—142.

Im Hefte Nr. LXXII (November):

HÉRICS-TÓTH, EUGEN: Das Leben und ähnliche Erscheinungen. p. 145—166.
MARIKOVSZKY, GEORG: Das Ohr und die Muskeln. p. 166—171.
HOLTFOKI, JAKOB: Die westliche und östliche Luftströmung in Ungarn. p. 172—176.
SOÓS, ERNST: Über die elektrische Konvektion. p. 176—182.

Im II. Bande (1903) der *„Állattani Közlemények"* (Zoologische Mitteilungen der Zoologischen Sektion der Kgl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft) erschienen:

A) *Abhandlungen.*

MÉHELY, LUDWIG: Prinzip und Bedeutung der Mimicry. p. 1—24.
KOHAUT, RUDOLF: Die Puliciden Ungarns. p. 25—46, 53—68.
SZAKÁLL, JULIUS: Das Gehörorgan der ungarischen Blindmaus. p. 69—83.
RÁTZ, STEFAN v.: Neue und wenig bekannte ungarische Trematoden. p. 83—88.

MÉHELY, LUDWIG v.: Beiträge zur Fauna der Sandsteppe von Deliblát und des Lokva-Gebirges. p. 93—105.
CSIKI, ERNEST: Die Histeriden Ungarns. p. 115—128, 220—232.
ABONYI, ALEXANDER: Morphologische und physiologische Beschreibung des Darmkanals der Honigbiene (Apis mellifica L.). p. 137—168.
VUTSKITS, GEORG: Naturgeschichte des Leucaspius delineatus Heck. p. 169—188.
HORVÁTH, GÉZA v.: Die Insektenfauna der Kochsalz- und Soda- haltigen Gebiete Ungarns. p. 206—211.
MÉHELY, LUDWIG v.: Lacerta mosoriensis Kolomb., eine neue Eidechse im Königreich Ungarn, in ihrem phylogenetischen Zusammenhang p. 212—220.

B) *Kleinere Mitteilungen.*

DUDINSZKY, EMIL: Über die heteromorphen Schalen der Malermuschel (Unio pictorum L.). p. 233.
MÉHELY, LUDWIG v.: Begattung der Molche. p. 193.

Der II. Band (1903) der *„Növénytani Közlemények"* (Botanische Mitteilungen) enthält außer den Bücherbesprechungen und den Angelegenheiten der botanischen Sektion der Kgl. Ungar. Naturw. Gesellschaft die folgenden Originalarbeiten und kleineren Mitteilungen:

STAUB, MORITZ: Ein neuer Beweis für das ursprüngliche Vorkommen der Nymphaea Lotus L. in Ungarn. p. 1—8.
HOLLÓS, LADISLAUS: Die Standorte von Tuber aestivum und Choiromyces meandriformis in Ungarn. p. 8—15.
SIMONKAI, LUDWIG: Die Arten, Unterarten und Varietäten der Gattung Nonnea. p. 15—24.
PÉTERFI, MARTIN: Über die ungarischen Weisia-Arten. p. 24—25.
PAPP, DESIDER: Beiträge zur Kenntnis der Anatomie des Iris-Blattes. p. 41—72.
HOLLÓS, LUDWIG: Geasteropsis nov. gen. p. 72—73.
— Zwei neue Lycoperdon-Arten. p. 75—76.
SCHILBERSZKY, KARL: Neue teratologische Fälle. p. 76—89.
THAISZ, LUDWIG: Beiträge zur Kenntnis der Flora des Csongrader Komitates. p. 89—91.
BARTAL, KORNELIUS: Beiträge zur Kenntnis der Vegetation des Babagebirgsstockes in den Karpaten. p. 97—129, 145—161.
TUZSON, JOHANN: Über den spiralen Bau der Zellwände in den Markstrahlen. p. 129—134.
GOMBOCZ, ANDREAS: Die erste ungarische Pflanzenenumeration von DECCARD. p. 162—168.

SIMONKAI, LUDWIG: Neuere Beiträge zur Kenntnis der Flora von Budapest. p. 169—173.
PÉTERFI, MARTIN: Bryologische Mitteilungen. p. 173—176.

Im IX. Bande (Jahrg. 1903) der von der Chemisch-Mineralogischen Sektion der Kgl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft herausgegebenen Fachzeitschrift *„Magyar chemiai folyóirat"* (Ungarische Chemische Zeitschrift) erschienen die folgenden Originalabhandlungen:

WINKLER, LUDWIG: Bestimmung des Reduktionsvermögens und des Eisengehaltes natürlicher Wässer. p. 2—7.
MESZLÉNYI, EMIL: Eine neue Gasreinigungsflasche mit zwei Flüssigkeiten. p. 7.
REISZ, FRIEDRICH: Übersicht der Sulfinfarbstoffe und Erzeugung neuer Sulfinfarbstoffe. p. 8—11, 23—25, 44—46, 57—59, 73—77, 91—93, 101—103, 118—121, 137—141, 156—159, 171—175, 188—192.
FARAGÓ, ANDREAS: Über die Geschwindigkeit der Zersetzung des Wasserstoffhyperoxids. p. 17—22, 33—34, 49—52, 65—68, 81—85.
MELCZER, GUSTAV: Über Symmetrie und Achsenverhältnisse beim Hämatit. p. 35—42, 53—56, 69—72, 86—91.
VUK, MICHAEL: Die Oxydation des Methyl- und Aethyl-Analins. p. 97—101.
HORVÁTH, BÉLA: Die Wirkung von Dioxybensoesäure und α-Naphtol auf p-Amidobenzylalkohol. p. 104—105.
DOBY, GÉZA: Das Aethylat des Calcium. p. 115—118, 133—137.
WINKLER, LUDWIG: Bestimmung des Kohlensäuregehaltes der natürlichen Wässer. p. 129—132.
BUGARSZKY, STEFAN: Über die Einwirkung von Brom auf Acetaldehyd in wässeriger Lösung. p. 145—149, 161—165.
SIGMOND, ALEX: Die Düngewirkung der verschiedenen Stickstofformen. p. 150—156, 166—170, 182—188.
NURICSÁN, JOSEF: Mineralwasseranalysen. I. Das Mineralwasser von Polhora. II. Die Mineralwässer von Trencsén-Teplicz. p. 177—179.

Der *Jahresbericht* für 1901 (erschienen 1903) der Königl. Ungar. Geologischen Anstalt enthält die folgenden Originalaufsätze (sämtlich auch in deutscher Sprache):

BÖCKH, JOHANN: Direktionsbericht. p. 3—37.
GESELL, ALEXANDER: Die geologischen und Gangverhältnisse des Bergreviers von Dobsina. p. 104—119.

GESEL, ALEXANDER: Geologisch-montanische Notizen von der internationalen Ausstellung zu Paris 1900. p. 164—168.
HALAVÁTS, JULIUS v.: Die geologischen Verhältnisse der Umgebung von Szászváros. p. 90—95.
HORUSITZKY, HEINRICH: Die agrogeologischen Verhältnisse von Komját und Tótmegyer. p. 129—136.
KALECSINSZKY, ALEXANDER v.: Mitteilungen aus dem chemischen Laboratorium der ungarischen-geologischen Anstalt. p. 154—163.
LIFFA, AUREL: Bericht über seine agrogeologische Aufnahme im Jahre 1901. p. 146—153.
PÁLFY, MORITZ v.: Geologische Notizen aus dem Tale des Aranyosflusses. p. 52—70.
PAPP, KARL: Die geologischen Verhältnisse der Umgebung von Petris. p. 71—89.
POSEWITZ, THEODOR: Über das Nagyág-Tal in der Umgebung von Berezna und Vucskmező. p. 38—44.
ROTH v. TELEGD, LUDWIG: Über den östlichen Rand des siebenbürgischen Erzgebirges in der Umgebung von Havasgyógy, Felgyógy und Nagy-Enyed. p. 45—51.
SCHAFARZIK, FRANZ: Geologische Verhältnisse der Umgebung von Furdia und Német-Gladna, ferner des westlichen Teiles der Umgebung von Nadrág. p. 96—103.
TIMKÓ, EMERICH: Über die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung der Gemeinden Szimó, Kamocsa, Guta und Szent-Péter (Komitat Komárom). p. 137—145.
TREITZ, PETER: Bericht über seine im Sommer 1901 ausgeführte agronomische Aufnahme. p. 120—128.

Im *„Földtani Közlöny"* (Zeitschrift der ungar. Geologischen Gesellschaft) Jahrg. XXXIII, 1903, erschienene Originalaufsätze (alle in ungarischer und deutscher Sprache):

HORUSITZKY, HEINRICH: Über den diluvialen Sumpflöß. p. 267—274.
HULYÁK, VALÉR: Mineralogische Mitteilungen. Mit einer Tafel. p. 175. (Phillipsit von Szigliget, Calcit von Szobb, Theorit vom Szt. Gellérthegy in Budapest, Anorthit vom Aranyberge bei Piski (Hunyad), Diaphorit von Felsöbánya.) p. 175—180.
KOCH, ANTON: Tarnócz im Komitat Nógrád, als neuer reicher Fundort fossiler Haifischzähne. Mit zwei Tafeln. p. 139—164.
— Skizze des geologischen Baues des Fruskagoragebirges. p. 397—402.
KORMOS, THEODOR: Palaeontologische Mitteilungen. Mit einer Tafel. (Beiträge zur Kenntnis der thermalen Melanopsisarten von Püspökfördö bei Nagy-Várad.) p. 496—508.

LÖRENTHEY, EMERICH: Ein klassischer Fundort der die sarmatischen und pannonischen Schichten überbrückenden Schichten in Ungarn. p. 181—184.
— Zwei neue Schildkrötenarten aus dem Eozän von Kolosvár. Mit zwei Tafeln. p. 250—266.
— Einige Bemerkungen über Orygoceras Fuchsii Kittl sp. p. 518—520.
— Pteropodenmergel in den alttertiären Bildungen von Budapest. p. 520—524.
— Massenhaftes Vorkommen von Pyrgulifera im Eozän von Lábatlan. p. 524—525.
PÁLFY, MORITZ: Zwei neue Inoceramusriesen aus den oberen Kreideschichten der siebenbürgischen Landesteile. Mit zwei Tafeln. p. 489—495.
— Vorläufiger Bericht über die Altersverhältnisse der Endesite im siebenbürgischen Erzgebirge. p. 509—517.
PETHŐ, JULIUS: Über das Vorkommen von Hipperites (Pironaea) polystylus in den Hypersenonschichten zu Čerevič im Petervárader-gebirge. Aus dem Nachlaß des Verf. mitgeteilt von M. v. PÁLFY. p. 134—138.
SCHAFARZIK, FRANZ: Gedenkrede über das Ausschußmitglied Dr. JULIUS PETHŐ, mit Bildnis. p. 120—133.
— Über das geologische Profil des dritten Hauptsammelkanals in Budapest. Mit einer Tafel. p. 165—174.
— Kurze Skizze der geologischen Verhältnisse und Geschichte des Gebirges am Eisernen Tore an der unteren Donau. Mit zwei Tafeln. p. 402—444.
TREITZ, PETER: Agrogeologische Beschreibung des Gebietes zwischen der Donau und der Tisza. Mit einer Tafel. p. 367—389.
— Bodenkundliche Beschreibung der Umgebung des Palics-Sees. Mit einer Tafel. p. 390—396.
— Areopiknometer zur Gewichtsbestimmung des Bodens in trübem Wasser. p. 184—185.

In den *Annales historico-naturales Musei Nationalis Hungarici* (Neue Serie der bisher unter dem Titel „*Természetrajzi füzetek*" erschienenen Zeitschrift) Bd. I, Jahrg. 1903 erschienen die folgenden Aufsätze (sämtlich auch in lateinischer, französischer oder deutscher Sprache):

BERNÁTSKY, EUGEN: Zur Kenntnis der Vegetationsorgane der Gattung Ruscus. p. 484—502.
— Beobachtungen an Majanthemum bifolium. p. 561—565.

lungen des Ungarischen National-Museums und des Museo civico von Genua. p. 109—160.

Szépligeti, Viktor: Neue Evaniiden aus der Sammlung des Ungarischen National-Museums. p. 364—395.

— Neue Joppinen aus der Sammlung des Ungarischen National-Museums. p. 477—483.

Im Jahrbuche „*Orvos és Természettudományi Egyesület Közleményei*“ (Verhandlungen des Vereins für Natur- und Heilkunde) zu Pozsony; neue Folge, Bd. XV, der ganzen Reihe XXIV. Bd., Jahrg. 1903, erschienene Originalaufsätze:

Pantocsek, J.: Über die Bacillarien des feinen Andesittuffes von Szliács. (Ungarisch.) p. 3—18.

Wildt, A.: Einige Ausflüge in das Gebirge von Anina, Oravicza und und die Umgebung im Komitat Krasso. (Deutsch.) p. 19—50.

Rovara, Fr.: Über die für die Landwirtschaft schädlichen Tiere. (Ungarisch.) p. 51—70.

Antolik, K: Über Klangfiguren gespannter Membranen und Glasplatten. (Deutsch.) p. 71—139.

In den „*Verhandlungen und Mitteilungen des siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften zu Hermannstadt*“ Bd. LIII, Jahrgang 1903, sind erschienen (deutsch):

Leonhardt, W.: Verzeichnis der Vögel Schäßburgs nebst biologischen Skizzen. p. 1—80.

Czekelius, D.: Beiträge zur Schmetterlingsfauna Siebenbürgens. p. 81—83.

In der Zeitschrift „*Értesitö az erdélyi Muzeumegylet orvos-természettudományi szakosztályából*“ Sitzungsberichte der medizinisch-naturwissenschaftlichen Sektion des siebenbürgischen Museumvereins) erschienen die folgenden Originalaufsätze (in ungarischer Sprache mit deutscher Revue über den Inhalt):

Jahrg. XXVIII, Bd. XXV, 1903.

I. Medizinische Abteilung.

Fabinyi, Rudolf: Über die syphilitische Erkrankung der Gehirnbasis. p. 76—99, Rev. 22—28.

Hevesi, Emerich: Über Sehnentransplantationen, Muskellähmungen und Kontrakturen. Neue Verfahren zur Heilung des Pes valgus und varus. p. 41—75, Rev. 12—21.

JANCSÓ, NIKOLAUS: Die Bedeutung der Milz und Venenpunktion für die bakteriologische Diagnose des Typhus abd. p. 112—129, Rev. 35—41.

KONRÁDI, DANIER: Die Lebensdauer von krankheiterregenden Bakterien in Wasser. p. 197—210, Rev. 63—66.

— Der Nachweis von Typhusbazillen im Brunnenwasser. p. 211—219, Rev. 67—68.

LECHNER, KARL v.: Über Reflextypen. p. 100—111, Rev. 26—34.

LÖTE, JOSEF v.: Zur Kenntnis der experimentellen Hundswut. p. 193—196, Rev. 61—62.

PATAKI, JENŐ: Beiträge zur Geschichte der Ausbildung ungarischer Ärzte. p. 137—149, Rev. 45—48.

REINHOLD, BÉLA: Über die Molisch-Udránszkysche α Naphtol-Schwefelsäure-Reaktion. p. 220—254, Rev. 69—70.

VERESS, ELEMÉR: Über die Reizung des Riechorgans durch direkte Einwirkung riechender Flüssigkeiten. p. 1—40, Rev. 1—11.

— Farbenmischung infolge der chromatischen Abberation des Auges. p. 130—136, Rev. 42—44.

— Bemerkungen über die Natur der im Bereiche des Gesichtsinnes auftretenden Irradiation. p. 257—263, Rev. 71—73.

— Ein Beispiel des Wettstreites der Gesichtsfelder. p. 255—256, Rev. 73.

II. Naturwissenschaftliche Abteilung.

FÖRSTER, LUDWIG: Über die Eigenschaftsänderungen des Chlors, hervorgerufen durch die Umkehrung der Reihenfolge der bei der Darstellung aufeinander zur Wirkung gelangenden Ingredienzien. p. 1—22, Rev. 1—18.

KONTESVELLER, KARL: Das Aufnahmevermögen aromatischer Amine für Sauerstoff. p. 23—40, Rev. 19—37.

— Das *O*-Dioxydibenzalacetonnatrium (Lygosin-Natrium) als Alkaloidreagens. p. 41—52, Rev. 38—49.

ORIENT, JULIUS: Neuer Bürettenhalter. p. 194—195, Rev. 74—75.

FUTÓ, MICHAEL: Über die anatomisch-physiologischen und systematischen Verhältnisse von Hepatica transsilvanica mit Rücksicht auf Hepatica triloba und Hepatica media. p. 151—170, Rev. 53—54.

SZÁDECZKY, GYULA: Das Rhyolithvorkommen von Nagybáród als die nördliche Fortsetzung des Vlegyásza-Biharer Eruptivstockes. p. 171—193, Rev. 55—69.

— Meine geologischen Exkursionen in Vlegyásza-Bihar-Gebirge. p. 53—78, Rev. 70—73.

OROSZ, ANDREAS: Paläontologische Daten über das Gebiet des Erdélyer Beckens. p. 196—207, Rev. 77.

„*A magyar orvosok és természetvizsyálók 1903 szeptember 6—9ig Kolozsvárott tartott XXXII. vándorgyülésének történeti vázlata és munkálatai*“ (Geschichtliche Skizze und Arbeiten der in Kolozsvár am 6—9. September 1902 abgehaltenen XXXII. Versammlung der ungarischen Ärzte und Naturforscher) enthält außer dem amtlichen Teile und einer langen Reihe von Auszügen die folgenden Aufsätze (nur in ungarischer Sprache):

FABINYI, R.: Die Entwicklung der deutschen chemischen Industrie. p. 163—170.

HALAVÁTS, J.: Die geologische Beschaffenheit der Gegend von Hátszeg, Szászváros und Vajda-Hunyad. p. 171.

BORBÁS, V.: Über den Parallelismus zwischen den Silenaceen und den Gentianaceen. p. 202.

SZÁDECZKY, J.: Unsere Grenzgebirge. p. 222—225.

ISTVÁNFFI, Gy. v.: Über den Schutz gegen Pflanzenkrankheiten. p. 225—238.

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN.

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS, JULIUS KÖNIG, KARL VON THAN.

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK,
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

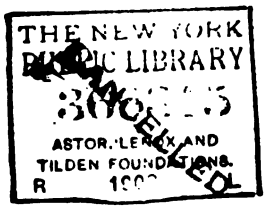
ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

1904.

MIT 42 FIGUREN IM TEXT UND 1 TAFEL.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1907.

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]



ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

INHALT DES XXII. BANDES.

Abhandlungen.

Seite

1. Gustav Rados, Beitrag zur Theorie der regulären Vielecke 1
2. Anton Koch, Die geologischen Verhältnisse des Bergzuges von Rudobánya — Szt. András 13
3. Emerich Lörenthey, Paläontologische Studien über tertiäre Dekapoden 29
4. Josef Guszman, Experimentelle Untersuchungen mit implantierten Hautstücken 37
5. Ladislaus Detre und Josef Sellei, Die hämolytische Wirkung des Sublimats, mit besonderer Berücksichtigung der Immunitätsgesetze 47
6. Julius v. Istvánffi, Über die Lebensfähigkeit der Botrytis-, Moniliaund Coniothyriumsporen 55
7. Julius v. Istvánffi, Sur l'apparition en Hongrie des deux nouveaux ravageurs de la vigne (Ithyphallus impudicus et Coepophagus echinopus) 59
8. Isidor Fröhlich, Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes 65

Sitzungsberichte.

I. Der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften 439

II. Der Fachsektionen der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft 441

A) Fachsektion für Zoologie. 441

B) Fachsektion für Botanik 445

C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie 451

D) Fachsektion für Physiologie 454

Bericht über die Tätigkeit, den Vermögensstand u. a.
der ungarischen Akademie der Wissenschaften und der Königl. Un
Naturwissenschaftlichen Gesellschaft.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften . . . . .
II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft . .

Repertorium
der ungarischen mathematischen und naturwissenschaftlichen Zeit-
schriften und Jahrbücher 4

NAMENREGISTER.*

Acker, H., Die Bildung von Hydrogencyanid im elektrischen Bogen 440*.

Arcichovits, B., Die Fälschung der Blattdroguе von Atropa Belladonna L. 445*.

Bakay, L., Untersuchungen an Handwurzeln von Embryos von Menschen und Säugetieren 439*.

Bernátsky, J., Farne im Deliblater Sande (Ungarisches Tiefland, Temeser Komitat) 445*. — Zur systematischen Anatomie der Convallarieae, Paridеae und Polygonatae 446*.

Bodog, K., Die molekularen Konzentrationsverhältnisse krankhafter menschlicher Flüssigkeiten 440.*

Bókay, Á. v., Über den Unterricht in der Pharmakologie 457*.

Borbás, J., Ungarische Pflanzennamen 446*.

Bugarszky, St., Über die quantitative Bestimmung von Äthylalkohol mit Brom 451*.

Cserey, A., Über die Hygroskopizität der Moose 447*.

Csiki, E., Über Myrmerophila acervorum 441*. — Scaphidiidae (auf Grund der Sammelergebnisse von L. Biró in Neu-Guinea) 444*. — Die Paederastie bei Coleopteren (im Anschluß an Rhizotrogus aequinoctialis Herbst) 444*.

Degen, Á. v., bespricht Dimitri Brandzas Plante noue din România 445*.

Detre, L. und Sellei, J., Die hämolytische Wirkung des Sublimats mit besonderer Berücksichtigung der Immunitätsgesetze 47, 440*, 461*.

Doby, E. und Melczer, G., Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisen 452*.

Entz, B. und Ónodi, A., Keratosis Pharyngis 440*.

Entz sen., G., Die Farbe der Tiere und die Mimicry 448*.

Ernyei, J., Geschichte des Balsamum hungaricum und Oleum carpaticum 450*.

Fábiáns, G., Über teratologisch ausgebildete Birnen 445*.

* Die mit * bezeichneten Seitenzahlen beziehen sich auf eine Erwähnung oder kurze Besprechung in den Sitzungsberichten.

Farkas, K. und Tangl, F., Die Entwicklungsarbeit im Ei der Forelle 440*.

Fialowski, L., Ungarische volkstümliche Pflanzennamen 447*.

Filarszky, N., Die Algenflora Ungarns 446.

Fröhlich, I., Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes 65, 439*.

Guszmann, J., Experimentelle Untersuchungen mit implantierten Hautstücken 37, 440*.

Heim, P. und Preisich, K., Über die Entstehung der Blutplättchen 456*.

Hollós, L., Gasteromycetes Hungariae 439*, 446*.

Horváth, G. v., meldet das Hinscheiden Moritz Staubs 443*.

Istvánffy, Gy. v., Über die Lebensfähigkeit der Botrytis, Monilia- und Coniothyriumsporen 55. — Sur l'apparition en Hongrie des deux nouveaux ravageurs de la vigne (Ithyphallus impudicus et Coepophagus echinopus) 59. — Untersuchungen über die Mehltaukrankheit des Weinstockes 446*. — Über die Überwinterung der Peronospora des Weinstockes 446*.

Jancsó, N., Untersuchungen über die Parasiten der Malaria 440*.

Jendrassik, E., Neuere Beiträge zur Physiologie des Ganges 440*. — Neuere Erfolge meiner Studien über das Gehen 458*. — Ein neues Sammellinsensystem aus der Zeiss'schen Fabrik 458*.

Károly, J., Über den D von Hertzschen Wellen du trolyte 440*.

Kertész, K., Die Culiciden 441*.

Kherndl, A., Über die g Theorie der Gelenkträger m unbestimmbaren Auflag 439*.

Klein, J., Über M. J. S aus Anlaß der 100. Jah der Geburt Schleidens 445* ruf auf den zweiten Vor der botanischen Sektion, Staub 447*.

Klug, L., Der Kegelschnit von Punkten, deren Abs hältnisse von gewissen konstant sind 440*.

Koch, A., Die geologischen nisse des Bergzuges vo bánya—Szt. András 13, 44

Kohaut, R., Eine neue Floha lopsylla monticola 442*.

Konek, F. v., Chemische Mit 439*. — Eine Methode zur bestimmung 440*. — Über e fachen Ersatz der Lassai Stickstoffprobe 451*.

Kontur, B., Die Bibel und mineen 447*.

Kormos, T., Die rezente Gast fauna von Püspökfürdö 44

Kosutány, Th. v., Weizen, Enzyme 453*.

Kövesligethy, R. v., Die En großen Erdbeben 440*.

Kümmerle, J. B., bespricht ihm bestimmten, gelegent 6. Kaukasusexpedition M. D L. Hollós gesammelten, in tanischen Abteilung des Un tional-Museums befindliche 450*.

Lenhossék, M. v., Über die Neurofibrillen und die Lehre vom Neuron 460*.

Leopold, A., Über kristallige Glasuren 454*

Liebermann, L. v., Über das Agglutin 454*. — Untersuchungen mit Enzymen 454*.

L..s, L., Über die Heliciden Ungarns 444*.

L..., E., Paläontologische Studien über tertiäre Dekapoden 29, 440*.

L..t, J., Biologische Beobachtungen an der marokkanischen und italienischen Heuschrecke 442*.

M...csy-Dietz, A., An Hanf angestellte Zuchtversuche 440*. — Der auf Insektenfang eingerichtete Blütenbau von Araujia sericifera Brot. 446*. — Teratologische Fälle von Zea Mays 448*. — Ein Blütenstand von Ferula Narthex Boiss. aus dem Botanischen Garten der Universität 44.*. — Die Blätter von Viscum album 449*. — Die Eibe von Késmárk 449*. — Die Hexenbesenbildung von Robinia Pseudacacia und Prunus domestica 449*. — Der Botanische Garten der Universität 450*.

M...rs, E., Über den Parrschen Kalorimeter 454*.

M...czer, G. und Doby, E., Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisenerze 452*.

..odi, A., Beiträge zur Kenntnis der Nebenhöhlen der Nase 439*.

..odi, A. und Entz, B., Keratosis Pharyngis 440*.

..kert, J., Bürettenhalter 454*.

P..terfi, M., Astomum intermedium 446*.

Preisich, K. und Heim, P., Über die Entstehung der Blutplättchen 456*.

Preisz, H., Über die feinere Konstruktion der Bazillen des Milzbrandes 440*.

Rados, G., Beitrag zur Theorie der regulären Vielecke 1, 439*. — Über die Diskriminante der allgemeinen Kreisteilungsgleichung 439*.

Rapaics, R., Beiträge zur Kenntnis der Vegetation der Gegend von Szolnok 446*.

Rátz, S. v., Die bisher in Ungarn gesammelten Mesocestoiden-Arten 443*.

Róth, R., Über eine eigentümliche Fichtenform in der Hohen Tátra 447*.

Rözsényi, Iv., Über die in Kalkwasser konservierten Eier 452*.

Schafarzik, F., Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges 440*.

Schlesinger, L., Über das Riemannsche Fragment zur Theorie der linearen Differentialgleichungen und daran anschließende neuere Arbeiten 440*.

Sellei, J. und Detre, L., Über die hämolytische Wirkung des Sublimats, mit besonderer Berücksichtigung der Immunität 47, 440*, 461*.

Simonkai, L., Die Vegetation von Fiume und Umgebung im Winter 446*.

Staub, M., Die phänologischen Wärmesummen als Indikatoren der Anpassung der Pflanzen an die Temperatur der Luft 446*.

Tangl, F. und Farkas, K., Die Entwicklungsarbeit im Ei der Forelle 440*.

Tellyesniczky, K. v., Über die rasche Verfertigung von Schnittpräparaten

454*. — Über die Bedeutung der Fette in der Fixiertechnik und bei der Schnittfärbung 455*. — Methode zum Aufkleben von Kolloidinschnittpräparaten 455*. — Der ruhende Kern und die Mitose 459*.

Tóth, S., Die Morphologie der Nasenkapsel von Bombinator igneus Laur. 442.

Tuzson, J., Über das Bestimmen der Pilze 446*. — Mykologi tungen 451*.

Vámossy, Z. v., Über der Leber zur Zurüc Giften 455*.

Vásonyi, L., Über da maisch)-Verfahren 45

Wittmann, F., Einige des Oszillographen 4

1.

BEITRAG ZUR THEORIE DER REGULÄREN VIELECKE.

Von GUSTAV RADOS, C. M.

Vorgelegt in der III. Klasse der Akademie in der Sitzung am 18. Jan. 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö“ (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie), Bd. XXII, pp. 66—78.

Wird der Umfang eines Kreises in drei gleiche Teile geteilt, so ist das Verhältnis der Flächenzahlen der ein- und umgeschrie-

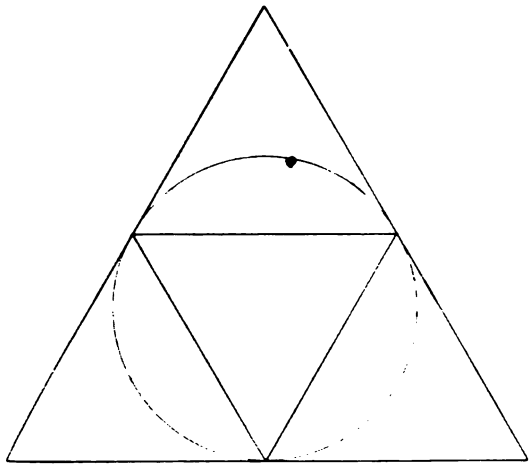


Fig. 1.

benen regulären Dreiecke eine rationale Zahl, wie aus Fig. 1 erhellt. Es ist nämlich

$$\frac{J_3}{C_3} = \frac{1}{4}, \tag{1}$$

wo J_3 und C_3 die Flächenzahl des ein- bezw. umgeschriebenen regulären Dreiecks bezeichnet.

Eine ähnliche Tatsache ergibt sich, wenn man den Inhalt des ein- und umgeschriebenen Quadrates vergleicht. Zeichnet man nämlich die Diagonalen des eingeschriebenen Quadrates, so wird das umschriebene Viereck durch diese und die Seiten des eingeschriebenen Quadrats in 8 kongruente Dreiecke geteilt; die Summe von je 4 dieser Dreiecke ist gleich J_4, so daß man

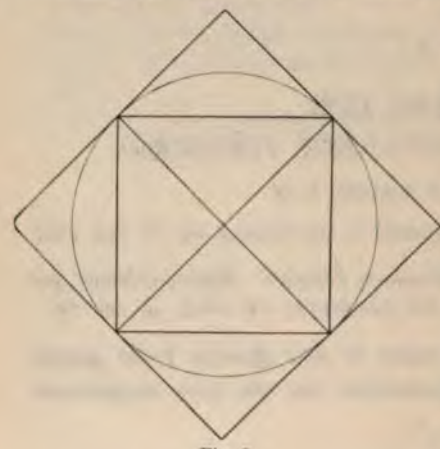


Fig. 2.

$$(2) \qquad \frac{J_4}{C_4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

erhält. Wird schließlich der sechste Teil OPR des eingeschriebenen regulären Sechsecks mit dem sechsten Teil des umschriebenen regulären Sechseckes $OPQR$ verglichen, so ersieht man, daß durch die Winkelhalbierenden OS, PS, RS des Dreieckes OPR das Viereck $OPQR$ in die kongruenten Dreiecke PQR, PSQ, RSO, PRS zerfällt, so daß

$$\tfrac{1}{6} J_6 = 3\,PRS, \quad \tfrac{1}{6} C_6 = 4\,PRS$$

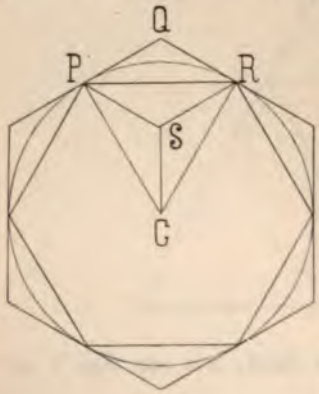


Fig. 3.

ist und folglich sich

$$(3) \qquad \frac{J_6}{C_6} = \frac{3}{4}$$

ergibt.

Wird dagegen der Kreisumfang in 5, 7, 8, 9, 10, ..., n gleiche Teile geteilt, so ist das Verhältnis der Flächenzahlen des zugehörigen ein- und umgeschriebenen regulären Vieleckes nicht mehr rational, vielmehr hat das Verhältnis $\frac{J_n}{C_n}$, wie es elementare Betrachtungen lehren, nur in den Fällen $n = 3, 4, 6$ einen rationalen Wert.

Angesichts dieser Tatsache drängt sich die folgende Frage auf: *Ist es nicht möglich, für die Flächenzahlen der ein- und um-*

geschriebenen regulären Vielecke einen solchen allgemeinen Satz aufzustellen, der ohne Ausnahme giltig wäre und dem sich die Sätze, welche durch die Relationen (1), (2), (3) gegeben sind, als spezielle Fälle unterordnen würden?

In dieser Note wird gezeigt, daß eine solche Verallgemeinerung sowohl für die oben angeführten Sätze, als auch für andere Sätze in der Tat möglich ist.

Wird der Kreisumfang durch die Punkte

$$0, 1, 2, \ldots, n-1$$

in n gleiche Teile zerlegt, so bestimmen diese Punkte, wie aus der elementaren Geometrie bekannt, nicht nur ein, sondern mehrere reguläre Vielecke, deren Anzahl gleich $\frac{\varphi(n)}{2}$* ist, vorausgesetzt daß unter einem regulären Vielecke ein solches verstanden wird, dessen Seiten und Winkel gleich sind. (So wird z. B. in Fig. 4 der Kreisumfang durch die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 in 7 gleiche Teile geteilt und die erzeugten $\frac{\varphi(7)}{2} = 3$ regulären Siebenecke sind:

$$0\,1\,2\,3\,4\,5\,6, \quad 0\,2\,4\,6\,1\,3\,5, \quad 0\,3\,6\,2\,5\,1\,4.)$$

Die Sehne $0k$ bildet nämlich die Seite eines regulären Vieleckes, sobald die Zahl k relativ prim zu n ist, da jedoch die Sehnen $0k$ und $0(n-k)$ dasselbe Vieleck erzeugen, ist deren Anzahl gleich $\frac{\varphi(n)}{2}$. In der Reihe dieser Vielecke ist $0, 1, 2, \ldots, (n-1)$ ein gewöhnliches reguläres Vieleck, alle übrigen $0k$ $(2k), \ldots, (n-1)k$ sind reguläre Sternvielecke. Die Fläche eines jeden Sternvieleckes besteht aus mehreren Zellen und zu jeder Zelle gehört nach einer bekannten Regel von JACOBI ein Zahlenkoeffizient. Die innersten Zellen (in Fig. 4 einfach bezw. doppelt schraffiert), welche sozusagen den Kern des zugehörigen Sternvieleckes bilden, besitzen die größten JACOBIschen Koeffizienten. Der ebenerwähnte Kern ist nichts anderes als ein umgeschriebenes reguläres n-Eck, dessen Kreis konzentrisch mit dem ursprünglichen ist und welches die Sehne $0k$ zur Tangente hat.

Wenn wir nun verabreden, daß die Fläche je eines Sternviel-

* $\varphi(n)$ ist die Anzahl derjenigen Zahlen $1, 2, \ldots, n-1$, welche relativ prim zu n sind.

eckes durch den Inhalt des Kerns ersetzt werden soll, so können wir die oben aufgestellte Frage durch den folgenden Satz beantworten:

I. *Bezeichnet man die Summe der Flächenzahlen der im Kreis eingeschriebenen* $\frac{\varphi(n)}{2}$ *regulären Vielecke mit* J_n *und die Flächen-*

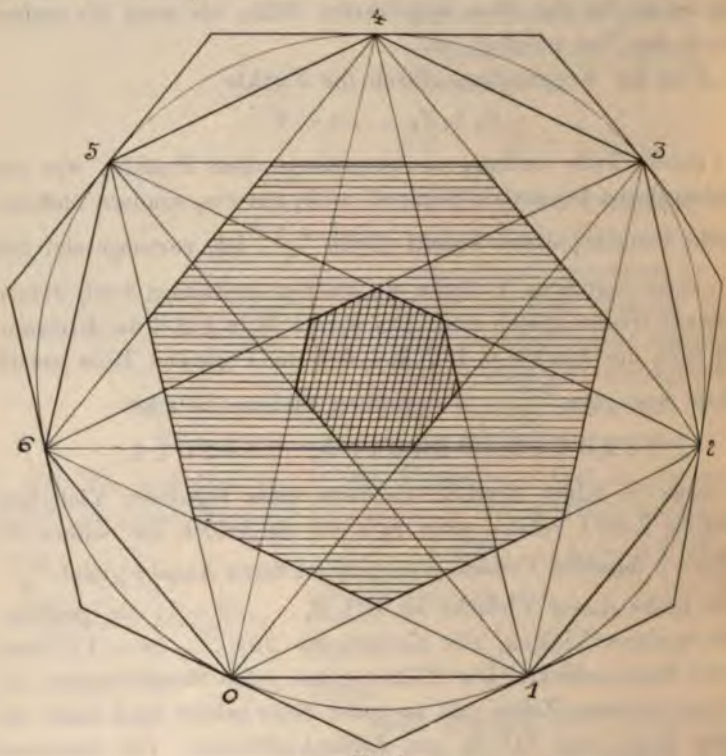


Fig. 4.

zahl des umschriebenen regulären n-Eckes mit C_n*; so ist der Quotient* $\frac{J_n}{C_n}$ *eine rationale Zahl und besitzt den Wert:*

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \varepsilon_n}{4}.$$

In dieser Formel ist, wie schon erwähnt

$$J_n = \sum J_n^{(j)},$$

wo $J_n^{(j)}$ den Inhalt des Kerns bedeutet, welcher zum regulären n-Eck $0k_j(2k_j)\ldots\overline{(n-1\,k_j)}$ gehört. Das bekannte zahlentheore

tische Symbol ε_n ist wie gewöhnlich gleich Null, wenn die Zahl n durch eine von Eins verschiedene Quadratzahl teilbar ist; fallen dagegen die Primfaktoren von n alle verschieden aus, dann ist ε_n gleich $+1$ bezw. -1, je nachdem die Anzahl der Primfaktoren eine gerade oder ungerade ist.

1. Die analytische Formulierung des Satzes I und dessen Beweis.

Es sei der Umfang des Einheitskreises durch die Teilpunkte

$$0, 1, 2, \ldots, n-1$$

in n gleiche Teile geteilt; es sollen ferner

$$k_1 (= 1), k_2, \ldots, k_j, \ldots, k_{\varphi(n)}$$
$$[j = 1, 2, \ldots, \varphi(n)]$$

diejenigen Zahlen bedeuten, die kleiner als n und außerdem relativ prim zu n sind, in diesem Falle tritt dann in der Reihe

$$0, k_j, 2k_j, \ldots, \overline{n-1}\, k_j$$
$$[j = 1, 2, \ldots, \varphi(n)]$$

der regulären n-Ecke ein jedes der $\frac{\varphi(n)}{2}$ möglichen n-Ecke zweimal auf. Bezeichnen wir nun den Inhalt des Kerns, welcher zum regulären n-Eck $0, k_j, (2k_j), \ldots, \overline{n-1}\, k_j$ gehört mit $J_n^{(j)}$, dann wird nach unseren obigen Festsetzungen

$$J_n = \tfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} J_n^{(j)}.$$

Nun muß diese Summe genauer untersucht werden. Fig. 5 stellt das Vieleck $0, k_j (2k_j), \ldots, \overline{n-1}\, k_j$ dar, dessen Kern durch das gewöhnliche reguläre n-Eck $A_1^{(j)}, A_2^{(j)}, \ldots, A_n^{(j)}$ gebildet wird. Sein Inhalt wurde durch $J_n^{(j)}$ bezeichnet. Nun kann dieser leicht ausgerechnet werden. Es sei a_j die Länge der Seite $A_1^{(j)} A_2^{(j)}$ des Dreiecks $A_1^{(j)} A_2^{(j)} O$, ferner m_j die zugehörige Höhe, dann ist

$$m_j = \cos \frac{k_j \pi}{n}$$

$$a_j = 2 m_j \operatorname{tang} \frac{\pi}{n} = 2 \cos \frac{k_j \pi}{n} \operatorname{tang} \frac{\pi}{n},$$

woraus

$$J_n^{(j)} = n \frac{a_j m_j}{2} = n \cos^2 \frac{k_j \pi}{n} \operatorname{tang} \frac{\pi}{n},$$

folglich wird die Inhaltsumme der eingeschriebenen regulären n-Ecke

$$J_n = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} J_n^{(j)} = \frac{1}{2} n \operatorname{tang} \frac{\pi}{n} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos^2 \frac{k_j \pi}{n}.$$

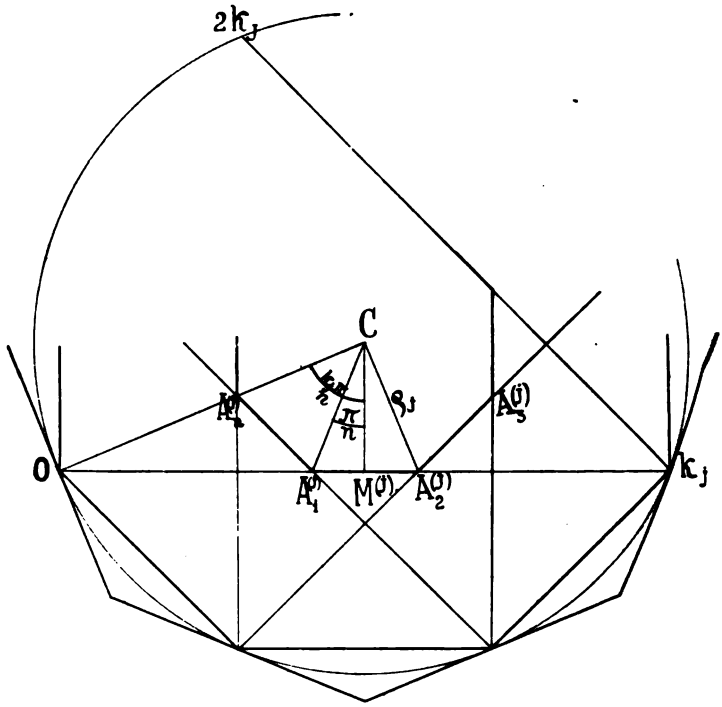


Fig. 5.

Da aber die Flächenzahl des umschriebenen regulären n-Eckes bekanntlich

$$C_n = n \operatorname{tang} \frac{\pi}{n}$$

ist, so ergibt sich für das Verhältnis $\frac{J_n}{C_n}$ der Wert

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos^2 \frac{k_j \pi}{n},$$

dessen Rationalität bewiesen werden soll.

Dies kann nun auf die folgende Weise geschehen. Es ist

$$\cos^2 \frac{k_j \pi}{n} = \frac{1 + \cos \frac{2k_j \pi}{n}}{2},$$

woraus man

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{1}{4}\left[\varphi(n) + \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos \frac{2k_j \pi}{n}\right]$$

schließt; bezeichnen wir nun mit s_n die Summe der $n$ten primitiven Einheitswurzeln, dann ist

$$s_n = \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \left(\cos \frac{2k_j \pi}{n} + i \sin \frac{2k_j \pi}{n}\right),$$

folglich

$$\sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos \frac{2k_j \pi}{n} = \Re(s_n),$$

wo das Symbol $\Re(z)$ den reellen Teil der komplexen Zahl z bedeutet. Und so erhält man

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \Re(s_n)}{4},$$

da aber s_n als eine symmetrische Funktion der Einheitswurzeln eine rationale Zahl ist, wird

$$\Re(s_n) = s_n$$

infolgedessen

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + s_n}{4}.$$

Wenden wir nun die von H. DEDEKIND angegebene Regel zur Bestimmung der Potenzsummen der primitiven Einheitswurzeln (vgl. DIRICHLET-DEDEKIND, Vorlesungen über Zahlentheorie IV. Auflage, Supplement VII, die Fußnote auf S. 369) auf unsern Fall an, so ergeben sich daraus

$$s_n = \varepsilon_n$$

und der zu beweisende Satz

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \varepsilon_n}{4}.$$

Die Betrachtung dieser Formel zeigt vorerst, daß imFalle $n = 3$, in welchem $\frac{\varphi(3)}{2} = 1$ ist, d. h. nur ein einziges eingeschrie-

benes reguläres Dreieck existiert und in welchem Falle die Identitäten

$$\varphi(3) = 2, \quad \varepsilon_3 = -1$$

bestehen, der Quotient

$$\frac{J_3}{C_3} = \frac{1}{4}$$

wird; im Falle $n = 4$ ist wieder $\frac{\varphi(4)}{2} = 1$, d. h. es existiert nur ein einziges eingeschriebenes Viereck; da noch

$$\varphi(4) = 2, \quad \varepsilon_4 = 0$$

sind, folgt

$$\frac{J_4}{C_4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

endlich im Falle $n = 6$ bleibt noch $\frac{\varphi(6)}{2} = 1$, d. h. es existiert nur ein einziges eingeschriebenes Sechseck; da jetzt

$$\varphi(6) = 2, \quad \varepsilon_6 = 1$$

sind, ergibt sich

$$\frac{J_6}{C_6} = \frac{3}{4}.$$

Diese Bemerkungen zeigen aber zur Genüge, daß der eben bewiesene Satz eine naturgemäße Verallgemeinerung der eingangs erwähnten Elementarsätze ist.

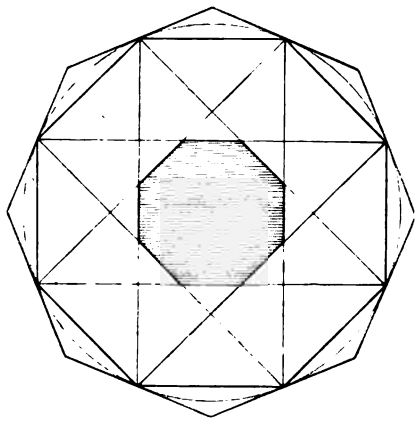


Fig. 6.

Ferner führen wir noch die folgenden interessanten speziellen Fälle an:

für $n = 8$ ist $\varphi(n) = 4$,

$$\varepsilon_n = 0, \quad \frac{J_n}{C_n} = 1,$$

folglich

$$J_8 = C_8,$$

für $n = 12$ ist $\varphi(n) = 4$,

$$\varepsilon_n = 0, \quad \frac{J_n}{C_n} = 1,$$

folglich

$$J_{12} = C_{12},$$

es ist demnach die Inhaltsumme der zwei eingeschriebenen regulären Achtecke gleich dem Inhalte des umgeschriebenen regulären Achteckes (Fig. 6), ebenso ist die Inhaltsumme der zwei einge-

schriebenen regulären Zwölfecke gleich dem Inhalte des umgeschriebenen regulären Zwölfeckes (Fig. 7). Man kann leicht beweisen, daß die Relation

$$J_n = C_n$$

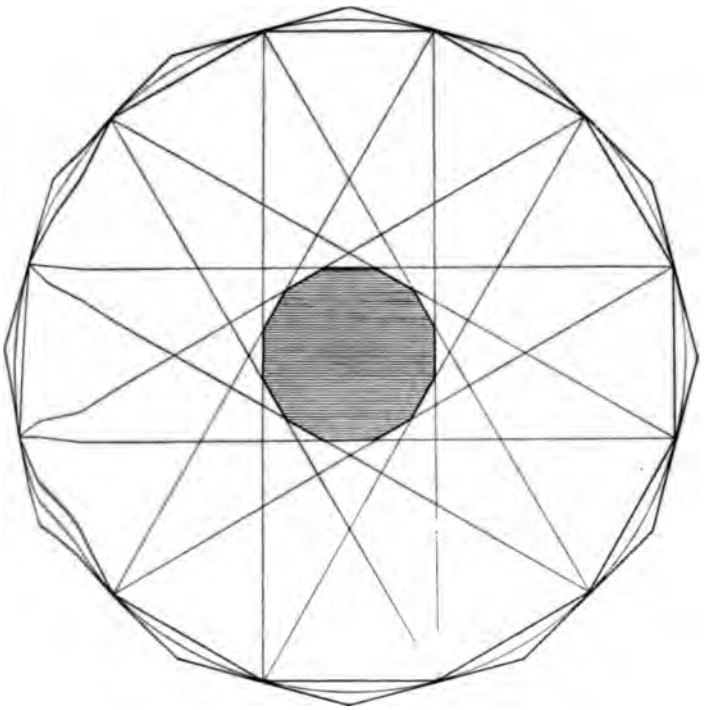


Fig. 7.

nur in den soeben angeführten Fällen besteht; weil doch aus

$$\frac{\varphi(n)}{4} + \varepsilon_n = 1$$

die Forderungen $\varepsilon_n = 0$, $\varphi(n) = 4$ folgen, welche nur in den Fällen

$$n = 8, 12$$

befriedigt sind.

Aus der Struktur der Formel

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n)}{4} + \varepsilon_n$$

ersieht man, daß dieser Quotient nur dann keine ganze Zahl ist,

wenn die Zahl n entweder ein Produkt von verschiedenen Primzahlen oder aber eine Potenz einer einzigen Primzahl von der Form $4k+3$ ist.

2. Verallgemeinerung eines andern elementaren Vielecksatzes.

Aus den Elementen ist es bekannt, daß die Flächenzahl eines im Einheitskreise eingeschriebenen Dreieckes

$$J_3 = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{4}$$

ausfällt, der Inhalt des umgeschriebenen regulären Sechseckes wird durch die Formel

$$C_6 = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

gegeben, folglich ist das Produkt von J_3 in C_6

$$J_3 C_6 = \frac{3^2}{2}$$

eine rationale Zahl.

Man kann auch diesen Satz verallgemeinern, wenn nur der Begriff der Flächenzahl eines Sternvielecks in geeigneter Weise festgesetzt wird. Wir werden beweisen, daß, wenn zur Berechnung der Flächenzahl die JACOBIsche* Regel angewendet wird, man dann, die Seitenanzahl p immer als eine Primzahl voraussetzend,

$$C_{2p} \sum_{j=1}^{\frac{p-1}{2}} J_p^{(j)} = \frac{p^2}{2},$$

erhält, wo $J_p^{(j)}$ die Flächenzahl des $j$ten Sternvielecks, nach JACOBI, bezeichnet und C_{2p} die Flächenzahl des umschriebenen regulären $2p$-Eckes angibt.

Nach der JACOBIschen Regel wird der Inhalt eines regulären n-Eckes durch den Ausdruck

$$\tfrac{1}{2}[x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2 + \cdots + x_{n-1} y_n + x_n y_{n-1} + x_n y_1 - x_1 y_n]$$

* Vgl. JACOBI, „Regel zur Bestimmung des Inhalts der Sternpolygone". Crelle Journal Bd. 65, p. 173.

geliefert, worin

$$x_1 y_1,\ x_2 y_2,\ \cdots,\ x_n y_n$$

die Koordinaten der Eckpunkte bezeichnen.

Wird der Kreisumfang durch die Punkte

$$0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ p-1$$

in p gleiche Teile geteilt und wählen wir die Gerade, welche den Mittelpunkt des Kreises mit dem Teilpunkte 0 verbindet, als Abszissenachse, dann werden die Koordinaten der Eckpunkte des j-ten Sternvieleckes durch die Formeln

$$x_1 = \cos\frac{2k_j\pi}{p},\quad x_2 = \cos 2\frac{2k_j\pi}{p},\ \cdots,$$

$$x_{p-1} = \cos(p-1)\frac{2k_j\pi}{p},\quad x_p = \cos 2p\frac{2k_j\pi}{p} = 1,$$

$$y_1 = \sin\frac{2k_j\pi}{p},\quad y_2 = \sin 2\frac{2k_j\pi}{p},\ \cdots,$$

$$y_{p-1} = \sin(p-1)\frac{2k_j\pi}{p},\quad y_p = \sin 2p\frac{2k_j\pi}{p} = 0,$$

$$\left(j = 1,\ 2,\ \cdots,\ \frac{p-1}{2}\right)$$

angegeben, wo die Buchstaben

$$k_1,\ k_2,\ \ldots$$

diejenigen Zahlen bezeichnen, welche kleiner als $\frac{p}{2}$ und außerdem relativ prim zu p sind. Nun ist aber

$$x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i = \cos i\frac{2k_j\pi}{p}\sin(i+1)\frac{2k_j\pi}{p}$$

$$-\cos(i+1)\frac{2k_j\pi}{p}\sin i\frac{2k_j\pi}{p} = \sin\frac{2k_j\pi}{p},$$

und somit ergibt sich nach der JACOBIschen Regel als Flächenzahl des $j$ten regulären p-Eckes

$$J_p^{(j)} = \sum_{i=1}^{p}(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) = \frac{p}{2}\sin\frac{2k_j\pi}{p},$$

infolgedessen wird die Inhaltsumme

$$\sum_{j=1}^{\frac{p-1}{2}} J_p^{(j)} = \frac{p}{2}\left[\sin\frac{2\pi}{p} + \sin 2\,\frac{2\pi}{p} + \cdots + \sin\frac{p-1}{2}\,\frac{2\pi}{p}\right]$$
$$= \frac{p}{4}\operatorname{cotg}\frac{\pi}{2p},$$

da aber die Flächenzahl des umschriebenen regulären $2p$-Eckes

$$C_{2p} = 2p\,\operatorname{tang}\frac{\pi}{2p}$$

beträgt, so folgt die Relation

$$C_{2p}\sum_{j=1}^{\frac{p-1}{2}} J_p^{(j)} = \frac{p^2}{2},$$

die nun den zu beweisenden Satz ausdrückt.

Ich erwähne noch, daß ähnliche Sätze auch für die umgeschriebenen Sternvielecke gelten, die Ermittelung und der Beweis derselben kann jedoch in vollkommener Analogie mit den vorhergehenden durchgeführt werden.

2.

DIE GEOLOGISCHEN VERHÄLTNISSE DES BERGZUGES VON RUDOBÁNYA-SZT. ANDRÁS.

(Mit einer Tafel geol. Durchschnitte).

Von ANTON KOCH, o. M. d. ung. Akad.

Vorgelegt der Akademie in der Sitzung am 18. April 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítő". (Math. und Naturw. Anzeiger der Akademie). Band XXII, p. 132—145.

Im Jahre 1897 hatte ich Gelegenheit im Auftrage der Hernadthaler ung. Eisenindustrie-Aktiengesellschaft den genannten, im Gebiete der Komitate Borsód und Abaúj-Torna sich erstreckenden Bergzug geologisch zu begehen. Als Ausgang und Basis zu meinen Untersuchungen dienten mir die von der k. k. geol. Reichsanstalt herausgegebene geologische Spezialkarte der benannten Gegend und die darauf bezüglichen kurzen Berichte*, in Bezug der Vorkommnisse von Eisenerzen aber die zusammenfassende Monographie von LIVIUS MADERSPACH.** Mit den daraus geschöpften Vorkenntnissen habe ich den besagten Bergzug vom 2. August 1897 bis zum 17. August nach allen Richtungen durchstreift, und habe ich nach eigenen Beobachtungen und Aufsammlungen über dessen petrographische Zusammensetzung, geologi-

* D. FERD. HOCHSTETTER. Über die geologische Beschaffenheit der Umgebung von Edelény. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. 1856. VII. p. 692. FRANZ FOETTERLE. Das Gebiet zwischen Forró, Nagy-Ida, Torna, Szalócz, Irsz und Edelény. Verhandl. der k. k. geol. Reichsanst. 1868. p. 276. *Derselbe* Vorlage der geologischen Detailkarte der Umgebung von Torna und Szendrő. Verh. der k. k. geol. Reichsanst. 1869. p. 147.

** Magyarország vasérczfekhelyei (Die Eisenerzlagerstätten von Ungarn) Ausgabe der kgl. ung. Naturwiss. Gesellschaft. Budapest 1880.

schen Bau, sowie auch über das Vorkommen und die Verbreitung der Eisenerze in mehreren Beziehungen ein neues Bild gewonnen, welches ich kurz zu beschreiben für wert halte.

Der von mir nach den an beiden entgegengesetzten Enden liegenden Ortschaften benannte *Bergzug von Rudobánya-Szt. András* bildet den südöstlichen Rand des großen Triaskalk-Plateaus der Komitate Gömör und Abaúj-Torna, welcher in seiner nördlichen Hälfte durch das Bodva-Tal davon abgeschnitten erscheint, während seine südliche Hälfte ununterbrochen damit in Verbindung steht. Das allgemeine Streichen dieses Bergzuges, welches mit jenem der zusammensetzenden Gesteinschichten genau zusammenfällt, geht von SSW nach NNO. Zwischen den Orten Perkupa und Szalonna durchbricht der Bodva-Fluß unseren Gebirgszug, indem er in einem lehrreichen Durchschnitt dessen inneren Bau aufschließt. An sonstigen Stellen bieten nur die natürlichen Entblößungen der Täler und die künstlichen Aufschlüsse der Eisengruben und Schürfungen einen ziemlich guten Einblick in dessen geologischen Bau.

I. Die geologischen Formationen unseres Bergzuges.

Die Reihe der den Bergzug zusammensetzenden geologischen Bildungen ist, von unten nach oben, folgende:

1. Die sog. *Werfener Schiefer der unteren Trias* bilden die tiefsten, also die Grundschichten unseres Gebirges; denn den Kalkstein des über Rákó sich erhebenden Osztramos-Berges kann ich als karbonisch, wofür ihn die wiener Geologen erklärten, nicht anerkennen. In der Umgebung von Perkupa und Dobodél, hinaufzu bis Rákó, bilden schmutziggraue oder bräunlichrote, glimmerreiche feine Sandsteinschiefer, am nordöstlichen Abhang des Osztramosberges aber, in dem herabziehenden Graben, grün gestreifte und gefleckte dunkelrote Tone die herrschenden Gesteine. An anderen Orten, besonders im Durchschnitte zwischen Szín-Perkupa und Szalonna, herrscht ein in dünne Lamellen spaltender dunkelgrauer Tonschiefer vor, dessen näher zur Oberfläche liegende Schichten infolge der Verwitterung eine hellere, schmutzig grauliche oder bräunliche und gelbliche Farbe annehmen.

Dieser Tonschiefer lagert abwechselnd mit einem gleichfarbigen, manchmal hornsteinführenden, sehr dichten, splitterig brechenden Kalkstein, welcher manchmal in Form kleinerer oder größerer Knollen und Nester zerstreut eingeschlossen vorkommt. Im höheren Horizonte werden die dunkelgrauen Kalkeinlagerungen häufiger und mächtiger. Am meisten auffallend ist das entlang der Landstraße zwischen Perkupa und Szalonna, in dem schönen Aufschluß des Telekesoldal, wo man außerdem auch die Zwischenlagerung eines groben Quarzporphyr-Konglomerates, in Verbindung mit einem dünnen Quarzporphyrgang, beobachten kann. Dieses eigentümliche Quarzporphyr-Konglomerat ist in 6—10 m mächtigen Bänken zwischen schwarzen Tonschiefer eingelagert. In der Mitte der mächtigsten Bank zieht eine mit weißen Kalzitadern durchwobene, dunkelgraue Kalksteinlage hindurch, welche zum Zwecke der Straßenschotterung besonders abgebaut wird. Das Einfallen sämtlicher Schichten ist etwa 60° nach SO. Derselbe Quarzporphyr, welcher hier hauptsächlich als Einschluß des Riesenkonglomerates erscheint, bildet gegenüber diesem Vorkommen, am linken Ufer des Bodva-Flusses, am Fuße des Dunnatetöberges eine kleine Kuppe, welche auf der geologischen Spezialkarte der k. k. geologischen Reichsanstalt unrichtig als Melaphyr bezeichnet wurde. Es ist das nichts anderes, als der Ausbruchspunkt des am rechtseitigen Bodvaufer auftretenden Porphyrkonglomerates, also ein kleiner Eruptivstock des Quarzporphyrs. Hier erhielt ich noch die frischesten Handstücke von dem in Rede stehenden massigen Gestein.

Beschreibung des Quarzporphyrs von Szalonna. Das Gestein der eben erwähnten kleinen Kuppe besitzt eine mittelporphyrische Textur. In seiner bräunlichgrünen, dichten, splitterig brechenden Grundmasse sieht man 2—7 mm große, weiße kaolinisierte Feldspatkriställchen ziemlich dicht ausgeschieden. Zwischen ihnen bemerkt man unter der Lupe viel seltener eingestreut Kristallkörner von grauem Quarz in Mohn- bis Hirsekorngröße. Hie und da zeigen sich auch Rostflecke im Gestein. Mit Salzsäure braust das Gestein nur schwach, vorübergehend. Unter d. M. zeigt die hellrindenbräunliche Grundmasse im polarisierten Lichte das Bild eines mikrokristallinischen Mosaiks. Die ausgeschiedenen

Feldspatschnitte zeigen starke Kaolinisierung und polarisier ebenfalls in bunten Farben; aber auch größere einfarbige Fle zeigen sich in ihnen, ohne Spuren irgendwelcher Zwillingsstreif Nach diesem Verhalten darf man auf irgend einen Orthok schließen, dessen Reihe aber wegen starker Zersetzung ni mehr bestimmt werden konnte. Die Quarzschnitte sind was klar, mit vielen Einschlüssen erfüllt, von abgerundeter Fo Von irgend einem farbigen Bestandteil sah ich keine Spu Die Grundmasse der weniger frischen Handstücke ist heller grauli grün, aber ebenso dicht und splitterig brechend, wie jene frischesten Gesteins. Unter d. M. sah ich außer den besch benen Mineralausscheidungen auch hier kein farbiges Mineral; in einem Feldspatschnitt fiel mir ein kleines grasgrünes Mine partikel als Einschluß auf.

Die abgerundeten Porphyreinschlüsse des groben Kong merates sind mehr oder weniger verwittert, von bedeutend helle Farbe, und brausen mit Salzsäure um die stark kaolinisierten Fe spate herum sehr lebhaft. Es kommt das von reichlicher Kalz ausscheidung, welcher auch in Form von Adern das Gest durchschwärmt. Die Grundmasse der weniger verwitterten Blöc ist noch bräunlichgrau, noch immer dicht, hornsteinähnlich; w gegen die stark verwitterten schon taubengrau sind, und ob flächlich betrachtet einem dichten Kalkstein ähnlich sind, um mehr, da sie mit Salzsäure überall lebhaft und andauernd braus Unter d. M. erscheinen in solchen die stark gestreiften Kal Körner und Adern in großer Menge; wenn man sie aber mit Salzsäure herauslöst, zeigt das zurückbleibende Gestein diese Zusammensetzung, wie die beschriebenen frischen Exempl Was das spärliche Zement dieses Riesenkonglomerates betr welches die Quarzporphyrstücke von Haselnuß- bis Kubikme größe verbindet, so scheint das aus einem feinkörnigen Geme von Kalzit, Chlorit, Kalk und Quarz zu bestehen; ich kon jedoch das mitgebrachte wenige Material einer eingehende Prüfung nicht unterwerfen.

Jedenfalls haben wir es hier mit einem kleinen Ausbru von Quarzporphyr zu tun, welcher während der Ablagerung Werfener Schiefer, also am Beginne der Triasperiode vor

gehen mußte, und welcher vielleicht wiederholt mit Auswurf von vulkanischen Bomben begleitet war, bis zulezt das Ausfließen der Porphyrlava den Ausbruch abgeschlossen hatte.

Der oben erwähnte dunkelgraue Tonschiefer, samt dem eingeschlossenen dunkeln Kalkstein, ist auf der geol. Spezialkarte der k. k. geol. Reichsanstalt, meiner Ansicht nach unrichtig, als Liasschiefer eingetragen. Von diesem Alter kann er aber deshalb nicht sein, weil er überall, wo er innerhalb unseres Gebirgszuges erscheint, nicht im Hangenden der Triaskalke, sondern in deren Liegendem vorkommt, indem er unter diese einfällt. So ist es auch am Telekesoldal der Fall, wo seine Schichten bis unter 60° deutlich gegen SOO, also unter den Triaskalkfels einfallen, welcher sich über der warmen Quelle von Szalonna erhebt.

Am Fuße des östlichen Randes unseres Gebirgszuges erscheint je eine kleine Partie davon an zwei Punkten. Der eine befindet sich nördlich von Szalonna am Talgrunde; der andere aber nördlich von Martonyi, am Bergabhang zwischen den Tälern des Kis- und Nagy-Rednek, wo man den dunklen Schiefer während der Schurfarbeiten auf Eisenstein gleich unter der Oberfläche vorfand. Es ist aus diesen Vorkommnissen klar, daß sie in dem tiefsten Horizonte sämtlicher Triasablagerungen dieses Bergzuges liegen.

Ich fand diese Schiefer jedoch auch in der Achse des Gebirges, an zwei ziemlich hoch gelegenen Punkten vor. Der eine befindet sich am Grunde des Klosterruinentales von Martonyi, der andere aber auf der östlichen Seite der 488 m hohen Tilalmasbérczspitze. Aber auch hier befinden sie sich nicht im Liegenden der Triaskalke, sondern wurden infolge starker Schichtfaltungen, samt den übrigen untertriadischen Schichten, an die Oberfläche hinaufgepreßt, wie das in den beiliegenden Durchschnitten Nr. II und III dargestellt wurde.

2. *Untertriadischer Mergelschiefer und Plattenkalk, wechsellagernd.* Über den beschriebenen Sandstein- und Tonschiefern (Werfener Schiefer) folgt eine mächtige Reihe von Schichten, welche abwechselnd aus grauen, verwittert schmutziggelben und braunen Mergelschiefern und aus dichtem oder feinkörnigem plattigen Kalkstein besteht und die Hauptmasse unseres Gebirgszuges ausmachen. In einer Bank des zwischengelagerten Kalksteines fand

ich an zwei Punkten schlechte Muschelreste, und zwar am Weg zur Klosterruine von Martonyi, ferner an mehreren Stellen d Dobodéler Fehérkö-Berges; sonst ist dieser Kalk ebenfalls ve steinerungsleer. Unter den fest und dicht eingewachsenen Muschel konnte ich eine kleine *Avicula sp.* erkennen, doch konnte dere Art nicht näher bestimmt werden.

Diese bald dichten, bald feinkörnigen Kalke sind im frische Zustande gleichmäßig dunkelgrau; die an der Oberfläche de Athmosphärilien längere Zeit ausgesetzten Schichten aber besitze schmutziggelbe, rötliche oder bräunliche Farben. Es kommen auch zelligporöse, rauhwakkenartige, mehr oder minder verwitterte Kalksteine vor, und zwar gewöhnlich in der Nähe von Eisenstein-lagern. Auf das nahe Auftreten von Eisensteinlagern weisen aber noch entschiedener die von Eisenrost durchdrungenen, schmutzig-gelben oder braunen okkerigen Kalke hin, welche in der Nähe der bereits aufgeschlossenen Eisenlagerstätten überall häufig zu finden sind.

In den Umgebungen von Szín und Petri endlich kommt über dem Werfener Schiefer in bedeutender Mächtigkeit und Verbreitung dunkelgrauer bis schwarzer, knolliger oder wellig gebogener, dünntafeliger Kalkstein mit dünnen Mergelschiefer-Zwischenschichten wechsellagernd, vor, welchen die wiener Geologen als Virgloria- oder Wellenkalk in die Karte eintrugen.

Gegen das Hangende dieses Schichtkomplexes tritt der Mergelschiefer gegen den zwischengelagerten Kalkstein allmählich zurück, sodaß zuletzt reiner Kalkstein übrig bleibt, welcher dem deutschen Muschelkalk entsprechen dürfte, wenngleich sich Versteinerungen hier nicht vorfinden.

3. *Mitteltriadischer Kalkstein.* Auch dieser ist dunkelgrau wie der vorher erwähnte Kalk, jedoch gewöhnlich mit weißen Kalkspatadern durchdrungen, außerdem ist er nicht mehr plattig wie der vorherige, sondern kommt in wohl geschichteten, dicken Bänken vor, für sich allein bedeutende Felsmassen bildend. Stellenweise nahmen die an die Oberfläche austretenden Schicht-bänke, infolge der Oxydation des Eisenoxydulgehaltes, eine braun-rote Farbe an. In der Nachbarschaft der Eisenerzlager wird e kurzklüftig oder bröckelig, und mehr oder weniger Eisenoxy

hydrat durchdringt diesen Kalk, ja an dem Kontakte mit den Eisenerzen ist er beinahe ganz zu Eisenerz verwandelt, sodaß man den ursprünglichen Kalkstein nur an der vom Kalkspat herrührenden Aderung erkennen kann.

Auch jenen eigentümlich bunten, kalkspaterfüllten, zelligen Kalkstein rechne ich hieher, welcher an der Verlängerung des südlichen Osztramosabhanges in Form eines Felsens emporragt; ebenso halte ich es für wahrscheinlich, daß auch das ursprüngliche Gestein des von Kalzitadern durchdrungenen Eisensteins am Osztramos hierher zu rechnen ist.

4. *Obertriadischer Kalkstein.* In der Reihe der unseren Gebirgszug bildenden Triasschichten besteht das oberste Glied aus einem graulich-, bräunlich oder gelblichweißen, dichten, splitterigen Kalkstein, in dem Versteinerungen ebenfalls fehlen. Dieser Kalkstein kommt, im Gegensatze zu den vorigen, in weniger deutlich geschichteten, stark zerklüfteten Bänken vor, an welchen man gewöhnlich nur das Schichtstreichen deutlich wahrnimmt, wogegen das Verflächen selten gut auszunehmen ist. Solche Kalksteine kommen entweder an Rücken und den höchsten Gipfeln unseres Gebirgszuges oder dessen östlichen Rand entlang in kleineren oder größeren Partien zerstreut vor. Die Ursache davon ist teils in Verwerfungen, teils in Denudationen zu suchen; denn der letzteren Einwirkung war diese Kalkdecke unter allen den Triasablagerungen seit der Erhebung unseres Gebirges am meisten ausgesetzt.

Der Kalk der schroffen Felswand und des scharfen Grates am Osztramosberg besitzt genau dieselbe Beschaffenheit. Deshalb schon, aber hauptsächlich aus tektonischen Gründen, kann ich mich der Auffassung der wiener Geologen nicht anschließen, die denselben für eine, inmitten des Triasgebietes unerwartet hervorragende karbonische Scholle hielten. Wenn diese Auffassung richtig wäre, dann müßte man in der Richtung des Schichtstreichens gewiß noch an mehreren Stellen Spuren jener gewaltsamen Verwerfung finden, zufolge deren die karbonischen Schichten durch die allgemeine Decke der Triasschichten an die Oberfläche gelangten. Am Südabhange des Osztramos fand ich ferner einen solchen veränderten Kalkstein anstehend, welcher an den Kalk-

stein der dritten Gruppe erinnert und das Liegende des lichtgrauen Kalkes des Bergrückens bildet.

5. *Jungtertiäre Ablagerung mit Limonitkonkretionen.* Solche konnte ich unter dem, den östlichen Fuß des Gebirges überdeckenden diluvialen gelben Lehm bloß an einer Stelle nachweisen. Diese Stelle befindet sich im Tale von Martonyi, in einem tiefen Wasserriß am Waldrande, wo unter dem diluvialen Lehm lichtgrauer, durch Eisenrost etwas gefleckter, sandiger Tegel in vertikal zerklüfteten Wänden ansteht, welcher mit braunen oder gelben, konzentrisch schaligen tonigen Limonitkonkretionen oder unregelmäßigen Nestern und Lagen dicht erfüllt ist. Ebensolche Limonitknollen findet man, auf der diluvialen Decke zerstreut, an mehreren Punkten häufig: so besonders am Feldweg, welcher von Szalonna auf den Szárhegy (Berg), und von da nach Martonyi führt, ferner an den unteren Gehängen, welche zwischen Szt. András und Also Kovácsipuszta das gegen Süden sich öffnende Tal begleiten; endlich in dem gelben Lehm, welcher das mächtige Eisenerzlager von Rudobánya bedeckt, wo die Konkretionen zu bedeutender Größe anwachsen und oft Klappersteine bilden. Alle diese Vorkommnisse sind deshalb beachtenswert, weil es die Erfahrung lehrt, daß unter solchen Deckschichten mit Limonitkonkretionen oft auch die Eisenerzlager nahe liegen und somit der in der Tiefe sich ausgeschiedene Eisengehalt in kleinerem Maße bis an die Oberfläche hinaufdrang.

6. *Diluvialer Süßwasserkalk und Kalkbreccie.* Am östlichen Rand unseres Gebirgszuges finden wir von der warmen Quelle (16° C) bei Szalonna angefangen bis zu der ähnlichen Quelle von Martonyi, an mehreren Punkten, inmitten des diluvialen Lehmes hell gelblichbraunen oder graulichen, durch Schneckengehäuse löcherigen Kalktuff in kleineren oder größeren Blöcken, welche rezente Schneckenarten einschließen. Neben der warmen Quelle bei Szalonna liegen diese herausgewittert in größerer Menge umher, und zwar:

Planorbis (*Tropodiscus*) *umbilicatus Drap.*, sehr häufig;
Limnaeus (*Limnophysa*) *palustris* MÜLL.;
„ „ *palustris* MÜLL. var. *turricula* HELD;
Amphibina cf. *elegans* RISSO;

Helix (Xerophila) striata MÜLL.;

„ „ aff. *striata* MÜLL., eine Form, welche bei uns nicht mehr vorkommt;

Pupa (Torquilla) frumentum DRAP.

Nördlich von Szalonna, am Hügel Namens „Borzlyukak", liegen größere Blöcke eines gelblichbraunen, bituminösen Süßwasserkalkes auf den Feldern, in welchen man nur Steinkerne der Schneckengehäuse findet, und zwar: eine *Campylaea sp.*, eine *Helix sp.* und eine größere *Bulimus sp.*, deren Arten nicht näher bestimmt werden konnten. Dieser Süßwasserkalk erinnert sehr an den Süßwasserkalk der pannonischen Stufe, welcher bei Budapest am Rücken des großen Schwabenberges weit verbreitet vorkommt, und ist es nicht ausgeschlossen, daß auch das hierortige Vorkommen noch gegen Ende der Tertiärzeit zur Ablagerung kam.

Dieser aus den noch jetzt hervorquellenden warmen Quellen abgelagerte Kalktuff füllt aber in größter Menge die Lücken jener Triaskalkgerölle aus, welche am östlichen Fuße des Gebirges aufgehäuft vorkommen, auf diese Weise selbe zu einer dickbankigen diluvialen Breccie verbindend. Diese Kalkbreccien treten besonders am Abhang unter den Weingärten von Szalonna in dicken Bänken auf, und bei Martonyi entspringt die warme Quelle auch aus einer solchen Breccienbank. Dieses zum Teil noch lose, zum Teil durch Kalktuff verkittete Triaskalkgerölle bedeckt vom linken Bodvaufer bei Szalonna an bis hinauf zu den östlichen Ausläufern des Szárhegy, in bedeutender Mächtigkeit die anstehenden älteren Gebilde, und nur an einer Stelle tritt aus ihr die tiefste der Triasschichten, der dunkelgraue Tonschiefer, mit denselben nierenförmigen Knollen, welche auch bei der Eisenerzgrube von Martonyi vorkommen, zu Tage.

7. *Diluvialer roter Ton (Terra rossa) mit Eisensteineinschlüssen.* Am Rücken des Hangyástetö, nordwestlich von Szin, habe ich auf den Schichtbänken des hellgrauen Kalkes der oberen Trias, mehrere Meter mächtig, einen lebhaft roten, sehr eisenoxydreichen Ton beobachtet, welcher der Terra rossa des Karstgebietes entspricht. In diesem roten Ton, da eben noch Eisenerz darin geschürft wurde, fanden sich Einschlüsse kleinerer oder

größerer Schichtfragmente von Werfener Schiefern, halb zu Eisenerz umgewandelt. Wahrscheinlich gelangten diese Einschlüsse schon im Zustand von umgewandeltem Eisenerz in den Ton hinein, so daß der Umwandlungsprozeß nicht erst im Tone vor sich ging. So viel schien mir jedoch gewiß, daß man in dieser roten Tondecke auf bedeutendere Eisenerzvorkommnisse nicht rechnen kann. Nebenbei muß ich noch bemerken, daß sowohl hier, als auch an mehreren Stellen am Rücken unseres Gebirgszuges, sich bereits jene Karsterscheinungen zeigen, welcher weiter gegen Westen zu, am Sziliczeer Kalkplateau, in größerem Maße entwickelt sind.

II. Die Verhältnisse des Eisenerzvorkommens innerhalb der beschriebenen Triasschichten.

Da ich mich mit der inneren Struktur und der mineralischen Zusammensetzung der Eisensteinlagerstätten näher nicht beschäftigt habe, will ich hier bloß die Verhältnisse ihres Vorkommens, welche ich in unserem Gebirgszug mit Aufmerksamkeit verfolgt habe, näher besprechen.

Die Eisenerze kommen nach meinen Beobachtungen hauptsächlich inmitten der zweiten Schichtgruppe mit demselben Streichen und Einfallen vor, es sind also Einlagerungen, welche jedoch auch in kleinere oder größere Stöcke zerrissen, den Gebirgszug entlang ziehen. In den großartigen Grubenaufschlüssen von Rudobánya und Felsö-Telekes kann man gut beobachten, daß parallel mit den steil einfallenden Eisensteinlagern, am Kontakte mit ihnen stark veränderte, mehr oder minder in Eisenerz verwandelte Kalksteine das Lager begleiten. Auch noch weiter entfernt davon sind die ursprünglich dunkelgrauen Kalksteine ockergelb oder braun gefärbt, wobei der damit wechsellagernde Mergelschiefer zu einem gelben Lehme zerfiel. Auch in den bisherigen Eisenerzschürfen von Martonyi konnte man sehen, daß im engen Kontakte mit dem Eisensteinlager die begleitenden Gesteine entweder aus gelbem ockerigen Tonmergel — der aufgelöste Mergelschiefer — oder aus eisenspätigem Kalkstein, oder gelbem ockerigen Kalk, öfter mit dem Eisenerz noch fest verwachsen, bestehen.

In der Eisensteingrube von Felső-Telekes kann man mit dem Eisenerzlager im Kontakte mächtige Schichtbänke von umgewandeltem Kalkstein mit Kalkspatadern beobachten, welche dem Muschelkalke der mittleren Trias entsprechen. Aus diesen Tatsachen geht also hervor, daß die Eisensteinlager hier schon im oberen Horizonte der zweiten Schichtgruppe liegen.

Bei Martonyi ist man in der Nähe des Eisensteinlagers mit einem Schurfstollen auf dunkelgrauen Tonschiefer gestoßen, welcher Umstand darauf hinweist, daß hier das Lager im tiefsten Horizonte der zweiten Schichtgruppe vorkommt.

Am Fuße der steilen Kalkwand des Osztramos-Berges bei Rákó fand sich Brauneisenerz unter dem von oben herabgefallenen Gerölle. Das Hangende dieses Stockes ist weißer, körniger Kalk, den die wiener Geologen für karbonisch erklärten, während ich auch diesen in die obere Trias versetze. Das Brauneisensteinlager selbst, welches auffallend viel Kalkspatadern enthält, ist wahrscheinlich in dem darunter folgenden Muschelkalk eingebettet, welcher am steilen Nordgehänge des Berges aus den hohen Geröllmassen nicht heraustritt, wohl aber an seinem Südabhang, sogleich über den Mergelschiefern der unteren Trias.

Bei Szt. András findet sich nach L. MADERSPACH (c. W. p. 78) am Gehänge namens Káposztás in den Spalten und Höhlungen des Dolomites mürber, schwarzer, manganreicher Eisenstein abgelagert. Nach meinen Beobachtungen herrschen in der Umgebung von Szt. András, gleich über den Werfener Schiefern, die zu zellig porösen Gestein umgewandelten Kalksteine und Mergelschiefer der zweiten Schichtgruppe, wie solche auch bei Martonyi in der Umgebung des Eisensteinlagers vorkommen.

Nach L. MADERSPACH (c. W. p. 80) zeigen sich neben Szalonna am Kishegy selbst in dem schwarzen Schiefer, und am linken Ufer des Bodvaflusses, in einem tiefen Graben unmittelbar über diesem Tonschiefer der unteren Trias, also im Mergelschiefer und Kalk der zweiten Schichtgruppe, Spuren von Eisenerz; die Schürfungen haben jedoch bis dato noch kein ausgiebiges Lager erschlossen. Wenn in der Richtung von hier nach Martonyi am Rande des Gebirgszuges auch ein Eisenerzlager vorhanden wäre, so müßte es tief unter der diluvialen Kalkbrecciendecke liegen.

In der Umgebung von Perkupa, im Tale des Telekes-Baches, sah ich ebenfalls im schwarzen Schiefer, welcher mit dem darunter folgenden Werfener Sandsteinschiefer in Berührung steht, einen Schurfstollen. Auf der Halde fand ich schwarze, schwere, eisenhaltige Knollen und vererzte rötliche Sandsteinschiefer, aber kein reineres Eisenerz. Letzteres ist ganz ähnlich jenen Einschlüssen, die ich bei Szin am Hangyástető-Rücken im roten Ton (Terra rossa) gesehen habe. Es ist also wahrscheinlich, daß auch innerhalb des Werfener Schiefers vererzte Partien vorkommen.

Nach diesen Tatsachen und Beobachtungen, die Verbreitung der Eisenerze betreffend, kommt man zu dem Schluß, daß die Eisenerze, in Form von Lagern oder häufig unterbrochenen kleinen Stöcken, von Rudobánya angefangen über Felső- und Alsó-Telekes, dem Tale des Czinegebaches aufwärts in der allgemeinen Streichungsrichtung der Triasschichten (hora 2) dahinziehen. Hier aber scheint sich der Eisenerzzug zu gabeln. Der östliche Ast zieht über die südöstliche Hälfte des Telekesoldal zwischen den dunklen Schiefern dieses Berges und dem Muschelkalk des Kishegy weiter. Unter dem Bodvatal durchstreichend, zeigt sich das Eisenerz wieder in dem tiefen Wasserriß, welcher sich von der Höhe des Dunnatető herabzieht, und streicht dann unter der mächtigen Decke der diluvialen Kalkbreccie und des gelben Lehmes in der Richtung der Eisensteingrube von Martonyi weiter, das Tal der Klosterruine, dann jenes zwischen den Höhen Boroska und Tilalmasbércz, endlich die Täler des Kis- und Nagy-Rednek durchziehend; im letzteren befindet sich der Eisensteinbau von Martonyi. Von hier zieht das Eisensteinlager in der Richtung von hora 2, unter der mächtigen diluvialen Lehmdecke, gegen Kovácsi puszta, wo man seine Fortsetzung in dem Tale zwischen den beiden obertriadischen Kalk-Bergrücken suchen muß.

Der zweite, das ist der westliche Zweig der Eisensteinlager dagegen zieht von Alsó-Telekes entlang dem Tale des Telekesbaches gegen Perkupa, über die obere Mühle von Perkupa, längs dem Abhange des Dobodeler Fehérkőhegy nach Rákó zu, wo es sich unter der Kalkwand des Osztramos-Rückens und in der Gegend von Mile zeigt, von wo man es schließlich bis Szt. András verfolgen kann.

Auf beiden Linien ist das Vorkommen der Eisenerze hauptsächlich an die mit Mergelschiefer wechsellagernde, dunkelgraue dichte Kalksteine der unteren Trias gebunden, untergeordnet zeigen sich aber deren Spuren auch in dem Muschelkalk oder in dem oberen Horizont des Werfener Schiefers.

III. Tektonische Verhältnisse unseres Gebirgszuges.

(Vergl. die Tafel mit den geologischen Durchschnitten.)

Die Gesteinsschichten unseres Gebirgszuges samt den dazwischen gelagerten Eisenerzvorkommnissen verfolgen und halten in ihrem Verlaufe die allgemeine Richtung des Streichens (2.—14. hora) pünktlich ein; die Richtung und der Grad des Verflächens aber ist sehr veränderlich. Im allgemeinen ist das Verflächen steil, an mehreren Stellen sieht man aufgestellte, ja überkippte Schichtstellungen.

Aus diesem verschiedenen Verflächen der unter sich sonst konkordanten Schichten muß man vor allem auf mehrfache Faltenwürfe der ganzen triadischen Schichtreihe schließen, wie ich das auf den beiliegenden geologischen Durchschnitten auch zum Ausdruck brachte. Mit diesen bedeutenden Schichtfaltungen lassen sich aber stellenweise auch Schichtbrüche und Verwerfungen nachweisen. Besonders auf zwei große Verwerfungslinien kann man aus den beobachteten Tatsachen schließen. Die erste ist die Verwerfung des Osztramos-Berges. Die wiener Geologen haben den hellgrauen Kalk dieses auffallenden Berges für karbonisch bezeichnet. Wenn diese Annahme richtig wäre, dann müßte die ganze Masse des Osztramos-Berges durch den Komplex der Triasschichten emporgehoben sein, was mit dem Gesetze der Gravitation kaum vereinbar wäre, oder es müßte diese Masse schon aus dem Triasmeere als kleine Insel hervorgeragt haben. Ich halte das nicht für wahrscheinlich. Nach meiner Ansicht ist der hellgraue Kalk des Osztramos-Rückens seinem petrographischen Ansehen nach obertriadisch, ebenso wie jene hellgraue, dichte oder feinkörnige Kalke, welche am rechten Bodva-Ufer über Szilas und auch östlich vom Osztramos verbreitet sind. Aber auch in diesem Falle mußte die Masse des Osztramos-

Berges eine Verwerfung erleiden, doch geschah die Verwerfung der Natur der Dinge entsprechend nach abwärts zu.

Entlang dem westlichen Rande unseres Gebirgszuges konnte ich keine Verwerfungen mehr beobachten; am östlichen Rande aber kann man aus den bisherigen Tatsachen auf das Vorhandensein einer bedeutenderen Längsverwerfung schließen. Das erste Kennzeichen und der Beweis dieser Längsverwerfung ist der, daß schmale Streifen des hellgrauen oberen oder des dunkelgrauen mittleren Triaskalkes hier nicht in der strengen Reihe der Lagerung erscheinen, sondern sich unmittelbar an den dunklen Tonschiefer der unteren Trias anlehnen. Das läßt sich nur so erklären, wenn man annimmt, daß ein schmales Segment des Ostflügels der Schichtfalte, entlang einer dem Streichen entsprechenden Bruchfläche hinabglitt, infolgedessen der obertriadische Kalk an mehreren Punkten mit der bedeutend tiefer liegenden Gruppe des Mergelschiefers und dunklen Kalksteins- oder mit dem dunkelgrauen untertriadischen Schiefer in Berührung kam.

Für eine Längsverwerfungsspalte sprechen zweitens auch jene warmen Quellen bei Szalonna und Martonyi, welche seit dem Schlusse der Tertiärzeit an vielen Punkten Süßwasserkalk und Kalktuff abgelagert, oder das vom Gebirgsrücken herabgeschwemmte Kalkgerölle zu einer Breccie verkittet haben, und welche an zwei Stellen heute noch zutage treten. Ob diese Längsverwerfung über Szalonna weiter hinaus gegen Süden zu fortsetzt, das halte ich für wahrscheinlich, obgleich ich bestimmte Tatsachen dafür nicht auffinden konnte.

IV. Schlußfolgerungen bezüglich der Entstehung der Eisensteinlager und Anhaltspunkte zur Aufsuchung derselben.

Indem die Eisensteinlager unseres Gebirgszuges mit demselben Streichen und Verflächen in erster Reihe zwischen dem wechsellagernden Mergelschiefer und Kalk der unteren Trias, untergeordnet aber auch zwischen dem Muschelkalk eingelagert erscheinen: könnte man meinen, daß die Bildung der Eisenerze mit diesen gleichalterig sei. Wenn man aber die Tatsache erwägt, daß das Eisenerz hauptsächlich entlang der Längsverwer-

gsspalten des Gebirgszuges den betreffenden Schichten ein-
agert vorkommt, so erscheint es mir aus diesem Umstande
rscheinlicher, daß die Eisenerze nur nach den Schichtbrüchen
l Verwerfungen, welche die ganze Triasreihe betrafen, sich zu
len und entwickeln begannen. Ich meine aber nicht, daß
ser Bildungsprozeß schon in der Juraperiode oder in der meso-
schen Ära überhaupt begonnen habe. Viel wahrscheinlicher
cheint es mir, daß nach der Auffaltung des Karpathensystems
d später mit dem Empordringen der trachytischen Gesteine auf
n damit gebildeten mächtigen Bruchlinien, in der zweiten
älfte der Tertiärperiode, unser Gebirgszug und damit auch das
anze Sziliczeer Triaskalkplateau seine heutige Gestalt und seinen
neren Bau erlangt habe. Während der Auffaltung und zum
eil auch Aufbrechung sämtlicher Triasschichten waren die
isenerzlagerstätten noch durch den dunkelgrauen Kalk der
nteren Trias oder auch durch den Muschelkalk ersetzt. Den
rüchen und Verwerfungen entlang aber haben die aus der Tiefe
mporsteigenden warmen Quellen, deren Spuren oder Spätlinge
ir heute noch sehen, ihre gegenseitig zersetzende Wirkung be-
onnen, auf die Weise, daß sie den Kalk allmählich auflösten
nd an die Oberfläche führten und dafür Eisenkarbonat an den
tellen der Kalkbänke niedersetzten. Man muß dabei natürlich
nnehmen, daß die betreffenden aufsteigenden Quellen an doppelt-
ohlensaurem Eisen reich waren, und diese Annahme, wenn man
lbe mit den nahen Trachyteruptionen in Verbindung bringt,
deren Umkreis der Reichtum an Eisengehalt der aufsteigenden
uellen bekannt ist, birgt ebenfalls einen hohen Grad von Wahr-
heinlichkeit in sich.

Die Kalksteine wurden also auf diese Weise zuerst in Eisen-
at umgewandelt, welchen man in den tieferen Horizonten
serer Eisensteinlager überall vorfindet, und erst später, im
ufe der allmählichen Denudation wurde derselbe, infolge lang-
ner Oxydation und Wasseraufnahme, von der Oberfläche be-
nend gegen die Tiefe zu in Rot- und Brauneisenerz um-
andelt.

Von der Zeit der Ausbrüche des Trachytes und Andesites
efangen bis zum heutigen Tage kann man also — meiner

Ansicht nach — die Entstehung der heutigen mächtigen Eisenerzlager erklären und mit dieser Theorie die tatsächlichen Verhältnisse in besten Einklang bringen.

Weiter von den Ausbruchstellen der Tiefquellen wirkten diese nicht mehr so intensiv auf die ursprünglichen Triaskalke ein, bis zu einer gewissen Entfernung aber haben sie jedenfalls mehr oder weniger zur Umwandlung derselben beigetragen, auf solche Weise, daß sie mehr oder weniger Eisengehalt aufnahmen und mit Eisenoxyd imprägniert wurden. In der Tat begleiten solche Eisenimprägnationszonen rechts und links die reinen Eisensteinlager in unserem Gebirgszug, und diese von Eisenoxydhydrat ockergelben oder braunen, bedeutend schwereren umgewandelten Kalksteine sind daher noch die sichersten Anzeichen der Nähe von Eisenerzen; obgleich auch die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, daß der Umwandlungsprozeß der ursprünglichen Kalksteine an einem oder dem anderen Orte nur bis zu einem solchen Stadium gelangt ist und reines Eisenerz noch nicht erzeugt wurde. Beim Aufsuchen der Eisenerze sind jedenfalls diese halb umgewandelten eisenerzhaltigen Kalksteine die sichersten Anzeichen, daß in ihrer Nähe auch die reinen Eisenerze vorkommen dürften.

Als ein zweites richtunggebendes Anzeichen bei deren Aufsuchen kann man das Vorhandensein von Bruch- und Verwerfungsflächen betrachten, welche bis jetzt hauptsächlich dem östlichen Gehänge unseres Gebirgszuges entlang nachgewiesen sind. Die Brüche und Verwerfungen manifestieren sich auch im kleinen an vielen Stellen, und zwar darin, daß die halb vererzten Kalksteinbänke häufig durch glänzende glatte Gleitflächen, sogenannte Spiegel oder Harnische, durchschnitten werden. Solche findet man auch innerhalb der Eisenerze in großer Menge, besonders in der Eisensteingrube von Martonyi. Da die Triasschichten in unserem Gebirgszuge überhaupt versteinerungsleer sind, so muß man diese wichtigsten Behelfe zur Horizontierung leider vermissen.

Wenn wir die hier entwickelte Theorie der Eisenerzbildung annehmen, dann müssen wir deren Lagerstätten natürlich für *metamorphe Lager* oder *Stöcke* erklären.

3.

PALÄONTOLOGISCHE STUDIEN ÜBER TERTIÄRE DECAPODEN.

Von Prof. E. LÖRENTHEY.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 18. April 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítő“ (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, pp. 160—167.

Unter allen bisher bekannten Fundorten ist die tertiäre Decapodenfauna der Umgebung von Budapest am eingehendsten studiert. Nachdem die Tertiärbildungen von Budapest an Decapoden bedeutend reicher sind, als alle übrigen Lokalitäten, so gelangt immer neues Material in unsere Sammlungen, was übrigens nur eine natürliche Folge der Aufschlüsse ist, welche bei den mit der raschen Entwicklung einer großen Stadt verbundenen häufigen Erdarbeiten entstehen.

Der größte Teil des in vorliegender Schrift aufgearbeiteten ungarischen Materials stammt gleichfalls aus obereozänen und obermediterranen Bildungen, aus welchen ich auch bisher die meisten Decapoden beschrieben habe. Einige Decapoden aus dem obereozänen Kalke des Szépvölgy-Tales bei Budapest erhielt ich von Herrn Bergrat Dr. THOMAS v. SZONTAGH, welche er im untern Orbitoidenkalke des HOLZBACHschen Steinbruchs gesammelt hat; ich selbst sammelte einige Stücke am Kis-Svábhegy, ebenfalls bei Budapest, in demselben Horizonte. Diese Funde gehören bereits bekannten Arten an, lassen aber — nachdem es besser erhaltene Exemplare sind — einesteils neuere paläontologische Charaktere erkennen, liefern aber anderseits auch bezüg-

lich der Verbreitung und Häufigkeit der einzelnen Arten neuere Daten. Aus diesem Horizonte und von diesen wirklich beispiellos reichen Fundorten habe ich bereits 34 Decapodenarten innerhalb 19 Gattungen publiziert.*

Mein den obermediterranen Bildungen entstammendes Material ging aus dem, nahezu ausschließlich von mir ausgebeuteten neuen Fundorte bei Budafok hervor. Diese Bildung stimmt sowohl in petrographischer als auch in faunistischer Hinsicht mit der Ausbildung des Leithakalkes von Budapest-Rákos und Budapest (Telepi utcza) gut überein. Auch die Decapodenarten sind zum größten Teil dieselben, welche von BROCCHI und von mir aus Rákos beschrieben wurden.** Es sind dies

Callianassa Munieri, BROCC.,
„ *Chalmasii*, BROCC.,
„ sp.,
Matuta inermis, BROCC.,
Calappa sp.

Viel interessanter als diese ist ein der Familie *Oxystomidae* angehörender kleiner Cephalothorax von einigen Millimetern Durchmesser, welcher sich — da weder ein rezenter noch ein fossiler Verwandter bekannt ist — als eine gute neue Gattung erwiesen hat. Ich benenne dieselbe *Microcorystes*, da sie in ihren äußern Konturen am meisten an *Corystes dentatus*, LATR., erinnert.

Microcorystes n. g. ist dem rezenten *Corystes* etwa in dem Maße ähnlich, wie *Micromaja*, BITTN., der lebenden *Maja*, LAMK. Seine bisher bekannte einzige Art ist

Microcorystes n. g. *latifrons*, n. sp.

Diese Fauna sammelte ich im westlichen Teile der Ortschaft Budafok am Bergrücken, in dem bei Grabung eines Kellers zu

---

* LÖRENTHEY, *Beiträge zur Decapodenfauna des ungarischen Tertiärs* [Természetrajzi Füzetek. Vol. XXI, 1898]; *„Andorina" und „Darányia", zwei neue Brachyurengattungen aus Ungarn* [Mathem. u. Naturw. Berichte aus Ungarn Bd. XVII, 1899]; *Neuere Beiträge zur tertiären Decapodenfauna Ungarns* [Math. u. Naturw. Berichte aus Ungarn Bd. XVIII, 1900].

** BROCCHI, *Note sur les crustacés fossiles des terrains tertiaires de la Hongrie*, Ann. d. Sc. Géol. XIV, Paris 1883. — LÖRENTHEY, *Beiträge zur Decapodenfauna des ungarischen Tertiärs* [Természetrajzi Füzetek. Vol. XXI, 1898].

Tage geförderten Material. Durch den Keller wurden die miozänen Schichten in einer Mächtigkeit von ca. 3 m aufgeschlossen. Zu unterst lagert ein alveolinenreicher, sandiger Kalk (dem aus Rákos und der Telepi-utcza ähnlich); in demselben ein aus nußgroßen Quarzkörnern bestehender Schotter, einen halben Meter mächtig; zuoberst aber unter der Humusschicht sarmatischer Oolitenkalk mit von Kalkkrusten umgebenen Fossilien. Nördlich von diesem Punkte sind in Gruben und Gräben die Liegendschichten des Leithakalkes, die untermediterranen Sedimente, aufgeschlossen, welche unten aus den wechsellagernden Schichten eines Schotters von gröberem und feinerem Korne und eines grünlichen Schiefertones und oben, so wie auch in der Umgebung von Fóth und Pomáz, aus Bryozoenkalk bestehen.* In einer der Bänke des grünlichen Schiefertones fand ich bei einem Ausfluge einen mangelhaften Abdruck von

Neptunus cfr. *convexus*, RISTORI.

Ein neuerlicher interessanter Fund der obermediterranen Decapodenfauna Ungarns ist jener

Neptunus granulatus, M. EDW.,

welcher vom staatl. Oberrealschullehrer Herrn STEFAN GAÁL in Déva, damals noch Univ.-Hörer, in Felsöesztergály, Komitat Hont, in einem Andesittuffe gesammelt wurde. Ein weiterer neuerer Decapodenfundort ist ferner die obermediterrane Fauna von Bia, Komitat Pest, wo Univ.-Hörer VIKTOR ARADI *Callianassa Munieri*, BROCC., *Pagurus*, nov. sp., *Calappa Herberti*, BROCC. gesammelt hat.

Im Vereine mit diesem ungarischen Materiale untersuchte ich auch die Decapodenfauna von Sardinien und die aus Mokattam (Ägypten) stammenden reichen Decapodenreste des kgl. Naturalien-Kabinets zu Stuttgart. Durch diese meine Untersuchungen er-

---

* Der im Hangenden des untern Mediterrans vorkommende Bryozoenkalk ist auf der in neuerer Zeit herausgegebenen reambulierten Karte in der Umgebung von Budafok (und auf dem südlichen Blatte überhaupt) nicht ausgeschieden und in der Erläuterung (HALAVÁTS, *Die Umgebung von Budapest und Tétény*; Zone 16, Kol. XX) gleichfalls nicht erwähnt.

fuhren die vorhergehenden Studien, welche ich an den ungarischen und den im Besitze des Staatsmuseums zu München befindlichen tertiären Decapoden aus Algier und von Kressenberg (Bayern) vorgenommen habe, eine bemerkenswerte Ergänzung.

DOMENICO LOVISATO, Professor der Geologie an der Universität Cagliari, zeichnete mich, da seine Ansichten bezüglich der Bestimmung der tertiären Decapoden von Sardinien — wie er schreibt — von jener der aus- und inländischen Spezialisten abweichend war, mit der Übersendung des gesamten Decapodenmaterials behufs neuerlicher Untersuchung und Beschreibung aus.

Im folgenden wird das bessere Material in chronologischer Reihenfolge, wie Prof. LOVISATO das Alter der decapodenführenden Schichten bestimmte, aufgezählt.

I. Mittleres Oligozän (Bormidien). [Nurri, Cagliari (Capo St. Elia), Chiaramonti, Toralba.]

Callianassa Desmarestiana, M. EDW.,
„ *rákosiensis*, LÖRENT.?,
„ sp.,
Pagurus Manzonii, RIST.?,
„ aff. *substriatus?*, M. E. (RISTORI),
Calappa, sp. ind.,
Neptunus, sp.

II. Oberes Oligozän (Aquitanien). [Fontanazza.]

Callianassa, sp.

III. Unteres Mediterran (mittleres Miozän; — Langhien). [Fangario (Bingia Fargesi), Cagliari (Monte San Michele), Bonorva (Weißer Graben).]

Squilla miocenica, LOVISATO,
Palaega?,
Callianassa?, sp.,
Pagurus Manzonii, RIST.,
„ *substriatus*, M. E.?,
Calappa, sp.,
Neptunus granulatus, M. EDW.,
Cancer Sismondae, MAY.,
Ebalia, nov. sp.,
„ *Cranchii*, LEACH; var. *romana*, RIST.?

IV. Oberes Mediterran (Helvetien). [Cagliari (Friedhof, St. Avendrace, St. Bartolomeo, Tramezzaria di Monte della Pace).]

Callianassa Desmarestiana, M. EDW.,
„ *calaritana*, RIST.,
„ ind. sp.,
Pagurus Manzonii, RIST.,
„ cfr. *substriatus*, M. EDW.?,
Mursiopsis?, ind. sp.?,
Neptunus cfr. *granulatus*, M. EDW.

V. Sarmatische Stufe (Tortonien). [Oristano (Cap St. Marco).]

Callianassa?, sp. ind.,
Galathea affinis, RIST.?,
Gonoplax Sacci, CREMA,
Maja miocaenica, n. sp. (erste fossile Vertreterin der Gattung *Maja*),
Ocypoda?, sp. ind.

VI. Nicht abgesondertes Miozän. [Cagliari (Weinberg Cugia, Tramezzaria di St. Avendrace), Nulvi (Mont St. Lorenzo), Sedini (Monte Ruda), Ardani, Alghero (Sant George), Portotorres (St. Banigio Scapeccato), bei Bosa (Macomadas, Coronedda).]

Callianassa Desmarestiana, M. EDW.,
„ *subterranea*, MONTG. sp.,
„ *pedemontana*, CREMA?,
Pagurus Manzonii, RIST.,
„ cfr. *Manzonii*, RIST.,
„ ind. sp.,
Hepatinulus Lovisatoi, nov. sp.,
Neptunus granulatus, M. EDW.,
„ cfr. *granulatus*, M. EDW.,
Calappa?, sp. ind. RIST.

Aus dem bisherigen ist nur so viel ersichtlich, daß selbst dann, wenn die Stratigraphie der sardinischen Tertiärbildungen auf Grund eingehenderer Studien mit endgültiger Genauigkeit festgestellt sein wird, die Abtrennung resp. Unterscheidung der tertiären Bildungen Sardiniens auf Grund der Decapoden kaum möglich sein wird. Es ist interessant, daß die Gattung *Maja*, welche

bisher fossil nicht bekannt war, auf Sardinien bereits im mediterranen Meere lebte. Ihre erste fossile Vertreterin beschreibe ich unter dem Namen

Maja miocaenica, nov. sp.

aus der Umgebung von Oristano.

Nicht nur die Professoren K. A. ZITTEL und D. LOVISATO stellten an mich das ehrende Ansuchen, das reiche tertiäre Decapodenmaterial ihrer Sammlungen zu bearbeiten, sondern auch Prof. E. FRAAS, Direktor des kgl. Naturalien-Cabinets in Stuttgart, welcher mir aus einem neuen Aufschlusse der Mokattamer Schichten ein reiches Material übersendete. Dieses reiche Material wurde von den drei Mäcenen des Stuttgarter Museums, den Herren MARKGRAF, MEZ und WANNER gesammelt und zwar — nach der gefälligen Mitteilung des Herrn Musealassistenten Dr. E. SCHÜTZE — bei Cairo, in der Nähe der Grabmoschee Gama-Tingiye, beiläufig an derselben Stelle, welche G. SCHWEINFURTH in seinem Werke: Über die geologische Schichtengliederung des Mokattam bei Cairo* als die untersten Schichten des Mitteleozäns (A. 1 c) bespricht und auf seiner Karte mit (Loc. XII) bezeichnet. In dem Werke M. BLANCKENBORNS: Neues zur Geologie und Paläontologie Ägyptens**, ist dieses Niveau bereits als „untere Mokattamer oder als Gizehensis Stufe" vorzufinden. In dem gelblichen lockeren Mergelkalke sind die Decapodenreste zumeist ausgezeichnet erhalten. Aus dem mir zur Verfügung stehenden Materiale habe ich bisher die folgenden Arten bestimmt:

Callianassa nilotica, FRAAS,
„ *mokattamensis*, FRAAS,
Pagurus Mezi, nov. sp.,
Ranina Reussi, WOODW.,
„ *Bittneri*, LÖRENT.?,
Typilobus trispinosus, nov. sp.,
Micromaja tuberculata, BITTN.,

---

* Zeitschrift der Deutschen Geologischen Gesellschaft Bd. 35, 1883, p. 733 und Karte.

** Ebenda, Bd. 52, 1900, p. 418—437 und Tabelle.

Micromaja laevis, nov. sp.,
Lambropsis nov. gen. *Wanneri*, nov. sp.,
Lobocarcinus, nov. sp.?,
„ *Paulino-Württembergensis*, H. v. MEYER,
Palaeocarpilius macrocheilus, DESM.,
„ *simplex*, STOL.,
Plagiolophus Markgrafi, nov. sp.,
Cancer Fraasi, nov. sp.,
Goniocypoda transsylvanica, BITTN.

Abgesehen von dem Reichtume, dem vorzüglichen Erhaltungszustande, den interessanten neuen Formen und der neuen Lokalität dieser Fauna ist dieses Vorkommen auch in Bezug auf die geographische Verbreitung und die paläontologischen Charaktere der einzelnen Gattungen und Arten von außerordentlichem Interesse. Vor einigen Jahren war die Gattung *Ranina* aus Afrika noch gänzlich unbekannt. Die erste Art beschrieb ich (aus dem Formenkreis der *R. speciosa*, MÜNST.) von Beni Chennadha (Algier) unter dem Namen *Ranina brevispina*, nov. sp.* aus dem unteren Mediterran.

Die *Raninen* vom älteren Typus waren bisher aus Afrika noch ganz unbekannt. Umso interessanter ist es, daß in diesem Mokattamer Vorkommnisse gleich zwei Arten der mit gezähnten Leisten versehenen Raninen vorhanden sind, deren eine — *Ranina Fraasi*, WOODW. — als eine der häufigsten und charakteristischsten Formen der Fauna bezeichnet werden kann; dieselbe ist auch für das ungarische obere Eozän am bezeichnendsten. Die andere häufigste und infolgedessen charakteristischste Form der Fauna ist *Palaeocarpilius macrocheilus*, DESM., welcher gleichfalls zu den bezeichnendsten Formen des ungarischen Obereozäns gehört. Die häufigste Art dieses neuen Mokattamer Fundortes ist *Palaeocarpilius simplex*, STOL., welchen STOLICZKA aus dem indischen „Hauptnummulitenkalke" auf Grund eines mangelhaften Exemplars beschrieben hat.** Es ist auffallend, daß in den Mokattamer

* LÖRENTHEY, Über die Brachyuren der paläontologischen Sammlung des bayerischen Staates. A) Eine neue Raninaart aus Algier. [Természetrajzi Füzetek. Bd. XXI, 1898.]

** *Observations on fossil crabs from tertiary deposits in Sind an Kutch.*

Schichten *Lobocarcinus Paulino-Wüttembergensis*, H. v. MEYER eine so charakteristische und häufige Form ist, welche auch im obereozänen Kalke des Kis-Svábhegy bei Budapest vorkommt, hier aber sehr selten erscheint. Außer diesen, im obern Eozän des Kis-Svábhegy und im mittlern Eozän von Mokattam gleich herrschenden und für dieselben gleich charakteristischen Arten ist den beiden Bildungen auch *Micromaja tuberculata*, BITTN. gemeinsam. Ein interessanter Zug der Fauna besteht darin, daß die Gattung *Typilobus*, welche bisher nur aus dem indischen Hauptnummulitenkalke und dem Kalke des Kis-Svábhegy in je einer Spezies bekannt war, hier in Mokattam eine neue Art — *Typilobus trispinosus* — besitzt. Die im Gobkalk (oberes Parisien) des siebenbürgischen Landesteiles vorkommende *Gonicypoda transsylvanica*, BITTN. bringt diese mit den Mokattamer Schichten wieder in nähere Beziehung.

Die von diesem neuen Mokattamer Fundorte stammende Decapodenfauna liefert jedenfalls einen neueren Beweis für meine bereits mehrmals betonte Ansicht*, wonach zwischen den Schichten von Mokattam und jenen des Kis-Svábhegy in der vertikalen Verbreitung keine Lücke bestehen könne, wie dies von einzelnen vorausgesetzt wird. Auf Grund der Decapodenfauna würde ich es für sehr natürlich halten, wenn der diese interessante Fauna einschließende mürbe Kalk zum obern Teil der Mokattamschichten, also des mittlern Eozäns gehören würde.

Vom paläontologischen Gesichtspunkte ist zu bemerken, daß hier außer den neuen Arten auch eine dem Genus *Lambrus* am nächsten stehende Gattung vorhanden ist, die ich *Lambropsis* benenne.

Zum Schlusse erfülle ich eine angenehme Pflicht, indem ich auch hier den Herrn Professoren D. LOVISATO und E. FRAAS, sowie dem Herrn Bergrat Dr. TH. v. SZONTAGH für ihre Freundlichkeit besten Dank sage, mit welcher sie die Untersuchung dieses überaus wertvollen Materials meiner Wenigkeit überlassen haben.

Mem. of the geol. surr. of India. Palaeontologia Indica. Ser. VII. Kutch. fossils, p. 11, Taf. V, Fig. 6.

* Beiträge zur Decapodenfauna des ungarischen Tertiärs.

4.

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN MIT IMPLANTIERTEN HAUTSTÜCKEN.

Von Dr. JOSEF GUSZMAN.

(Auszug.)

Vorgelegt von Prof. Dr. M. v. LENHOSSÉK in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Mai 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie). Bd. XXII, pp. 191—198.

Aus den Untersuchungen von SCHWENINGER, KAUFMANN und RIBBERT wissen wir, daß es nach der Implantation von Hautstücken in das subkutane Gewebe sehr oft zur Entwickelung von epithelialen Cysten kommt. Meine diesbezüglichen Untersuchungen unterscheiden sich von den bisherigen sowohl durch die Versuchsanordnung, als auch durch die Größe des Lappens und die Wahl der Implantationsstelle wesentlich von denen obenerwähnter Forscher; auf diese Weise gelangte ich auch zu Ergebnissen, welche teils als ganz neue, teils als ergänzende Daten zu betrachten sind.

Die an Kaninchen ausgeführten Tierversuche wurden, von kleinen Abänderungen abgesehen, stets in folgender Weise durchgeführt. Es wurde aus der Rückenhaut der Tiere ein 1,5 cm breiter und $3^1/_2$—4 cm Lappen umschnitten und so freipräpariert, daß er nur an einer Stelle mit der übrigen Rückenhaut durch einen Stiel in Verbindung blieb. Ein zweiter Hautschnitt wurde etwa $3^1/_2$ cm von dieser Zusammenhangsstelle des Lappens senkrecht zur verlängert gedachten Längsachse desselben in einer Ausdehnung von $1^1/_2$ cm angelegt und bis in das Unterhautzell-

gewebe vertieft. Hierauf erfolgte die stumpfe Unterminierung der zwischen diesem Schnitte und dem Lappen sich erstreckenden Hautbrücke, worauf ich daran ging, mit Hilfe eines Messers die Epidermis von der Oberfläche des umschnittenen Lappens möglichst gründlich abzukratzen, sodaß stellenweise die Cutis weißlich durchschien, — ein für das spätere Resultat sehr wichtiges Moment. Die abgekratzten Gewebsteile wurden sorgfältig entfernt und hierauf das Läppchen in der Weise versenkt, daß mit einer krummen Pince durch die zweite Schnittöffnung unter die Hautbrücke eingegangen, dasselbe an der freien Kante erfaßt und unter Umkehrung der epidermalen Oberfläche in die neue Schnittöffnung hineingezogen wurde. Es war also dann die epidermale Oberfläche des Lappens dem lockeren subkutanen Bindegewebe der Rückenhaut zugewendet, die Cutisoberfläche desselben legte sich an die der Rückenhaut. Durch Anlegung der erforderlichen Nähte wurde die Fixierung des implantierten Hautstückes, sowie der Verschluß der klaffenden Hautwunde bewirkt.

In dieser Weise führte ich an 15 Tieren insgesamt 23 Implantationen aus; es ließen sich jedoch nur 15 derselben verwerten, deren exzidiertes Material in Celloidinschnitte verarbeitet wurde. Die Beobachtungsdauer, d. i. die Zeit zwischen der Implantation und der Exzision des implantierten Stückes, betrug von 96 Stunden bis zu 9 Wochen.

Werfen wir nun einen zusammenfassenden Rückblick auf diese Versuchsreihe, so sehen wir, daß mit Ausnahme einiger weniger Fälle sich aus dem implantierten Hautlappen überaus häufig eine typische Hautcyste entwickelt hat. Es bildet also dieses Faktum an und für sich nur eine neuerliche Bekräftigung der diesbezüglichen Erfahrungen von KAUFMANN, RIBBERT und anderer an dieser Frage arbeitender Forscher. Es ergab jedoch zu gleicher Zeit die mikroskopische Untersuchung sowohl in der Struktur der Cystenwand als auch in der Entwicklung der Cysten selbst solche Momente, welche in mancher Beziehung von den bisher erkannten Verhältnissen Abweichungen aufweisen und den Entwickelungsgang dieser Gebilde bedeutend komplizierter erscheinen lassen, als dies bis jetzt der Fall war. Alle diese Abweichungen und komplizierteren Verhältnisse in der Struktur und

Entwickelung der Cysten finden ihre Erklärung in dem Umstande, daß meine Versuchsanordnung sowie der Implantationsmodus von den bisher veröffentlichten diesbezüglichen Experimenten wesentlich abweicht. Die beträchtliche Größe der verwendeten Hautlappen beeinflußte ebenfalls die Verhältnisse, unter denen die Entwicklung der Cysten vor sich ging.

Bekannt ist, daß epidermale Auskleidung das unerläßliche Charakteristikon der echten Cysten ist, da ja das Epithel dasjenige Gewebe ist, dem die Abgrenzung und Hohlraumbildung zukommt. Diese Epitheldecke, welche bei der Cystenentwicklung die größte Rolle spielt, stammt aus dem gewucherten Epithel des implantierten Lappens, wie dies aus den einschlägigen Untersuchungen KAUFMANNS, RIBBERTS und anderer bekannt ist. In meiner Versuchsreihe konnte ich nun bei der Entstehung der epithelialen Oberfläche der Cysten zweierlei Typen der Ausbreitung des Epithels feststellen, den direkten und den indirekten Typus, während die bisherigen Untersuchungen nur zur Erkennung der von mir als direkter Typus bezeichneten Form der Epithelwucherung geführt hatten. Im Sinne dieser Wachstumsform beginnt das Epithel am Rande des implantierten Lappens zu wuchern, kriecht dem anstoßenden Bindegewebe entlang nach abwärts, gelangt so auf das gegenüberliegende subkutane Gewebe und überzieht nun dasselbe. Die von den übrigen Autoren beschriebene anfänglich konkave Wachstumsform des Epithels konnte ich nicht beobachten, teils aus dem Grunde, daß in meinen Versuchen neben dem direkten Typus auch eine andere Wachstumsform auftrat, teils aber darum, weil bei der verhältnismäßig sehr großen Ausdehnung des zur Implantation verwendeten Gebietes die bedeutende Spannung der überliegenden deckenden Haut eine beträchtlichere Krümmung verhinderte.

Die zweite Form der von dem implantierten Läppchen ausgehenden Epithelwucherung und Cystenbildung ist jene, welche ich als den Typus der indirekten Epithelisierung bezeichnete; diesbezüglich sind keinerlei Literaturangaben vorhanden. Dieser Entwickelungsmodus der Epitheldecke ist durch jenes Moment der eingangs beschriebenen Versuchsanordnung bedingt, im Sinne dessen die Oberfläche des zu implantierenden Lappens mehr oder

weniger kräftig abgekratzt, resp. abgeschält und mehrerlei Veränderungen unterworfen worden war, von denen besonders die ausgedehnte Zerstörung der Epidermis und die Eröffnung der papillären Schichte der Cutis hervorzuheben ist. Bei den höchsten Graden dieser Abschälung kam noch die Eröffnung des eigentlichen Gewebes der Cutis, sowie die Verletzung und Lockerung der Harbälge in ihrem bindegewebigen Bette hinzu. Das Verhältnis des implantierten Lappens zu den umgebenden Geweben, sowie die verschiedenen Formen der Cystenbildung wurde durch diese Abänderungen der Versuchsordnung besonders beeinflußt, wie dies aus dem Vergleiche der Versuche I und VIII mit besonderer Klarheit hervorgeht. Bei Versuch I war die Abschälung nur in mäßigem Grade erfolgt, sodaß, abgesehen von der ausgedehnten Ablösung des Epithels die Papillarschichte nur an einzelnen Punkten eröffnet worden war, an denen es nun zu einer organischen Vereinigung der beiden gegenüberliegenden anstoßenden Bindegewebspartieen kam. Diese Verbindungsstellen dienten dem lebhaft wuchernden Epithel zugleich als Wegweiser und als Straßen, auf denen sich dasselbe weiterschob um dann auch das gegenüberliegende Bindegewebe rasch zu überziehen. Durch den zunehmenden Druck der sich abstoßenden Haar- und Epithelmassen wurde nun der unter dem Lappen befindliche Spalt erweitert, wodurch auch die zahlreichen Verwachsungspunkte der beiden Bindegewebslager gedehnt und zu brückenartigen Gebilden ausgezogen wurden. Im Gegensatz hierzu läßt sich in Versuch VIII das Zustandekommen breiter, weitausgedehnter Synechien sehr gut beobachten. Es war in diesem Falle der Abschälungsprozeß recht gründlich bis in die Tiefe erfolgt, daher auch das Grundgewebe der Cutis selbst in mehr und minder bedeutender Ausdehnung eröffnet worden, wodurch es dann zu breiten Verwachsungen zwischen dem Bindegewebe des implantierten Lappens und dem subkutanen Bindegewebe kommen konnte. Auch in diesem Falle dienten dieselben dem wuchernden Epithel des Lappens als erwünschte Unterlagen und Wegweiser bei seinem Fortschreiten nach dem gegenüberliegenden Bindegewebe.

Im Verlauf meiner Versuche konnte ich auch noch die Erfahrung machen, daß diese Bindegewebsbrücken rasch einem

starken Schwunde und dem Zugrundegehen anheimfallen. Die rasche Vernichtung dieser brückenartigen Verbindungen ist zweifelsohne die Folge der stufenweisen Erweiterung des Innenraumes der Cyste, — bewirkt durch den in großer Menge sich anhäufenden Inhalt derselben. Dem gegenüber wurde ein Zugrundegehen der derberen, sich auf größere Bezirke erstreckenden Synechien nicht beobachtet, da der Innendruck der Cyste hierzu nicht ausreichte. An dieser Stelle sei noch mit Nachdruck hervorgehoben, daß die Höhlung der aus dem implantierten Lappen zur Entwicklung gelangten Cyste stets eine einheitliche war, in der sich nur vielfach breitere Verwachsungen und schmächtigere Überbrückungen, nie aber durch Scheidewände abgegrenzte Kammern (d. h. selbstständige Cysten) vorfanden.

Was nun den Inhalt dieser auf experimentellem Wege erzeugten Cysten betrifft, so wies derselbe stets die gleiche Zusammensetzung auf: es fanden sich massenhaft abgestoßene verhornte Epithelien, abgefallene Haare und Haarteile vor. In manchen Fällen fanden sich außerdem noch freiliegende Gewebsteile, welche als Vertreter der durch die Ausdehnung der Cyste abgelösten intracystösen Synechien zu betrachten sind, denen naturgemäß nur eine kurze Existenz beschieden sein kann, da sie infolge ihres Aufbaues aus Bindegewebe und stellenweise aus sehr massigem Epithel mit dem Verluste ihres organischen Zusammenhanges mit dem Muttergewebe auch ihrer Ernährungsquellen verlustig werden.

Was nun das Bindegewebe der neugebildeten unteren Cystenwand betrifft, so war dasselbe in den Anfangsperioden sehr zell- und blutgefäßreich, sodaß man richtiges Granulationsgewebe vor sich hatte. Späterhin nimmt dieser Zellreichtum in der Regel stufenweise ab, womit eine Zunahme der Interzellularsubstanz Hand in Hand geht. Auch kommt es hie und da mit der Zeit im unterliegenden Bindegewebe zur Entstehung von Gebilden, welche einige Ähnlichkeit mit Hautpapillen besitzen, wodurch dann der betreffende Abschnitt der Cystenwand den Charakter einer richtigen Epidermis erhält, eine Erscheinung, auf welche bereits KAUFMANN die Aufmerksamkeit hingelenkt hat.

Im Verlaufe meiner Untersuchungen traf ich auch sehr häufig

Haare und Haarfragmente an, welche teils in Gruppen, teils vereinzelt in den verschiedenen Tiefen des Bindegewebes der neugebildeten Cystenwand verstreut waren. Es ist dies keine ganz gewöhnliche Erscheinung, denn das Faktum, daß die aus einem mit Haarbälgen versehenen Organstücke (hier das implantierte Hautstück) ausgefallenen Haare im umliegenden Bindegewebe ein neues Bett finden (sekundäre Implantation) findet sich in der Literatur nur ganz ausnahmsweise verzeichnet (RIBBERT, HILDEBRANDT). Bemerken will ich jedoch, daß in meinen Versuchen diese im Bindegewebe eingebetteten resp. von demselben aufgenommenen Haare und Haarfragmente nur als leblose Gebilde, als Fremdkörper figurieren, wofür die in den einzelnen Versuchen um dieselben in großer Zahl auftretenden Riesenzellen als Beweis dienen.

In der neugebildeten unteren Wand der einen und anderen Cyste fanden sich unter den Haarimplantationen auch zerstreute und in verschiedenen Tiefen eingebettete Epithelmassen, welche aus einer Anhäufung von Zellen bestanden, welche lebhafte Lebenserscheinungen aufwiesen, in deren Mittelpunkt größtenteils Haare lagen; es waren aber ausnahmsweise auch solche Epithelmassen zu beobachten, deren Zentrum nicht durch ein Haar, sondern durch mehr oder weniger konzentrisch angeordnete verhornte Epithelzellen gebildet wurde. Über das Zustandekommen dieser Zellengruppen kann ich mir keine entschiedene Meinung bilden, ja ich vermag mich darüber nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu äußern. Meiner Ansicht nach handelt es sich hier um eine sekundäre Epithelimplantation, welche ebenso zustandegekommen ist, als die der isolierten Haare. Ein Unterschied besteht nur insofern, daß, während die Haare und die Bruchstücke derselben in dem zur Cystenwand gewordenen Bindegewebe als Fremdkörper eingekapselt sind, die in Frage stehenden Epithelzellengruppen ihre physiologischen Funktionen aufrechterhalten und sich dem ihr neues Bett bildenden Bindegewebe organisch eingefügt haben. Ebenso suchte ich in der Peripherie dieser Epithelmassen vergeblich jene Anhäufungen von Riesenzellen, welche sich um die implantierten Haare in großer Menge fanden. Aus diesem Grunde hielt ich es auch für wahrscheinlich,

daß in der unmittelbar auf die Implantation folgenden Periode aus den gelockerten und an vielen Stellen breit eröffneten Haarbälgen des Hautläppchens einzelne Epithelgruppen (mit oder ohne Haar) sich abgelöst, in das gegenüberliegende lockere Bindegewebe geraten sein und dort unter gewissen günstigen Umständen einen entsprechenden Boden gefunden haben mögen. Für eine solche sekundäre Implantation liegen zu jener Zeit die Verhältnisse auch recht günstig, weil das implantierte Läppchen fast in direkter Berührung mit dem umliegenden Bindegewebe steht, welches noch nicht vom Epithel überzogen ist, ein Umstand, welcher dann dem Zustandekommen der in Rede stehenden Erscheinung sozusagen unüberwindliche Hindernisse entgegenstellen würde.

Unter den zur Entwicklung gelangten Cysten waren einige, in deren neugebildeter unterer Wand normalen Haarbälgen ähnliche, ja sogar öfter ihnen fast vollständig entsprechende Gebilde zu finden waren, deren Zahl auch oft im Rahmen eines Versuches recht bedeutende Unterschiede aufwies. Sie bestanden aus einer von Epithelzellen gebildeten, sich mehr oder weniger tief in das Bindegewebe erstreckenden Hülle, in der sich ein oder mehrere Haare befanden. Die das Haar einschließende oder umgebende Epithelhülle erschien teils als scharf abgegrenztes, langes zylindrisches Gebilde, teils hatte sie die Form einer breiten undeutlich abgegrenzten Epithelzellenanhäufung. Eine Haarzwiebel oder Papille fand sich jedoch niemals vor. In den Präparaten aus den vorgeschrittenen Stadien der Versuchsreihe waren diese Haargebilde in hohem Maße verschoben, oft in fast ganz horizontaler Lage, ebenso wie die Haarbälge des implantierten Lappens; infolgedessen glaubte ich diese Erscheinung als ein auf sekundärem Weg, durch die eigenartige Druckwirkung des sich ansammelnden Cysteninhaltes und der mit einer quergestreiften Muskelmembran versehenen Hautbedeckung bewirktes Phänomen erklären zu müssen.

Nach alledem drängt sich nun die Frage nach der Herkunft dieser haarbalgähnlichen Gebilde auf, welche sich doch weder aus der nach dem direkten noch aus der nach dem indirekten Typus erfolgten Epithelwucherung ableiten lassen. Es erscheint

über jeden Zweifel erhaben, daß die oberwähnte Gebilde nur auf sekundärem Wege in die neugebildete Cystenwand gelangt sein können; auch für sie ist der sekundäre Implantationsvorgang anzunehmen. Bei der Erklärung dieses Prozesses bin ich nun ausschließlich auf meine eigenen Befunde angewiesen, da ich ähnliche Befunde weder für pathologische, noch für experimentelle Cysten in der mir zugängigen Literatur aufzufinden vermochte. Die Durchforschung meiner Präparate nun drängt mich der Auffassung zu, die Entwickelung dieser haarbalgähnlichen Gebilde ebenfalls von der Abschälung des implantierten Hautlappens abhängig zu machen. Ich erkannte nämlich, daß die Abschälung des Lappens ein so intensiver Eingriff ist, der imstande ist unter anderem weitgehende Veränderungen auch an den Haarbälgen hervorzubringen, welche nicht nur breit eröffnet werden, sondern auch später anschwellen, sich auflockern, sodaß sich einzelne Bestandteile derselben, in erster Reihe die Haare, abstoßen. Daß dieser Abstoßungsprozeß nun tatsächlich eine Rolle spielt, sehe ich durch den Umstand als erwiesen, daß die Haare bereits in einem sehr frühem Stadium der Cystenentwicklung einen beträchtlichen Teil des Inhaltes der Cyste ausmachen. Nach meiner Meinung gelangen abgestoßene Fragmente der Haarbälge des implantierten Läppchens auf das gegenüberliegende Bindegewebe und gehen dort zumeist zugrunde; ein Teil jedoch findet einen ihm entsprechenden Boden und entgeht dem Untergang. Diese aus Balgepithel und Haaren bestehenden Fragmente gelangen zum Teil in die Tiefe und bilden dort die schon erwähnten Epithelnester, die anderen geben unter günstigeren Ernährungsverhältnissen zur Bildung der in Rede stehenden haarbalgähnlichen Gebilde Anlaß. Im Verlauf meiner Untersuchungen fand ich des öfteren auch atypischen Epithelwucherungen ähnliche Prozesse, welche mit der Epitheldecke der unteren neugebildeten Cystenwand im Zusammenhang standen. Eine besondere Aufmerksamkeit verdienen jedoch diese Befunde nicht, da sie unter pathologischen Verhältnissen sehr oft zu machen sind; beachtenswert werden sie erst dann, wenn die Atypizität eine hochgradige wird und die Wucherung sich bedeutend in die Tiefe erstreckt, wie dies in Versuch VIII besonders schön zu beobachten war.

Sehr interessant sind auch die aus dem 96 stündigen Implantationsversuch stammenden Präparate, aus welchen ersichtlich ist, daß die Epithelzellen auf dem unter dem Lappen ausnahmsweise vorhandenen Blutextravasat in perlenschnurartiger Reihe fortgewuchert waren. Dieses Wachstum der Epithelzellen in der Blutmasse ist eine ziemlich ungewohnte Erscheinung und besonders darum von Interesse, weil aus derselben hervorgeht, daß unter solchen Umständen die Epithelzellen den für sie spezifischen Veränderungen (Verhornung usw.) nicht unterliegen. Dieser Befund beweist des weiteren im Vereine mit den Versuchen von LOEB, daß das Epithel zu seinem Weiterwuchern nicht unbedingt das Bindegewebe benötigt.

Fasse ich nach diesen Ausführungen jene Gruppe der experimentellen Cysten ins Auge, in deren neuentwickelter Wand sich auch die erwähnten haarbalgähnlichen Gebilde fanden, so läßt sich meiner Meinung nach sagen, daß diese Cysten ihrer Struktur nach den Dermoidcysten bis zu einem gewissen Grade nahekommen, obzwar es mir recht wohl bekannt ist, daß in engerem Sinne genommen nur durch ein solches Gewebe die Wand einer Dermoidcyste gebildet sein kann, welches sämtliche Attribute der äußeren Haut aufweist. Andererseits wieder kann man von sogenannten einfachen Dermoiden im allgemeinen auch schon dann sprechen, wenn sich in der Cystenwandung Haarbalgbildungen vorfinden.

Zusammenfassung.

1) Bei Einhaltung der oben angegebenen Versuchsanordnung konnten wir fast ausnahmslos aus den implantierten Hautlappen Cysten entstehen sehen.

2) Ein Teil der Cystenwand besteht aus dem verpflanzten Lappen, der restliche Teil derselben ist neu gebildet. Der bindegewebige Anteil der neuentstandenen Cystenwand hat sich aus dem alten Unterhautbindegewebe entwickelt, die Epitheldecke derselben hingegen ist durch die fortschreitende Wucherung des Lappenepithels zustande gekommen.

3) Die Wucherung des Epithels, welche für die Bildung der Cyste grundlegend ist, ging in zweierlei Typen vor sich. Die

eine Wachstumsform ist die bereits von KAUFMANN und anderen Forschern beschriebene, in deren Sinne das Epithel von den Rändern des Lappens auf das benachbarte Bindegewebe übertritt und dieses langsam überzieht. Die zweite Form der Epithelisierung geht hingegen in der Weise vor sich, daß das wuchernde Epithel von der epidermoidalen Oberfläche des Lappens unmittelbar auf das gegenüberliegende Bindegewebe übergeht und so die Oberfläche desselben überzieht. Dieser Übergang des Epithels auf das gegenüberliegende Bindegewebe geht auf die Weise vor sich, daß die im Gefolge der Abschälung entstandenen meist brückenartigen intracystösen Synechien dem Epithel als Wegweiser dienen.

4) In dem neugebildeten Teile der Cystenwand ist neben der sehr gut ausgeprägten Differenzierung der Epithelzellenschichten noch besonders das Vorkommen zerstreuter, Haarbälgen mehr oder minder ähnlicher Gebilde auffallend, welche als Resultate einer sekundären Implantation aufzufassen sind.

5) Die sub 4) angeführten Eigenschaften führen zu dem wichtigen Ergebnisse, daß die von uns künstlich erzeugten Cysten in ihrem ganzen Umfang, also nicht nur in dem dem implantierten Lappen entsprechenden Anteil, den einfachen Dermoidcysten sehr nahestehen.

5.

DIE HÄMOLYTISCHE WIRKUNG DES SUBLIMATS MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER IMMUNITÄTSGESETZE.

Von Univ.-Dozent Dr. LADISLAUS DETRE und Dr. JOSEF SELLEI.

(Aus dem Laboratorium des Instituts JENNER-PASTEUR in Budapest.)

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Mai 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudomanyi Értesitö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXII, pp. 196—206.

Die folgenden Untersuchungen befassen sich mit der blutvergiftenden Wirkung des Sublimats mit Zuhilfenahme jener Methode, die HAMBURGER in die Physiologie eingeführt und welche die Schule EHRLICHS so bedeutend ausgebildet hat.

Die Grundlage dieser Methode besteht darin, daß die roten Blutkörperchen in isosmotischen Chlornatriumlösungen unverändert bleiben, dagegen ihre Vitalität verlieren, wenn die Aufschwemmungsflüssigkeit ein Blutgift enthält. Die lebende Blutzelle behält ihr Hämoglobin; das Hämoglobin der absterbenden Blutzelle tritt aus der Blutzelle heraus und verteilt sich in der Aufschwemmungsflüssigkeit; diese Erscheinung ist die Hämolyse (Blutlösung). Je stärker die vergiftende Wirkung ist, desto mehr Blutkörperchen lösen sich in der Zeiteinheit auf, die Schnelligkeit und der Grad der Lösung steht, mit einem Worte, mit der blutvergiftenden Wirkung der betreffenden Substanz in einem geraden Verhältnis.

Bei unseren Versuchen verwendeten wir nicht eine mit den menschlichen Blutkörperchen isosmotische 0,85—0,90prozentige *Cl-Na*-Lösung, sondern eine etwas hypertonische und zwar 1prozentige Lösung, in welcher die menschlichen Blutzellen durch 24 Stunden hindurch unverändert bleiben. Mit dieser Kochsalz-

lösung stellten wir die verschiedenen Konzentrationen des Sublimats her und setzten zu einem ccm Sublimat 0,10 ccm der 5prozentigen defibrinierten Menschenblutemulsion bei. Die Aufschwemmungsflüssigkeit der Blutemulsion war eine 1prozentige *Cl-Na*-Lösung.

In allzu konzentrierten Lösungen fällt das Serum eiweiß aus und fixiert die geschrumpften Blutkörperchen, so daß diese auch in destilliertem Wasser nicht mehr löslich sind. Sehr starke Verdünnungen des Sublimats bleiben wirkungslos; zwischen den beiden Grenzen liegt die Lösungszone des Sublimats, innerhalb welcher sich in den Röhrchen die Blutkörperchen nach einer gewissen Zeit ganz oder teilweise lösen.

1—0,01% löst nicht, sondern präzipitiert bloß; um 0,001% herum liegt die Lösungszone; 0,0001% wirkt bloß nach längerer Zeit (24^h) hämolysierend, aber selbst 10- ja 100mal stärker verdünnte Sublimatsproben üben innerhalb einer sehr protrahierten Beobachtungsdauer eine noch eben wahrzunehmende blutvergiftende Wirkung aus.

Wir unterscheiden eine obere und untere Grenze der Lösungszone. Für frisches Menschenblut ist bei 37° Wärme und 5stündiger Beobachtungszeit die obere Lösungsgrenze zwischen 0,007—0,004% zu finden; die untere Grenze schwankt zwischen 0,0005—0,0002%. Als Grenztiterwert betrachteten wir jene Konzentration von $HgCl_2$, von welcher 1 ccm imstande ist, sämtliche Blutkörperchen der erwähnten Blutmenge von 0,10 zu lösen.

Darauf bezüglich siehe die Tabelle:

Sublimat in %	Resultat nach 5^h 37°, Blut: 5% Emulsion
0,01	Blut präzipitiert Niederschlag
0,009	„ „ geringe Lösung
0,008	„ „ mittelmäßige Lösung
0,007	kein Niederschlag vollständige Lösung
0,006	vollständige Lösung
0,0005	„ „
0,0004	„ „
0,0003	unvollständige Lösung
0,0002	Spuren von Lösung
0,0001	keine Lösung

In diesem Falle reicht die Zone der vollständigen Lösung n 0,007—0,0004 %.

Innerhalb der Lösungszone tritt die Lösung um so schneller in, je konzentrierter die Sublimatlösung ist. Bezüglich einer nd derselben Konzentration ist auf den Gang der Hämolyse einerseits die Dauer der Sublimatseinwirkung, andererseits die Temperatur von Einfluß. Mit der Verlängerung der Einwirkungszeit erhöht sich die vergiftende Wirkung und es zeigt sich die Hämolyse in solchen Röhrchen, welche bei kürzerer Zeit unverändert bleiben. Charakteristisch ist, daß innerhalb der ersten Stunde bei 37° keine sichtbare Wirkung auftritt, erst nach Verlauf dieser einstündigen Inkubation (latentes Stadium) beginnt die Lösung. Siehe die Tabelle:

Blut des Individuum „K". 5 % Blut. Nach 1 Stunde (Thermostat) nirgends eine Spur von Lösung.

Sublimat in %	$1^1/_2$ Stunde Thermostat	$2^1/_2$ Stunden 37°	5^h 37°
0,0005	fast vollst. Lösung	vollständige Lösung	vollständige Lösung
0,0004	keine „	mittelmäßige „	fast vollständ. „
0,0003	„ „	etwas „	starke „
0,0002	„ „	keine „	mittelmäßige „
0,0001	„ „	keine „	Spuren von „

Für die Beobachtung ist eine 4—5stündige Beobachtungszeit am günstigsten, weil die Proben später keine bedeutenden Veränderungen mehr aufweisen.

Die Intensität der Hämolyse ist auch von der Temperatur abhängig: bei niedriger Temperatur geschieht die Lösung langsam und unvollkommen, bei Zimmertemperatur rascher, bei 37° Thermostat geht sie in ca. 4—5^h vor sich, in einem 45—46gradigem *Wasserbade tritt innerhalb* 1^h *vollständige Lösung ein.* Bei dieser Temperatur dauert die Inkubation bloß 10—20 Minuten und die Phasen der Hämolyse folgen rasch hintereinander, weshalb wir dieses Verfahren (45° Wasserbad) für Studienzwecke sehr empfehlen können: nicht bloß vom Gesichtspunkte der raschen und präzisen Untersuchung der Hämolyse, sondern auch der übrigen verwandten Prozesse: der Agglutination, Bakteriolyse und Präzipitinreaktion.

Das Verhalten des Blutes normaler Individuen dem Sublimat gegenüber. Der obere Grenztiterwert ist gewöhnlich 0,007—0,004; der untere Grenztiterwert wechselt zwischen 0,0005—0,0004. Die Titerwerte eines und desselben Individuums weichen bei mehrmaliger Untersuchung nur wenig voneinander ab.

Syphilitische Individuen. Bei diesen haben wir bloß die untere Grenze der kompletten Lösung bestimmt, weil diese ein getreues Bild der Blutresistenz gibt. Die Titerwerte wechselten unter 11 Fällen in 7 Fällen zwischen 0,0005—0,0003%. Der Titer der übrigen 4 syphilitischen Individuen im Eruptionsstadium war höher als 0,0005. Ob das Blut von Syphilitikern im floriden Stadium der Krankheit ständig resistent ist, werden diesbezügliche weitere Untersuchungen feststellen.

Der Einfluß der Quecksilberbehandlung auf die Resistenz des Blutes. Es fiel auf, daß im Verlaufe der Behandlung die Grenztiter ungewöhnlich große Schwankungen aufwiesen. Unter den Ergebnissen der einzelnen Beobachtungstage fanden wir bis 0,0004% Schwankungen; während der Wert der Schwankungen der nicht Behandelten bloß 0,0001% beträgt. In einigen Fällen wies der Titer eine gesetzmäßige Änderung auf, indem er nach der ersten Sublimatsinjektion (2prozentiges Sublimat 1 ccm) sank, um bei der späteren Injektion wieder den ursprünglichen Wert zu erreichen. Es ist wahrscheinlich, daß die Blutzellen sich nach und nach an das Gift gewöhnen.

Das Verhalten isolierter roter Blutkörperchen dem Sublimat gegenüber. Wenn wir die Blutkörperchen durch Zentrifugieren von der Aufschwemmungsflüssigkeit — die nichts anderes ist als eine Lösung von Blutserum in der Kochsalzlösung — absondern und dann dieselben von neuem mit einer *Cl Na*-Lösung versetzen, so erhalten wir eine Emulsion sogenannter *„gewaschener"* Blutkörperchen, welche Emulsion Sublimat gegenüber empfindlicher ist als die vollständige Blutemulsion. Der Unterschied bezüglich eines und desselben Blutes zwischen dem Titer vollständiger und gewaschener Blutkörperchen beträgt 0,0001—0,0002% und noch darüber. Daß die roten Blutkörperchen nicht infolge der durch das Zentrifugieren verursachten *mechanischen Einwirkung* empfindlicher werden, haben wir damit bewiesen, indem wir gezeigt

daß die nach dem Zentrifugieren von neuem durcheinandergeschüttelte Emulsion mit der nicht zentrifugierten Probe gleich resistent ist. Hingegen stellte sich heraus, daß natives Blut dem Sublimat deshalb größeren Widerstand entgegensetzt, weil *das Serum die Blutkörperchen schützt.* Je größer die Differenz zwischen den Titern des nativen und gewaschenen Blutes ist, desto stärker ist die Schutzwirkung. Als Maß der Schutzwirkung des Serums diente bei unseren Versuchen jene Quantität der von den Blutkörperchen abzentrifugierten serumhaltigen Emulsionsflüssigkeit — von uns kurzweg als „Serum" bezeichnet —, welche eine gegebene Menge gewaschener Blutkörperchen gegen eine dieselben sonst unbedingt hämolysierende Quantität Sublimat zu schützen imstande war. Es geht aus der Natur der Sache hervor, daß gegen eine nur noch gerade hämolysierende Sublimatsmenge die Blutkörperchen durch eine geringere Menge von „Serum" geschützt werden, als gegen ein größeres Giftquantum; bei einem Versuche beispielsweise, wo der untere „Endtiter" der gewaschenen roten Blutkörperchen 0,0004% betrug, neutralisierte 0,40 „Serum" diese Quantität bis zur gänzlichen Wirkungslosigkeit, während man zu 0,0005% Sublimat 0,50 „Serum" geben mußte, damit man nach 5stündiger Beobachtung die roten Blutkörperchen unverändert sehe.

Wir untersuchten auch, in welchem Grade verschiedene Serumquantitäten die vergiftende Wirkung eines Sublimats von bestimmter Stärke herabsetzen, und konnten so berechnen, wieviel Sublimat von der Serumeinheit gebunden wird, und dann fanden wir, daß die Schutzwirkung des Serums von dessen Menge abhängig ist. In einer dünneren $HgCl_2$-Lösung bindet das Serum weniger wie in einer konzentrierteren Lösung. Eine Analogie hierzu gibt uns die gesetzmäßige Wechselwirkung der Antitoxine und Toxine.

Die Eigenschaften der Schutzwirkung des „Serums". Die Schutzkraft eines Serums, das auf 56° und 66° erwärmt wird, ist unverändert. Eine Erwärmung auf 73° verändert dieselbe ebenfalls nicht, selbst eine viertelstündige Erhitzung auf 83° vernichtet bloß einen Teil der Schutzkraft. Bei der Erwärmung auf 86° verschwindet jedoch die Schutzkraft des Serums. Die Schutzwirkung ist auffallend *thermostabil*, was uns zuerst auf die Idee gebracht, fest-

zustellen, ob die Schutzwirkung nicht an eine andere Substanz als an das Eiweiß gebunden ist. Sobald wir gefunden hatten, daß das Eiweißgerinsel, welches bei der die Schutzwirkung vernichtenden Temperatur ausgeschieden wurde, der Schutzwirkung ermangelt, wandten wir unser Augenmerk auf die fettartigen Substanzen, welche seit den Untersuchungen OVERTONS und H. MEYERS in der Pharmakodynamik eine immer wichtigere Rolle spielen. Wenn das Serum seine Schutzwirkung dem darin befindlichen sogenannten „Lipoiden" (die Bezeichnung stammt von OVERTON) verdankt, dann muß die Behandlung mit Äther und Chloroform das Serum seiner Schutzkraft berauben.

Wir haben diese Annahme experimentell bestätigt: das mit Äther oder Chloroform geschüttelte Serum verliert seine Schutzfähigkeit teilweise oder völlig.

Blut von dem Individuum „D". Gewaschene Blutkörperchen. „Serum" von demselben Individuum. 1) Nativ, 2) mit Äther, 3) mit Chloroform ausgeschüttelt. — Gift: 1 ccm 0,0005 % Sublimatlösung.

„Serum"	1) nativ	2) mit Äther behandelt	3) mit Chloroform behandelt
0,6 ccm	schützt vollständig	schützt nicht	schützt nicht
0,5 „	„ „	„ „	„ „
0,4 „	„ sehr stark	„ „	„ „
0,3 „	„ mittelmäßig	„ „	„ „
0,2 „	„ kaum	„ „	„ „

Unsere Annahme wird gesichert, wenn der Nachweis gelingt, daß der Ätherextrakt in dem Verhältnis schutzkräftig wird, in welchem die Schutzkraft des Serums sinkt. Nachdem wir den Ätherextrakt im Vacuum getrocknet und die so gewonnene Substanz in Chloroform gelöst hatten, schüttelten wir dieselbe mit Sublimat, und fanden, daß diese Substanz dem Sublimat einen Teil seiner Giftigkeit entzieht, sich also so verhält (s. unten weiter), wie eine Lecithinlösung; die Behandlung mit Äther oder Chloroform entzieht dem „Serum" einen Schutzstoff, welcher seiner Natur nach den fettartigen Substanzen am nächsten steht.

Die Schutzwirkung des „Blutsaftes". Die Schutzwirkung des „Serums" ist demnach hervorgerufen durch „*Lipoid-* (fettartigen)

ubstanzen", welche sich mit dem Sublimat vereinigen und diese on den Blutkörperchen auf diese Weise fernhalten. Wir suchten un danach, ob sich nicht etwa in dem Inneren der roten Blutörperchen ein dem Serum-„Lipoid" analoger Schutzstoff befindet. Um dies zu erfahren, lösten wir die Blutzellen in chlornatriumfreien Wasser und machten sie dann mittels 1% *ClNa* isosmotisch. Die auf diese Weise gewonnene Flüssigkeit belegten wir mit der Bezeichnung „Blutsaft".

Dieser Blutsaft schützt die Blutzellen außerordentlich stark gegen Sublimat.

Schon 0,05—0,10 ccm schützt gegen eine sicher lösende Sublimatmenge von 0,0005%, d. h. der Blutsaft schützt ca. 5- bis 10mal stärker als Serum.

Gegen Hitze ist die Schutzwirkung des Blutsaftes ebenso resistent, wie die des Serums ändert sie sich erst gegen 80° herum. Äther gegenüber verhalten sich Blutsaft und Serum gleichförmig. Chloroform liefert bezüglich des Blutsaftes keine verläßlichen Daten, weil es das Hämoglobin ausscheidet. Da durch den Ätherextrakt die Giftigkeit des Sublimats gemindert werden kann, können wir mit Wahrscheinlichkeit annehmen, daß die Affinität der roten Blutkörperchen zum Sublimat eben durch das Lipoid verursacht wird, welches auch die Schutzwirkung des Serums hervorruft. Wir stellten noch Versuche mit *Lecithin* an, um das Verhalten des Sublimats diesem Stoff gegenüber zu erforschen.

Aus diesen Versuchen ging hervor, daß, wenn wir Lecithin in Äther oder Chloroform gelöst mit einer Sublimat-Kochsalzlösung von bekannt hämolytischer Kraft eine halbe Stunde schütteln, die vom Lecithin abgesonderte und durch Erwärmen von Äther resp. Chloroform gereinigte Sublimatlösung auf rote Blutkörperchen weniger vergiftend wirkt, wie es ursprünglich der Fall war. Das Sublimat geht nicht in die Lecithinlösung über; hingegen läßt es sich in der zwischen dem Sublimat und dem Chloroform abgeschiedenen trüb-zähen Masse nachweisen. Die „Zwischenschichte" gibt die Schwefel-Ammonium-Probe erst nach Behandlung mit Salzsäure, woraus wir mit einiger Wahrscheinlichkeit den Schluß ziehen können, daß sie nicht die einfache Lösung des Sublimats in Lecithin, sondern eine innigere Vereinigung beider

enthält. Wenn wir es, worüber die weiteren Untersuchungen uns Aufklärung verschaffen werden, tatsächlich mit einer chemischen Verbindung von Sublimat und Lecithin zu tun haben, welches wir in diesem Falle als ein Quecksilber-Lecithid bezeichnen werden, dann müssen wir annehmen, daß das Lecithin eine jener fettartigen Substanzen ist, welche die vergiftende Wirkung des Sublimats im lebenden Protoplasma vermitteln.

6.

ÜBER DIE LEBENSFÄHIGKEIT DER BOTRYTIS-, MONILIA- UND CONIOTHYRIUMSPOREN.

Von GY. v. ISTVÁNFFI.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Februar 1903.

Auszug aus „Mathematikaí és Természettudományi Értesitö" (Mathem. u. Naturwissensch. Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, p. 222—235*.

Autor faßt hier bezüglich einiger bis jetzt nicht angewendeten Bekämpfungsmittel die zur Vernichtung der Sporen erforderliche Quantität des Wirkungsstoffes mit der Frage des erforderlichen Zeitraumes zusammen und findet als Endresultat eine neue Auffassung der Bekämpfung, welche als auf das Zeitminimum reduzierte, unmittelbare Sporentötungsbekämpfung bezeichnet wird. Die Sporen der erwähnten Pilze wurden sowohl in Leitungs-, Niederschlags- und destilliertem Wasser, als auch in Most durchgeführten Keimungsversuchen unterzogen, und es wurde dabei die Ergründung der gemeinsamen Rolle der Flüssigkeit und Temperatur bezweckt. Aus diesen Keimungsversuchen wurde erwiesen, daß 1. das Optimum für die Sporen des Monilia- und Botrytispilzes bei 25° C., bei Coniothyrium Diplodiella zwischen 25—30° C. ist; 2. daß eine Wärme von 18—20° C. sich dem Optimum am meisten nähert; 3. daß eine Temperatur von 5—12° C. auf die Keimung nachteilig einwirkt; 4. daß eine Temperatur von 39 bis 41° C. die Keimung der Botrytis- und Moniliasporen selbst in

* Dieser Auszug, den Herr Karl Pósch in Girárd (Ungarn) zu machen die Güte hatte, ist auch im *Zentralblatt für Bakteriologie etc.* II Abt. XI, 1904, Nr. 19 p. 584—586 erschienen.

Most nicht ermöglicht, während die braunen Sporen von Coniothyrium auch noch bei 38° C. nach 10—12 Stunden keimen; 5. daß gegenüber einer geringeren Temperatur bezüglich der Keimung Monilia empfindlicher als Botrytis, am empfindlichsten aber Coniothyrium ist. Bezüglich der Wirkung des Wechsels großer Kälte und Wärme ging aus den Versuchen hervor, daß starker Frost, welchem langsame Auftauung folgt, in 6 Tagen 30 % der Botrytissporen und 70 % der Moniliasporen vernichtet; demzufolge es wahrscheinlich ist, daß nach trockenen, mit größeren Temperaturschwankungen verbundenen Wintern ein sicheres Auftreten der Botrytiskrankheit zu erwarten ist, als die Verbreitung von Monilia, natürlich insofern dieselbe von der Zahl der überwinterten Sporen abhängt. Die Temperatur unter dem Gefrierpunkt schwächt die Keimungsenergie der Sporen.

Aus den Versuchen bezüglich des Alters und der Lebensfähigkeit der Sporen ging hervor, daß 1. 15 % halbjähriger trocken gehaltener Moniliasporen noch lebensfähig sind; 2. daß solche Sporen eine dem Gefrierpunkte entsprechende Kälte 6 Tage hindurch nicht mehr ertragen; 3. daß solche Sporen Temperaturschwankungen von — 25° C. und + 8° C. überhaupt nicht mehr ertragen, und 4. das 1—2jährige, trocken gehaltene Sporen schon zugrunde gehen.

Die Sporentötungsversuche des Autors erwiesen, daß die häufig angewendeten Bekämpfungsmittel in gebräuchlicher Stärke die Sporen der erwähnten Pilze zu töten nicht imstande sind; Moniliasporen wurden selbst der Wirkung 6—8prozentiger frischer reiner, und 6—8 prozentiger karbonisierter Bordelaiser Brühe ausgesetzt, jedoch ohne Erfolg, da dieselben in Most keimten und nach 7 Tagen schon eine neue Sporenproduktion erfolgte. Die Versuche mit Calciumbisulfit wurden angestellt, um 1. die Wirkung des Mittels unter einheitlichen 24 Stunden zu bestimmen, 2. die kürzeste Zeitdauer anzugeben, unter welcher die Tötung der Sporen erfolgt, 3. den Zusammenhang zwischen der Sporenzahl und dem Prozent der Bekämpfungsflüssigkeit bezüglich der tödlichen Einwirkung festzustellen. Hier ergab sich, 1. daß 5 prozentige Calciumbisulfitlösung unter 24 Stunden die Botrytis- und Moniliasporen tötet, sobald deren Zahl eine geringe ist;

2. daß dieselbe Lösung auch unter 30, ja 15 Minuten einen großen Teil der Sporen tötet, sobald die Zahl derselben ebenfalls eine geringe (40—60 in einem Tropfen) ist und dieselben daselbst gut verteilt sind; 3. daß eine 1,5 prozentige Lösung die gewöhnliche Anzahl der Sporen (100—150) unter 24 Stunden tötet; 4. daß diese Lösung diese gewöhnliche Anzahl, sobald die Sporen sehr gut verteilt sind, auch in 30, ja in 15 Minuten tötet und 5. daß diese Lösung viele Sporen von Monilia (200—240 in einem Tropfen) ebenfalls unter dieser Zeitdauer töten kann, sobald diese sehr gut verteilt sind. Es ist aus diesen Versuchsresultaten ersichtlich, daß das Verhalten von Sporen, welche aus einer Quelle stammen, und der Art nach auch einerlei sind, in gleichförmigen Flüssigkeiten und bei gleicher Zeitdauer dennoch ein verschiedenes ist, folglich der Grund dieser Tatsache nur in der Verteilung und Anzahl der Sporen liegen kann. Dieser wichtige Zusammenhang des Prozentsatzes der Lösung, der Pilzart, der Sporenzahl und der physiologischen Wirkung wurde in der Literatur bis jetzt nicht genügend berücksichtigt.

Es war ferner wichtig, zu ergründen, welches Quantum des Bekämpfungsmittels zur Tötung der Sporen notwendig ist. Die sehr eingehenden Versuche des Autors ergeben als Endresultat, daß bei Botrytis cinerea, wenig Sporen angenommen, zur Tötung derselben das 9000fache Gewichtsquantum $Ca(HSO_3)_2$ des lebenden Gewichts der Sporen notwendig ist; bei Annahme von vielen Sporen jedoch dasselbe auf das 10000fache Gewichtsquantum der lebenden Sporen erhöht werden muß; bei Monilia fructigena ist zur Tötung der Sporen das 3000fache Gewichtsquantum der lebenden Sporen erforderlich. Das Gewicht einer Botrytis cinerea-Spore wurde mit 0,00000088 mg, das einer Monilia fructigena-Spore mit 0,00000036 mg angenommen; es entfallen demnach auf ein Milligramm beiläufig eine Million Botrytis- und 300000 Moniliasporen. Die Wirkung des Bekämpfungsmittels hängt hauptsächlich von dem Zeitabschnitte, durch welchen die Spore in der Flüssigkeit liegt, von der Anzahl der in dem Tropfen sich befindlichen Sporen, von der Zeitdauer der Eintrocknung der Flüssigkeit und schließlich von einer neueren Auflösung (durch Tau oder Regen), also von einer fortgesetzten Wirkung ab, welche natürlich wieder

von der chemischen Zusammensetzung der Bekämpfungsmittel abhängig ist. Da nun die bis jetzt gebräuchlichen Bekämpfungsmittel in flüssigem Zustande nicht 24 Stunden verbleiben können (sehr nasse Witterung ausgeschlossen) und ihre tötende Wirkung gegenüber den Botrytis-, Monilia- und Coniothyriumsporen unter dieser Zeit nicht zur Geltung kommen kann, sind nur zwei Wege der Bekämpfung offen, und sind somit entweder stärkere Bekämpfungsmittel anzuwenden oder die Bekämpfung zu wiederholen. Da jedoch diesen Bekämpfungsarten pflanzenphysiologische technische und finanzielle Hindernisse entgegentreten, stellt der Autor, um die Bekämpfung doch zu ermöglichen, den Grundsatz der periodischen (fraktionierten) Bekämpfung auf, welche in der Vernichtung der aus den nicht getöteten Sporen hervortretenden Keimschläuche durch kurzperiodische Anwendung normalprozentiger (also schwächerer und somit billigerer) Bekämpfungsmittel bestehen soll. Diese Bekämpfung bezieht sich auf unsere bekannten Bekämpfungsmittel, und wiewohl dieselbe zwar langsam vor sich geht und öfters wiederholt werden muß, kann dieselbe gegen die drei genannten Pilze immerhin angewendet werden. Die schwierige Ausführung der Bekämpfung führte jedoch zu der Frage, ob es nicht solche Mittel gebe, welche unter der kürzesten Zeitdauer die Sporen töten können, ohne Schaden an der Wirtspflanze anzurichten? Wäre es möglich, diese sporentötende Wirksamkeit, abiontische Energie, konzentriert auf das Minimum herabzusetzen? Diese Fragen führten den Autor zur Anwendung des Calciumbisulfit, Magnesiumbisulfit und Calcium-Magnesiumbisulfit, da bei diesen Mitteln auch unter der geringsten Zeitdauer ihrer Anwesenheit die tötende Wirkung der abiontischen Energie durch schnellere Diffussion sich äußert und somit die Erzeugung der ersten unmittelbar tötlichen Einwirkung ermöglicht. Von einer eventuellen Steigerung dieser Einwirkung will der Autor nach weiteren im Freien ausgeführten und auch andere Pilzformen umfassenden Versuchen berichten.

7.

SUR L'APPARITION EN HONGRIE DES DEUX NOUVEAUX RAVAGEURS DE LA VIGNE (ITHYPHALLUS IMPUDICUS ET COEPOPHAGUS ECHINOPUS).

Par le Dr. GY. de ISTVÁNFFI,

Professeur de l'Université, Directeur de l'Institut Central Ampélologique Royal Hongrois à Budapest.

Présenté à l'Académie hongroise des sciences dans la séance du 16 février 1903.

Extrait du journal „Mathématikai és természettudományi értesitö" (Bulletin des sciences mathématiques et naturelles) t. XXI, pp. 157—176.

I.

J'ai eu l'occasion, pendant ces dernières années, d'observer l'Ithyphallus impudicus comme ravageur de la Vigne, fait digne d'attirer l'attention, le champignon «Impudique» ayant toujours été considéré comme une plante saprophytique.

Nous avons constaté son apparition dans un vignoble sablonneux, en automne 1901, et l'avons étudié au cours de l'année 1902.

Dans les terrains sablonneux, il apparaît d'après nos observations deux fois l'an: 1° vers la fin de Mai, on trouve déjà une quantité considérable d'oeufs, dont les champignons se développent quand ils ne sont pas dévastés par le binage.

2° à la fin d'Août et jusqu'assez tard en automne; (nous en avons recueilli de frais, même en Novembre).

Symptômes de la maladie. Le cep attaqué se développe maigrement, est moins grand, produit moins de pousses en un mot, présente des symptômes maladifs.

Son feuillage est vert jaunâtre, prédisposé à la chlorose et rappelle les symptômes du Phylloxéra. Tous ces symptômes, de même que le desséchement brun de la marge des feuilles, semblable à une brûlure, servent à découvrir les souches malades.

Le mycélium de l'Ithyphallus se trouve sur la souche, sur les racines et dans les racines mêmes.

1. Les cas d'Ithyphallus sur la souche elle-même sont les plus rares. Cette forme est d'ailleurs la plus dangereuse, puisqu'elle détermine le rapide dépérissement de la souche. Les cordons mycéliens, d'une épaisseur de 1·5 mm, d'un rose pâle, enlacent le pied, se ramifient et finissent par former un réseau de filaments très blancs, très tenus qui le recouvrent et pénètrent dans son écorce.

2. Parfois, le mycélium croît autour de la racine en l'enveloppant parfaitement, ou ne continue à s'y développer qu'en se collant, ce qui pourrait faire croire qu'il ne pénètre en aucune façon dans la racine. Mais un examen microscopique nous révèle, que la dévastation s'est effectuée par la pénétration de ses branches-suçoirs.

3. Le cordon mycélien radicicole (plusieurs se trouvent parfois en même temps), s'y développe dans toute sa longueur, la transperce complètement, en dévaste les tissus et envoie par endroits des ramifications à l'air libre. Il ne subsiste de la racine que le tube cortical vide.

Le mycélium de l'Ithyphallus impudicus est très peu difficile. Il recherche au bord des routes, dans les herbes, les rhizomes des Chiendents qu'il transperce et à l'intérieur desquels il se développe.

Dans les racines de la vigne, le mycélium absorbant de l'Ithyphallus impudicus, se présente sous deux formes *a*) comme réseau mycélien composé de filaments extrêmement fins et tenus; *b*) sous forme de cordons mycéliens.

a) Le mycélium filamenteux très tenu, c'est-à-dire, la partie essentiellement dévastatrice se répand dans l'écorce, et se compose de filaments remarquablement fins, larges de 1—1·5 μ et forme sur une section transversale une zône touffue, qui recouvre comme d'un manteau le cylindre central.

Le liber mou (mestome) est le principal théâtre de ses

ravages. Cette zône mycélienne est large de 20—28—40 μ, et disparaît ordinairement après avoir dévoré, dévasté le tissu nutritif, le liber mou.

b) Les pelotes cordonnées, de direction plus ou moins parallèle à l'axe longitudinal, serpentent le long de l'écorce. Elles correspondent vraiment aux branches pénétrées des cordons extérieurs adhérant à la racine.

Le cordon mycélien situé dans la racine a généralement la même structure, que celui qui se développe dans le sol mais il est plus mince. Généralement, sa largeur est de 300—400 μ.

1° Nous appelons moëlle sa partie intérieure, composée d'hyphes ondulées, larges de 8—12—20 μ parallèles à son axe, dont la membrane très réfringente, légèrement gonflée, a une épaisseur de 1·5 μ. Quelques unes sont remplies d'un contenu jaune-brunâtre, ce sont probablement des hyphes claviformes sécrétrices.

2° La moëlle est bordée par une couche large de 12 μ, composée de filaments minces, comprimés, et qui s'enroulent autour d'elle.

3° Au-dessus vient la couche légère, cristallifère, qui se compose de filaments larges de 2—3 μ (on voit sur les filaments des cellules à bouclier), est remplie de farine cristallinique et de formations très anguleuses et réfringentes (glycogène?). Par endroits, on voit dans cette couche, des sphaerites d'oxalate de chaux.

4° La couche extérieure est très légère et se compose de filaments hérissés, saillants. Cette partie, réunie avec la précédente, a une largeur d'environ 80 μ et tout le cordon a alors une épaisseur de 360 μ.

La couche cristallifère et la zône entourant le cordon correspondraient ensemble à l'écorce du cordon mycélien qui, semblable à un tuyau de câble, est recouvert d'enveloppes (trois) de différentes catégories.

A notre avis, l'écorce extérieure absorbe, la moëlle emmagasine et la couche mince couvrant la moëlle, sert à la communication.

Dévastation de la racine. Le mycélium se répand dans la racine et la fait dépérir, et c'est surtout dans le liber mou que

la dévastation se présente. La masse d'hyphes qui le traverse, est jaune pâle, très fine et dévore complètement les tissus. Cette masse d'hyphes se réunit par endroits en faisceaux et dès qu'elle a achevé la dévastation, se dissout partiellement, et seule la farine cristallinique reste à sa place. L'autre partie continue à se développer, recherche de nouveaux tissus et finit par se jeter sur le cylindre de bois.

Quand plusieurs cordons mycéliens s'emparent de la racine, la dévastation est alors beaucoup plus considérable: 1° parce que les suçoirs après leur pénétration continuent à se développer sous forme de cordons mycéliens internes; et 2° parce qu'ils produisent par endroits, un mycélium fin, qui dissout et détruit plus rapidement les tissus favorables à sa nutrition.

La zône mycélienne située sous le phellogène secondaire en absorbant le liber mou, se jette sur le cylindre de bois.

Parfois, cette zône mycélienne demeure à sa place originale et c'est de là, qu'elle pousse une forte pelote, un pied sur le cylindre de bois, qui se développe autour du dit cylindre.

La zône d'hyphes se développant ainsi autour du cylindre de bois, envoie alors des ramifications dans le corps ligneux, qu'elle dissout complètement. Mais le cylindre de bois, peut être également attaqué par une branche mince du cordon, adossée directement au corps du cylindre.

Les hyphes pénétrant de la périphérie, se répandent, dans toutes les directions entre les vaisseaux ligneux, vers le centre, et ravagent littéralement le corps ligneux. Un plus fort grossissement montre que tous les éléments du bois sont dévastés et qu'il ne finit par demeurer que les minces squelettes des vaisseaux ligneux, sur lesquels les cloisons latérales des cellules parenchymatiques forment saillie, à la façon de minuscules arêtes.

Dans les racines plus fortes (épaisses de 2·5—4 mm) et plus lignifiées, la dévastation apparaît différemment. Leur corps ligneux dépérit également, mais les rayons médullaires jaunis restent reliés par la moëlle, (remplie de tanin brun-rougeâtre) sous forme d'étoile, tandisque le bois a disparu. On voit encore dans les rayons médullaires jaunis les tubes à raphides et, la membrane de certains groupes de cellules (remplies de tanin)

est complètement embrunie. En outre, les tissus dévastés sont parfaitement vides.

Les ilôts de mycélium situés dans l'hypoderme de l'écorce primaire, sont alors presque complètement exclus. Le phellogène secondaire a déjà produit un liège de 5—6 couches, le liber situé au delà, est déjà dépéri, mais les rayons médullaires ont déjà produit de nouveaux tissus remplaçants, composés de cellules quadrangulaires jaunâtre-brunâtre.

Le rôle de défense est nettement exprimé dans ce cas, par le cloisonnement des rayons médullaires dès le commencement de la maladie, ce qui prouve clairement qu'une racine vivante a été attaquée par le champignon parasite.

Cristaux. Les hyphes sont recouvertes de petits groupes de cristaux, ou de petits corps anguleux d'oxalate de chaux. Nous avons toujours vu sur les hyphes les plus fines (à peine 1 μ) de petits amas de cristaux et les filaments plus épais étaient toujours ornés de colonnes très dévelopées (longues de 6 μ et larges de 1 μ), formant des groupes de trois à six.

Sphaerites. Le mycélium de l'Ithyphallus impudicus ainsi que nous l'avons montré, produit aussi des sphaerites, dont la structure diffère cependant de celles des sphaerites de l'Ithyphallus caninus, décrit par DE BARY.

Les sphaerites de l'Impudique ne se composent pas ordinairement de fins cristaux en forme d'aiguille, mais de fortes colonnes dont le bout inférieur est dirigé vers le centre et l'autre sort, nettement visible, est recouvert d'une pyramide.

Les sphaerites sont enveloppés d'une membrane cellulaire et portent parfois quelques têtes de colonne. La différenciation se fait graduellement, car on trouve des sphaerites dont le contenu ne s'est pas encore complètement cristallisé, mais forme dans la cellule ronde des nids plus petits.

II.

Apparition du Coepophagus echinopus.

Nous avons trouvé, pour la première fois le Coepophagus, au mois d'Octobre 1902, sur une section microscopique de raci-

nes dévastées par l'Ithyphallus. Je me borne ici à signaler l'apparition en Hongrie, de ce ravageur de la vigne; c'est un fait intéressant même au point de vue zoologique, cet Acarien n'ayant pas encore été signalé chez nous. Dans les racines ravagées par l'Ithyphallus, recueillies au cours de l'été, conservées et fixées soigneusement, nous avons partout constaté des traces de Coepophagus, dans les cavités des tissus détruits. Mais comme on ne l'avait pas encore découvert dans des racines saines, nous pensons que son action chez nous a été jusqu'alors purement saprophagique. On ne peut évidemment le rechercher avec succès pendant l'hiver, aussi, des recherches exécutées au printemps, peuvent seules jeter quelque lumière sur cette importante question.

Dans l'écorce de racines dévastées par l'Ithyphallus, nous avons constaté les galeries du Coepophagus parallèles à l'axe de la racine, mais elles n'étaient pas creusées aussi régulièrement que MM. MANGIN et VIALA l'ont décrit.

Chez nous, nous n'avons reconnu d'une façon certaine, que les mâles homéomorphes et les femelles.

L'Acarien vivant d'abord dans l'écorce n'y demeure pas, mais pénètre plus tard dans le bois et ravage particulièrement les éléments ligneux, tandisque les rayons médullaires demeurent intactes pendant un certain temps.

Il a percé dans le bois de grands trous, complètement remplis de déjections fort caractéristiques. Ces déjections n'y sont point parvenues par hasard et elles contiennent les restes des éléments de bois non digérés, preuve de la nutrition du ravageur.

L'Acarien n'attaque point les cordons mycéliens qui demeurent parfaitement sains, même dans le voisinage de semblables habitats.

On trouve encore dans les racines ravagées par l'Ithyphallus, des Glyciphages et des Anguillulides qui trouvent un terrain très favorable à leur développement.

8.

EXPERIMENTELLE ERFORSCHUNG UND THEORETISCHE DEUTUNG DER ALLGEMEINEN GESETZMÄSSIGKEITEN DER POLARISATION DES VON GLASGITTERN GEBEUGTEN LICHTES.

Von Dr. I. FRÖHLICH, Professor der Physik an der Universität Budapest.

Vorwort.

In vorliegender Schrift übergebe ich auch in deutscher Sprache die Resultate meiner auf die Polarisation des gebeugten Lichtes bezüglichen Untersuchungen der Öffentlichkeit; dieselben beschäftigten mich mit Unterbrechungen schon seit langer Zeit; aber erst während der letzten fünf Jahre war ich in der Lage, meine ganze freie Zeit ununterbrochen diesen Forschungen widmen zu können. Verschiedene Gründe veranlaßten mich gegenwärtig zu deren Veröffentlichung.

Einerseits war es die fortwährend, fast ins Ungemessene anwachsende Fülle des Beobachtungsmaterials und der mit dessen Gewinnung und Verarbeitung untrennbar verbundene sehr große Aufwand von Zeit und Mühe, welcher mir schließlich die Überzeugung festigte, daß eine erschöpfende, qualitative und quantitative Erforschung auch nur der von Glasgittern erzeugten gebeugten räumlichen Strahlensysteme eine die Arbeitskraft eines Einzelnen weit übersteigende Leistung erfordere.

Andrerseits schien es mir an der Zeit, die zahlreichen, von mir gefundenen neuen Gesetzmäßigkeiten in bezug auf die Verteilung der Polarisationszustände der von einem sekundären Lichtzentrum ausgehenden Strahlen einem weiteren Kreise von Fachgenossen vorzulegen*, um damit allgemeinere Gelegenheit einer Beurteilung

* Teile dieser Arbeit mit den zugehörigen, 1 m im Durchmesser haltenden Projektionszeichnungen wurden in der Sitzung der III. (math.-naturw.) Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 14. März 1904 und

zu bieten und eventuell, wie es schon einmal vor vielen Jahren der Fall war, den Anstoß zu ferneren Untersuchungen zu geben.

Den Gegenstand der Schrift läßt schon die Überschrift erkennen; das ausführliche Inhaltsverzeichnis am Schluß soll einen Einblick in den behandelten Stoff und dessen Anordnung bieten, doch möge schon hier eine allgemeine Übersicht und Orientierung über das vorgesteckte Ziel und über die erhaltenen Resultate Platz finden.

I. Die Frage der Polarisation des gebeugten Lichtes ist fast so alt wie die der Interferenz durch Beugungsgitter überhaupt; die darauf bezügliche Literatur ist sehr bedeutend; man wird es daher erklärlich und entschuldbar finden, wenn ich im ersten, historischen Teil dieser Schrift eine etwas genauere und ausführlichere Übersicht der bisherigen wichtigeren Arbeiten zu geben versuche, dabei besonders diejenigen berücksichtige, welche dieselben Erscheinungen untersuchten, wie vorliegende Schrift. Auf manche dieser Arbeiten habe ich in den übrigen Teilen der Schrift des öfteren Bezug genommen; doch wird man finden, daß die einzelnen verschiedenen Forscher in den meisten Fällen verschiedene Erscheinungen untersuchten, so daß es nicht Wunder nehmen kann, wenn die so gefundenen Ergebnisse miteinander nicht übereinstimmen.

II. Der zweite, theoretische Teil beschäftigt sich mit der physikalischen Darstellung derjenigen Kugelwellen, die zur Beschreibung der sich hier bildenden Polarisationsanordnungen geeignet sind; es sind dies die zirkumaxialen, die meridionalen und die isogonalen Kugelwellen. Die erste stellt eine längs

---

in der Sitzung der Mathematikai és Physikai Társulat (Mathematischen und Physikalischen Gesellschaft) zu Budapest am 24. März 1904 mitgeteilt. Die erste Veröffentlichung darüber fand in ungarischer Sprache statt im Magyar Tudományos Akadémia Mathematikai és Természettudományi Értesitöje (Mathem. und Naturwissensch. Anzeiger der Ungar. Akademie der Wissenschaften) Bd. XXII, p. 207—312, mit 17 Abbildungen, Budapest 1904.

Die späteren Beobachtungen, die theoretischen Entwicklungen und die auf großen Kugelflächen graphisch dargestellten Anordnungsverhältnisse der Polarisationsebenen als Systeme fixierter Kurvenscharen wurden in der Sitzung vom 14. Mai 1906 der Ungar. Akademie vorgelegt und vorgezeigt und bildeten auch einen Programmpunkt der XII. Jahresversammlung der Ungar. Mathem. und Physikal. Gesellschaft am 28. und 29. April 1906.

r Parallelkreise um eine Achse stattfindende Anordnung des ellenvektors dar; die zweite eine solche, wo dieser Vektor ngs den durch eine Achse gehenden Meridianen angeordnet ist; e dritte eine solche, wo die Vektoren aller Punkte, die längs je nem durch eine bestimmte Achse gehenden Meridiane liegen, i diesem Meridiane untereinander die gleiche Neigung haben, nd zwar stets dieselbe, wie der Vektor des in dieser Achse egenden Punktes.

Die ersten beiden Anordnungen waren schon früher bekannt nd in beschränktem Geltungsbereiche benutzt; die dritte konruierte ich jedoch zuerst erfahrungsgemäß aus sehr zahlreichen eobachtungen und benannte sie wegen ihrer soeben erwähnten harakteristischen Eigenschaften die isogonale.*

Die oben erwähnten Systeme von Kugelwellen behandle ich owohl auf elastisch-fester als auch auf elektromagnetischer Grundge und berücksichtige dabei besonders ihre Energieverhältnisse.

III. Der dritte, experimentelle Teil dieser Arbeit ist der eitaus wichtigste.

1. Derselbe hatte den Zweck, die in der Überschrift angeeutete Untersuchung vorerst ausschließlich auf dem Wege er Erfahrung auszuführen, und zwar ganz unbeirrt und nbeeinflußt von jeglicher, auf Hypothesen beruhenden Theorie nd frei von jeglicher, von solchen Auffassungen herrührenden ft ganz unwillkürlichen und unbewußten Befangenheit.

Es war also durchaus nicht meine Absicht, nur solche Veruche anzustellen, die zur Entscheidung einer oder der anderen olgerung aus einer Hypothese geeignet wären, sondern mittels llgemeiner und systematischer Untersuchungen die charakteritischen Haupteigenschaften dieser Erscheinungen festzustellen.

* Nachträglich fand ich, daß in einer rein theoretischen, jedoch bis etzt, wie es scheint, ganz wirkungslos gebliebenen Arbeit H. A. Rowland or etwa zwanzig Jahren mittels bedeutenden mathematischen Apparates dasselbe Wellensystem bildete, ohne indes diese seine wichtigste geometrische igenschaft zu erwähnen, und ohne auch nur den geringsten Versuch zu achen, die theoretisch konstruierte Kugelwelle mit der Erfahrung zu verleichen, was nicht nur mit der größten Leichtigkeit hätte geschehen önnen, sondern auch zweifellos einen kräftigen Impuls zu weiteren Forhungen gegeben hätte.

Die in diesem Teile beschriebenen Untersuchungen unterscheiden sich nun von allen bisherigen hauptsächlichst durch folgende drei Umstände:

α) Während man bisher stets nur diejenigen gebeugten Strahlen untersuchte, welche in der zur Furchenrichtung des Gitters senkrechten, der sogenannten Beugungsebene fortschreiten, die also alle in einer und derselben Ebene liegen, hielt ich es für notwendig, das ganze räumlich gebeugte Strahlensystem zu beobachten, welches bei je einer bestimmten Richtung der Gitternormalen herstellbar ist: dreht man nämlich bei unverändertem einfallendem Strahl das Gitter um seine Normale, also in seiner Ebene, so kann man dadurch in jeder Richtung der an die Gitterfläche stoßenden Halbräume einen gebeugten Strahl von beobachtbarer Intensität erhalten.

Die Untersuchung der räumlichen Strahlensysteme führte nun zur Auffindung von Gesetzmäßigkeiten, deren Erkennen mittels der nur in einer Ebene gebeugten Strahlen wohl kaum möglich gewesen wäre.

β) Um den etwaigen Einfluß der Größe des Furchenintervalls des Gitters beurteilen zu können, wurden solche Glasgitter benutzt, auf deren einer Fläche zwei aufeinander senkrechte Liniensysteme gefurcht waren; die Werte der beiden Intervalle eines besonderen solchen Gitters mit gekreuzten Linien betrugen 0,5 mm und 0,001 160 mm. Der erste Wert ist etwa der größte der gebräuchlichen Intervalle; der zweite dürfte die Grenze bezeichnen, bis zu welcher menschliche Kunst brauchbare Teilungen auf Glas herstellen kann.

Man konnte nun in jeder räumlichen Richtung nacheinander sowohl von dem einen als von dem andern Liniensystem desselben gekreuzten Gitters gebeugte Strahlen erhalten und durch quantitative Beobachtungen feststellen, daß der Polarisationszustand des gebeugten Strahles bei Glasgittern in den weitaus allermeisten Fällen von der Größe des Gitterintervalls, von der Lichtgattung, aus welcher der gebeugte Strahl besteht und von seiner Intensität unabhängig ist.*

* Dies Resultat hatte ich schon vor fast 30 Jahren, jedoch innerhalb eines viel engeren Geltungsbereiches gefunden.

Diese einfachen Eigenschaften veranlaßten mich, Glasgitter r Erzeugung der zu untersuchenden Beugungserscheinungen zu nutzen.

γ) Um das „falsche Licht", nämlich die störenden inneren eflexionen der Glasgitter zu vermeiden, schliff ich die flachen ückseiten derselben matt und überzog dieselben mit geeignetem hwarzen Lack; damit war das falsche Licht bei reflektiert-ebeugten Strahlen vollständig eliminiert.

2. Die nun folgenden quantitativen Untersuchungen beehen sich auf in Luft reflektiert-gebeugtes Licht; jede eobachtungsreihe ist numerisch geordnet in Tabellen enthalten nd mit dem zugehörigen Gesetze quantitativ verglichen. Außerem ist die räumliche Anordnung der Polarisationsebenen jedes lchen Strahlensystemes mittels geeigneter stereographischer rojektion bildlich dargestellt; es sind insgesamt fünfzehn lcher Projektionsbilder vorhanden, die eine gute Übersicht ewähren. Diese hier mitgeteilten Beobachtungen erforderten insesamt etwas mehr als fünfundzwanzigtausend Einstelngen und Ablesungen, ganz zu schweigen von den zahlenäßig kaum abschätzbaren qualitativen Untersuchungen. Es ögen hier nur die wichtigsten neuen Gesetze und die berkenswertesten der aus diesen neuen Erfahrungstatsachen gegenen Schlußfolgerungen erwähnt werden.

A) Fällt unpolarisiertes (natürliches) Licht unter dem olarisationswinkel der Glassubstanz auf das Gitter, dann sind alle flektiert-gebeugten Strahlen, welche mit der Fortpflanzungsrichung des einfallenden Strahles denselben, nämlich mit dem Polasationswinkel gleich großen Winkel bilden, die also auf einer eraden Kegelfläche liegen, linearpolarisiert, und zwar in der weiligen, den einfallenden und den gebeugten Strahl enthaltenden bene; dies ist das Gesetz des Polarkegels.

B) Fällt linearpolarisiertes Licht unter dem Polarisationsnkel der Glassubstanz auf das Gitter, dann können alle reflekrt-gebeugten Strahlen, welche mit der Fortpflanzungsrichtung einfallenden Strahles denselben Polarisationswinkel bilden, also auf einer geraden Kegelfläche liegen, durch Drehen des arisators ausgelöscht werden, haben also bei geeigneter Lage

des Polarisators die Intensität Null; dies ist das Gesetz Extinktionskegels. Die Fläche ist in beiden Fälle selbe.

Diese beiden Erfahrungssätze enthalten das gewöh MALUS-BREWSTERsche Gesetz und dessen Umkeh als ganz spezielle Fälle; sind aber durchaus nicht als V gemeinerungen dieses Gesetzes und seiner Umkehrung z trachten.

3. Hierauf folgt die ganz ausführliche Untersuchung jenigen reflektiert-gebeugten Strahlensysteme, die bei den schiedensten Einfallswinkeln und Einfallsazimuten aus li polarisiertem einfallendem Lichte entstehen.

A) Ist der Einfallswinkel wieder der Polarisationswink Glassubstanz des Gitters und das Einfallsazimut 90°, so die Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Strahlenkom um den regelmäßig reflektierten, jetzt ausgelöschten Stra Symmetrieachse, eine sehr schön ersichtliche, vollständig zi axiale Anordnung; dies ist das Gesetz der zirkumpo Polarisation.

Bleibt das Einfallsazimut dasselbe, ändert sich jedo Einfallswinkel von 90° bis etwa 40°, so tritt noch imme ganz ähnliche Anordnung auf, die hier das allgemeinere G der zirkumaxialen Polarisation zum Ausdruck bringt.

Letzteres Gesetz gilt auch noch, wenn innerhalb d wähnten Grenzwerte des Einfallswinkels das Einfallsazim mäßige Werte von 90° abweicht.

B) Ist das Einfallsazimut 0° und der Einfallsw beliebig, so zeigen die Polarisationsebenen des refle gebeugten Strahlensystemes stets dieselbe Anordnung in auf die Gitternormale und die Polarisationsebene des einfal Lichtes: Legt man nämlich durch diese Normale ein liebige Ebene, so haben die Polarisationsebenen aller in Ebene gebeugten Strahlen zu dieser Ebene dieselbe Neigun nenne diese Anordnung aus dem in der Schrift angef Grunde das Gesetz der stereographisch-parallelen risation.

Im besondern Falle der normalen Inzidenz gilt di

setz ebenfalls, doch wird es einfacher, weil die Gitternormale mit dem regelmäßig reflektierten Strahl zusammenfällt: Die Polarisationsebenen aller Strahlen, die in irgend einer und derselben, die Normale enthaltenden Ebene gebeugt sind, haben zu dieser Ebene dieselbe Neigung, wie der regelmäßig reflektierte Strahl zur selben Ebene; es ist dies das bemerkenswerte Gesetz der isogonalen Polarisation.

Die soeben erwähnte, vollkommen sicher gestellte Tatsache, daß bei dem Einfallsazimut 0 die räumliche Anordnung der Polarisationsebenen des entstandenen reflektiert-gebeugten Strahlensystemes vom Einfallswinkel unabhängig ist und stets mit verhältnismäßig ganz geringen Abweichungen das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation befolgt, führt unausweichlich zu einer einfachen Konsequenz in bezug auf die Lage des erregenden Lichtvektors zur Polarisationsebene:

Einerseits ergeben nämlich die bekannten Erfahrungstatsachen der Interferenz des polarisierten Lichts in zwingender Weise, daß der Lichtvektor senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Strahles und zwar in der Polarisationsebene oder senkrecht dazu sein muß; andrerseits folgt aus dem eben erwähnten Erfahrungssatze, daß bei dem Einfallsazimut 0 die stereographisch-parallele Anordnung der Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Strahlensystemes vom Einfallswinkel unabhängig ist: in ausschließlich zwingender Weise, unabhängig von jeglicher Hypothese über die Natur des Lichtes, daß der, die sekundäre Lichtwelle erregende einfallende Lichtvektor nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene gerichtet sein kann.

C) Die ferneren Beobachtungen erstrecken sich auf Fälle, wo das Einfallsazimut zwischen 0^0 und 90^0 liegt und der Einfallswinkel ebenfalls verschieden ist; dieselben machen nun den stufenweisen Übergang der Anordnungen der Polarisationsebenen von der zirkumpolaren Polarisation in die stereographisch-parallele Anordnung ersichtlich.

Im weitern Verlaufe der Untersuchungen werden nun auch solche Erfahrungstatsachen zutage gefördert, welche den zwingenden Schluß gestatten, daß die sogenannte „irreguläre Reflexion“ und „irreguläre Refraktion“ unstatthaft ist; nämlich daß die

STOKESsche Auffassung, wonach bei Beugung an der Grenzfläche zweier optisch verschiedener Medien, vor Anlangen des einfallenden Strahles an die beugende Fläche Beugung, nämlich Zerfällung in Elementarwellen, und dann regelmäßige Reflexion oder Refraktion stattfindet, einfach unhaltbar ist.

Hingegen erweisen sich FRESNELS gewöhnliche Reflexionsformeln für die Grenzfläche von Glas und Luft selbst bei dem engsten Intervall, 0,001 160 mm, als mit der Erfahrung übereinstimmend.

Ich glaube nun, daß durch die mitgeteilten Beobachtungsresultate der Polarisationszustand der von Glasgittern reflektiert-gebeugten räumlichen Strahlensysteme für jedes Einfallsazimut und für jeden Einfallswinkel, im großen und ganzen als experimentell erkannt zu betrachten ist. —

Die folgenden zwei Abschnitte des experimentellen Teiles enthalten zwar keine numerischen Angaben, die darinnen besprochenen Beobachtungen führten aber dennoch zur ganz zweifellosen Feststellung einer Reihe von Gesetzmäßigkeiten, die für unter anderen Umständen entstandene gebeugte Strahlensysteme von derselben Wichtigkeit sind, wie die bisher betrachteten.

4. Es kann nämlich an einer an Luft angrenzenden Glasgitterfläche nicht nur, wie bisher untersucht wurde, mit Reflexion verbundene Beugung aus Luft an Glas in Luft stattfinden, sondern noch aus Glas an Luft in Glas (also mit innerer Reflexion verbundene), ferner aus Glas in Luft (also mit äußerer Brechung verbundene) und schließlich aus Luft in Glas (also mit innerer Brechung verbundene Beugung). Hier wurde zur einwandsfreien Beobachtung eine ZEISSsche Halbkugel aus Glas benutzt, auf welche das jeweilig gebrauchte dünne Glasgitter mit seiner glatten Fläche mittels Terpentinöles geklebt wurde.

a) Nun ergaben die Beobachtungen bei innen-reflektiert-gebeugten Strahlensystemen, also bei Beugung aus Glas an Luft in Glas, daß auch hier das Gesetz des Polarkegels und des Extinktionskegels, ferner das der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation und auch das der isogonalen Polarisation, jedoch alle diese in räumlich beschränkterem Bereiche Geltung haben.

b) Die Beobachtung des aus Glas in Luft gebrochen-gebeugten Strahlensystemes führte zu der Erfahrung, daß bei normaler Inzidenz linear-polarisierten Lichtes im ganzen Gebiete dieses Systemes dasselbe Gesetz der isogonalen Polarisation herrsche, wie bei Beugung aus Luft an Glas in Luft, und daß bei beliebigem Einfallswinkel, jedoch bei dem Einfallsazimut 0°, dasselbe Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation auftritt, wie dort; daß hier also in bezug auf die Lage des erregenden Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene dieselbe zwingende Schlußfolgerung gilt wie dort. Für andere Einfallsazimute und beliebige Einfallswinkel ist die isogonale Anordnung um die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles in räumlich beschränktem Bereiche gültig. Bei dem Einfallsazimut 90° entstehen auch stark elliptisch-polarisierte gebeugte Strahlen.

c) Schließlich fand sich aus den Beobachtungen des aus Luft in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensystemes, daß bei normaler Inzidenz das Gesetz der isogonalen Polarisation nur für die in der Nähe des ungebrochenen Strahles fortschreitende Strahlen herrsche; dasselbe gilt bei beliebigen Einfallswinkeln und beliebigen Einfallsazimuten für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles fortschreitenden gebeugten Strahlen. Es kann hier sowohl bei dem Einfallsazimut 0° als bei dem Einfallsazimut 90° im gebeugten Strahl stark elliptische Polarisation entstehen; doch gilt hier weder das Gesetz der stereographisch-parallelen noch das der zirkumaxialen Polarisation. —

Aus allen diesen Untersuchungen hebt sich nun ein einfaches allgemeines Gesetz, jedoch mit räumlich beschränktem Geltungsbereiche hervor: Nämlich sowohl in den in Luft oder in Glas reflektiert-gebeugten als auch in den in Luft oder in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensystemen zeigen diejenigen gebeugten Strahlen, welche in engerer Nähe der Geraden des einfallenden Lichtes um diese herum liegen, das Gesetz der isogonalen Polarisation. Man kann es als allgemeines Gesetz des Bestrebens der Erhaltung der Polarisationsebene bezeichnen.

5. Der letzte Abschnitt bezieht sich auf die Untersuch solcher durch Glasgitter gebeugter Strahlen, die entstehen, w die Gitterfläche an ein Medium grenzt, welches nahezu densel mittlern Brechungsindex wie die Gittersubstanz besitzt. kann diesen Vorgang auch Beugung ohne Wechsel des M tels oder Beugung im selben Medium nennen. Die bis einzigen, hierauf bezüglichen, einwandsfreien Beobachtungen rüh von K. EXNER her; derselbe hatte ein Glasgitter mit der furchten Fläche mittels Öles an die ebene Fläche einer Ha zylinderlinse geklebt, sodaß die Furchenrichtung parallel Zylinderachse gerichtet war, ließ zur Furchenrichtung unter d Winkel von 45° linear polarisiertes Licht normal auf die gla Fläche des Gitters auffallen und untersuchte die an der Grenzflä des Gitters und der dünnen Ölschicht mit sehr geringer Brech gebeugten, zur Furchenrichtung normalen Strahlen mittels A lysators. Er fand für diese, in der zur Furchenrichtung se rechten Ebene gebeugten Strahlen das STOKESsche Gesetz, das der einfach-zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebe mit genügender Genauigkeit erfüllt.

Aber es schien mir notwendig, diese nur bei einem Einf winkel und nur bei einem Einfallsazimut für nur in der Furchenrichtung senkrechten Ebene gebeugten Strahlen a stellte Untersuchung, deren enger Bereich also zur Festsetz allgemeinerer Gesetze ungenügend ist, einesteils auf belieb Einfallswinkel und beliebige Einfallsazimute zu ergänzen dabei stets das ganze räumliche Strahlensystem zu beach andrerseits die Untersuchung in derselben Weise auf das reflektiert-gebeugte Licht auszudehnen.

Zur Erzielung einwandsfreier Beobachtungen wurde das weilig benutzte Glasgitter mit seiner gefurchten Fläche mit Terpentinöles auf die glatte Fläche der unter 4. erwähnten H kugel aus Glas geklebt.

a) Vorerst ergaben nun die Beobachtungen, daß hier sow für das gebrochen-gebeugte wie für das reflektiert-gebeugte L das in der Mitte des vorigen Jahrhunderts von STOKES gefund später von Lord RAYLEIGH u. a. bestätigte Gesetz der Polar rung des Lichtes bei Beugung desselben an kleinen in Luft

n Flüssigkeit oder in der leuchtenden Hülle oder im Rauche heller Flammen suspendierten Körperteilchen ebenfalls Geltung hat. Dasselbe sagt nämlich der Hauptsache nach aus: Fällt unpolarisiertes Licht auf solche Teilchen, dann ist jeder senkrecht zum einfallenden gebeugte oder zerstreute Strahl in seiner Beugungsebene polarisiert; ist jedoch der einfallende Strahl linear-polarisiert, dann hat der in der zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles normalen Ebene, senkrecht zu diesem gebeugte oder zerstreute Strahl die Intensität Null. Diese Beziehungen sind eigentlich, vom Standpunkte unserer Wellensysteme betrachtet, nichts anderes als erste Anzeichen einer möglichen zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen um eine zum einfallenden Strahl und dessen Polarisationsebene senkrechte Richtung.

In unserem besonders untersuchten Falle der Beugung an der Grenzfläche von Glas und Öl fand ich indes für das ganze räumliche Strahlensystem dasselbe Gesetz der zirkumaxialen Anordnung um die oben erwähnte Richtung; jedoch nur dann, wenn bei Zustandekommen der Beugung die dünne Ölschicht von den Strahlen durchsetzt wird; es gilt also nur in dem Falle nicht, wenn mit innerer Reflexion verbundene Beugung aus Glas an Öl in Glas stattfindet.

b) Insbesondere fand ich, daß bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes die Anordnung der Polarisationsebenen sowohl im gebrochen-gebeugten als auch im reflektiert-gebeugten Strahlensystem demselben zirkumaxialen Gesetze gehorcht: Die beiden gemeinsame Symmetrieachse ist die normal zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles in der Gitterfläche liegende Gerade und die Anordnung ist rings um diese Achse herum räumlich ganz vollständig symmetrisch.

Ändert man nun den Einfallswinkel beliebig und läßt dabei das Einfallsazimut stets 0^0, so zeigen die Beobachtungen stets dasselbe Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Anordnung, mit eben derselben Symmetrieachse.

Dies ist eines der schönsten und einfachsten Naturgesetze*;

* Mit großer Befriedigung kann ich hier konstatieren, daß in den durch ultramikroskopische Teilchen im Rubinglas hervorgerufenen

seine Unabhängigkeit vom Einfallswinkel führt ebenfalls
weichlich zu der zwingenden Schlußfolgerung, daß unabh
von jeder Hypothese, der erregende Lichtvektor n
zu seiner Polarisationsebene gerichtet sein muß.

c) Von den bei andern Einfallsazimuten entstehende
scheinungen seien nur die zum Einfallsazimut 90° geh
besonders erwähnt: Der Polarisationswinkel an der
fläche zwischen Glas und Öl hat den Wert von nahezu
bei diesem Einfallswinkel zeigt das reflektiert-gebe
Strahlensystem eine vollständig ausgebildete zir
polare Polarisation um den regelmäßig reflektierten, jetzt
gelöschten Strahl. Der Typus dieser Anordnung bleibt der
wenn der Einfallswinkel zwischen 90° und etwa 35° liegt, j
ist die Lage der Symmetrieachse in der Einfallsebene eine
verschiedene. Das dabei mit auftretende gebrochen-gebe
Strahlensystem zeigt eine etwa partiale zirkumaxiale Pol
tionsanordnung, nirgends eine vollständige.

Liegt das Einfallsazimut zwischen 0° und 90°, dann
stehen Verteilungen der Polarisationsebenen, die einen stufenw
Übergang zwischen den soeben erwähnten Haupttypen bilde

Auch hier gilt für Strahlen, welche in großer Nähe
Geraden des einfallenden Strahles gebeugt sind,
näherungsweise das Gesetz der isogonalen Polarisa
also das Bestreben der Erhaltung der Polarisat
ebene. —

Aus allen in dieser Schrift mitgeteilten Erfahrungstats

---

optischen Erscheinungen, bei dem durch ein einzelnes solches
tikelchen, welches erheblich kleiner ist als 0,1 μ. entstandenen s
dären Strahlensystem, dasselbe Gesetz der vollständige
kumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen auftritt,
der oben erwähnten Lichtbeugung an einer Gitterfläche im selben M
Der Beobachter, H. Siedentopf, beschreibt zwar den Polarisationsz
innerhalb der einzelnen Beugungsscheibchen und stellt denselben auch
lich dar; indes sagt Siedentopf nirgends, daß er die Gesetzmäßigkeit
Zustandes erkannt hätte, ebensowenig wie diejenigen Forscher, di
nach ihm mit dieser Erscheinung beschäftigten. Hingegen läßt ein ei
Blick auf seine am Schlusse dieser Arbeit reproduzierten Bilder den
dieser Zeilen sofort das Gesetz der zirkumaxialen Polarisation erk

geht jedoch ganz unzweifelhaft hervor, daß bei mittels Glasgitter entstandener Beugung, der Polarisationszustand des gebeugten Strahles nicht dadurch entsteht, daß der Polarisationszustand des einfallenden Strahles durch Beugung des letztern in den des erstern geändert wird, sondern daß als Folge der vom sekundären Erregungszentrum, also vom Beugungsorte ausgehenden Erregungen, an jeder Stelle des Raumes unabhängig vom Gitterintervall, von der Lichtgattung, aus welcher der gebeugte Strahl besteht, und von dessen Intensität, ein ganz bestimmter Polarisationszustand vorhanden ist, der jedoch nur dann beobachtet werden kann, wenn man dafür sorgt, daß an dieser Stelle ein gebeugter Strahl von genügender Intensität hergestellt wird. —

IIa. Es sei hier noch gestattet, einiges über die theoretische Deutung der untersuchten Erscheinungen zu sagen.

Wie schon oben unter II. und III. erwähnt, fand auch ich, daß die von M. RÉTHY vor etwa 25 Jahren versuchte, einige Jahre später von W. KÖNIG fortsetzungsweise benutzte geometrische Darstellung der Polarisationszustände des von Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes mittels Kugelwellen bei dem gegenwärtigen Stande unserer Erfahrung noch immer die einfachste Art der Beschreibung derselben sei, besonders wenn man die Wellen in geeigneter Weise verallgemeinert. Die Darstellungsweise erlangt nun die Bedeutung einer physikalischen Erklärung, indem man sich dazu ein einfaches, wahrscheinliches oder wenigstens mögliches physikalisches Bild der Entstehung dieser Wellensysteme konstruiert, was mittels der Verallgemeinerung von W. VOIGTS Theorie leuchtender Punkte nach der elastisch-festen und nach der elektromagnetischen Auffassung leicht möglich ist.

Keine der bisher bekannten, meist sehr komplizierten Theorien, wie die von G. G. STOKES, Lord RAYLEIGH, H. A. ROWLAND, J. J. THOMSON, H. POINCARÉ und A. SOMMERFELD, ferner auch nicht die von G. KIRCHHOFF eingeführte strengere Formulierung des HUYGHENSschen Prinzipes, ebensowenig wie die einfache Darstellungsweise HERTZ's der elektrischen Schwingungen nach MAXWELLs Theorie leistet bei unsern Erscheinungen wesentlich mehr, ja die meisten viel weniger, als die einfachen Kugelwellensysteme und deren geeignete Kombination.

Es gelang mir, die Beobachtungsreihen aller gebeugten Strahlensysteme in dieser einfach physikalischen Weise zu beschreiben; bei mehreren Reihen ist die Darstellung eine sehr gute, bei andern, die zu den Übergangserscheinungen gehören, eine minder gute; dieselbe hätte durch Annahme etwas komplizierterer Kugelwellen leicht verbessert werden können; indeß wollte ich nur die einfachsten davon in Anwendung bringen.

Es ist nun nicht gesagt, daß man damit eine allgemeine Theorie dieser Erscheinungen besitze; dies könnte man etwa dann behaupten, wenn man die Abhängigkeit der charakteristischen Parameter der einzelnen beschreibenden Kugelwellen vom Einfallswinkel, vom Einfallsazimuth und von den optischen Konstanten der an der Beugung beteiligten Medien kennen würde.

Daß der Einfluß des Wechsels des Mittels von entscheidender Bedeutung ist, geht schon unmittelbar aus den oben unter III, 3. B und III, 4. b, ferner III, 5. b angedeuteten einfachen Erfahrungstatsachen hervor: Findet nämlich bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes an der Grenzfläche von Glas und Luft Beugung in Luft statt, so gilt das Gesetz der isogonalen Polarisation; hingegen bei Beugung am selben Gitter, jedoch in optisch demselben Mittel hat das Gesetz der zirkumaxialen Polarisation Geltung. Es liegt der Gedanke nahe, durch Variierung der Brechungsindices derjenigen Mittel, an deren Grenzfläche die gebeugten Strahlen entstehen, eine Reihe von Polarisationsanordnungen zu suchen, die den stufenweisen Übergang zwischen diesen beiden Gesetzen vermitteln, und die Abhängigkeit von den Brechungsindices festsetzen, um einen Stützpunkt für eine etwas weitere Theorie zu gewinnen.

Ein Ansatz zu einer allgemeinen Theorie ist auch in der Anwendung des Gesetzes des Polarkegels und des Extinktionskegels auf die Festsetzung der Richtung der Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation gegeben; ebenso in der bei beliebigem Einfallswinkel, jedoch bei dem Einfallsazimut 0^0 sich bildenden Erscheinungsgruppe; indes sind wir von einer befriedigenden umfassenderen Theorie noch sehr weit entfernt, und es ist nach obiger Überlegung fraglich, ob das in dieser Arbeit niedergelegte Erfahrungsmaterial zu einer solchen genügend ist.

Diese Bemerkung gewinnt besonders durch den Umstand erechtigung, daß bei jedem Falle der Beugung die gleichzeitig uftretenden gebrochen-gebeugten und reflektiert-gebeugten Strahensysteme im allgemeinen durch voneinander wesentlich verchiedene Kugelwellen dargestellt werden müssen.

Es gilt zwar hier für in großer Nähe der Geraden des einallenden Strahles gebeugte Strahlen beiderseits der beugenden Fläche annäherungsweise das Gesetz der Erhaltung der Polarisaionsebene und damit ist in beschränktem Gebiete eine gewisse Kontinuität des Polarisationszustandes diesseits und jenseits der efurchten Fläche angedeutet.

Um jedoch eine Theorie in befriedigender Weise kontrollieren können, muß man alle diese Systeme vollständig quantitiv genau kennen; dies kann ich aber nach den in dieser Schrift itgeteilten Daten nur für die in Luft reflektierten Systeme beupten, während die anderen fast nur qualitativ bekannt sind.

Einen Ausnahmefall bildet die Beugung im selben Medium i normaler Inzidenz oder bei beliebigem Einfallswinkel jedoch i dem Einfallsazimut 0^0, wo das gebrochen-gebeugte und das lektiert-gebeugte System durch eine und dieselbe vollständige kumaxiale Kugelwelle dargestellt wird.

Man kann die bisherigen theoretischen Anschauungen mit esem schönen Erfahrungsgesetz nur so in Einklang bringen, nn man annimmt, daß bei der elastisch-festen Auffassung nur e translatorisch-oder nur die rotatorisch-oszillatorische Erregung s einfallenden Strahles wirksam sei; bei der elektromagnechen Auffassung jedoch nur dessen magnetisch- oder nur dessen ektrisch-oszillatorische Erregung.

Diese Folgerung gilt für alle anderen Fälle der vollständigen kumaxialen Polarisation, doch kann daraus in bezug auf die Lage s Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene kein zwingender hluß gezogen werden.

Bei den Fällen normaler Inzidenz und reflektierender oder echender Beugung in Luft gilt für das ganze System das einhe Gesetz der reinen isogonalen Polarisation; die erwähnten oretischen Anschauungen lassen sich damit vollständig in Einng bringen, wenn man annimmt, daß bei der elastisch-festen

Auffassung sowohl die translatorisch- als auch die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles gleichzeitig wirksam sei; ebenso bei der elektromagnetischen Auffassung, sowohl dessen magnetisch- als auch dessen elektrisch-oszillatorische Erregung.

Auch hieraus ergibt sich kein zwingender Schluß bezüglich der Lage des Lichtvektors.

Beide Anschauungen führen zu denselben Systemen von Kugelwellen; die mitgeteilten Erscheinungen und deren Beobachtungen sind daher ungeeignet, eine Entscheidung zwischen den beiden Auffassungen herbeizuführen.

Aber in bezug auf die vielumstrittene Frage der Lage des erregenden Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene, deren Wichtigkeit ich jedoch durchaus nicht überschätze, kam ich zur Überzeugung, daß dieselbe durch die oben erwähnten Erfahrungen ganz unzweifelhaft entschieden sei:

Meine zahlreichen Beobachtungen der räumlichen Systeme gebeugter Strahlen, welche bei dem Einfallsazimut 0^0, jedoch bei beliebigem Einfallswinkel entstehen, wenn Licht aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugt wird, oder wenn Licht aus Glas in Luft gebrochen-gebeugt wird; oder wenn Licht in fast demselben optischen Mittel reflektiert- oder gebrochen-gebeugt wird, erwiesen, daß für diese vier Reihen von Strahlensystemen die Anordnung ihrer Polarisationsebenen vom Einfallswinkel unabhängig sind.

Es ergibt sich daraus, unabhängig von jeglicher hypothetischen Anschauungsweise über die Natur des Lichtes, mit zwingender Notwendigkeit die Schlußfolgerung, daß der erregende Lichtvektor zu seiner Polarisationsebene senkrecht sei. Ich halte diesen Schluß für ebenso fest begründet, wie den der Transversalität dieses Vektors zu seinem Strahl. —

So möge nun diese Schrift ihr Scherflein dazu beitragen, das Interesse der Physiker an den Vorgängen und Gesetzen der Ausbreitung der Lichterregung auch fernerhin wachzuhalten; leicht wird jeder erfahrene Forscher den Weg finden, der ihn durch weitere Untersuchungen zu erstrebenswerten Zielen der Wissenschaft führt.

Budapest, Physikalisches Institut
der Universität, Pfingsten 1906. **Der Verfasser.**

I. Historischer Teil.

Darstellung der wesentlichen Resultate der bisherigen diesbezüglichen wichtigeren Erfahrungen und Theorien.

§ 1. Die ersten Erfahrungstatsachen: F. ARAGOS und J. FRAUNHOFERS Beobachtungen.

Eine ganz kurze Übersicht unserer Kenntnisse in bezug auf die Polarisation des gebeugten Lichtes versuchte K. EXNER*, dieselbe erstreckt sich von den ersten Erfahrungen bis zum J. 1892 und sollte eine Revision aller diesbezüglichen Beobachtungen sein, um schließlich die Geltung des STOKESschen Gesetzes zu erhärten. Ein nahezu vollständiges Literaturverzeichnis hierüber rührt von P. DRUDE** und letzthin von F. POCKELS*** her. Da indes besonders der quantitative Teil der vorliegenden Arbeit sich fast aus-

* KARL EXNER, Über die polarisierende Wirkung der Lichtbeugung. Erste Mitteilung. Sitzungsberichte d. k. Akad. d. Wiss. zu Wien, Mathem.-Naturwissensch. Klasse, Bd. XCIX, p. 761—774. Wien 1891. Zweite Mitteilung, ebenda, Bd. CI, p. 190—204. Wien 1892.

** P. DRUDE, Winkelmanns Handbuch der Physik II. Bd., 1. Abt., p. 840—842. Breslau 1894.

*** In dem soeben, Leipzig 1906, erschienenen Band VI, Optik, der zweiten Auflage dieses Handbuches finden sich an mehreren Orten Referate von F. POCKELS über diesen Gegenstand: Beobachtungen über die Beugung unter großen Beugungswinkeln, p. 1110, 1111; ferner: Weitere Untersuchungen über die Polarisation des gebeugten Lichtes, p. 1111—1113; Zerstreuung des Lichtes durch trübe Medien, p. 1113—1119; die Litteraturangaben erstrecken sich bis einschließlich des Jahres 1905. — Es sei mir gestattet hier zu bemerken, daß an diesen Orten des Handbuches der Anfangsbuchstabe meines Vornamens statt I. irrtümlicherweise als S. angegeben ist.

schließlich auf solches Licht bezieht, das von Glasgittern reflektiert-gebeugt wird, und nur im letzten Teil, bei den mehr qualitativen Beobachtungen das gebrochen-gebeugte Licht Erwähnung findet, so beschränke ich mich hier hauptsächlich auf die kurze Darstellung der auf jenes bezüglichen Erfahrungen, insofern dieselben mit den Ergebnissen meiner neuern Untersuchungen in Beziehungen stehen, und gebe eine Übersicht der wichtigeren theoretischen Auffassungen.

I. Wie es scheint, ist eine hierher gehörige Beobachtung Fr. Aragos, welche auch K. Exner anführt, die erste diesbezügliche Erfahrung. Sie ist unter dem Titel: „*Notes sur les phénomènes de la polarisation de la lumière*“* in Aragos Beobachtungsprotokollen folgendermaßen beschrieben:

„Die farbigen Strahlen, die man mittels Reflexion von radierten (gefurchten) Gläsern unter geeigneten Einfallswinkeln erhält, sind polarisiert.

Die durchgehenden farbigen Strahlen zerfallen im Gegensatz zu den ersteren in zwei Bilder von derselben Intensität, wenn man sie mittels eines Kalkspatprismas untersucht . . .

Bei der Erscheinung der radierten Gläser ist der reflektierte Teil des farbigen Lichtes durch die Reflexion gut (stark) polarisiert; aber der komplementäre(?) und durchgelassene Teil scheint nicht modifiziert zu sein.

Wenn die Furchen des Glases hinreichend tief sind und in angemessenen Intervallen aufeinander folgen, so erhält man zur rechten und zur linken Seite des Hauptbildes eine ununterbrochene Reihe von prismatischen** Bildern und zwar sowohl bei der Reflexion als auch bei der Transmission.

Diese prismatischen Bilder sind durch die Reflexion polarisiert, und zwar unter denselben Umständen*** wie das Hauptbild;

---

* Fr. Arago, Procès-verbal de la séance du lundi 20 mars et de la séance suivante du lundi 6 avril 1812 de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut; oder: Oeuvres complètes, deuxième édition. Tome dixième (Mémoires scientifiques. Tome premier) p. 75—77, Paris (ohne Jahreszahl).

** farbigen (Anm. d. Verf.).

*** in derselben Weise (Anm. d. Verf.).

aber durch die Transmission scheint das Licht, aus dem dieselben bestehen, nicht geändert zu sein.

Läßt man bereits polarisiertes Licht auf radiertes Glas fallen, so erhält man immer die prismatischen Bilder, welche das Hauptbild begleiten, selbst dann, wenn auch die Lage des Glases in bezug auf die Strahlen eine solche ist, bei der nicht ein einziges Lichtmolekül reflektiert wird (dieser Versuch ist zu wiederholen).

Eine Platte aus isländischem Kristall oder aus irgend einer doppeltbrechenden Substanz ist mit Furchen zu versehen und zu untersuchen, ob die prismatischen Bilder, wie bei gewöhnlichem Glase polarisiert sind, welche Lage auch die Furchen in bezug auf die Achse der Doppelbrechung haben mögen (gebeugte und reflektierte Bilder).

Untersucht man bei geeigneter Neigung ein von einem Spiegel reflektiertes Licht durch ein gefurchtes Glas, so sind die das Hauptbild begleitenden gebeugten Bilder nicht depolarisiert, wie man das wohl erwarten könnte."

Von diesen Beobachtungen gehören die im ersten und fünften Absatz des zitierten Textes beschriebenen zu den Erscheinungen der Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes, und zwar:

Nach der ersten Alinea, wenn auf Glasgitter unter geeignetem Einfallswinkel unpolarisiertes (natürliches) Licht auffällt, dann sind die daraus entstandenen, reflektiert-gebeugten farbigen Bilder linear-polarisiert, und zwar gut und in derselben Weise polarisiert, wie das mittlere (das Haupt-)Bild, nämlich alle Bilder sind in der Einfallsebene polarisiert.

Nach der fünften Alinea fällt linearpolarisiertes Licht auf das Glasgitter, und es bilden sich aus diesem Licht selbst dann noch reflektiert-gebeugte farbige Bilder, wenn der Einfallswinkel gleich ist dem Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters und das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, das ist, wenn die Intensität des regelmäßig reflektierten Lichtstrahls gleich oder nahezu gleich Null ist.

Es scheint, daß ARAGO die aus dieser Erfahrung sich mittelbar aufdrängende Konsequenz nicht zog, wenigstens ga einer solchen keinen Ausdruck, nämlich der Folgerung, da diesem Falle die reflektiert-gebeugten Bilder aus dem r mäßig reflektierten Lichte, welches eben kaum vorhanden sich nicht bilden können, sondern in anderer Weise entst müssen.

An einer andern Stelle dieser Arbeit (§ 46) werde ich diesem Versuch in seiner verallgemeinerten Form, wie er Darstellung der allgemeinsten diesbezüglichen Erscheinung eignet ist, nachweisen, daß derselbe in der Tat hier die deutung eines Experimentum crucis besitzt.

II. Hierher gehören auch die sehr bemerkenswerten Beob tungen von J. FRAUNHOFER*. Um ausschließlich von der radie (gefurchten) Fläche reflektiertes Licht beobachten zu kö überzog er die rückwärtige Fläche des Glasgitters mit schwar Harzfirnis, dessen Brechungsindex sehr nahezu gleich war der Glassubstanz des Gitters, so daß nach FRAUNHOFERS An von dieser belegten Fläche aus im Innern keinerlei „innere flexion" entstehen konnte und nur die radierte Fläche das zurückwarf.**

Es sei hier gestattet, diese Beobachtungen FRAUNHO ihrer Wichtigkeit wegen in vollem Umfange anzuführen, muß in bezug der Abkürzungen im folgenden Texte vorher bemerkt werden:

Es bedeutet ε das Gitterintervall in Pariser Zollen, Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Nor der Gitterebene (also den Einfallswinkel); τ ist der W

---

* J. FRAUNHOFER, Kurzer Bericht von den Resultaten neuerer Ve über die Gesetze des Lichtes, und die Theorie derselben (Vorgele der math.-phys. Klasse der kgl. bayer. Akademie zu München, den 1 1823; GILBERTS Annalen der Physik, Bd. 74, p. 337—378, 1823; oder v. FRAUNHOFERS gesammelte Schriften, herausgegeben von E. LOMMEL, bis 135, München 1888.)

** In § 34 vorliegender Arbeit weise ich nach, daß auch dies sichtsmaßregel unvollkommen ist und wende dort ein untrügliches mittel an.

zwischen dem reflektiert-gebeugten Strahl und der Gitterebene; E bezeichnet den grünen Teil der farbigen Beugungsbilder, und zwar bezieht sich $(E\tau)^{(+I)}$ auf den grünen Teil des auf das reflektierte mittlere Hauptbild folgenden ersten Beugungsbildes, das also in dem spitzen Winkel liegt, den die Gitterebene mit dem mittlern Hauptbilde einschließt; ebenso $(E\tau)^{(+II)}$ auf den grünen Teil des auf das reflektierte mittlere Hauptbild folgenden zweiten Beugungsbildes, das also ebenfalls im oben erwähnten spitzen Winkel liegt u. s. f.; ferner beziehen sich $(E\tau)^{(-I)}$, $(E\tau)^{(-II)}$ u. s. f. auf die grünen Teile des dem mittlern Beugungsbilde vorangehenden ersten, zweiten, ... Beugungsbildes, welch letztere Bilder also auf der, vom mittlern Bilde an gerechneten andern Seite, im von der Gitterebene und dem regelmäßig reflektierten Strahl gebildeten stumpfen Winkel liegen.

„Sehr merkwürdig ist es, dass unter einem gewissen Einfallswinkel ein Teil eines durch Reflexion entstandenen Spectrums aus vollständig polarisirtem Lichte besteht. Dieser Einfallswinkel ist für die verschiedenen Spectra sehr verschieden, und selbst noch sehr merklich für die verschiedenen Farben ein und desselben Spectrums. Mit dem Glasgitter $\varepsilon = 0{,}0001223$ ist polarisirt: $(E\tau)^{(+I)}$ d. i. der grüne Theil dieses ersten Spectrums, wenn $\sigma = 49°$ ist; $(E\tau)^{(+II)}$ oder der grüne Theil in dem zweiten auf derselben Seite der Axe liegenden Spectrum, wenn $\sigma = 40°$ beträgt; endlich $(E\tau)^{(-I)}$ oder der grüne Theil des ersten auf der entgegengesetzten Seite der Axe liegenden Spectrums, wenn $\sigma = 69°$. Wenn $(E\tau)^{(+I)}$ vollständig polarisiert ist, sind es die übrigen Farben dieses Spectrums noch unvollständig. Dieses ist bei $(E\tau)^{(+II)}$ weniger der Fall, und σ kann merklich geändert werden, indess diese Farbe noch polarisirt bleibt. $(E\tau)^{(-I)}$ ist unter keinem Einfallswinkel so ganz vollständig polarisirt wie $(E\tau)^{(+I)}$. Bei einem Gitter, in welchem ε grösser ist als in dem, wovon hier die Rede war, müssen die Einfallswinkel ganz andere seyn, wenn die gesamten Spectra polarisirt seyn sollen.“*

* Die zugehörige interessante Fußnote möge hier ebenfalls im Wortlaute folgen: „Es wäre unzeitig, aus einer geringen Anzahl von Beobachtungen schon auf ein Gesetz dieses Phänomens schliessen zu wollen; dieses kann nur aus einer grössern Anzahl Gitter, bei welchen ε sehr verschieden

Es ist also klar ersichtlich, daß sich FRAUNHOFERS Beobachtungen auf die Polarisation solcher reflektiert-gebeugter Spektra beziehen, welche auf Gitter fallendes (natürliches unpolarisiertes) Licht erzeugt; er fand, daß selbst bei einer sehr bedeutenden Änderung des Einfallswinkels je ein Teil der reflektiert-gebeugten Spektra vollständig, oder sehr nahezu vollständig (linear) polarisiert sei; er macht jedoch keine Angabe über die Lage der Polarisationsebene.

Diese Beobachtungen FRAUNHOFERS sind ausführlicher als die in der ersten Alinea des zitierten Textes der ARAGOschen Beobachtungsprotokolle beschriebenen, weil sie auch Zahlenangaben in bezug auf die Einfallswinkel enthalten; andrerseits sind ARAGOS Beobachtungen oder wenigstens deren Beschreibung insofern vollständiger, als sie aussagen, was gewißlich auch FRAUNHOFER bemerkt, aber nicht erwähnt hat, daß nämlich die Spektra in der Einfallsebene polarisiert sind.

§ 2. G. G. STOKES' Theorie, Gesetz, Beobachtungen.

Etwa 25 Jahre nach FRAUNHOFERS Beobachtungen erschien G. G. STOKES' hierher gehörige umfangreiche Abhandlung*, die außer der großen Umsicht, mit der sie abgefaßt ist, auch aus dem Grunde nähere Beachtung verdient, weil ihre theoretischen

---

ist, mit einiger Sicherheit abgeleitet werden. Da es bei diesen Versuchen eben nicht nöthig ist, dass die fixen Linien der Spectra gut erkannt werden, so kann man Gitter machen, bei welchen ε noch beträchtlich kleiner ist als bei dem feinsten Glasgitter, dessen ich mich bis jetzt bediente. — Es ist nicht unwahrscheinlich, dass die Principe der Interferenz vielleicht noch zu einer Theorie der Polarisation des Lichtes führen werden. Meine Ansicht hierüber mitzuteilen ist hier weder der Ort, noch gegenwärtig schon die Zeit. Glücklicherweise sind noch Versuche anderer Art möglich, welche auf diesen Gegenstand Bezug zu haben scheinen; doch sind sie, so wie der grössere Teil sämtlicher, diesen Gegenstend betreffender Versuche, sehr delicater Art."

* G. G. STOKES, On the dynamical theory of diffraction. Transactions of the Cambridge philosophical Society, Vol. IX, p. 1, 1849 oder G. G. STOKES, Mathematical and Physical papers, Vol. II, Part I, p. 243—290; Part II p. 290—328, Cambridge 1883.

Ergebnisse später vielfach experimentellen Vergleichen und theoretischen Beurteilungen unterzogen wurden.

In dieser Arbeit stellte sich STOKES das Ziel, die damals als so wichtig betrachtete Frage zu entscheiden, ob die transversale Schwingung des linear polarisierten Lichtes in der Polarisationsebene oder senkrecht dazu vor sich geht.

Die Arbeit besteht aus einem theoretischen und einem experimentellen Teil.

A) Im ersten Teil untersucht STOKES auf Grundlage der Elastizitätstheorie fester Körper, auf rein mechanisch-theoretischem Wege, die Fortpflanzung einer beliebigen elastischen Störung im homogenen, unbegrenzten elastischen Medium, wenn dessen Anfangszustand gegeben ist. Er bedient sich dabei eines wichtigen, von POISSON herrührenden mathematischen Satzes, mittels dessen man die elastische Störungsfunktion (diese möge die lineare Oszillation, die elastische Rotation oder Torsion, die Verdichtung oder deren Komponenten usw. bedeuten) für einen beliebigen Punkt des Mediums ausdrücken kann, wenn man zu irgend einem Zeitpunkte diese Störungsfunktion und deren nach der Zeit genommenen ersten Differentialquotienten für eine im Medium gelegene, beliebige geschlossene Fläche kennt.*

Hierauf untersucht und bestimmt er die Ausbreitung einer in ebenen Wellen einfallenden linear-polarisierten Störung und faßt die erhaltenen Partialresultate wie folgt zusammen**:

„Es seien $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = f(bt - x)$ die dem einfallenden Lichte entsprechenden Verrückungen; O_1 sei irgend ein Punkt in der Wellenebene P, dS ein an O_1 gelegenes Element dieser Ebene; man betrachte nun diejenige Störung, die nur von dem fortwährend durch dS gehenden Teil der einfallenden Störung herrührt. Es sei O irgend ein Punkt im Medium, in einer solchen Entfernung von O_1 gelegen, die groß ist im Verhältnis zur Wellenlänge; es sei $O_1O = r$, und es bezeichne ϑ den Winkel zwischen dieser Geraden und der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes, oder der Achse der x, und φ den Winkel zwischen r und

* L. c. p. 254.

** L. c. p. 285—286.

der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes oder der Achse der z. Dann findet die Verrückung in O in einer Richtung statt, die senkrecht ist zu O_1O und in der Ebene zO_1O liegt; und wenn ξ' diese Verrückung in O ist, positiv in der Richtung, die derjenigen am nächsten liegt, in welcher die einfallenden Vibrationen positiv gerechnet werden, dann ist

$$\xi' = \frac{dS}{4\pi r}(1 + \cos\vartheta)\sin\varphi f''(bt - r).$$

Insbesondere wenn

$$f(bt - x) = c\sin\frac{2\pi}{\lambda}(bt - x),$$

hat man

$$\xi' = \frac{cdS}{2\lambda r}(1 + \cos\vartheta)\sin\varphi\cos\frac{2\pi}{\lambda}(bt - x).“$$

Hier ist ausdrücklich zu bemerken, daß das einfallende Lichtbündel normal zur beugenden Fläche S ist. Mittels dieser Elementarformel bildet man die Wirkung der ganzen Wellenebene auf den Schwingungszustand in O, indem man diese Wirkung als Aggregat der eben angeführten Elementarwirkungen betrachtet. So findet man mit STOKES für einen in großer Entfernung von der Wellenebene P befindlichen Punkt O genau denselben Schwingungszustand, den man unmittelbar erhält, wenn man die Wellenebene in gewöhnlicher, elementarer Weise bis O und darüber fortschreiten läßt, ohne sie in Elementarwellen aufzulösen. —

Man kann sich die aus der Elementarformel für ξ' folgenden einfachen geometrischen Verhältnisse leicht veranschaulichen.

Es bedeuten nämlich ϑ und φ die zwei unabhängigen Richtungswinkel des gebeugten Strahles r, und man kann nun die Schwingungsrichtung jedes solchen, von der sekundären Erregungsstelle (der beugenden Öffnung) ausgehenden Strahles wie folgt darstellen:

1. Fällt linearpolarisiertes Licht durch eine kleine beugende Öffnung, so wird das gebeugte Licht ebenfalls linearpolarisiert sein, und zwar so, daß dessen Verrückung und die Verrückung in der Öffnung stets in einer Ebene liegen.

Schlägt man daher eine Kugelfläche um die Öffnung als Zentrum und zieht darauf Meridiane, deren gemeinsame Polar-

achse mit der Schwingungsrichtung in der Öffnung zusammenfällt, dann liegen die jeweiligen Schwingungsrichtungen der gebeugten Strahlen längs den Tangenten dieser Meridiane.

2. Bezeichnet wie oben ϑ den Winkel zwischen der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles und dem gebeugten Strahle, φ den Winkel zwischen dem gebeugten Strahle und der Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles, dann ist, wie aus dem oben zitierten Ausdruck von ζ' zu ersehen, die Intensität des gebeugten Strahles proportional dem Produkte

$$(1 + \cos \vartheta)^2 \sin^2 \varphi.$$

Wäre das einfallende Licht unpolarisiertes (natürliches) Licht, so würde auch das gebeugte Licht ein solches sein und die Intensität desselben wäre proportional dem Produkt

$$(1 + \cos \vartheta)^2. \quad —$$

STOKES selbst drückte sein oben formuliertes Elementargesetz, so weit es sich auf den Fall von linear-polarisiertem, einfallendem Licht und auf die Lage der Schwingungsrichtung des gebeugten Lichtes bezieht, in verschiedener Weise aus; außerdem fand er es wesentlich, ob die Beugung im selben Medium oder an der Grenzfläche zweier optisch verschiedener Medien stattfindet.

I. Die Beugung gehe im selben Mittel vor sich.

a) Es bezeichne wie oben ϑ den Winkel zwischen dem einfallenden und dem gebeugten Strahle (also den Beugungswinkel), ebenso die diese beiden Strahlen enthaltende Ebene die Beugungsebene, ferner seien α_i und α_d diejenigen Winkel, welche die Schwingungsebenen dieser Strahlen (nämlich die Ebenen, welche die Schwingungsrichtung und die Strahlenrichtung enthalten) mit denjenigen Ebenen bilden, die durch diese Strahlen senkrecht zur jeweiligen Beugungsebene gelegt sind; dann ist der Ausdruck des Gesetzes:*

$$\operatorname{tg} \alpha_d = \cos \vartheta \operatorname{tg} \alpha_i.$$

b) Ein einfacherer Ausdruck desselben ist: Die Schwingungsebene des gebeugten Strahles ist stets parallel zur

* L. c. p. 291.

Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles*; da jedoch der einfallende und der gebeugte Strahl einander gewöhnlich in der sekundären Erregungsstelle (am Auffallsorte des einfallenden Lichtes an der Gitterfläche) schneiden, so kann man das Gesetz auch so aussprechen:

c) Die Schwingungsebene des gebeugten Strahles enthält stets die Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles.

Das Gesetz drückt eigentlich folgende Eigentümlichkeit des gebeugten Lichtes aus**: Da die Schwingungsrichtung des gebeugten Strahles im allgemeinen zur Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles nicht parallel sein kann, sondern transversal sein muß zum gebeugten Strahl: so bildet die erstere Schwingungsrichtung mit der letzteren den kleinsten Winkel, der mit der letztgenannten Bedingung verträglich ist.

Wie wir in § 7 sehen werden, ist dieses Gesetz, so weit es sich auf die Schwingungsrichtung des gebeugten Strahles bezieht, ein Ausdruck des einfach-meridionalen Oszillationssystems.

II. Findet die Beugung nicht im Medium des einfallenden Lichtes statt, sondern an der gemeinsamen Grenzfläche zweier verschiedener Medien, dann modifiziert sich dies Gesetz einigermaßen. Es sei dann mit STOKES ω das Polarisationsazimut des einfallenden Strahles, gezählt von der zur Einfallsebene senkrechten Ebene, α' das ebenso gemessene Polarisationsazimut des regulär-reflektierten (oder des regulär-gebrochenen) Strahles; dann hängen diese Winkel bekanntlich mittels der Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha' = m \operatorname{tg} \omega$$

zusammen, wobei m einen vom Einfallswinkel und von der Gittersubstanz abhängigen Faktor bedeutet, der für die Fälle der Reflexion und der Brechung verschieden ist*** und sich aus den bekannten elementaren Reflexions- und Refraktionsformeln FRESNELS unmittelbar ergibt.

---

* L. c. p. 247.
** L. c. p. 249.
*** L. c. p. 307.

Gemäß der STOKESschen Theorie soll dasselbe Gesetz auch r den Fall der Beugung in Luft oder in kristallinischen Medien lten; doch ist dann der Wert von m ein anderer, als in den eiden vorhergehenden Fällen und wäre am besten aus experinentellen Daten zu bestimmen. —

B) Im zweiten Teil beschreibt STOKES seine diesbezüglichen Versuche, die er mittels eines Glasgitters vollführte, das 1300 Furchen auf den englischen Zoll hatte, dessen Intervall demnach 0,01954 mm war und dessen Polarisationswinkel 56° 40′ betrug. Bevor das einfallende Licht das Gitter erreichte, wurde es mittels eines NICOLschen Prismas linear-polarisiert; die Lage der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen wurde mittels eines analysierenden Nicols bestimmt.

Bei der Untersuchung der reflektiert-gebeugten Strahlen verschwand das von der Hinterfläche des Gitters reflektierte Licht nicht; STOKES versuchte deshalb dieses Licht, das sogenannte falsche Licht, mittels eines vor das Gitter gesetzten engen Spaltes von dem von der gegen die Lichtquelle zugewandten gefurchten Fläche reflektierten Lichte zu trennen. Trotzdem hegte er selbst keine Zuversicht in bezug der Richtigkeit seiner Versuche, denn es gelang ihm nicht, das falsche Licht ganz auszuschließen, und er hielt deshalb seine Beobachtungen der Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes nicht zur Veröffentlichung geeignet, publizierte dieselben auch nicht, mit Ausnahme seiner Beobachtungsreihen Nr. 11 und 12. In diesen untersuchte er das Polarisationsazimut des bei je einem bestimmten Einfallswinkel i und je einem bestimmten Beugungswinkel ϑ entstehenden reflektiert-gebeugten Strahles unter sehr bedeutender Änderung des Polarisationsazimutes des einfallenden Lichtes.*

Er untersuchte die drei „Hauptbilder" dieser beiden Strahlen: das erste entsteht nämlich infolge der Reflexionsbeugung an der geritzten Fläche; das zweite wird von den, durch diese erste Fläche hindurchgegangenen gebeugten und dann von der Hinterfläche regelmäßig reflektierten und durch die erste Fläche wieder regelmäßig gebrochenen, austretenden Strahlen gebildet; das dritte

* L. c. p. 307.

aus denjenigen Strahlen, welche beim Eindringen durch die e
Fläche regelmäßige Brechung, dann regelmäßige innere Refle
und beim Austritt durch die erste Fläche Beugung erlitten.

STOKES bemerkt noch ausdrücklich*, daß der Fall der P
risation des reflektiert-gebeugten Lichtes ganz verschieden sei
dem des durchgehenden Lichtes und daß man in Ermangel
einer genauen Theorie mit den Beobachtungen wenig anfan
könne, höchstens zusehen, ob dieselben dem in der letzten
chung ausgedrückten Gesetze Genüge leisten. Dies betont er
sonders bei der erwähnten 12. Beobachtungsreihe, bei der die R
tung der in das Auge des Beobachters gelangenden Stra
nicht sehr abweicht von derjenigen Richtung, in der das re
mäßig reflektierte Licht vollständig (linear) polarisiert wär

Die Vergleichung der 11. und 12. Beobachtungsreihe mit
erwähnten Formel zeigte eine im allgemeinen erträgliche Ü
einstimmung; aber die Werte von m waren bei beiden Stra
für die jeweiligen drei Hauptbilder verschieden und zwar in g
erheblicher Weise; außerdem mußte für jede Beobachtungsr
ein besonderer, verschiedener Indexfehler angenommen wer
es mußte nämlich die Null-Lage des analysierenden Nicols
züglich der Ablesungen der Polarisationsazimute der reflekt
gebeugten Strahlen in der 11. Reihe mit $-15{,}5^0$, in der 12. R
mit $-63{,}75^0$ angenommen werden**, um eine Übereinstimm
zu erzielen.

§ 3. STOKES' Resultate und Absichten. Irreguläre Brechung und Reflexion. L. LORENZ', C. HOLTZMA und F. EISENLOHRS Arbeiten. Lord RAYLEIGH ü STOKES' Gesetz.

Formell schienen diese insgesamt wenigen Beobachtun
STOKES' Theorie zu bekräftigen, wenn man diese mit der n
her eingeführten FRESNELschen Auffassung ergänzt, daß näm
die Schwingungsrichtung des linear-polarisierten Lichtes senkr
sei zur Polarisationsebene.

* L. c. p. 321.
** L. c. p. 322 u. 323.
*** L. c. p. 313.

Indessen sagt STOKES selbst, daß er mit seinen diesbezüglichen Versuchen nicht die Absicht hatte, die genaue Natur der Polarisation des gebeugten Lichtes zu untersuchen, sondern hauptsächlichst, um seine auf theoretischem Wege gewonnenen Formeln mittels Beobachtungen zu kontrollieren.*

Auch machte er die Erfahrung, daß bei normaler Inzidenz auf das Glasgitter die durchgehend-gebeugten Strahlen für jeglichen Beugungswinkel fast dasselbe Polarisationsazimut zur Beugungsebene haben, wie der ungebrochen durchgehende Strahl, wenn die gefurchte Fläche dem einfallenden Strahl abgewendet ist; ist sie demselben zugewendet, so kann die Azimutsänderung sehr bedeutend sein.**

Auf Grund dieser Versuche kam STOKES auch zu der Auffassung, daß in dem Falle, wenn die Lichtbeugung mit einer Änderung des Mediums verbunden ist, die Beugung (oder wie er sich ausdrückt, die Zerfällung der Lichtwelle in Elementarwellen) vorerst, nämlich im ersten Medium vor sich geht, und daß erst nachher die regelmäßige Brechung der zerfällten Strahlen stattfinde; er nannte diesen ganzen Vorgang „irreguläre Brechung". Unter dieser Voraussetzung, bei Berücksichtigung von FRESNELS Refraktionsformeln, und auf Grundlage seines Gesetzes berechnete er die zu erwartende Richtung der Polarisationsebene des gebrochen(durchgehend)-gebeugten Lichtes und schien dabei FRESNELS Annahme bekräftigt zu finden.

In dieser Auffassung wurde STOKES durch L. LORENZ bestärkt***; derselbe leitete aus der allgemeinen Elastizitätstheorie unter Zuhilfenahme mehrerer Voraussetzungen alle STOKESschen Formeln ab und gibt die Resultate von eigenen Versuchen, wobei auch der Fall von Beugung ohne Änderung des Mediums, also im durchgehenden Lichte untersucht wird. Die Versuche stehen im allgemeinen mit den STOKESschen in Übereinstimmung, und

---

* L. c. p. 301 u. 302.

** L. c. p. 318.

*** L. LORENZ, Bestimmung der Schwingungsrichtung des Lichtäthers durch die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Poggendorff's Ann. d. Phys. u. Chemie* Bd. CXI, p. 315—328, 1860; auch *Phil. Mag.* (4) XXI, p. 321—331, 1860, u. a. a. O.

auch hieraus wird auf die Richtigkeit der FRESNELschen Auffassung geschlossen. In bezug auf die reflektiert-gebeugten Strahlen wurde weder von ihm noch von andern die Notwendigkeit einer der irregulären Brechung entsprechenden „irregulären Reflexion" ausgesprochen; aber wenn man die hier auftretende Beugung und Reflexion als zeitlich und räumlich voneinander getrennte Vorgänge betrachtet, so können schon die oben in § 1 erwähnten Versuche ARAGOS nur durch die Annahme verstanden und erklärt werden, daß die auffallende Lichtwelle, bevor sie an die reflektierend-beugende Fläche gelangt, in Elementarwellen zerfällt, d. i. Beugung erleidet, und daß erst nachher regelmäßige Reflexion erfolgt; die umgekehrte Reihenfolge ist einfach unmöglich; man vergleiche übrigens hierüber die §§ 46, 72, 74 und 81 vorliegender Arbeit.

Es sei noch gestattet, hier zu bemerken, daß STOKES noch mehrere male Veranlassung nimmt, zu erklären, daß eine eingehende experimentelle Untersuchung der Polarisation des gebeugten Lichtes sehr wünschenswert sei, und daß er selbst eine solche beabsichtige, wobei er besonders auf eine verschiedenartige Abwechslung der Faktoren, die die Beugung beeinflussen, Gewicht legen würde. Dies bemerkt er gegenüber der Arbeit HOLTZMANNS, der aus seinen an Glas- und besonders an Rußgittern angestellten Versuchen mit gebrochen-gebeugtem Lichte schloß, daß das linear-polarisierte Licht in der Polarisationsebene schwinge.*

Denselben Wunsch spricht er in seiner Erwiderung auf EISENLOHRS Abhandlung aus, in welcher dieser das Problem der Diffraktion unter der Voraussetzung behandelt, daß das beugende Mittel vom Einfallsmedium verschieden sei, und mit Zugrundelegung der bekannten CAUCHYschen Kontinuitätsbedingungen und bei Berücksichtigung aller an der Grenzfläche möglicherweise auftretenden Bewegungen, für senkrechte Inzidenz die Formel findet

* C. A. H. HOLTZMANN, Das polarisierte Licht schwingt in der Polarisationsebene, *Poggendorffs Annalen der Phys. u. Chemie*, Bd. XCIX, p. 446 bis 451, 1856; G. G. STOKES, On the polarisation of diffracted light, *Phil. Mag.* (4) XIII, p. 159—160, 1857.

$$\operatorname{tg}\gamma' = \operatorname{tg}\gamma \cdot \frac{\cos(\alpha - \alpha')}{1 + 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\frac{l_n l''}{\lambda^2}}.$$

Dabei bedeuten γ und γ' die Winkel, welche die Beugungsebene mit den Schwingungen des einfallenden und des gebeugten Lichtes bildet, ferner α' den Beugungswinkel und α einen Hilfswinkel der durch die Relation $n \sin\alpha = \sin\alpha'$ bestimmt ist, wobei n der Brechungsindex des Glases und $l_n l''$ eine Beobachtungskonstante ist. Diese Formel steht mit HOLTZMANNS Versuchen in guter Übereinstimmung, doch zieht EISENLOHR daraus den entgegengesetzten Schluß, nämlich daß das linear-polarisierte Licht senkrecht zur Polarisationsebene schwinge.*

Doch mag hier erwähnt werden, daß die Versuche von HOLTZMANN und LORENZ sich auf durchgehend-gebeugtes Licht beziehen; STOKES selbst scheint keine weiteren Versuche angestellt zu haben. —

In seiner Denkrede über STOKES** würdigt Lord RAYLEIGH auch dessen hier vielgenannte Abhandlung in ausführlicher Weise, und nachdem er deren Hauptinhalt in bezug auf die Theorie der Beugung und besonders des STOKESschen Gesetzes besprochen, führt er wie folgt fort***:

„STOKES eigene Versuche über die Polarisation des durch ein Glasgitter gebeugten Lichtes führten ihn zu dem Schlusse, daß die Lichtschwingungen senkrecht seien zur Polarisationsebene.

Das hier abgeleitete Gesetz der sekundären Welle ist zweifelsohne ein mögliches Gesetz; aber es scheint fraglich, ob das Problem in Wirklichkeit so gegeben ist, wie es STOKES betrachtete. [§ 2, A).]

---

* F. EISENLOHR, Über das Verhältnis der Schwingungsrichtung des Lichtes zur Polarisationsebene und Bestimmung dieses Verhältnisses durch die Beugung, *Poggendorff's Annalen d. Phys. u. Chem.* CIV, p. 337—346, 1858; G. G. STOKES, On the bearing of the phenomena of diffraction in the direction of the vibrations of polarized light, with remarks on the paper of Prof. EISENLOHR, *Phil. Mag.* (4) XVIII, p. 426—427, 1859.

** Lord RAYLEIGH, Obituary Notice, Proceedings of the Royal Society 1903; auch G. G. STOKES, Mathematical and Physical Papers, Vol. V, p. IX—XXV, Cambridge 1905.

*** L. c. p XIV.

Eine bloß mathematische Lösung kann auf unendlich vielen Wegen geschehen*, und wenn das Problem als physikalisches betrachtet wird, dann wird es zur Frage der Art und Weise der Störung, die ein wirklicher (beugender)** Schirm erzeugt.

In bezug auf die Anwendung auf Beugungsphänomene zur Entscheidung der Frage der Schwingungsrichtung, scheint es, daß STOKES' Kriterium ein besseres Substrat findet in dem Falle der Beugung durch sehr kleine Partikelchen, die ein im übrigen homogenes Medium stören, etwa wenn ein feinkörniger Schwefelniederschlag aus einer wässerigen Lösung gefällt wird."***

§ 4. E. MASCARTS Beobachtungen. L. DITSCHEINERS Beobachtungen und Theorie.

Hier seien auch E. MASCARTS Versuche erwähnt.† Er leitete das einfallende Licht vorerst durch eine Kalkspatplatte, welche die so entstandenen aufeinander senkrecht polarisierten Strahlen räumlich genügend voneinander trennte; der zur Hauptbeugungsebene parallel-polarisierte Strahl fiel in den obern Teil eines Kollimatorspaltes, der dazu senkrecht-polarisierte Strahl in dessen untern Teil. Das aus dem Kollimator tretende Licht traf nun auf ein mit Diamant geritztes Glasgitter, dessen gefurchte Fläche dem auffallenden Lichte zu- oder abgewendet war, jenachdem man reflektiert-gebeugtes oder durchgehend(gebrochen)-gebeugtes Licht beobachten wollte. In beiden Fällen erschienen je zwei Reihen von Beugungsspektren übereinander, deren Intensität nun leicht miteinander verglichen werden konnte. Bei kleinen Beugungswinkeln war die Intensität merklich gleich; bei Beugungswinkeln über 30° überwog die Intensität des zur Hauptbeugungsebene parallelen Lichtes, und zwar umsomehr, je größer der Beugungswinkel war, dessen größter Wert hier 70° betrug. Das durch

* Man vergleiche FR. KOLAČEKS Bemerkungen zu HUYGHENS Prinz. § 10 dieser Schrift.

** Anmerkung des Verfassers.

*** Diese Bemerkung dürfte sich auf Lord RAYLEIGHS hierher gehörige Untersuchung beziehen; man vergleiche § 12 dieser Arbeit.

† E. MASCART, Compt. Rend., Tome LXIII, p. 1005, 1866.

Messung bestimmte Intensitätsverhältnis stimmte im allgemeinen mit dem STOKESschen Kosinusgesetz überein, mit einer Annäherung, die man in anbetracht der nicht immer hinreichenden Schärfe der Messungsmethode und der Schwierigkeit der Beobachtung als zufriedenstellend annehmen kann. —

In seiner ersten einschlägigen Mitteilung untersuchte L. DITSCHEINER* die Polarisationsverhältnisse des von Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes; das Intervall des benutzten Gitters betrug 0,0046317 mm. Dabei gingen die vom Spiegel des Heliostaten reflektierten Sonnenstrahlen zuerst durch ein NICOLsches Prisma, hierauf durch eine plan- und optisch-achsenparallele Quarzplatte von etwa 2 mm Dicke, deren optische Achse vertikal gestellt war; bei einigen Versuchen war diese Platte durch eine etwa 0,2 mm dicke Gipsplatte von derselben optischen Wirkung ersetzt. Die aus der Platte tretenden Strahlen gelangten durch einen engen Spalt in das Kollimatorrohr eines Spektrometers und von dort auf die gefurchte Fläche eines vertikal gestellten Glasgitters, dessen Linien ebenfalls vertikal waren; von hier wurden sie reflektiert-gebeugt. Die so erzeugten reflektiert-gebeugten Spektra wurden mittels des mit einem analysierenden Nicol versehenen Spektrometer-Fernrohrs untersucht; in diesen Spektren entstanden nämlich zwischen den durch die doppeltbrechende Platte erzeugten ordentlichen und außerordentlichen Strahlen Gangunterschiede, die sich in der Form von Interferenzstreifen bemerklich machten. Aus der Lage dieser Streifen konnte auch auf den durch die Beugung hervorgerufenen Gangunterschied von 0 oder $\frac{1}{2}\lambda$ geschlossen werden. Wenn nun der Analysator so weit gedreht wurde, bis die Interferenzstreifen ganz schwarz erschienen, so konnte aus dessen Lage das Verhältnis der Intensitäten der vertikalen und der horizontalen Lichtkomponenten zueinander bestimmt werden.

In dieser Weise untersuchte DITSCHEINER die Polarisation

* L. DITSCHEINER, Über den Gangunterschied und das Intensitätsverhältnis der bei der Reflexion an Glasgittern auftretenden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen. Sitzungsberichte der k. Akademie der Wiss. zu Wien, Mathem.-Naturw. Klasse Bd. LX, p. 567—585, Wien 1870; Bd. LXVII, p. 205—234, Wien 1873.

der Strahlen der bei einigen Einfallswinkeln entstandenen Spektren verschiedener Ordnung; und obwohl seiner Angabe gemäß seine Bestimmungen keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen konnten, glaubte er dennoch, aus ihnen folgende Schlüsse ziehen zu können:

In den verschiedenen Beugungsspektren zeigen die zur Einfallsebene parallelen und die darauf senkrechten Lichtkomponenten nicht nur verschiedene Gangunterschiede, sondern auch ganz verschiedene Schwächungen. Wenn man bei gewissen Einfallswinkeln, besonders bei solchen, die in der Nähe des Polarisationswinkels der Glassubstanz des Gitters liegen, von den wenig gebeugten Spektren zu den mehr gebeugten fortschreitet, dann findet man in den ersteren einen Gangunterschied von nahezu einer halben Wellenlänge, während bei letzteren derselbe fast gleich Null wird.

Man könnte demnach erwarten, daß irgendwo zwischen den gebeugten Spektren solche gebeugte Strahlen sein müßten, bei denen der Gangunterschied, so wie bei der regulären Reflexion unter dem Polarisationswinkel, einen fast plötzlichen Sprung macht. (Eine derartige sprunghafte Änderung wäre demnach in der Beobachtungsreihe zu erwarten, die der Verfasser für den Einfallswinkel 60° mitteilt, siehe auch die Tabelle weiter unten, und zwar zwischen dem mittlern und dem ersten rechtsseitigen Spektrum, das in dem vom regulär-reflektierten Strahle und der Gitterebene gebildeten stumpfen Winkel liegt.)

Ferner erscheint die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Komponente immer stärker geschwächt als die parallel zu dieser Ebene polarisierte Komponente; das Intensitätsverhältnis dieser Komponenten zueinander ändert sich rasch von Spektrum zu Spektrum, zeigt aber keine wellenartige Periodizität. Die Drehung der Polarisationsebene zeigt sich hier unverhältnismäßig bedeutender als die bis dahin im durchgehenden Lichte beobachtete.

In seiner zweiten diesbezüglichen Arbeit versucht Ditscheiner eine Theorie seiner Beobachtungen zu konstruieren; dabei stützt er sich auf ein Analogon des Vorganges, den Fresnel zur Entwicklung seiner elementaren Refraktions- und Reflexionsformeln benutzte.

Er nimmt nämlich an, die Lichtbewegung sei an der ge

ritzten Gitterfläche eine solche, daß sie eben so im ersten wie im zweiten Medium vor sich gehend betrachtet werden kann, und daß diese Gleichheit der Bewegungen nicht nur für die Grenzfläche selbst gültig sei, sondern auch für derselben sehr nahe Punkte. Diese allgemeine Voraussetzung ergänzt er nun mit der besonderen Supposition, daß zur Bildung des regulär-gebrochenen und -reflektierten Strahles nicht die ganze einfallende Lichtbewegung verbraucht wird, sondern daß ein gewisser, seinem Werte nach nicht bestimmbarer Teil derselben zur Bildung eines zueinander gehörigen gebrochen-gebeugten und reflektiert-gebeugten Strahlenpaares verwendet wird.

DITSCHEINER nennt nämlich zwei solche Strahlen ein zueinander gehöriges gebrochen-gebeugtes und reflektiert-gebeugtes Strahlenpaar, die sich immer auf derselben Seite des Einfallslotes befinden und deren von dieser Senkrechten ab gerechnete Richtungswinkel dem gewöhnlichen Gesetze der Reflexion und der Refraktion Genüge leisten.

Aus den Gleichungen, die sich aus diesen Voraussetzungen ergeben, findet DITSCHEINER ziemlich komplizierte Formeln für die Amplituden der zur Einfallsebene senkrechten und der dazu parallelen Komponenten der gebrochen-gebeugten und reflektiert-gebeugten Strahlen. In diesen Formeln treten die Amplituden der zur Einfallsebene senkrechten und parallelen Komponenten des einfallenden Lichtes auf, ferner der Brechungsindex der Glassubstanz und eine nur auf experimentellem Wege bestimmbare empirische Konstante.

Bedeutet mit DITSCHEINER Beugungswinkel den zwischen der Normale der Gitterfläche und dem reflektiert-gebeugten Strahle befindlichen Winkel, ferner φ' das Polarisationsazimut dieses Strahles, gerechnet von der Einfallsebene, dann gilt für die bei dem Einfallswinkel von 60° gewonnenen Beobachtungen nach des Verfassers vergleichender Berechnung:

Beugungswinkel:	32° 10′	39° 58′	48° 57′	60° 00′	77° 56′.
φ' beobachtet:	− 21° 08′	− 16° 10′	− 5° 10′	+ 4° 35′	+ 18° 17′.
φ' berechnet:	− 16° 18′	− 16° 00′	− 8° 37′	+ 4° 24′	+ 13° 07′.

Da nun DITSCHEINER sich in seinen theoretischen Entwickungen bedeutende Vernachlässigungen gestattete und auch seine

CANCELLED

eigenen Beobachtungen für nicht sehr genau hielt und da ferner auch die sonstigen Beobachtungsreihen mit der Theorie nicht besser übereinstimmen, glaubt er genügende Annährung seiner Theorie an die Erfahrung annehmen zu können.

§ 5. G. Quinkes Untersuchungen. K. Exner erhärtet für eine einzelne Strahlenreihe Stokes' Gesetz bei Beugung im selben optischen Medium.

G. Quinke publizierte eine ausführliche experimentelle Untersuchung über die Polarisation des gebeugten Lichtes*, bemerkt jedoch besonders, daß er seine Beobachtungen in bezug auf das reflektiert-gebeugte Licht noch nicht veröffentliche, fügt indessen noch hinzu, daß die Erscheinungen auch in diesem Falle von derselben Art seien wie im durchgehenden Lichte. Dieselbe Bemerkung und Behauptung wiederholt er in einer nahezu zwanzig Jahre später erschienenen Notiz**, wo er ausdrücklich bemerkt, daß er seine zahlreichen Versuche bezüglich der Polarisation des von Gittern reflektiert-gebeugten Lichtes aus dem Grunde nicht publizierte, weil deren Resultate sehr kompliziert seien.***

Indessen erwähnt er doch, daß die Gesamtheit aller seiner Versuche in bezug auf die aus einfallendem linear-polarisierten Lichte entstandenen durchgehenden und reflektiert-gebeugten Strahlen darauf hinweise, daß das gebeugte Licht im allgemeinen

---

* G. Quinke, Über das Verhalten des polarisierten Lichtes bei der Beugung, *Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie* Bd. CIL, p. 273—324, 1873. In der Einleitung gibt Quinke eine kurze Übersicht der bisherigen Arbeiten, l. c. p. 273—276.

** Wiedemanns Annalen der Physik u. Chemie Bd. XLVII, p. 765—766, 1892.

*** In seiner ersten Mitteilung, l. c. p. 281—286, gibt Quinke für den Fall unpolarisierten (natürlichen) einfallenden Lichtes eine spezielle Liste seiner Beobachtungen; so auf S. 283 für das von den versilberten Furchen- und Hügelgittern reflektiert-gebeugte Licht, auf S. 285 für das von der versilberten Gitterfläche und von der Glasfläche unter normaler Inzidenz reflektiert-gebeugte Licht, und zwar gibt er in allen diesen Fällen die qualitativen Eigenschaften des Amplitudenverhältnisses der zueinander senkrechten Komponenten aller dieser Strahlen, führt aber nirgends Zahlenwerte an.

elliptisch-polarisiert sei; ferner, daß das Amplitudenverhältnis und die Phasendifferenz der zur Beugungsebene parallel und senkrecht polarisierten Komponenten des gebeugten Lichtes sich je nach der Form (dem Querschnitt) der Furchen, deren Intervall und der Gittersubstanz ändert; es treten selbst solche Änderungen auf, die für wachsende Wellenlängen und wachsende Beugungswinkel fortsetzungsweise zu- und abnehmen, und diese periodischen Änderungen können sich mehrfach wiederholen.

Schließlich bemerkt er, daß seine Versuche im allgemeinen weder mit STOKES' Kosinusgesetz, noch mit den von mir und seit dem Jahre 1873 auch von anderen versuchten theoretischen Entwicklungen in Übereinstimmung zu bringen seien.

Aus allen diesen Gründen brauchen wir uns hier mit QUINKES Versuchen nicht weiter zu beschäftigen; ebensowenig wie mit der auf dieselben bezüglichen Bemerkung von K. EXNER.* Andrerseits sei hier gestattet, die dort mitgeteilten Beobachtungen K. EXNERS zu erwähnen, obwohl diese zeitlich später erfolgten als die in den folgenden Paragraphen betrachteten. EXNERS Versuche verdienen ernste Beachtung, weil bei diesen der Wechsel des Mittels vermieden wurde, um das Gesetz der Polarisation bei Beugung im selben optischen Medium festzustellen. EXNER klebte ein Glasgitter mit seiner gefurchten Fläche mittels eines Tröpfchens Öles auf die ebene Fläche einer Halbzylinderlinse, mit den Furchen parallel zur Zylinderachse und gebrauchte die nötigen Vorsichtsmaßregeln, um das falsche Licht abzuhalten; die Gitterplatte, die Halblinse, das zum Kleben verwendete Öl und der zur Abblendung benutzte Firnis hatten nahezu gleichen Brechungsindex. Beim Austritte des gebeugten Strahles aus der Linse erlitt derselbe keine Richtungsänderung und daher auch keine Änderung des Polarisationszustandes.

Die Beobachtungen geschahen bei normaler Inzidenz, bei dem Einfallsazimut von 45°, an den in der Beugungsebene gelegenen durchgehend-gebeugten Strahlen und zwar erstreckten sich dieselben bis zum Beugungswinkel 90° und bestätigen im

* K. EXNER, Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Ch.* Bd. XLIX, p. 387—391, 1893.

großen und ganzen in bezug auf diese einzelne Strahlenreihe STOKES' Gesetz. Man sehe auch § 88 über meine Wiederholung, Bestätigung und Verallgemeinerung dieses Resultates und im allgemeinen § 87—98.

§ 6. I. FRÖHLICHS Beobachtungen und Resultate. M. RÉTHYS Interpretation: Elastische Kugelwellen mit „Polarachse".

Die zeitlich nun folgenden Versuche rühren vom Verfasser vorliegender Arbeit her.* Bei denselben fiel ein Bündel paralleler, vom Heliostatenspiegel reflektierter Sonnenstrahlen durch eine kreisrunde Öffnung auf ein drehbar montiertes NICOLsches Prisma; nach dem Austritte aus demselben gelangten die Strahlen durch einen vertikalen Spalt, der sich in der Brennebene des Kollimators eines Spektrometers befand. Aus dieser Kollimatorlinse fiel das Licht in nahezu parallelem Bündel auf ein Gitter mit vertikalen Furchen, welches in der Mitte des Spektrometertischchens aufgestellt war. Die von dieser Gitterfläche reflektiert-gebeugten Strahlen gelangten in das Beobachtungsfernrohr des Spektrometers und wurden mittels eines auf das Okular folgenden drehbaren Nicols untersucht.

Die Beobachtungen geschahen mittels zweier JEDLIKscher Glasgitter, deren Intervall 0,0506 mm und 0,00617 mm betrug, deren Grenzflächen nicht genau parallel waren, so daß man das von der ersten gefurchten Gitterfläche reflektiert-gebeugte Licht von den übrigen, an der zweiten Fläche reflektierten Strahlen ganz bestimmt unterscheiden konnte.**

---

* I. FRÖHLICH, Die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. I, p. 321—339, 1877. (Auch in ungarischer Sprache: Az elhajlított fény polárisatiója, M. T. Akad. Értesitője, 1876, nov. 6; Müegyetemi Lapok I. k., 289—298, 1876.)

** Nach einer von dem damals noch in Györ (Raab) lebenden quiescierten Universitätsprofessor ANIAN JEDLIK im Jahre 1880 erhaltenen brieflichen Mitteilung wurden diese Gitter in der Weise angefertigt, daß deren ursprünglich glatte, jedoch mit einer dünnen Wachsschicht überzogene Oberfläche mittels Teilmaschine mit Diamantspitze gefurcht wurde, und hierauf, um die Furchen tiefer und damit die Spektra lebhafter zu machen, mittels

Bei diesen Beobachtungen bildete die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes immer 45° mit der Einfallsebene; die Einfallswinkel wurden im Intervalle zwischen 25°—85° von fünf zu fünf Graden geändert; indes beziehen sich die mitgeteilten Beobachtungsdaten nur auf die Einfallswinkel 85°, 55°, 25°; das reflektiert-gebeugte Licht zeigte sich immer sehr nahezu linear-polarisiert.

Außerdem beobachtete ich bei demselben einfallenden Lichte und bei denselben Einfallswinkeln das Polarisationsazimut des von der gefurchten Fläche regulär-reflektierten Lichtes.

Auch im durchgehend-gebeugten Lichte machte ich Beobachtungen, teilte indes keine Zahlenwerte mit, weil dieselben mir zu unregelmäßig schienen.

Die Polarisationsebenen der reflektiert-gebeugten Strahlen zeigten eine stetige und zwar sehr bedeutende Drehung; bezüglich ihrer Lage fand ich, daß dieselbe vom Einfallswinkel, vom Beugungswinkel und von der Natur der Gittersubstanz abhänge; daß diese Lage (d. i. das Polarisationsazimut) unabhängig sei vom Gitterintervall, von der Lichtgattung und auch davon, ob im beobachteten Lichte die Strahlen von Spektren verschiedener Ordnung übereinander gelagert seien oder nicht. Insbesondere ergab sich, daß die Polarisationsebenen der reflektiert-gebeugten Strahlen sich im allgemeinen den Polarisatiosebenen derjenigen regulär-reflektierten Strahlen nähern, deren Richtungen in die Richtungen der jeweilig reflektiert-gebeugten Strahlen fallen. Die Beobachtungsresultate konnten mit dem oben erwähnten einfachen STOKESschen Gesetze nicht in Übereinstimmung gebracht werden.

Andererseits zeigte sich, daß die Lage der Polarisationsebenen der von der gefurchten Fläche regulär-reflektierten Strahlen in sehr großer Annäherung den gewöhnlichen FRESNELschen Reflexionsformeln Genüge leisten; nur in der Nähe des Polarisationswinkels treten geringe Abweichungen auf, wegen der dort merklichen schwachen elliptischen Polarisation des reflektierten Lichtes. —

Salpetersäure geätzt wurde; dieser letztere Umstand konnte jedenfalls einen Einfluß auf die beobachtete Erscheinung ausgeübt haben, der indes wohl kaum bestimmbar sein dürfte.

Diese Arbeit diente zum Ausgangspunkt verschiedener Untersuchungen mehrerer Forscher.

So beschäftigte sich zuerst M. RÉTHY* mit diesen Resultaten, indem er vorerst an die allgemeinere Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes erinnert und dann auf Grundlage der Elastizitätstheorie fester Körper die schon von LAMÉ und CLEBSCH angedeuteten einfachsten Lösungssysteme der Differentialgleichungen transversaler Kugelwellen dazu verwendet, um mittels dieser meine Beobachtungen mit genügender Annäherung darstellen zu können.

Es möge hier in Kürze an diese allgemeinen Beziehungen erinnert werden.

Bedeuten nämlich U, V, W die sogenannten Wellenfunktionen, die der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 \varphi$$

genügen, so sind die LAMÉschen und CLEBSCHschen bekannten Lösungssysteme für Komponenten transversaler Vektoren:

$$\xi = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y};$$

dabei genügen auch ξ, η, ζ der typischen Wellengleichung und der Bedingung der Inkompressibilität:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0.$$

Sollen diese Lösungen Vektoren einfarbigen (homogenen) Lichtes darstellen, so müssen die sechs Funktionen U, V, W, ξ, η, ξ noch der charakteristischen Gleichung der Periodizität:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \varphi,$$

---

* M. RÉTHY, Über die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XI, p. 504—512, 1880. (Auch in ungarischer Sprache: A sarkitott fényrezgés elhajlító nyílás által való forgatásának magyarázata, különös tekintettel FRÖHLICH észleleteire. M. T. Akadémia, Értekezések a Mathem. Tudom. Köréből. VII. Kötet, XVI. szám 1—11 ll. Budapest 1880.)

oder

$$\nabla^2\varphi = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\varphi$$

genügen.

Dabei ist a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, T die Periode, λ die Wellenlänge der Wellen; also $a = \lambda : T$.

Die Gleichungen gelten für ebene wie für Kugelwellen.

RÉTHY geht nun von den bekannten einfachsten zwei partikulären Lösungen dieser Gleichungen aus und benutzt dieselben zur Interpretierung der vorliegenden Frage.

1. Das erste Oszillationssystem (folgender Paragraph) ist dasjenige, in welchem die Vibrationen der gebeugten Strahlen sämtlich senkrecht sind auf eine bestimmte Richtung im Raum, auf die „Polarachse"; diese Vibrationen können im einfachsten Falle durch die einfache harmonische Oszillation einer starren Kugelfläche um diese Polarachse dargestellt werden; der Mittelpunkt der Kugel entspricht der Beugungsstelle und jeder Radius einem gebeugten Strahl, dessen Vibration gleich ist der Oszillation des Durchstoßungspunktes der erwähnten Kugelfläche.

2. Im zweiten Systeme (folgender Paragraph) sind die Normalen der Oszillationsebenen der gebeugten Strahlen sämtlich senkrecht auf eine bestimmte Richtung im Raume, auf die „Polarachse" (oder, wie man sagen kann, die Oszillationsebenen der gebeugten Strahlen enthalten alle diese Achse, oder auch: die Oszillationsebenen der gebeugten Strahlen sind sämtlich parallel der Polarachse). Diese Vibrationen kann man im einfachsten Falle mittels solcher einfacher harmonischer Oszillationen von Punkten einer Kugelfläche darstellen, welche längs Meridianen vor sich gehen, deren gemeinsame Schnittpunkte (Pole) in der Polarachse liegen; die Amplituden dieser Oszillationen nehmen, vom Äquator zum Pole gerechnet, mit dem Faktor $\sin\vartheta$ proportional ab, wobei ϑ den Winkel zwischen dem gebeugten Strahl und der Polarachse bedeutet.

§ 7. Die zirkumaxialen und die meridionalen Oszillationssysteme. Formale Übereinstimmung letzterer mit STOKES' Gesetz. Darstellung der Beobachtung mit demselben.

Es sei nun (Fig. 1) $\overrightarrow{OZ}$ die Polarachse, $\overrightarrow{OR}$ der gebeugte Strahl, R ein vibrierender Punkt desselben, x, y, z die Koordinaten seiner Ruhelage, $\overrightarrow{OR} = r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ seine Entfernung

Fig. 1.

von dem in der Gitterfläche befindlichen Erregungszentrum O, wobei r gegen die Wellenlänge λ sehr groß sei; ferner seien ξ, η, ζ die Vibrationskomponenten des Punktes R, σ deren Resultante, T die Periode, $2\pi\delta$ die Anfangsphase des homogenen Lichtes, A eine beliebige Konstante; außerdem sei

$$\cos\vartheta = \frac{z}{r}; \quad \sin\vartheta = \frac{1}{r}\sqrt{x^2 + y^2};$$

$$\cos\omega = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \sin\omega = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

1. Einfach-zirkumaxiales Oszillationssystem. Man erhält den von RÉTHY benutzten einfachsten Fall der Systeme

erster Art, wenn man in die Gleichungen des vorigen Paragraphen setzt:

$$U=0,\quad V=0,\quad W=+\varphi=+\frac{A}{r}\cos 2\pi\left\{\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}+\delta\right\},$$

$$\xi=+\frac{\partial\varphi}{\partial y}=+\sigma\sin\omega,\quad \eta=-\frac{\partial\varphi}{\partial x}=-\sigma\cos\omega,\quad \zeta=0,$$

wobei, wenn man die mit dem Faktor $\frac{1}{r^2}$ behafteten Glieder gegen diejenigen, die den Faktor $\frac{1}{r\lambda}$ enthalten, vernachlässigt:

$$\sigma=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\cdot\sin\vartheta\cdot\sin 2\pi\left\{\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}+\delta\right\}.$$

Die Oszillationen genügen der Bedingung der Transversalität:

$$\xi\cdot\frac{x}{r}+\eta\cdot\frac{y}{r}+\zeta\cdot\frac{z}{r}=0;$$

ihre Intensität ist mit $\sin^2\vartheta$ proportional; jeder Punkt schwingt längs der Tangente des durch seine Ruhelage gehenden, zur Z-Achse senkrechten Parallelkreises, also sind die Richtungen der Oszillationen hier symmetrisch um die Z-Achse verteilt und liegen in Parallelkreisen geordnet um dieselbe herum.

Demnach schlage ich vor, dieses System mit Recht als das einfach-harmonische zirkumaxiale Oszillationssystem zu bezeichnen.

2. Einfach-meridionales Oszillationssystem. Man erhält den von RÉTHY benutzten einfachsten Fall der Systeme zweiter Art, wenn man in die Gleichungen des vorigen Paragraphen setzt:

$$U'=0,\quad V'=0,\quad W'=+\varphi'=+\frac{A'}{r}\cdot\sin 2\pi\left\{\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}+\delta'\right\},$$

$$U=\xi'=+\frac{\partial\varphi'}{\partial y},\quad V=\eta'=-\frac{\partial\varphi'}{\partial x},\quad W=\zeta'=0,$$

und daraus die eigentlichen Vibrationskomponenten:

$$\xi=\frac{\partial W}{\partial y}-\frac{\partial V}{\partial z}=-\frac{\partial\eta'}{\partial z}=+\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x\,\partial z}=-\sigma\cos\vartheta\cos\omega,$$

$$\eta=\frac{\partial U}{\partial z}-\frac{\partial W}{\partial x}=+\frac{\partial\xi'}{\partial z}=+\frac{\partial^2\varphi'}{\partial y\,\partial z}=-\sigma\cos\vartheta\sin\omega,$$

$$\zeta=\frac{\partial V}{\partial x}-\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{\partial\eta'}{\partial x}-\frac{\partial\xi'}{\partial y}=-\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi'}{\partial y^2}=+\sigma\sin\vartheta,$$

dabei ist mit derselben Vernachlässigung wie vorher:

$$\sigma = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{A'}{r} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin 2\pi \left\{\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta\right\}.$$

Auch diese Oszillationen genügen der Bedingung der Transversalität

$$\xi \cdot \frac{x}{r} + \eta \cdot \frac{y}{r} + \zeta \cdot \frac{z}{r} = 0,$$

und gehen längs der Tangente des jeweiligen Meridians vor sich; ihre Intensität ist ebenfalls proportional mit $\sin^2\vartheta$.

Also auch hier sind die Richtungen der Oszillationen symmetrisch um die Z-Achse und liegen längs den diese Achse enthaltenden Meridianen geordnet, so daß demnach alle Schwingungsebenen diese Achse enthalten.

Demzufolge schlage ich vor, dieses System als das einfach-harmonische meridionale Oszillationssystem zu bezeichnen.

Man bemerkt aber auch sofort, daß hier die Anordnung der Schwingungsebenen um die Polarachse genau dieselbe ist, wie die Anordnung dieser Ebenen um die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes bei STOKES' Gesetz (§ 2 A) Punkt 1; I., Punkt c).

Die allgemeineren Fälle der betrachteten Systeme unterscheiden sich von den unter 1. und 2. erwähnten einfachsten Fällen dadurch, daß φ und φ' der allgemeinen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \cdot \nabla^2\varphi$$

in der Weise genügen, daß A und δ, beziehentlich A' und δ' gewisse Funktionen der Koordinaten x, y, z sein können. RÉTHY erwähnt diese allgemeineren Fälle nur deshalb, um eine allgemeinere Deutung der Polarachse geben zu können, gibt aber keine Anwendung derselben.*

* Es muß indes hier bemerkt werden, daß RÉTHY sich auf eine Erörterung der physikalischen Erregungsart der beiden einfachsten Schwingungssysteme nicht einläßt; jedoch erwähnt schon R. T. GLAZEBROOK (folgender Paragraph), daß die erste Bewegungsart stattfinden würde, wenn jedes Ele-

Es sei hier die Bemerkung gestattet, daß A und δ bezw. A' und δ' beliebige, jedoch solche Funktionen von x, y, z sein können, welche bei Differentiierung nach den Koordinaten nur Glieder niedrigerer Wertordnung, als die durch ebensolche Differentiierung des Teiles $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot r$ des Argumentes des Sinus oder des Kosinus entstehenden ergeben; dann genügen φ und φ' in der angegebenen Annährung der Wellengleichung, und die Systeme der Polarisationsrichtungen (also auch die Polarachsen) bleiben dieselben wie bei konstanten A und δ bezw. A' und δ'.*

---

ment der Gitterfläche, als kleine Kugel betrachtet, um die Z-Ache eine oszillatorische Rotation von der Periode T ausführen würde; doch wäre es schwer einzusehen, wie eine solche Bewegung entstehen könnte. Die zweite Schwingungsart würde bei Einwirkung einer periodischen, zur Z-Achse parallelen Kraft auf jedes Gitterelement entstehen.

Übrigens sieht man, daß die hier erwähnten partikulären Lösungen für den unendlichen Raum gelten und für die Erregungsstelle $r = 0$ diskontinuierlich werden, weil sie gar keine physikalischen Grenzbedingungen enthalten.

Andrerseits aber möge erwähnt werden, daß diese beiden Lösungssysteme mit den ganz strengen Lösungen zweier einfacher, fest-elastischer Bewegungsprobleme in unmittelbare Verbindung gebracht werden können, nämlich mit den Problemen der resultierenden Bewegung in einem unbegrenzten inkompressiblen, elastischen Medium, wenn in demselben gegeben ist:

1. Die um eine fixe Achse vor sich gehende oszillatorische Rotation einer starren Kugel;

2. Die geradlinige Oszillation einer starren Kugel.

Diese Probleme können mit ihren Grenzbedingungen ohne jegliche Vernachlässigung streng gelöst werden [W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik Bd. II, p. 756. 759. 761. 762, Leipzig 1896; einfachere Darstellung in § 14, 19 u. 20 dieser Arbeit]; es zeigt sich dann, daß für gegen λ große r die strengen Lösungen ganz außerordentlich annäherungsweise in die oben angeführten beiden Systeme übergehen.

* In welcher Weise aus bekannten einfachen Lösungssystemen allgemeinere solche Systeme dargestellt werden können, zeigten Fröhlich [Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. VI, p. 422 (Anm.), 1879; ferner im ungarischen Texte von Réthys zitierter Abhandlung, p. 7, wo auf meine briefliche Mitteilung vom Jahre 1878 Bezug genommen ist], ferner Réthy [p. 507 des deutschen Textes seiner oben erwähnten Arbeit, 1880] und G. Kirchhoff [Sitzungsberichte der kgl. pr. Akademie der Wiss. zu Berlin, Math.-phys. Klasse, vom 22. Juni 1882, p. 643] u. a. a. O.

Um nun die hier zu betrachtenden Oszillationsve
mit der Polarisationsebene in Beziehung zu bringen, g
folgende Überlegungen anzustellen.

α) Nimmt man an, die Polarisationsebene des j
linear-polarisierten Strahles falle mit seiner Oszillat
zusammen, dann gelten die unter 1. und 2. ausges
Beziehungen der Oszillationsrichtungen und -ebenen in d
Reihenfolge auch für die Polarisationsrichtungen

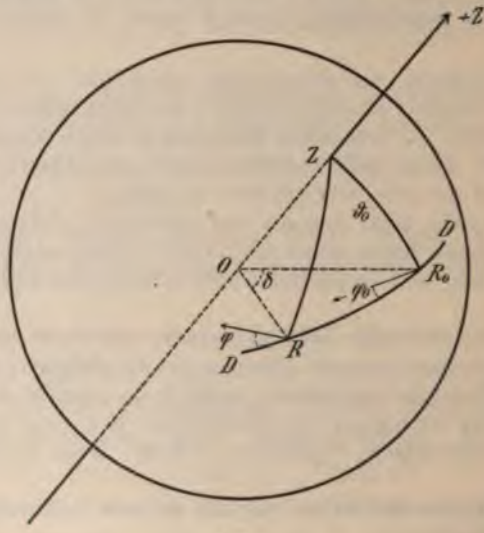


Fig. 2.

die in der Polarisationsebene, senkrecht zum Strahl
Richtungen) und -ebenen.

β) Nimmt man an, die Polarisationsebene des
linear-polarisierten Strahles sei senkrecht zu sei
lationsebene, dann gelten die unter 1. und 2. ausges
Beziehungen der Oszillationsrichtungen und -ebenen
gekehrter Reihenfolge für die Polarisationsrichtu
-ebenen.

Man kann demnach mit RÉTHY, ohne Rücksich
ob man die Oszillationsrichtungen in der Polar
ebene oder senkrecht dazu annimmt, aussprechen

1. Es kann solche Beugungsgitter geben, welche die Polarisationsebene des linear-polarisiert einfallenden Lichtes mittels Beugung in der Weise drehen, daß dabei die Polarisationsrichtung des beliebig (reflektiert- oder durchgehend-) gebeugten Strahles stets senkrecht sei zu einer bestimmten Richtung im Raume, der „Polarachse".

2. Es kann solche Beugungsgitter geben, welche die Polarisationsebene des linear-polarisiert einfallenden Lichtes mittels

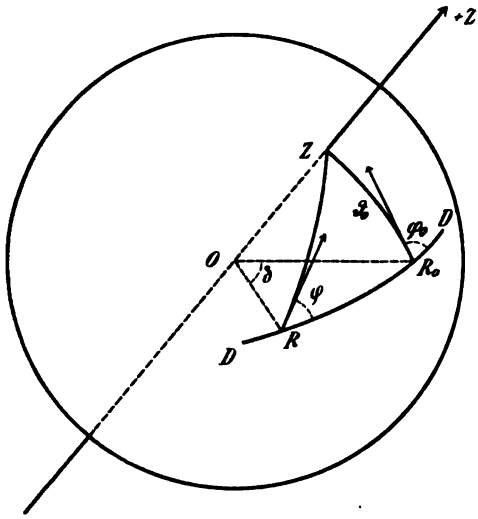


Fig. 3.

Beugung in der Weise drehen, daß dabei die Normalen der Polarisationsebenen der beliebig (reflektiert- oder durchgehend-) gebeugten Strahlen stets senkrecht seien zu einer bestimmten Richtung im Raume, der „Polarachse".

Beistehende Fig. 2 und 3 veranschaulichen diese zweierlei Zurechtlegungen; in beiden bedeutet $\overline{OZ}$ die Polarachse, OR_0 den regulär-reflektierten (eventuell -gebrochenen) Strahl; $\overline{OR}$ den beliebig gebeugten Strahl, (OR_0R) die Beugungsebene, φ_0 und φ die auf diese Ebene bezogenen Polarisationsazimute dieser beiden Strahlen, ϑ_0 den (aus den Beobachtungsdaten zu bestimmenden) Winkel zwischen $\overline{OZ}$ und $\overline{OR_0}$, schließlich $\sphericalangle (R_0OR) = \delta$ den

(mit der Phase δ, Seite 107, 108, 109 nicht zu verwechselnden) Beugungswinkel. Unter Anwendung der Elemente der sphärischen Trigonometrie findet man sofort

1. nach der ersten Interpretierung aus Fig. 2:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \delta + \operatorname{cotg} \vartheta_0 \sec \varphi_0 \sin \delta;$$

2. nach der zweiten Interpretierung aus Fig. 3:

$$\operatorname{cotg} \varphi = \operatorname{cotg} \varphi_0 \cos \delta + \operatorname{cotg} \vartheta_0 \operatorname{cosec} \varphi_0 \sin \delta.$$

In diesen Formeln bedeuten φ_0 und ϑ_0 Konstanten, die aus den Beobachtungsdaten und zwar besonders für jede zu einem bestimmten Einfallswinkel und Einfallsazimut gehörige Beobachtungsreihe zu bestimmen sind.

RÉTHY brachte die erste der Formeln in die Form

$$\operatorname{tg} \varphi = C \cdot \sin (\delta + \varepsilon),$$

bestimmte die Konstanten C und ε aus meinen Beobachtungsreihen für die Einfallswinkel 85^0, 55^0, 25^0, und zwar mittels der Methode der kleinsten Quadrate und konnte in dieser Weise meine Beobachtungsdaten in genügender Weise darstellen. Indessen kann man aus diesem Umstande weder mehr noch etwas anderes folgern, als das, daß die beobachteten Polarisationsazimute sich mittels dieser Formel annähernd beschreiben lassen.

Insbesondere wäre es irrig, bezüglich des Amplitudenwertes auf die Richtigkeit des in den Ausdrücken von σ auftretenden Faktors $\frac{A}{r} \sin \vartheta$ schließen zu wollen; es würde dies nämlich eine um die Polarachse symmetrische Verteilung der Intensität der gebeugten Strahlen bedeuten, aber diese Symmetrie ist in der Erscheinung nicht vorhanden, weil die Intensität von der Lage, Form und Dimension der beugenden Öffnung ganz wesentlich beeinflußt wird.

Die Übereinstimmung mit RÉTHYs Formel bezieht sich also nur auf die Lage der Polarisationsebene, also auf das Amplitudenverhältnis der parallel und senkrecht zur Beugungsebene polarisierten Komponenten des gebeugten Strahles.

Man bemerkt ferner, daß die erste Formel auch STOKES'

Kosinusgesetz enthält, denn in dem speziellen Falle, wo $\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}$, wird aus ihr $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \delta$, als Ausdruck des erwähnten Gesetzes. Nun hat man aber dieses Gesetz bei einer solchen gebeugten Strahlenreihe für richtig gefunden, die in demselben Mittel, also ohne Änderung des Mediums entsteht und zwar bei normaler Inzidenz des auf die gefurchte Fläche fallenden, unter dem Azimut von 45° gegen die Furchenrichtung polarisierten Lichtes.*

RÉTHY meinte nun die Gültigkeit des aus seiner Formel als Spezialfall folgenden STOKESschen Gesetzes auch für reflektiert-gebeugte Strahlen annehmen zu können, wenn das einfallende Licht normal auf die reflektierende Gitterfläche fällt.** Indessen gestatte ich mir hier vorgreifend zu bemerken, daß aus meinen, in § 65 u. 66 dieser Arbeit quantitativ angeführten ausführlichen Beobachtungen der Polarisation der bei normaler Inzidenz entstehenden reflektiert-gebeugten Strahlen sich ganz unwiderleglich ergibt, daß STOKES' Gesetz in diesem einfachsten Hauptfalle mit der Erfahrung in vollem, unüberbrückbarem Widerspruche steht. Hingegen gilt in diesem Falle das von mir experimentell gefundene Gesetz der isogonalen Polarisation, welches mit einem von H. A. ROWLAND theoretisch gefundenen, bisher jedoch gänzlich unbeachteten, hypothetischen Gesetze übereinstimmt; vergl. übrigens § 13.

§ 8. R. T. GLAZEBROOK bringt STOKES' modifiziertes Gesetz zur Geltung: Die „fixe Schwingungsrichtung".

Mittels einer einfachen Voraussetzung gelangt R. T. GLAZEBROOK aus STOKES' Resultaten zur ersten Formel RÉTHYS und versucht in dieser Weise STOKES' Gesetz auch auf solche Beugungen anzuwenden, vielmehr auszudehnen, die bei schiefer Inzidenz stattfinden. GLAZEBROOK nimmt nämlich an, daß jeder Punkt der

* Vergl. K. EXNERS zweite Mitteilung, Fußnote des § 1 dieser Arbeit, oder dessen im § 5 zitierte Beobachtungen.

** Siehe p. 13 des ungarischen Textes der oben § 6 zitierten RÉTHYschen Abhandlung.

gefurchten Fläche parallel zu einer bestimmten Richtung
Raume kleine Oszillationen vollführe; die Richtung hänge
der Polarisation des einfallenden Lichtes und vom Einfallswi
ab. Diese fixe Richtung betrachtet nun GLAZEBROOK so,
ob dieselbe im gegenwärtigen Falle, vom Standpunkte der
wendung des STOKESschen Gesetzes, in dem wörtlichen Ausdr
desselben (die Oszillationsebene des gebeugten Strahles ent
stets die Oszillationsrichtung des einfallenden Strahles), die R

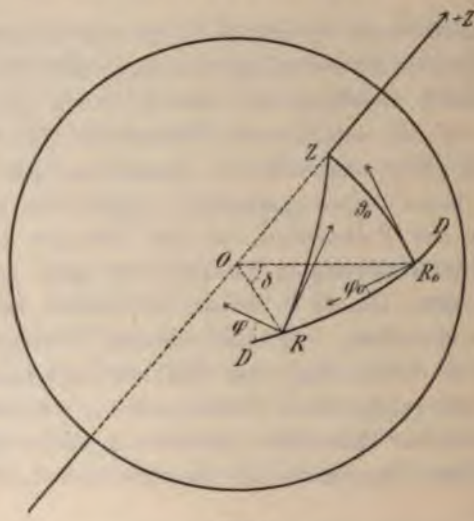


Fig. 4.

der Oszillationsrichtung des einfallenden Lichtes ü
nehmen würde. Mittels dieser Annahme ergänzt also GL
BROOK das STOKESsche Gesetz und bestimmt nun wie folg
Polarisationsebene des reflektiert-gebeugten Strahles*:

Es sei (Fig. 4) $\overline{OZ}$ die fixe Oszillationsrichtung der P
der Gitterfläche, $\overline{OR_0}$ der regulär-reflektierte Strahl, $\overline{OR}$ ei
liebiger, reflektiert-gebeugter Strahl, ϑ_0 der Winkel zwischen

* R. T. GLAZEBROOK, On the theory of some experiments of FRÖHL
the position of the plane of polarization of light, diffracted at reflexio
a grating. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society (A
1885), Volume V., p. 254—257; Cambridge 1886.

und OZ, ferner, wie in Figur 2 und 3 $\sphericalangle (R_0OR) = \delta$ der Beugungswinkel, $(DROR_0D)$ die Beugungsebene.

Dann müssen STOKES' Gesetz gemäß die Oszillationsebenen der Strahlen OR_0 und OR die fixe Richtung OZ enthalten, das ist, diese Ebenen sind die Meridianebenen OR_0Z und ORZ, und die Oszillationen der genannten Strahlen gehen längs der durch R_0 und R an die Meridianbogen $\widehat{R_0Z}$ und $\widehat{RZ}$ gezogenen und gezeichneten Tangenten vor sich.

In der weiteren Anwendung dieses Gesetzes benutzt GLAZEBROOK die FRESNELsche Auffassung, nämlich daß die Polarisationsebene und die Oszillationsebene aufeinander senkrecht seien; dann sind die Polarisationsazimute der Strahlen OR_0 und OR die in der Zeichnung ersichtlichen Winkel φ_0 und φ. Es bestehen somit zwischen den Winkeln φ, φ_0, ϑ_0, δ genau dieselben geometrischen Beziehungen, wie bei der ersten RÉTHYschen Interpretierung (Fig. 2), denn es sind auch hier die Polarisationsrichtungen sämtlich senkrecht zur fixen Richtung OZ; daher hat man auch hier

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \delta + \operatorname{cotg} \vartheta_0 \sec \varphi_0 \sin \delta.$$

Demnach können meine oben erwähnten Beobachtungsresultate mittels dieses verallgemeinerten STOKESschen Gesetzes eben so gut dargestellt werden, wie mittels RÉTHYS Vorgang; aber es ist einfach unmöglich auf Grund dieser Versuche zwischen den beiden Auffassungsweisen zu entscheiden.

GLAZEBROOK bestimmt schließlich für jede der meinerseits mitgeteilten sechs Beobachtungsreihen besonders die Konstanten φ_1 und φ_0.*

§ 9. W. KÖNIGS Beobachtungen. Ergänzung der Arbeiten FRÖHLICHS und RÉTHYS. Kontroverse.

Meine oben erwähnten Beobachtungen und deren Darstellungsweise durch RÉTHY und GLAZEBROOK bezogen sich auf linear polarisiertes reflektiert-gebeugtes Licht; doch bemerkte ich**, daß ich eine schwache, jedoch gut erkennbare elliptische

* GLAZEBROOK, l. c. p. 257.

** l. FRÖHLICH, p. 337 des oben § 6 zitierten deutschen Textes.

Polarisation einiger dieser Strahlen wahrnahm, die indes in erster Annäherung vernachlässigt werden konnte; ferner erwähnt auch RÉTHY*, daß seine Betrachtungsweise mit der größten Leichtigkeit auch auf elliptisch polarisiertes Licht ausgedehnt werden könne.

Durch diese Arbeiten veranlaßt, begann W. KÖNIG sich mit dem experimentellen und theoretischen Teil des erwähnten allgemeineren Falles zu beschäftigen.**

Die von ihm benutzte experimentelle Anordnung unterschied sich im wesentlichen von der von mir angewendeten dadurch, daß das Beobachtungsfernrohr noch mit einem BABINETschen Kompensator versehen war, zur Untersuchung desjenigen elliptisch polarisierten Lichtes, welches in von Glasgittern, von Silberkollodiumgittern und von Metallgittern reflektiert-gebeugten Strahlen auftritt.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildete dabei stets einen Winkel von 45° mit der Einfallsebene; die Bestimmung des Azimutes der großen Achse der Vektorenellipse des reflektiert-gebeugten Lichtes war großen Unsicherheiten unterworfen, während die Bestimmung der Phasendifferenz sicherere Daten lieferte.

Die mit einem Glasgitter von 0,01 mm Furchenabstand angestellten Versuche ergaben dieselben Resultate wie DITSCHEINERS oben erwähnte Beobachtungen (§ 4), und zwar sowohl in bezug auf den Gangunterschied der Komponenten als auch auf das Intensitätsverhältnis derselben; neuere oder genauere Resultate konnte KÖNIG trotz seiner Bemühungen nicht erzielen.

KÖNIG untersuchte auch von mit Lykopodiumstaub bedeckter Glasfläche reflektiertes Licht, und zwar bei den Einfallswinkeln $i = 58^0\,34'\,34''$ und $i = 56^0\,27'\,04''$, und bestimmte die Phasendifferenz des um den regulär reflektierten Strahl sich bildenden weißlichen Lichtes, und fand, daß dieselbe sich mit dem Einfallswinkel und dem Beugungswinkel in stetiger Weise ändere. Zwar

* M. RÉTHY, p. 512 des oben § 6 zitierten deutschen Textes.

** W. KÖNIG, Über die elliptische Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XVII, p. 1016—1036, 1882.

igte sich diese Änderung in der Nähe des Polarisationswinkels s sehr bedeutend, so sehr, daß für Strahlen, die von diesem Winkel etwa 5—6° Abweichung auf der einen oder der andern eite zeigten, die Phasendifferenz 0, bezüglich $\frac{\pi}{2}$ betrug, ganz in bereinstimmung mit DITSCHEINERS Resultaten.

Die von dem photographierten Gitter mit dem Intervall ,009036 mm reflektiert-gebeugten Strahlen zeigten in einem enng großen Winkelintervall elliptische Polarisation; außerhalb ieses Intervalles war das Licht dieser Strahlen linear polarisiert und eigte die schon seinerzeit von mir bei Glasgittern nachgewiesene llgemeine Eigenschaft, daß ihr Polarisationsazimut annähernd dasselbe sei, wie dasjenige des in derselben Richtung regulär-reflekierten Strahles; dieser Satz wurde hier von KÖNIG auch für ie Phasendifferenzen als gültig gefunden.

Seine Beobachtungen mittels des Metallgitters gehören nicht um Gegenstand dieser Arbeit, deshalb gehe ich auch auf dieelben hier nicht ein.

KÖNIG versucht nun seine eigenen Beobachtungen mittels iner einfachen Verallgemeinerung der von RÉTHY zur Darstellung einer Beobachtungen benutzten einfachsten Systeme zu interetieren; zu dem Zwecke geht er ebenfalls von der LAMÉLEBSCHschen Form der Lösungen aus:

$$\xi = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y};$$

zur Abkürzung

$$\vartheta = 2\pi \left\{ - \frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} + \delta \right\},$$

gilt für das erste System (A, B, C als Konstanten betrachtet)

$$U = \frac{A}{r} \cos \vartheta, \quad V = \frac{B}{r} \cos \vartheta, \quad W = \frac{C}{r} \cos \vartheta;$$

das zweite System

$$U = \frac{\partial W'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial z}, \quad V = \frac{\partial U'}{\partial z} - \frac{\partial W'}{\partial x}, \quad W = \frac{\partial V'}{\partial x} - \frac{\partial U'}{\partial y},$$

bei (A', B', C' als Konstanten betrachtet)

$$U' = \frac{A'}{r} \sin \vartheta, \quad V' = \frac{B'}{r} \sin \vartheta, \quad W' = \frac{C'}{r} \sin \vartheta.$$

Diese Ausdrücke, die im allgemeinen einen Komplex linear polarisierter Kugelwellen darstellen, verallgemeinert KÖNIG dadurch, daß er in die Ausdrücke für U, V, W und U', V', W' an Stelle von ϑ der Reihe nach

$$\vartheta + \alpha, \quad \vartheta + \beta, \quad \vartheta + \gamma,$$

setzt, wobei α, β, γ voneinander verschiedene Anfangsphasen bedeuten. In dieser Weise stellen die Ausdrücke zwei Systeme elliptisch-polarisierter Kugelwellen dar, deren jedes sechs voneinander unabhängige Konstanten enthält.

Wendet man nun die so erhaltenen Ausdrücke an zur Darstellung des Amplitudenverhältnisses und der Phasendifferenz der zur Beugungsebene parallelen und dazu senkrechten Komponenten der in dieser Ebene liegenden gebeugten Strahlen und wählt man die Konstanten in geeigneter Weise, so findet man mit KÖNIG solche Formeln, welche die von ihm beobachteten Phasendifferenzen in genügender Weise wiedergeben. —

Indes ist zu bemerken, daß bei diesen theoretischen Entwicklungen der Einfluß der Lichtbeugung auf die Amplitude und Phase der einzelnen Komponenten der Strahlen bei gewissen Kombinationen dieser Komponenten aus den Rechnungsresultaten fortfällt und zwar: a) bei linear-polarisiertem Lichte aus dem Amplitudenverhältnis der beiden Komponenten (also bei der Vergleichung der FRÖHLICHschen Beobachtungen mit der RÉTHYschen Formel); b) bei elliptisch-polarisiertem Lichte aus der Phasendifferenz der beiden Komponenten (also bei Vergleichung der KÖNIGschen Beobachtungen mit der von ihm aufgestellten Formel).

Wenn man aber die aus der RÉTHYschen und der KÖNIGschen Auffassung für die einzelnen Komponenten selbst sich ergebenden theoretischen Resultate und Formeln, dabei konstante Amplituden und Anfangsphasen angenommen, mit der Erfahrung vergleicht, so findet man sehr bedeutende, bei Metallgittern sogar mehrere hundert Prozent betragende Abweichungen, die mit diesen Formeln nicht zum Verschwinden gebracht werden können, die demnach den Gültigkeitsbereich der RÉTHYschen und der KÖNIGschen Formeln erheblich einengen.

Hieraus entstanden Bemerkungen und Gegenbemerkungen,

mit welchen wir uns jedoch hier nicht beschäftigen wollen, weil sie den Gegenstand vorliegender Arbeit nicht unmittelbar berühren; es sei hier nur erwähnt, daß RÉTHY seine allgemeineren Lösungssysteme dafür geeignet hält, um mittels derselben mit der Erfahrung übereinstimmende Ausdrücke zu gewinnen, wenn man in jenen die Amplituden und die Phasen als Funktionen der Koordinaten betrachtet.*

Fernerweitige erwähnenswerte Beobachtungen, die sich auf die Polarisation des von Glasgittern stark gebeugten Lichtes beziehen, fanden sich in der Litteratur nicht vor.

§ 10. Die strenge POISSON-KIRCHHOFFsche Form des HUYGHENSschen Prinzips in der Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes: im Geltungsfalle würde sie zu STOKES' Gesetz führen. FR. KOLAČEKs Bemerkungen. POINCARÉS Theorie.

Die von KIRCHHOFF herrührende strengere Formulierung des HUYGHENSschen Prinzips möge hier zu dem Zwecke Erwähnung finden, um zu zeigen, daß seine gewöhnliche Anwendung als Summe von Elementarwirkungen ungestörter sekundärer Erregungen beschränkter Teile von HUYGHENSschen Flächen zu unzulässigen Folgerungen führt, wenn man die Richtung des Lichtvektors der unter großen Beugungswinkeln gebeugten Strahlen ausdrücken will.

Es sei O_1 die erregende Quelle, O_2 der Punkt des Raumes, in welchem man die Erregung bestimmen will, f eine O_2 umschließende Fläche, df ein Element derselben, r_1 und r_2 die Entfernungen desselben von O_1 und O_2, ferner n die zu df gehörige

* I. FRÖHLICH, Kritisches zur Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes, *Math. u. Naturwissensch. Berichte aus Ungarn*, Bd. II, p. 365—384, Budapest 1884; *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XXII, p. 161—179, 1884. (Auch in ungarischer Sprache: Kritikai megjegyzések az elhajlitott fény polározása elméletéhez. M. T. Akadémia, Math. és Termtt. Értesitöje, I. Kötet, 211—229 ll., Budapest 1884.) M. RÉTHY, Bemerkungen zur Abhandlung I. FRÖHLICHS Kritisches zur Theorie des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XXIV, p. 282—287, 1885. (Auch in ungarischer Sprache: Megjegyzések FRÖHLICH I. l. t. dolgozatához: Kritikai megjegyzések az elhajlitott fény polározása elméletéhez, M. T. Akadémia Math. és Termtt. Értesitöje, III. Kötet, 38—43 ll., Budapest 1885.)

nach dem Innenraum von f gezogene Normale, $\varrho_f(t)$ der Wert des Lichtvektors in df, ϱ_2 der Wert des erregten Vektors in O_2, dann gilt strenge*:

$$\varrho_2 = \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \frac{\partial}{\partial r_2} \left[\frac{1}{r_2} \varrho_f \left(t - \frac{r_2}{v} \right) \right] \cos(r_2 n) - \frac{1}{r_2} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \varrho_f \left(t - \frac{r_2}{v} \right) \right\} df.$$

Demnach kann ϱ_2 bestimmt werden, wenn ϱ_f und $\frac{\partial \varrho_f}{\partial n}$ für alle Elemente der Fläche f bekannt sind. Die in O_2 entstehende Erregung ϱ_2 kann daher strenge so aufgefaßt werden, als ob dieselbe in der Weise zustande käme, daß jedes Element der Fläche f ein sekundäres Erregungszentrum wäre, welches nach dem unter dem Integralzeichen in der $\{\}$-Klammer ausgedrückten Gesetze mit der Geschwindigkeit v die Erregung nach O_2 sendet.**

Dies Gesetz ist im allgemeinen nicht einfach und für komplizierte Lichtquellen kaum zu bestimmen, weil dann ϱ_f und $\frac{\partial}{\partial n}\varrho_f$ nicht bekannt sind; doch im unbegrenzten Raume, für einen leuchtenden Punkt O_1, dessen Entfernung r_1 von allen Punkten von f sehr groß ist im Verhältnis zur Wellenlänge λ, kann irgend-

* G. Kirchhoff, Sitzungsberichte der Berliner Akademie, Math.-Phys. Klasse vom 22. Juni 1882, p. 663 u. 664 oder auch Vorlesungen über mathematische Optik, herausgegeben von K. Hensel, Leipzig 1891, p. 27 oder auch P. Drude, Lehrbuch der Optik, Leipzig 1900, p. 167 u. a. a. O.

Eine Darstellung der strengen Formulierung des Huygensschen Prinzips von F. Pockels findet sich in *Winkelmanns Handbuch der Physik*, 2. Aufl., Bd. VI, Optik, p. 1039—1047, Leipzig 1906. Derselbe gibt auch eine treffende Bemerkung über den Grund, weshalb Kirchhoffs Formel in solchen Fällen nicht angewendet werden kann, wenn in dem lichterregten Raum ein Teilchen abweichender Beschaffenheit vorhanden ist, l. c. Fußnote 5, p. 1114.

** In bezug auf die Geltung dieses Satzes sehe man auch die interessante Arbeit von A. E. H. Love, Wave motions with discontinuities at wave-fronts, Math. Soc., Lond. Jan. 8 1903; Proceedings of the London Mathematical Society (2) I, p. 37—62, 1903. Es wird hier unter anderem gezeigt, daß man in der abstrakten Wellentheorie drei Typen von Wellen mit Begrenzungen unterscheiden kann, nämlich a) wenn ϱ_f und $\frac{\partial}{\partial n}(\varrho_f)$ stetig, b) wenn ϱ_f stetig und $\frac{\partial}{\partial n}(\varrho_f)$ unstetig ist, c) wenn beide unstetig sind; ferner weist Love nach, daß obiges Poisson-Kirchhoffsche Theorem nur im Falle a) als strenge bewiesen zu betrachten ist.

welche Erregungskomponente an df geschrieben werden:

$$\varrho_f = \frac{A(x, y, z)}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta\right).$$

Bildet man damit ϱ_2 und läßt dabei die Glieder fort, die außerhalb des goniometrischen Funktionszeichens von der Ordnung $\frac{1}{r \cdot r \cdot r}$ sind, gegenüber denjenigen von der Ordnung $\frac{1}{r \cdot r \cdot \lambda}$, so bleibt

$$\varrho_2 = \int \frac{A(x, y, z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos \gamma_1 + \cos \gamma_2}{2\lambda} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta\right) df,$$

wobei $\gamma_1 = \sphericalangle (r_1, n)$, $\pi - \gamma_2 = \sphericalangle (r_2, n)$ und das erwähnte Gesetz deutlich ersichtlich ist.

Es ist nun zu bemerken, daß der wahren Deutung dieses Satzes gemäß, ϱ_f an der Fläche und ϱ_2 in O_2 immer dieselbe Eigenschaft (also dieselbe Komponente oder dieselbe Funktion) der Erregung bedeutet, daß der Satz also für jegliche Komponente, für jegliche Wirbelkomponente und überhaupt für jegliche Funktion der Erregung besonders gültig und anzuwenden ist.

Bei Anwendung dieses Satzes auf die Theorie der Beugungserscheinungen bedeutet f die beugende Fläche; ferner bedient man sich fast immer der sehr vereinfachenden Voraussetzung, daß ϱ_f und $\frac{\partial}{\partial n}(\varrho_f)$ an der beugenden Fläche dieselben Werte haben als wenn der Beugungsschirm nicht vorhanden wäre, das ist, man vernachlässigt in erster Annäherung die störende Wirkung des Schirmes, besonders seines Randes.

Um nun ein einfaches Bild der auftretenden Verhältnisse zu erhalten, seien die Ausdrücke der Erregungskomponenten an der beugenden Fläche f von der Form

$$\xi = \frac{A}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_x\right),$$

$$\eta = \frac{B}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_y\right),$$

$$\zeta = \frac{C}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_z\right),$$

wobei $A, B, C, \delta_x, \delta_y, \delta_z$ Funktionen der Koordinaten x, y, z von df sein können, und demnach der leuchtende Punkt in O_1 nicht von der einfachsten Art sein muß.

Verlegt man den Anfangspunkt der Koordinaten in das Zentrum des leuchtenden Punktes O_1, so sind dessen Koordinaten $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $z_1 = 0$; ferner seien diejenigen von O_2 x_2, y_2, z_2, und man hat

$$r_1 = x^2 + y^2 + z^2, \quad r_2^2 = (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2.$$

Nun sind nach obigem Satze diejenigen Teile der Erregungskomponenten ξ_2, η_2, ζ_2 in O_2, welche man als von dem an df liegenden sekundären Erregungszentrum herrührend betrachten kann:

$$d\xi_2 = \frac{A(x,y,z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta_x(x,y,z)\right) df,$$

$$d\eta_2 = \frac{B(x,y,z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta_y(x,y,z)\right) df,$$

$$d\zeta_2 = \frac{C(x,y,z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta_z(x,y,z)\right) df.$$

Die resultierenden Komponenten ξ_2, η_2, ζ_2 sind Aggregate solcher Ausdrücke; bei kleinen Beugungsöffnungen bleibt indessen nur der angeschriebene Ansatz.

Der an df auftretende Lichtvektor ist longitudinal oder transversal, jenachdem seine Komponenten der Bedingung genügen:

$$\xi : \eta : \zeta = x : y : z \quad \text{oder} \quad \xi \frac{x}{r_1} + \eta \frac{y}{r_1} + \zeta \frac{z}{r_1} = 0;$$

ebenso ist der von dem an df supponierten Erregungszentrum herrührende, in $O_2(x_2, y_2, z_2)$ entstehende Vektor longitudinal oder transversal, jenachdem

$$d\xi_2 : d\eta_2 : d\zeta_2 = (x_2 - x) : (y_2 - y) : (z_2 - z)$$

oder

$$d\xi_2 \frac{x_2 - x}{r_2} + d\eta_2 \frac{y_2 - y}{r_2} + d\zeta_2 \frac{z_2 - z}{r_2} = 0.$$

Es sei nun der an df anlangende Vektor ϱ_f linear und transversal, also

$$\delta_x = \delta_y = \delta_z = \delta, \qquad A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = 0;$$

dann wird für eine kleine beugende Öffnung der Beugungsvektor $d\varrho_2$ und dessen Komponenten

$$\left.\begin{aligned} d\xi_2 &= A(x,y,z) \\ d\eta_2 &= B(x,y,z) \\ d\zeta_2 &= C(x,y,z) \end{aligned}\right\} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda r_1 r_2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta\right) df.$$

Die Komponenten ξ, η, ζ und $d\xi_2, d\eta_2, d\zeta_2$ stehen hier zueinander im selben Verhältnis

$$\xi : \eta : \zeta = A(x, y, z) : B(x, y, z) : C(x, y, z) = d\xi_2 : d\eta_2 : d\zeta_2,$$

das ist, der an df auffallende Lichtvektor ϱ_f und der nach dieser Theorie aus dem an df entstehenden sekundären Erregungszentrum im Punkte O_2 hervorgerufene Lichtvektor $d\varrho_2$ sind zueinander parallel.

Der Beugungsvektor $d\varrho_2$ erfüllt demnach die Bedingung der Transversalität:

$$d\xi_2(x_2 - x) + d\eta_2(y_2 - y) + d\zeta_2(z_2 - z) = 0,$$

oder

$$A(x_2 - x) + B(y_2 - y) + C(z_2 - z) = 0$$

nur dann, wenn

$$(x_2 - x) : (y_2 - y) : (z_2 - z) = x : y : z,$$

also wenn r_2 in der Fortsetzung von r_1 liegt.

Es folgt also, daß jeder gebeugte Strahl, der nicht nahezu in der Richtung des einfallenden liegt, einen nicht-transversalen Beugungsvektor besitzt, trotzdem daß r sehr groß ist im Verhältnis zu λ.*

---

* Ähnliche Schwierigkeiten berührt schon Fr. Kolaček, Über die analytische Darstellung des Huygensschen Prinzips, Sitzungsberichte der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften (Mathem.-Naturwissenschaftl. Klasse, Jahrgang 1894, Stück XIX vom 11. Mai 1894, p. 1—12, Prag 1895); Auszug: Fortschritte der Physik, Jahrgang 50, Bd. 2, p. 12—14, 1896. Er kommt im Wesentlichen zur Kirchhoffschen Formulierung dieses Prinzipes und bemerkt, daß das supponierte elementare Strahlungsgesetz, welches in dem Integralausdruck vorkommt, nämlich

$$\frac{df}{2\lambda r_1 r_2} \cdot (\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2),$$

in dem Falle, wenn f eine um den leuchtenden Punkt geschlagene Kugelfläche bedeutet, übergeht in das von Stokes für die Intensität der Elementarwelle aufgestellte Gesetz; hierauf fährt er fort:

„Zuvörderst ergab sich, daß wenn auch die Wirkung einer geschlossenen Fläche zu rein transversalen Wellen führen muß, sobald diese Eigenschaft den vom Lichtpunkte direkt ausgesandten Wellen zukommt, daß beschränkte Teile der Huygensschen Fläche durchaus nicht zu transversalen Wellen führen müssen. Andererseits bekam ich verschiedene Resultate, jenachdem in die

Nun zeigen aber erfahrungsgemäß alle gebeugten Strahlen die charakteristischen Eigenschaften des transversalen Lichtvektors; würde man hier etwa annehmen, daß nur die transversale Komponente von $d\varrho_2$ den eigentlichen Lichtvektor des gebeugten Strahles bilde, so müßte dieser Lichtvektor in der Ebene $(r_2, d\varrho_2)$, also in der Ebene (r_2, ϱ_1) liegen; demnach wäre der Lichtvektor des gebeugten Strahles transversal zu diesem Strahle und läge in der durch den auffallenden Lichtvektor und den gebeugten Strahl gehenden Ebene; dies ist aber genau STOKES' Gesetz (§ 2, Abschnitt I, Punkt c).

Rechnung die direkten Exkursionen oder die Wellenfunktionen eingeführt wurden."

Ist ferner $\int \Omega\, df$ die Wirkung der den leuchtenden Punkt umschließenden HUYGHENSschen Fläche f in einem äußeren Punkt und bedeutet $\int \Omega'\, df$ die Wirkung derselben geometrischen Fläche f, deren Elemente jedoch von außerhalb von f liegenden beliebigen Lichtquellen erregt werden, auf denselben Punkt, dann ist dem Satze zufolge $\int \Omega'\, df = 0$ und daher kann auch $\int (\Omega + \Omega')\, df = \int \Omega\, df$ als Wirkung derselben Fläche gesetzt werden. Demnach würde das beliebige elementare Strahlungsgesetz $(\Omega + \Omega')\, df$ gelten können, ohne daß die Wirkung der ganzen HUYGHENSschen Fläche im Außenpunkte eine andere sein würde. Die äußeren Lichtquellen sind hier nur als mathematisches Hilfsmittel eingeführt. Daraus schließt KOLAČEK, daß es nicht ein solches Strahlengesetz, sondern deren unendlich viele geben könne; es ist dies eine ganz zutreffende Illustration zu dem zeitlich späteren, hier in § 3 erwähnten Ausspruch Lord RAYLEIGHS.

Wenn jedoch weiter KOLAČEK behauptet, daß es überhaupt kein elementares Strahlungsgesetz gebe, so kann diesem Ausspruch nur eine mathematische, keinesfalls aber eine physikalische Bedeutung zuerkannt werden. Der Verfasser fügt zwar erklärend hinzu: „damit wird nicht behauptet, daß die mit Gittern angestellten Polarisationsversuche einer theoretischen Deutung überhaupt nicht fähig wären, namentlich dann, wenn die Resultate vollkommen eindeutig und klar sind."

Dieser Auffassung gegenüber sei mir gestattet zu bemerken, daß solche Versuche, wenn dieselben in der Art angestellt sind, wie die in bezug der durch ultramikroskopische suspendierte Teilchen hervorgerufenen optischen Erscheinungen, oder wie meine in dieser Schrift beschriebenen, welche die Unabhängigkeit der Polarisationsverhältnisse im gebeugten Lichte von dem, innerhalb der zulässig weitesten Grenzen variierten Gitterintervall erweisen, sehr wohl geeignet sind, die Elementargesetze der Lichtstrahlung sekundärer Erregungsquellen, insofern man im physikalischen Sinne von solchen sprechen kann, experimentell festzustellen.

Diese Betrachtung gilt gleicherweise für die Komponenten ξ, η, ζ der elastischen linearen Elongation oder u, v, w der Rotation, oder in der elektro-magnetischen Auffassung für die Komponenten X, Y, Z der elektrischen oder L, M, N der magnetischen Kraft, oder der elektrischen oder der magnetischen Verschiebung.

Doch gerade diese Annahme, obwohl sie sehr verbreitet ist, wird von H. POINCARÉ auf das schärfste angegriffen.*

Er entwickelt auf elektro-magnetischer Grundlage eine Theorie dieser Erscheinungen, findet jedoch, daß seine Resultate unbefriedigend und mit der Erfahrung in vieler Hinsicht in Widerspruch sind. Da seine Entwicklungen in A. SOMMERFELDS Untersuchungen verallgemeinert sind, beschränken wir uns hier auf die Wiedergabe der Resultate der letztern (§ 11).

§ 11. A. SOMMERFELDS Theorie. GOUYS Versuche.

In einer ausführlichen Arbeit untersucht A. SOMMERFELD** in mathematisch strenger Weise den Fall der Beugung des von einer unendlich geradlinigen Lichtquelle einfachster Art ausgesendeten Lichtes durch den geradlinigen Rand eines unendlich dünnen und vollkommen absorbierenden Schirmes; der also, etwa wie eine sehr dünne hochpolierte Silberschicht, kein Licht durch-

* H. POINCARÉ, Théorie mathématique de la Lumière, vol. II, § 128—135, p. 213—226, Paris 1892.

** A. SOMMERFELD, Mathematische Theorie der Diffraktion, *Math. Ann.* Bd. XLVII, p. 317—374, 1896. Eine von physikalischem Standpunkt vorzügliche Analyse dieser Arbeit gibt P. DRUDE, Lehrbuch der Optik, p. 188 bis 197, Leipzig 1900; einen noch ausführlicheren Auszug F. POCKELS: *Winkelmanns Handbuch der Physik*, 2. Auflage, Bd. VI, Optik, p. 1095—1106, Leipzig 1906. Daran schließt sich, p. 1106—1110, eine Analyse der Abhandlung K. SCHWARZSCHILDS über die Beugung durch einen Spalt in einem vollkommen reflektierenden Schirme [*Mathem. Annalen* Bd. 55, p. 177—247, 1901]. Es genüge, hier nur diejenigen Resultate dieser Theorie zu erwähnen, die in bezug auf die Polarisation des gebeugten Lichtes von Interesse sind: Bei einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte ist das durch einen gegen λ breiten Spalt gebeugte Licht auch unter beträchtlichen Beugungswinkeln unpolarisiert; ferner: Bei einfallendem linearpolarisierten Lichte ist das gebeugte Licht elliptisch polarisiert.

läßt, dasselbe aber vollkommen reflektiert; die Lichtquelle und der Rand seien parallel zueinander.

SOMMERFELD betrachtet die beiden Fälle, wo das einfallende Licht senkrecht und parallel zur Schirmkante polarisiert ist und gibt nun eine strenge Lösung der Differentialgleichung des Lichtvektors, welche der Grenzbedingung dieser Fälle entspricht. Er findet, daß dieses genaue Resultat mit der KIRCHHOFFschen Form des HUYGHENSschen Prinzips für solche Punkte des Raumes übereinstimmt, welche hinreichend nahe zur geometrischen Schattengrenze und hinreichend weit vom beugenden Rande liegen.

Für vorliegende Arbeit hat der Ausdruck der Lichtintensität im Schattenraume besonderes Interesse; bedeutet φ' den Winkel zwischen dem einfallenden Lichte und der Schirmebene, φ den Winkel, den der vom beugenden Rande zum untersuchten Punkte gezogene Lichtstrahl mit der Schirmebene bildet, so findet man für die Intensität, jenachdem das einfallende Licht senkrecht oder parallel zum Rande polarisiert ist:

$$I_\perp = \frac{A^2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda}{r} \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\varphi \cos \frac{1}{2}\varphi'}{\cos \varphi - \cos \varphi'} \right)^2, \qquad I_\parallel = \frac{A^2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda}{r} \left(\frac{\cos \frac{1}{2}\varphi \sin \frac{1}{2}\varphi'}{\cos \varphi - \cos \varphi'} \right)^2;$$

dabei muß λ/r sehr klein sein und $\varphi < \varphi'$.

Diese Theorie sagt aus, daß am Schirm selbst, wo $\varphi = 0$, das Licht stets parallel zur Schirmkante polarisiert ist und für wachsende φ die beiden Intensitäten zunehmen, jedoch so, daß $I_\parallel$ stets größer bleibt als $I_\perp$, doch wird deren Unterschied umso geringer, je näher der Punkt zur geometrischen Schattengrenze liegt.

Dieses Resultat stimmt im allgemeinen mit der Erfahrung überein, weniger stimmt jedoch ein anderes Resultat dieser Theorie, daß, unabhängig von der Natur des Schirmes, bei stark gebeugtem Lichte die Farben größerer Wellenlängen überwiegen müßten.

GOUYS Versuche* stehen diesen theoretischen Betrachtungen

* GOUY, Sur la polarisation de la lumière diffractée, C. R. XCVI, p. 697—699, 1883; Sur la diffraction de la lumière dans l'ombre d'un écran à bord rectiligne, C. R. XCVIII, p. 1573—75, 1884; Recherches experimentales sur la diffraction, *Ann. d. Chemie et de Physique* (6) VIII, p. 145—192, 1886.

zwar genügend nahe, zeigen aber doch ganz wesentliche Abweichungen von den hypothetischen Vorbedingungen. Er ließ konzentriertes Licht einer intensiven Lichtquelle auf eine sehr dünne, scharfe Kante verschiedenen Materials fallen und untersuchte bis zu dem Beugungswinkel von 160° die Polarisation der gebeugten Strahlen. Er fand im allgemeinen, daß die im geometrischen Schatten des Schirmes befindlichen Strahlen eine teilweise, mitunter nahezu vollständige Polarisation, parallel zur Schirmkante zeigen, also ist deren Polarisationsebene senkrecht zur Beugungsebene; ferner, daß die außerhalb des geometrischen Schirmschattens befindlichen Strahlen teilweise, mitunter fast vollständig, senkrecht zur beugenden Kante, also parallel zur Beugungsebene polarisiert sind. Bei abgerundeten Kanten kann man die Erscheinung wegen zunehmender Lichtschwäche nur bis zur Beugung von etwa 10—15° verfolgen; die Strahlen zeigen dann starke Färbung.

Die besonderen Verhältnisse dieser Strahlen hängen in ganz wesentlicher Weise von der Beschaffenheit des Schirmmaterials ab; auch bemerkte GOUY, daß im gebeugten Lichte die Intensität ein Maximum wird, wenn der einfallende und der gebeugte Strahl mit der Schirmebene denselben Winkel bilden.

Weder SOMMERFELDS noch POINCARÉS Theorie kann von diesen Eigenschaften Rechenschaft geben; es müssen demnach die Verhältnisse, unter welchen sich die Erscheinung bildet, komplizierter sein als die einfachen Voraussetzungen, die der Theorie zugrunde liegen.

§ 12. Lord RAYLEIGHS Theorie der Beugung an kleinen Partikelchen. Beziehung zu STOKES' Gesetz; STOKES', TYNDALLS und Lord RAYLEIGHS Beobachtungen.

In einer überwiegend theoretischen Abhandlung untersucht Lord RAYLEIGH* auf elektromagnetischer Grundlage unter anderen die Erscheinungen, welche auftreten, wenn ein ebener elektrischer Wellenzug in einem im übrigen homogenen Medium auf Körper

* Lord RAYLEIGH, On the Elektromagnetic Theory of Light, *Philosophical Magazine* (5), vol XII, p. 81—101, London 1881.

trifft, deren Dielektrizitätskoeffizient und magnetische Konstante von denjenigen des umgebenden Mittels verschieden sind, und die dadurch zu sekundären Erregungszentren werden.

Sind die Körperchen sehr klein, ist ferner deren Dielektrizitätskoeffizient nur um geringes von dem des umgebenden Mediums verschieden, so daß die zweiten und höheren Potenzen dieser Differenz vernachlässigt werden können, und zeigt die magnetische Konstante keine Verschiedenheit, dann liegt der Theorie gemäß die so erregte elektrische Verschiebung senkrecht zum sekundären Strahl und in der diesen Strahl und die auffallende elektrische Verschiebung enthaltenden Ebene; auch ist deren Intensität proportional dem Quadrat des Sinus des Winkels zwischen dem sekundären Strahl und der ursprünglichen elektrischen Verschiebung und dem reziproken Wert der vierten Potenz der Wellenlänge.*

Bei Herleitung dieses theoretischen Resultates wurde die Erfahrungstatsache verwendet, daß auf kleine Teilchen fallendes linearpolarisiertes Licht von diesen derartig zerstreut (gebeugt) wird, daß es in einer bestimmten, zum auffallenden Strahl senkrechten Richtung verschwindet.

Das Resultat ist unabhängig von der Form des Körperchens; jedes Element eines homogenen Hindernisses wirkt unabhängig als Erregungszentrum. Man bemerkt, daß die Verteilung der Richtungen der sekundären elektrischen Verschiebung im Raume dem STOKESschen Gesetz, also dem meridionalen Systeme, § 7 Punkt 2, entspricht.

Die erste Annäherung der entwickelten Theorie zeigt also, daß bei beliebiger Form und (kleinen) Größe der Partikeln keine elektrische Verschiebung (also auch keine Intensität) auftritt in solchem gebeugten Strahl, der parallel zur einfallenden Verschiebung gerichtet ist. Berücksichtigt man auch die zweite Potenz der Differenz der Dielektrizitätskoeffizienten, so findet man angenähert, daß bei optisch dichteren Körperchen der Strahl der verschwindenden Intensität mit der Fortsetzung des einfallenden Strahles einen stumpfen Winkel bildet, während die Intensität

* L. c. p. 90.

wieder mit λ^{-4} proportional ist; dieser letztere Umstand erklärt das Prävalieren des blauen Lichtes in den unten beschriebenen Beobachtungen.

Im Falle einer unendlich kleinen Kugel löst RAYLEIGH das Problem strenge für einen beliebigen endlichen Wert der obigen Differenz und findet, daß das im allgemeinen Falle nur in erster Annäherung gültige Resultat, daß nämlich längs dem parallel zur einfallenden Verschiebung gebeugten Strahl die Intensität verschwindet, hier für jegliche Differenz mit Strenge Geltung hat.*

In derselben Weise behandelt er den Fall eines unendlich dünnen Zylinders; er findet, daß bei einfallendem unpolarisierten Lichte die beiden Komponenten des gebeugten Strahles in verschiedenem Verhältnis geschwächt werden, und zwar so, daß diejenige Komponente überwiegt, in welcher die elektrische Verschiebung parallel zur Achse des Zylinders liegt.

Nimmt man mit dem Verfasser an, daß die elektrische Verschiebung senkrecht zur Polarisationsebene sei, so kann man letzteres Resultat so ausdrücken: das vom Zylinder gebeugte Licht ist in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene partiell polarisiert.** —

In einer späteren Arbeit Lord RAYLEIGHS, welche die Ergebnisse seiner diesbezüglichen Artikel aus den Jahren 1871 und 1881 zusammenfaßt,*** legt er für die zerstreute (gebeugte) Vibration den Ausdruck zugrunde:

$$\frac{D'-D}{D} \cdot \frac{\pi T}{r\lambda^2} \sin\vartheta \cos\frac{2\pi}{\lambda}(bt-r),$$

worin T das Volum eines zur Wellenlänge λ sehr kleinen Körperelements von der optischen Dichte D' bedeutet, das sich im sonst homogenen Medium von der optischen Dichte D befindet; b ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung; ϑ ist der Winkel zwischen der Vibrationsrichtung der einfallenden Störung und der Richtung des beliebigen, längs r gebeugten Strahles, während die einfallende Störung die Intensität Eins hat. Der Ausdruck ist

* L. c. p. 98.

** L. c. p. 101.

*** Lord RAYLEIGH, On the Transmission of Light through an Atmosphere containing Small Particles in Suspension and on the Origin of the Blue of the Sky, *Philosophical Magazine* (5) Vol. XLVII, 1899, p. 375—384.

die Vereinfachung der oben erwähnten Formeln und stellt wieder ein einfach-zirkumaxiales Vektorensystem dar. —

Diese theoretischen Resultate scheinen nun im allgemeinen mit den wenigen und beschränkt gültigen Erfahrungen in Übereinstimmung zu sein, die man in bezug auf diese Erscheinungen kennt.

Fällt nämlich linear-polarisiertes Licht auf ganz kleine Körperchen, dann zeigen von den dadurch zerstreuten (gebeugten) Lichtstrahlen zwei in einer bestimmten, zum einfallenden Bündel rechtwinkligen Linie gebeugte Strahlen gar keine Intensität; wenn jedoch die Körperchen größer sind, dann bilden die Strahlen geringster Intensität einen stumpfen Winkel mit der Fortsetzung der Richtung des einfallenden weißen Strahles und zeigen mehr oder minder intensives blaues Licht.

Leitet man aber unpolarisiertes Licht auf die Partikelchen, so zeigt das Licht in allen zur Richtung des einfallenden Bündels senkrechten Strahlen eine vollkommene lineare Polarisation, die jedoch bei größeren Körperchen unvollkommen wird, auch zeigt dann das durch Drehung des Analysators verdunkelte Licht eine intensiv-blaue Färbung. Die ersten diesbezüglichen Beobachtungen scheinen von Stokes und Tyndall herzurühren*; die fernere Betrachtung und Untersuchung dieser wichtigen Erscheinungsgruppe findet sich in § 97, 98, 99 dieser Schrift.

Lord Rayleigh stellte selbst den Versuch in der Weise an, daß er in ein verdunkeltes Zimmer ein Bündel Sonnenstrahlen leitete, die er durch eine Linse von etwa 1 m Brennweite konzentrierte und in ein durchsichtiges Glasgefäß dringen ließ, das eine dünne Lösung von unterschwefligsaurem Natron enthielt.

---

* G. G. Stokes, On the Change of Refrangibility of Light, *Philosophical Magazine* (4), vol IV, p. 388—393; Proceedings of the Royal Society, vol VI, p. 195—200, 1852; auch *Pogg. Ann. d. Ph. u. Ch.* Bd. LXXXVII, p. 480—490, 1852. Auch G. G. Stokes, *Math. and Phys. Papers* Vol. III, p. 259—266; 267—407, Cambridge 1901. Im Punkt 25, p. 288 spricht Stokes von der „falschen innern Dispersion" der in einer Flüssigkeit schwebenden Staubteilchen; dies ist die hier erwähnte Erscheinung, die dort als Reflexion aufgefaßt wird. — J. Tyndall, On the blue colours of the sky, the polarisation of skylight and on the polarisation of light by cloudy matter generally, *Philosophical Magazine* (4), vol XXXVII, p. 384—395; Proceedings of the Royal Society, vol XVII, p. 223—234, 1869.

urch Hinzufügen einer dünnen Lösung von Schwefelsäure bildete ch nun langsam ein Schwefelniederschlag, der während seines lmählichen Anwachsens die genannte Erscheinung sehr gut zeigt. e verdünnter die Lösungen, umso langsamer erfolgt die Bildung es Niederschlags; derart verdünnte Lösungen, welche nur nach ier bis fünf Minuten eine merkliche Wirkung zeigen, sind die eeignetesten; die Anordnungen erfordern keine große Genauigeit. Fügt man Ammoniak in genügender Menge hinzu, damit ie Säure dadurch neutralisiert werde, so kann man damit die eitere Bildung des Niederschlages aufhalten, und zwar in jedem eliebigen Stadium dieses Prozesses. Man gewinnt so mehr Zeit ir Ausführung der Beobachtungen; indessen bleibt der Zustand es Gemisches nicht absolut stabil; der schon als Niederschlag usgeschiedene Schwefel hat das Bestreben, sich zu größern Massen i vereinigen.

War nun das einfallende Licht unpolarisiert, so zeigte sich n ersten Stadium der Ausscheidung des Niederschlages, so lange ie entstandenen Schwefelkörperchen sehr klein sind gegenüber er Wellenlänge, bei allen Strahlen, die senkrecht zum einfallenden ündel gebeugt sind, eine vollständige lineare Polarisation, und war fällt die Polarisationsebene dieser Strahlen mit ihrer jeeiligen Beugungsebene zusammen. Nach einer gewissen Zeit ird die Polarisation unvollkommen und an Stelle der durch rehen des Analysators entstandenen Dunkelheit tritt intensives lanes Licht auf; diejenigen Strahlen, welche die verhältnismäßig tärkste Polarisation zeigen, bilden mit der positiven Richtung des infallenden Bündels einen stumpfen Winkel. Vollständige Polariation könnte bei größern Partikeln nur dann eintreten, wenn dieelben die gleiche Größen hätten, was jedoch kaum zu erreichen ist.*

G. G. STOKES glaubte auf diesem Verhalten der von ihm falsche Zerstreuung" genannten Erscheinung** ein gewichges Argument in bezug auf die Richtung der Schwingung des larisierten Lichtes gründen zu können. Denn, wie er sagt, so ge die Durchmesser der suspendierten Teilchen groß sind im

* Lord RAYLEIGH, l. c. p. 95—97.

** G. G. STOKES, On the change of refrangibility of light, *Mathematical Physical Papers*, Vol. III, Cambridge 1901, p. 361—363, § 180—183.

Verhältnis zur Wellenlänge des Lichtes, findet die Reflexion von ihnen so statt wie von einem Teile eines in Flüssigkeit getauchten großen festen Körpers. Sind jedoch die Durchmesser der schwebenden Partikelchen klein im Verhältnis zur Wellenlänge, dann scheint es klar zu sein, daß die Schwingungen in einem reflektierten Strahl nicht senkrecht sein können zu den Schwingungen im einfallenden Strahl. Setzt man nämlich voraus, daß in den oben erwähnten Fällen der Beobachtung die hängenden Teilchen in der Tat klein sind im Verhältnis zur mittlern Wellenlänge des Lichts, so kann man nach STOKES in bezug auf die senkrecht zum einfallenden Strahle zerstreuten, in der Reflexionsebene polarisierten Strahlen folgende Überlegungen anstellen:

Alle Erscheinungen eines linear-polarisierten Strahles sind symmetrisch in bezug auf seine Polarisationsebene. Man hat daher zwischen zwei Richtungen für die Schwingungsrichtung des so reflektiert-zerstreuten Strahles zu wählen: nämlich die des einfallenden Strahles, und eine zum einfallenden und reflektierten Strahl senkrechte Richtung. Die erstere wäre nun notwendigerweise senkrecht zu den Schwingungsrichtungen im einfallenden natürlichen Strahle; man ist daher gezwungen die letztere zu wählen und folglich anzunehmen, daß die Schwingungen des planpolarisierten Lichtes senkrecht zur Polarisationsebene sind, weil der Versuch zeigt, daß die Polarisationsebene des reflektiert-zerstreuten Strahles in der Ebene der Reflexion liegt.*

Dieser Schlußfolgerung kann ich keine allgemeinere Beweiskraft zuerkennen, weil wir in § 39 und 43 Erscheinungen kennen lernen werden, welche andere Eigenschaften besitzen, nämlich wo bei normal einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Licht der an der Grenzfläche von Glas und Luft um 90° gebeugte Strahl keine Spur von Polarisation zeigt, ebenso wo bei einfallendem linear-polarisierten Licht kein einziger der um 90° gebeugten Strahlen verschwindet.

---

* In einer längern Fußnote erklärt STOKES seine Auffassung der Bewegung der Partikelchen im bewegten Äther; Lord RAYLEIGH bemerkt hierzu (G. G. STOKES, *Mathematical and Physical Papers* vol. V, Cambridge 1905 Obituary Notice p. XVIII), daß es nicht übersehen werden möge, daß dieses Argument auf der Voraussetzung beruht, daß der Effekt eines Teilchens in der ponderischen Beladung des Äthers besteht.

Hingegen findet bei rasanter Beugung an der Grenzfläche von Glas und Terpentinöl, also bei Beugung in optisch fast demselben Medium, wenn die Strahlen durch das Öl gehen, völlige Übereinstimmung mit STOKES-RAYLEIGHS Resultat, also mit dem Gesetz der zirkumaxialen Polarisation statt, § 88, 89 und 90; ebenso bei Beugung kleiner in Glas, Kolloiden und Luft suspendierter ultramikroskopischer Teilchen, § 97, 98 und 99.

In bezug auf die Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene führen ganz andere Eigenschaften meiner Beobachtungen, unabhängig von jeder besondern Vorstellung über die Natur des Lichtes zu einer unausweichlich zwingenden Schlußfolgerung, § 69, 80, 91 und 93.

§ 13. H. A. ROWLANDS Theorie: Konstruierung der isogonalen elektromagnetischen Kugelwellen. Elastizitätsbeziehungen. Unterlassung der Vergleichung mit der damals bekannten Erfahrung. Wirkungslosigkeit seiner Arbeit.

Als ich aus meinen in den §§ 54, 55, 56, 61, 64, 65, 66, 78, 80 beschriebenen vielen Tausenden von Beobachtungen für den Fall der normalen Inzidenz und für die Fälle schiefer Inzidenz, jedoch bei zur Einfallsebene parallel polarisiertem einfallenden Lichte, das mir bis dahin unbekannte merkwürdige Gesetz der stereographisch-parallelen und das der isogonalen Polarisation experimentell ganz unzweifelhaft festgestellt, deren geometrische Eigenschaften erkannt und ihre Darstellungsart mittels der stereographisch-äquatorealen Projektion benutzt hatte, versuchte ich dieselben unmittelbar mittels verhältnismäßig einfacher Kugelwellen darzustellen, wie dies auch in der Art der §§ 15, 16, 17, 18, 21 u. 27 ohne Schwierigkeit gelang.

Es veranlaßte mich aber dieser Umstand noch einmal die Literatur genauestens durchzusehen, und da fand ich, daß H. A. ROWLAND in seiner hierauf bezüglichen Arbeit* schon im Jahre 1883

* H. A. ROWLAND, On the propagation of an arbitrary electromagnetic disturbance, on spherical waves of light, and the dynamical theory of diffraction, *Philosophical Magazine* (5) vol. XVII, p. 413—437, London 1884; *American Journal of Mathematics* vol. 6, p. 359—381, 1883. (Der Abdruck

und 1884 dies Gesetz der isogonalen Polarisation auf rein theoretischem Wege aufgestellt, und dasselbe in ganz bestimmter, genauer Weise ausgesprochen hatte, obgleich er demselben keinen charakteristischen Namen beilegte und dessen wesentlichste Eigenschaft, nämlich den Isogonalismus, wie es scheint, nicht genügend würdigte, ja sogar jegliche Vergleichung mit der Erfahrung unterließ.

Es sei hier gestattet, aus dem dritten (letzten) Teil seiner mit einem ziemlichen Aufwand mathematischen Apparates abgefaßten Arbeit, welcher sich auf die dynamische Theorie der Beugung bezieht, folgendes Wesentliche hervorzuheben:

ROWLAND nimmt im homogenen isotropen Dielektrikum eine sehr kleine dielektrische Kugel an, die vom einfallenden elektromagnetischen Wellenzug in stationärer elektromagnetischer Schwingung erhalten wird; diese imprägnierte Oszillation pflanzt sich nun im Medium fort, jedoch mit der Oberflächenbedingung, daß die Kräfte an der Außenfläche der Kugel nur unmittelbar von deren jeweiligem Polarisationszustande herrühren; dadurch wird eine Brechung der elektrischen und magnetischen Kraftlinien an dieser Fläche bedingt, wie bei andern ähnlichen Problemen.

In dem einfachsten Falle, wenn das einfallende Licht linear-polarisiert ist und jedes Volumelement des Erregungsraumes durch dasselbe in stationären, eingeprägten elektromagnetischen Oszillationszustand versetzt und erhalten wird, erzeugt jedes derartige sekundäre Erregungselement in Punkten, die in beliebiger Entfernung von der Erregungsstelle sind, einen elektromagnetischen Oszillationszustand des Mediums, der ebenfalls stationär ist.

Bedeutet ϱ die zur Wellenlänge große Entfernung des Punktes vom Erregungselement, ϑ den Winkel zwischen ϱ und der Richtung des einfallenden Strahles, φ den Winkel zwischen der durch den einfallenden Strahl und dessen elektrische Verschiebung gelegten Ebene und der durch diesen Strahl und ϱ gehenden Ebene, u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung, $b = 2\pi/\lambda$, $dv = v \cdot ds$ das Volumelement des sekundären Erregungsraume

im *Phil. Mag.* enthält mehrere sinnstörende Druckfehler; auch der Auszu in *Beiblätter zu Wiedemanns Ann. der Phys. u. Chem.* Bd. IX, p. 476—47 1885 zeigt mehrere Unvollkommenheiten.)

ds das Flächenelement der beugenden Öffnung, ν die Dicke des Volumelements, K die Dielektrizitätskonstante, X' die Amplitude der einfallenden elektrischen, Y'' die zugehörige, dazu normale magnetische Amplitude dieser einfallenden Störung, deren Fortpflanzung längs der Z-Achse vor sich geht, wobei $Y'' = \frac{4\pi}{uK} \cdot X'$, so gilt im Punkte $(\varrho, \vartheta, \varphi)$ nach ROWLAND in erster Annäherung:

1. Für die Komponenten der elektrischen Verschiebung längs dem durch ϱ und Z gehenden Meridiane und längs dem zu $(\varrho, \vartheta, \varphi)$ gehörigen Parallelkreise

$$\Theta' = + \frac{3b^2 X'\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \cos\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds,$$

$$\Phi' = + \frac{3b^2 X'\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \sin\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds.$$

2) Für die Komponenten der magnetischen Induktion längs denselben Richtungen

$$\Theta'' = + \frac{3b^2 Y''\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \sin\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds,$$

$$\Phi'' = + \frac{3b^2 Y''\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \cos\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds.$$

Dabei ist also $\overrightarrow{OZ}$, die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles, die Symmetrieachse des Koordinatensystems $\varrho, \vartheta, \varphi$.

Die resultierende Wirkung des ganzen sekundären Erregungsraumes ist das Aggregat der hier angeführten Elementarwirkungen des Volumelementes dieses Raumes.

Die reellen oder die mit i multiplizierten Teile dieser Ausdrücke stellen die beiden in § 27 behandelten zueinander gehörigen orthogonalen, elektrischen und magnetischen Kräftesysteme dar, deren jedes für sich isogonal ist.

ROWLAND betrachtete dies Resultat auch für die elastisch-feste Theorie als gültig, weil diese beiden Systeme ebenso richtig elastische Verschiebungen und elastische Drehungen darstellen können, deren geometrische Beziehungen zueinander dieselben sind, wie die der elektrischen und der magnetischen Störungen.

Hieraus schließt ROWLAND, daß die Beugung zur Bestimmung der Lage der Polarisationsebene zum eigentlichen Lichtvektor nicht geeignet sei, weil man ebensowohl die elektrische oder die

magnetische Kraft, als die elastische Elongation oder die elastische Torsion als den Lichtvektor betrachten kann.

Er findet die Ursache des so wesentlichen Unterschiedes zwischen STOKES' und seiner Lösung darin, daß STOKES' Lösung auf die elastische Verschiebung und deren nach der Zeit genommenen Differentialquotienten basiert ist. Aber es tritt in jeder elastischen Welle nicht nur elastische Verschiebung, sondern auch, und zwar mit dieser untrennbar verbunden, gleichzeitig elastische Rotation auf; die Komponenten der letztern genügen bekanntlich denselben Differentialgleichungen wie die der erstern. Wenn nun eine Welle an der beugenden Öffnung in Elementarwellen zerfällt, so wird in STOKES' Lösung die Rotation diskontinuierlich gelassen, und deshalb konnte seine Lösung nicht genau sein.

Da jedoch die Fortpflanzungsgleichung der Drehung dieselbe ist wie die der Verschiebung, und da die Richtungen derselben aufeinander und auf die Fortpflanzungsrichtung des jeweiligen Strahles senkrecht sind, müssen beide in gleicher Weise wichtig sein.

Demnach hängt nach ROWLAND die richtige Lösung der Beugungsprobleme sowohl in der elastisch-festen Theorie als auch in der elektromagnetischen Theorie von den Summen zweier ähnlicher Glieder ab, wie dies auch sein Resultat zeigt.

ROWLAND selbst erläutert nun sein theoretisches Gesetz wie folgt: Gelangt ein Bündel linear-polarisierter Strahlen an eine kleine freie Öffnung, so sendet jedes Element df derselben Strahlen aus, deren Intensität proportional ist dem Ausdrucke

$$(1 + \cos \vartheta)^2 \cdot df,$$

wobei ϑ den Winkel zwischen dem einfallenden und dem gebeugten Strahle bedeutet; es ist somit die Intensität symmetrisch um den einfallenden Strahl und von dessen Polarisation unabhängig.

Die Lage der Polarisationsebene des gebeugten Strahles findet man hingegen, wenn man um die Auffallsstelle des einfallenden Lichtes (also um die kleine beugende Öffnung) eine Kugelfläche schlägt und nun eine Ebene zieht, die durch den Eintrittspunkt des einfallenden Strahles in die Kugel, durch den betrachteten Austrittspunkt des gebeugten Strahles geht und da die Polarisationsebene des einfallenden Strahles in einer zur Ri

tung dieses Strahles senkrechten Geraden schneidet. Die Tangente der Schnittlinie dieser Ebene und der Kugel ist die Polarisationsrichtung des gebeugten Strahles. Dabei kann entweder die elektrische oder die magnetische Kraft als in der Polarisationsebene liegend angenommen werden.

Die Ebenensysteme der elektrischen Verschiebungen und der magnetischen Induktion bilden zusammen auf der Kugelfläche ein System orthogonaler Kreise. Man kann diese Kreise mittels der stereographisch-äquatorealen Projektion sehr einfach darstellen; ist nämlich der Eintrittspunkt des einfallenden Strahles in die Kugelfläche der Augenpunkt, und die Bildebene die demselben normal gegenüberliegende Tangentialebene an der Kugel, so bilden die Projektionen dieser Kreise auf die Bildebene zwei Systeme zueinander orthogonaler Geraden.*

Diese Resultate gelten ebenso bei der elastisch-festen Auffassung; man kann entweder die elastischen Verschiebungen oder die elastischen Rotationen als in der Polarisationsebene liegend annehmen.

Es zeigt sich also hier eine ganz wesentliche Abweichung von STOKES' Resultat, welch' letzteres in bezug der räumlichen Anordnung der Oszillationsebenen mit dem meridionalen Systeme [§ 7, 14, 23, 24] übereinstimmt. ROWLAND sucht den Grund dafür darin, daß STOKES die Drehungswellen nicht in Betracht zog, sonst würde er zu demselben Resultat wie er, nämlich wie ROWLAND, gekommen sein.**

---

* Im Referat von A. OBERBECK (*Wiedemanns Beiblätter zu den Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. IX, p. 476—479, Leipzig 1885) ist dies einfache Resultat richtig wiedergegeben; ebenso im Referat E. LOMMELS (*Fortschritte d. Phys. i. J. 1884*, zweite Abteilung, Berlin 1890, p. 37—39, unter dem Kapitel: Allgemeine Theorie des Lichts); hingegen ist das Referat L. GRAETZ' (ebendort, p. 540—541, unter dem Kapitel: Allgemeine Theorie der Elektrizität und des Magnetismus) zumindest ungenau, denn es heißt dort p. 541: 1. „Die Polarisation des gebeugten Lichtes bestimmt sich dadurch, daß die elektrische Verschiebung an irgend einer Stelle senkrecht zum Strahl und in der Richtung der elektrischen Verschiebung in der Öffnung verläuft und die magnetische Verschiebung senkrecht dazu und parallel der magnetischen Verschiebung in der Öffnung verläuft."

** Es sei mir hier die Bemerkung gestattet, daß ROWLANDS Arbeit im

Ich erlaube mir nun an ROWLANDS vorstehende Darstellung seines hypothetischen Gesetzes einige Bemerkungen zu knüpfen:

1. ROWLAND scheint die augenfälligste, vom Standpunkte der Polarisation des gebeugten Lichtes jedenfalls einfachste und wichtigste Eigenschaft seines theoretisch gefundenen Gesetzes nicht erkannt oder wenigstens nirgends ausgesprochen zu haben, nämlich daß die Polarisationsebenen aller derjenigen gebeugten Strahlen, die in je einem den normal-einfallenden Strahl enthaltenden Meridiane liegen: diesen Meridian unter demselben Winkel schneiden wie die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes denselben Meridian. Hingegen war es gerade diese isogonale Verteilung der Polarisationsebenen im reflektiert-gebeugten Lichte bei normaler Inzidenz (§ 65, 66), welche mich zur experimentellen Auffindung dieses Gesetzes führte, das sich dann auch in allgemeineren Fällen als Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation gültig erwies (§ 54, 55, 56, 61, 64, 78 u. 80) und mich dadurch zu einer zwingenden Schlußfolgerung bezüglich der Lage des Lichtvektors zur Polarisationsebene veranlaßte (§ 69 u. 80).

2. Hätte ROWLAND sein Resultat mit der damals bekannten Erfahrung nur ganz flüchtig verglichen, so hätte er in einer sehr einfachen Erscheinung die völlige Übereinstimmung mit seinem Gesetze gefunden. Es war nämlich schon zu Zeiten von STOKES' erster Abhandlung wohlbekannt, daß linear-polarisiertes Licht bei normaler Inzidenz auf die glatte Fläche eines Glasgitters nach Durchgang durch die Gittersubstanz, beim Austritte aus der gefurchten Fläche in Luft derart gebeugt wird, daß das Polarisationsazimut eines beliebig gebeugten Strahles nur unmerklich von dem Azimut des einfallenden ungebrochen hindurchgehenden

---

Jahre 1884 im *Phil. Mag.* erschien und daher ganz unbedingt zu STOKES' Kenntnis gelangte; indes ist es mir trotz sorgfältiger Durchmusterung der diesbezüglichen Litteratur nicht gelungen zu finden, daß STOKES auf die ihm von ROWLAND mehrfach vorgehaltene Unterlassung der Berücksichtigung der rotatorischen (Torsions-)Wellen reagiert hätte, obwohl er noch bis in das Jahr 1900 hinein litterarisch tätig war, sodaß ich über STOKES' Auffassung dieser Behauptung nicht orientiert bin.

Da nun auch ROWLAND nicht mehr unter den Lebenden weilt, ist es mir auch nicht gegönnt, von ihm Aufschluß über manche mir beim Studium seiner Arbeit aufgestiegene Fragen zu erbitten.

Strahles abweicht, die Azimute von der Beugungsebene an gerechnet.*

Diese Verteilung der Polarisationsebenen ist aber nichts anderes als das strenge Gesetz der isogonalen Polarisation, deren Eigenschaften also in diesem Falle des durchgehend-gebeugten Lichtes zwar wohlbekannt waren, deren einfaches Gesetz man aber bis jetzt nicht erkannt hatte.

Weshalb dieser scharfsinnige und erfahrene Physiker es unterließ, seine auf mühsamem mathematischen Wege gefundenen Resultate mit der damals schon bekannten Erfahrung zu vergleichen oder eigene Messungen anzustellen, ist mir nicht bekannt; die Konstatierung seines Gesetzes im oben erwähnten Fall wäre ein Leichtes gewesen, und hätte die hierauf erfolgten neuen Untersuchungen anderer Forscher wesentlich beeinflußt.

So scheint es indessen, als ob ROWLAND sich später mit diesem Gegenstand nicht weiter beschäftigt hätte; auch gelangte diese seine Arbeit nicht in die nach seinem Tode herausgegebene Sammlung seiner physikalischen Arbeiten**, da er noch bei Lebzeiten der Republikation seiner rein mathematischen Abhandlungen abgeneigt war*** und die fragliche Untersuchung auch zu den letzteren zu zählen schien.

Auch im übrigen drängt sich mir auf Grund litterarischer Nachsicht die Überzeugung auf, daß ROWLANDS Abhandlung in den mehr als zwei Dezennien, die seit ihrer Erscheinung verflossen, auf die ferneren Untersuchungen auf dem Gebiete der Polarisation des gebeugten Lichtes wirkungslos blieb.

---

* Man sehe z. B. die graphische Darstellung von STOKES' diesbezüglichen Beobachtungen (in dessen in § 2 dieser Arbeit zitierten Abhandlung l. c. p. 318), wo die Kreuzchen solche Azimute darstellen und die erwähnte Erfahrung erhärten; dieselbe Erfahrungstatsache drückt z. B. auch K. EXNER (*Wied. Ann. der Phys. u. Chem.* Bd. XLIX, p. 388, 1893) folgendermaßen aus: „Ist die geritzte Fläche eines Glasgitters dem Beobachter zugekehrt, so ist die polarisierende Wirkung der Beugung auch bei großen Beugungswinkeln eine kaum merkliche."

** *The Physical Papers* of H. A. ROWLAND, collected for publication by a Comittee of the Faculty of the University, Baltimore 1902.

*** L. c. Preface p. V.

II. Theoretischer Teil.

Physikalische Darstellung der zur Beschreibung der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes geeigneten zirkumaxialen, meridionalen und isogonalen Kugelwellensysteme.

Dieser Abschnitt enthält gewissermaßen die Theorie der experimentellen Resultate vorliegender Arbeit; es werden darin jene Systeme von Kugelwellen auf physikalischer, nicht ausschließlich mathematischer Grundlage entwickelt, welche zur Beschreibung der weiter unten ausführlich mitgeteilten Erscheinungen im allgemeinen sehr wohl geeignet sind.

Meine während mehrerer Jahre angestellten Beobachtungen überschreiten in fast jeder Beziehung weitaus die Grenzen, innerhalb deren sich die bisherigen diesbezüglichen Untersuchungen bewegten; ich bestrebte mich, in bezug der in der Überschrift genannten Erscheinung ein gewissermaßen befriedigendes Beobachtungsmaterial zu bieten, dessen Vergleichung mit den hier zu entwickelnden Systemen von Kugelwellen im experimentellen Teil dieser Arbeit durchgeführt erscheint.

Es zeigt sich nun, daß diese bisher nur sehr unvollkommen untersuchte Erscheinung durch meine Beobachtungen in ihrem Ganzen und in ihren Haupteigenschaften vollkommen erkannt wurde und daß sie mit den genannten Wellensystemen im allgemeinen gut beschrieben werden könne.

Wir führen hier die Darstellung sowohl auf elastisch-fester als auch auf elektromagnetischer Grundlage; schließen uns dabei selbst bei Behandlung schon bekannter Beziehungen keiner der in der Literatur vorfindlichen Darlegungen vollkommen an, gehen jedoch bei der notwendig erscheinenden Aufstellung neuer Kombinationen über die Grenzen der bisherigen Entwicklungen hinaus.

1. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elastisch-fester Grundlage.

§ 14. W. Voigts Theorie der leuchtenden Punkte. onstruierung des zirkumaxialen und des meridionalen Oszillationssystems.

Auf Grundlage der Elastizitätstheorie stellt sich W. Voigt lgendes Problem*: In einem unbegrenzten elastischen, aber inkom- essiblen Medium, welches zur Zeit $t = 0$ allenthalben weder errückungen noch Geschwindigkeiten besitzt, oszilliert eine starre ugel nach einem gegebenen Gesetze, welches aber unabhängig n der geographischen Länge auf derselben ist. Die der Kugel an- egenden Ätherteilchen haften fest an ihr. Es ist der Zustand des nzen Mediums zu einem beliebigen Zeitpunkte zu bestimmen.

Der Verfasser geht aus von dem bekannten Ansatze

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}, \qquad \eta = \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}, \\ \zeta &= \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{A}$$

durch genügt man den Hauptgleichungen der Verrückungen η, ζ für inkompressible, isotrope elastische Medien, nämlich

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \omega^2 \xi, \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \omega^2 \eta, \quad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \omega^2 \zeta, \\ \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{B}$$

enn

$$\nabla^2 T = 0, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \omega^2 U, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \omega^2 V, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \omega^2 W. \tag{C}$$

Der Verfasser teilt das Problem in zwei Partialprobleme, nachdem die Kugel eine drehende oder eine geradlinige Be- gung hat; aus diesen lassen sich alle andern Bewegungen der- ben zusammensetzen.

---

* W. Voigt, Theorie des leuchtenden Punktes, *Crelles Journal für reine angewandte Mathematik*, Bd. LXXXIX, p. 288—321, 1880; ferner in sehr rsichtlicher, kurzer und doch strenger Darstellung: W. Voigt, Kompen- n der theoretischen Physik Bd. II, p. 756, 759, 761, 762, Leipzig 1896.

Im Folgenden geben wir die formell etwas geänderten, jedoch ganz streng verifizierten Resultate, die sich auf den in jedem Punkte des Mediums schon eingetretenen stationär-oszillatorischen Zustand beziehen.

I. Eine starre Kugel vom Radius R drehe sich oszillatorisch um eine fixe Achse nach dem Gesetze

$$k(t) = \frac{\lambda a}{2\pi R^2} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T}, \tag{1}$$

wobei also $\frac{\lambda a}{2\pi R^2}$ die Winkelamplitude, $2\pi \frac{t}{T} = \varphi$ die Phase der Rotation bedeutet.

Verlegt man den Anfangspunkt der Koordinaten in den ruhenden Kugelmittelpunkt, die X-Achse in die Drehungsachse der Kugel, so findet man, wie sofort bewiesen wird, als strenge Lösung der hier geltenden Wellengleichungen, der Bedingung der Inkompressiblität und der Kontinuitätsbedingungen an der Oberfläche der Kugel, das Wertsystem

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{A'}{r} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right) + \frac{A''}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right), \\ V &= 0, \quad W = 0, \quad T = 0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

wobei

$$A' = + \frac{a R \lambda^3}{2\pi (4\pi^2 R^2 + \lambda^2)}, \quad A'' = + \frac{a R^2 \cdot 2\pi \lambda^2}{2\pi (4\pi^2 R^2 + \lambda^2)}, \tag{3}$$

daraus

$$\left.\begin{aligned} \xi &= 0, \\ \eta &= - \frac{z}{r^2} \left\{ \frac{1}{r} (A' \cos\psi + A'' \sin\psi) - \frac{2\pi}{\lambda} (A' \sin\psi - A'' \cos\psi) \right\}, \\ \zeta &= + \frac{y}{r^2} \left\{ \frac{1}{r} (A' \cos\psi + A'' \sin\psi) - \frac{2\pi}{\lambda} (A' \sin\psi - A'' \cos\psi) \right\}; \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

darin ist

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \psi = 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right), \quad \varphi = 2\pi \frac{t}{T}. \tag{5}$$

Damit ist der Oszillationszustand für jeglichen Punkt (xyz) des elastischen Mediums bestimmt, denn, wie leicht ersichtlich, leisten diese Ausdrücke in der Tat den hier geltenden allgemeinen Differentialgleichungen und den Bedingungen an der Kugelfläche:

$$\left.\begin{aligned} \xi_R &= 0, \\ \eta_R &= -\frac{z}{R}\cdot\frac{\lambda a}{2\pi R}\cos 2\pi\,\frac{t}{T}, \\ \zeta_R &= +\frac{y}{R}\cdot\frac{\lambda a}{2\pi R}\cos 2\pi\,\frac{t}{T} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Genüge; da hier aus (5)

$$\psi_R = 2\pi\,\frac{t}{T} = \varphi,$$

und die Bedingungen aus (4) sich auf die eine reduzieren:

$$\left(\frac{A'}{R^2}+\frac{2\pi A''}{\lambda R}\right)\cos\varphi-\left(\frac{2\pi A'}{\lambda R}-\frac{A''}{R^2}\right)\sin\varphi=\frac{\lambda a}{2\pi R}\cos\varphi, \qquad (7)$$

die aber in die Gleichungen

$$\frac{A'}{R}+\frac{2\pi A''}{\lambda}=\frac{\lambda a}{2\pi}, \qquad \frac{2\pi A'}{\lambda}-\frac{A''}{R}=0$$

zerfällt, welche die oben in (3) angeführten Werte von A' und A'' ergeben.

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{1}{r}\cdot A_r = a\,\frac{\lambda R}{2\pi r^2}\sqrt{\frac{4\pi^2 r^2+\lambda^2}{4\pi R^2+\lambda^2}}, \qquad \operatorname{tg} 2\pi\delta_r = \frac{2\pi\lambda(r-R)}{4\pi^2 R r+\lambda^2}, \qquad (8)$$

so wird aus (4) mittels (3)

$$\left.\begin{aligned} \xi &= 0, \\ \eta &= -\frac{z}{r^2}A_r\cdot\cos(\psi+2\pi\delta_r), \\ \zeta &= +\frac{y}{r^2}A_r\cdot\cos(\psi+2\pi\delta_r). \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Es ist dies also ein Zustand, bei welchen sich jeder Punkt senkrecht zu r längs des zugehörigen Parallelkreises bewegt; man hat hier also, weil A_r und δ_r von r abhängen, ein *nicht* einfaches zirkumaxiales Oszillationssystem als strenge Lösung; dasselbe ist indes für jedes bestimmte r einfach zirkumaximal.

Es sei nun der Radius der Erregungskugel R sehr klein gegen die Wellenlänge λ; dann kann nach (3) A'' gegen A' vernachlässigt werden; ist ferner r sehr groß gegen λ (und dies ist an jeder Stelle, wo Licht beobachtet werden kann, der Fall), dann kann in (4) das mit $\frac{1}{r}$ behaftete Glied gegen das mit $\frac{2\pi}{\lambda}$ behaftete vernachlässigt werden, ebenso R gegen r, und es bleibt in dieser Annäherung

$$U = \frac{a\lambda R}{2\pi r}\cos\psi = \frac{a\lambda R}{2\pi r}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right),$$

$$\xi = 0, \quad \eta = +\frac{z}{r^2}\,a\,R\sin\psi, \quad \zeta = -\frac{y}{r^2}\,a\,R\sin\psi, \tag{10}$$

dies ist aber schon das einfache zirkumaxiale Oszillationssystem (§ 7, Punkt 1); nur daß hier nicht wie dort Z, sondern X die Symmetrieachse ist.

II. Eine starre Kugel vom Radius R mache geradlinige Oszillationen nach dem Gesetze:

$$g(t) = b\sin 2\pi\frac{t}{T}. \tag{11}$$

Verlegt man den Koordinatenanfang in die Ruhelage des Kugelmittelpunktes und die Y-Achse in die Linie der Oszillation, so findet man, wie sofort bewiesen wird, als strenge Lösung der Wellengleichungen, der Inkompressibilitätsgleichung und der Kontinuitätsbedingungen an der Kugelfläche

$$U = -\frac{\partial P}{\partial z}, \quad V = 0, \quad W = +\frac{\partial P}{\partial x}; \quad T = \frac{\partial Q}{\partial y}; \tag{12}$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{B}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{R-r}{\lambda}\right),\\ B &= \frac{3\lambda^2 R b}{8\pi^2},\\ Q &= \frac{B'}{r}\sin 2\pi\frac{t}{T}+\frac{B''}{r}\cos 2\pi\frac{t}{T},\\ B' &= -\frac{1}{2}\,b\,R^3\left(\frac{3\lambda^2}{4\pi^2R^2}-1\right),\\ B'' &= -\frac{3\lambda R^2 b}{4\pi}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Das Elongationssystem hat hier nach (A) und (12) die Form

$$\xi = +\frac{\partial^2(P+Q)}{\partial x\,\partial y}, \quad \eta = -\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}, \quad \zeta = +\frac{\partial^2(P+Q)}{\partial z\,\partial y}; \tag{14}$$

eine einfache Rechnung führt zu den Ausdrücken:

$$\xi = +\frac{xy}{r^2}\cdot S, \quad \eta = -\frac{x^2+z^2}{r^2}\cdot S - E, \quad \zeta = +\frac{zy}{r^2}\cdot S, \tag{15}$$

wobei wieder, wie in (5) gilt

$$\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{R-r}{\lambda}\right), \quad \varphi = 2\pi\frac{t}{T}, \tag{5}$$

$$S = \frac{\partial^2(P+Q)}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial(P+Q)}{\partial r}, \quad E = \frac{2}{r}\cdot\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2}, \tag{16}$$

also:

$$S = +\frac{B}{r}\left(\frac{3}{r^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)\sin\psi + \frac{3B}{r^3}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi + \\ + \frac{3B'}{r^3}\sin\varphi + \frac{3B''}{r^3}\cos\varphi; \tag{16a}$$

$$E = -\frac{2B}{r^3}\sin\psi - \frac{2B}{r^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi - \frac{2B'}{r^3}\sin\varphi - \frac{2B''}{r^3}\cos\varphi. \tag{16b}$$

Die Oberflächenbedingungen sind hier nach (11) und (5):

$$\xi_R = 0, \quad \eta_R = b\sin\varphi, \quad \zeta_R = 0, \tag{17}$$

demnach aus (15) und (5):

$$S_R = 0, \quad -E_R = b\cdot\sin\varphi, \quad \text{wobei } \psi_R = \varphi; \tag{18}$$

dieselben zerfallen nach (16a) und (16b) in drei unabhängige Bestimmungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{3B}{R^3} - \frac{B}{R}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{3B'}{R^3} = 0, \quad \frac{B}{R^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda} + \frac{B'}{R^3} = 0, \\ \frac{2B}{R^3} + \frac{2B'}{R^3} = +b, \end{aligned}\right\} \tag{18a}$$

welche die oben (13) angeführten Werte von B, B', B'' ergeben.

Die strengen Werte von ξ, η, ζ bilden eine kompliziertere Kugelwelle, obwohl jeder Punkt des Mediums eine einfach harmonische Bewegung vollführt; es ist nämlich aus (15) im allgemeinen: $\xi x + \eta y + \zeta z = +z\cdot E$; demnach ist dieselbe nicht transversal, sondern nur derjenige Teil derselben, der S enthält; dieser bildet ein einfaches meridionales Oszillationssystem.

Es sei nun auch hier der Radius R der oszillierenden Kugel sehr klein gegen λ, dann kann nach (13) B'' gegen B' vernachlässigt werden, indem letzteres sich auf $-\frac{3\lambda^2 Rb}{8\pi^2}$ reduziert, also $B = -B$; ist ferner, wie an allen Punkten, wo die Lichterscheinungen beobachtet werden können, r sehr groß gegenüber λ, so verschwindet nach (16a) und (16b) E gegenüber S, und es bleibt von letzterem nach (16a) und (5)

$$S = -\frac{B}{r}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\cdot\sin\psi = -\frac{B}{r}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right), \tag{19}$$

demnach aus (15) die Komponenten der Schwingung nach leichter Rechnung:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{3}{2}\frac{bR}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta &= +\frac{3}{2}\frac{bR}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta &= -\frac{3}{2}\frac{bR}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Dies ist aber das einfache meridionale Oszillationssystem (§ 7, Punkt 2); nur daß hier nicht wie dort Z, sondern Y die Symmetrieachse ist.

Anmerkung: Die nähere Erörterung der von Q herrührenden longitudinalen Schwingung unterlassen wir hier, nur sei bemerkt, daß deren Periode T dieselbe ist, wie die von P, daß deren Wellenlänge (und daher auch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit) sehr groß ist gegen die des Lichtes. Aber Q ist unbedingt nötig zur Bildung der strengen Lösung; andrerseits verschwindet die longitudinale Schwingung für alle Punkte, wo $\lambda : r$ gegen die Einheit sehr klein ist. —

Damit ist also ein einfaches, mechanisch-physikalisches Bild der beiden einfachsten Oszillationssysteme gewonnen.

Es muß hier bemerkt werden, daß, obwohl die Symmetrieachsen der beiden Systeme (10) und (20) zueinander senkrecht sind, die Vektorensysteme selbst aufeinander nicht orthogonal sind.

§ 15. Das isogonale Oszillationssystem. Strenge Darstellung desselben aus der einfach-zirkumaxialen und der einfach-meridionalen Kugelwelle.

Wir wollen nun ein sehr einfaches Oszillationssystem betrachten, welches aus geeigneter Kombinierung der beiden bisher betrachteten entstanden, infolge der später mitgeteilten Beobachtungen wenigstens dieselbe Beachtung verdient und dieselbe Wichtigkeit besitzt, wie das zirkumaxiale und das meridionale.

Es sei nämlich der Oszillationszustand irgend eines, vom Erregungszentrum in größerer Entfernung befindlichen Punktes des elastischen Mediums als Übereinander-

erung einer einfachen zirkumaxialen und einer ein-
nen meridionalen Oszillation und zwar so entstanden,
die Symmetrieachsen dieser beiden Systeme auf-
ander senkrecht seien, so wie in (10) und (20) des § 14.
Setzt man wieder

$$\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

sind die Typen solcher Vektorensysteme:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= 0, \\ \eta_1 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \zeta_1 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\sin\psi, \end{aligned}\right\} (1) \qquad \left.\begin{aligned} \xi_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta_2 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi, \end{aligned}\right\} (2)$$

e Symmetrieachse von $\xi_1\eta_1\zeta_1$ ist die X-Achse, die von $\xi_2\eta_2\zeta_2$ e Y-Achse.

Es sei nun $\xi\eta\zeta$ die resultierende Oszillation:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2, \quad \eta = \eta_1 + \eta_2, \quad \zeta = \zeta_1 + \zeta_2,$$

so:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta &= +\frac{A}{r}\cdot\left(\frac{z}{r} + \frac{x^2+z^2}{r^2}\right)\sin\psi, \\ \zeta &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\sin\psi. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

n die charakteristische Eigenschaft dieses Systemes einfach drücken zu können, wählen wir die auf die beiden Symmetrie-
nsen senkrechte Z-Achse zur Polarachse eines sphärischen ordinatensystems, dessen sämtliche Meridiane also die Z-Achse halten. Wie sofort bewiesen wird, haben dann alle Punkte einer gelfläche vom Radius r, die längs je eines Meridianes liegen, che Oszillationen, die nicht nur senkrecht zum jeweiligen r, son-
n längs der Kugelfläche so gerichtet sind, daß sie alle mit nselben Meridian denselben Winkel bilden und zwar denjenigen, die Meridianebene mit der YZ-Ebene bildet; außerdem ist Intensität solcher Oszillationen gleich

$$\frac{A^2}{r^2}\cdot\left(1+\frac{z}{r}\right)^2.$$

Letzteres Resultat ergibt sich aus der Quadratensumme de Amplituden von ξ, η, ζ, aus (3), da man nach einfachen Um formungen hat

$$\frac{x^2 y^2}{r^4} + \left(\frac{z}{r} + \frac{x^2+z^2}{r^2}\right)^2 + \frac{y^2}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2 = \left(1+\frac{z}{r}\right)^2. \qquad (4$$

Um die ersterwähnte Eigenschaft zu beweisen, sei dem angedeutete Koordinatensystem gemäß, in Fig. 5* $\overrightarrow{OR} = r$, $\widehat{ZR} = s$, und di Tangente des durch R gehenden Parallelkreises n, ferner α de Winkel zwischen der Meridianebene ZOR und der YZ-Ebene; dan γ der Winkel zwischen r und der Z-Achse.

Dann sind, wie leicht ersichtlich, die Richtungskosinus

von $\overrightarrow{OR} = r$:

$$\frac{x}{r} = \sin\gamma\sin\alpha, \qquad \frac{y}{r} = \sin\gamma\cos\alpha, \qquad \frac{z}{r} = \cos\gamma,$$

von $\overrightarrow{ds}$ in R:

$$\frac{dx}{ds} = \cos\gamma\sin\alpha, \qquad \frac{dy}{ds} = \cos\gamma\cos\alpha, \qquad \frac{dz}{ds} = -\sin\gamma,$$

von $\overrightarrow{dn}$ in R:

$$\frac{dx}{dn} = -\cos\alpha, \qquad \frac{dy}{dn} = +\sin\alpha, \qquad \frac{dz}{dn} = 0.$$

Die drei Richtungen sind aufeinander gegenseitig senkrecht, sie den Bedingungen der Orthogonalität genügen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx}{dn} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy}{dn} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz}{dn} &= 0, \\ \frac{dx}{dn}\cdot\frac{x}{r} + \frac{dy}{dn}\cdot\frac{y}{r} + \frac{dz}{dn}\cdot\frac{z}{r} &= 0, \\ \frac{x}{r}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{y}{r}\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{z}{r}\cdot\frac{dz}{ds} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (5$$

Mittels der obigen Werte (5) erhält man aus (3) für ξ, η, ζ:

---

* In Fig. 5 und 6 und in vielen folgenden Zeichnungen konnte nic gut vermieden werden, daß die von O um die Strecke r entfernte Stel (xyz) des gebeugten Strahles mit R bezeichnet werde, welcher Buc stabe in § 14—27 auch den Radius der kleinen Erregungskugel bedeute letzterer und seine Bezeichnung wird später im experimentellen Teil nic vorkommen.

$$\left.\begin{aligned}\xi &= -\frac{A}{r}\cdot\sin^2\gamma\sin\alpha\cos\alpha\cdot\sin\psi,\\ \eta &= +\frac{A}{r}\cdot(\cos\gamma+\cos^2\gamma+\sin^2\gamma\sin^2\alpha)\sin\psi,\\ \zeta &= -\frac{A}{r}\cdot(1+\cos\gamma)\sin\gamma\cos\alpha\cdot\sin\psi.\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Bezeichnet man mit ϱ_m und ϱ_p die Komponenten der resul-

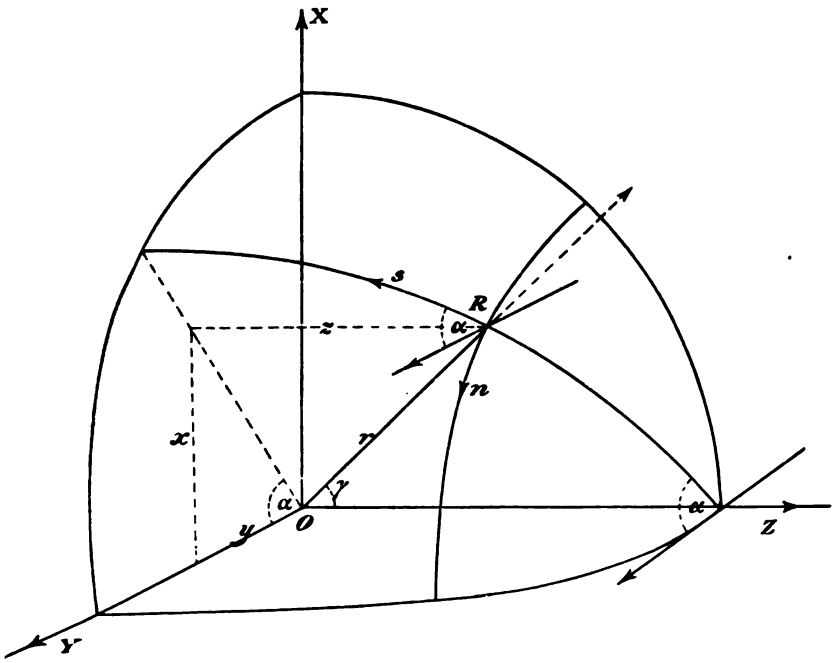


Fig. 5.

tierenden Oszillation längs des jeweiligen Meridians s und des jeweiligen Parallelkreises n, so sind dieselben:

$$\xi\frac{dx}{ds}+\eta\frac{dy}{ds}+\zeta\frac{dz}{ds}=\varrho_m,$$

$$\xi\frac{dx}{dn}+\eta\frac{dy}{dn}+\zeta\frac{dz}{dn}=\varrho_p,$$

oder wie mittels obiger Ausdrücke (6) eine leichte Rechnung ergibt:

$$\varrho_m=\frac{A}{r}\cdot(1+\cos\gamma)\cos\alpha\sin\psi,\quad \varrho_p=\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\sin\alpha\sin\psi. \quad (7)$$

Dies ist in der Tat eine einfach-harmonische Oszillation, von Amplitude $\frac{A}{r} \cdot (1 + \cos \gamma)$, mit der Phase $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$, deren Richtung in $R\,(x\,y\,z)$ mit dem durch diesen Puukt gehenden Meridian $\widehat{ZR}$ denselben Winkel α bildet, wie dieser Meridian im Polpunkte Z mit der ZY-Ebene, Fig. 5. Demnach haben in diesem System die Oszillationen die charakteristische Eigenschaft, daß alle Punkte eines Meridianes längs der Kugelfläche so schwingen, daß ihre Schwingungsrichtung mit der Meridianebene überall denselben Winkel bildet, wie im Polpunkte Z; man kann daher dieses Oszillationssystem mit Recht das isogonale nennen; seine Kugelwellen sind zur Darstellung einer wichtigen Klasse von Polarisationserscheinungen gebeugten Lichtes sehr geeignet. —

Aus der physikalischen Darstellung des einfach-zirkumaxialen und einfach-meridionalen Systems folgt auch die des isogonalen Systemes.

Vollführt nämlich wie in § 14 (1) eine starre Kugel vom Radius R rotatorische Schwingungen um die durch die Ruhelage ihres Mittelpunktes gehende Achse X nach dem Gesetze $\frac{\lambda a}{2\pi R^2} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T}$, und dabei gleichzeitig, wie in § 14 (11) translatorische, geradlinige Schwingungen längs der durch dieselbe Ruhelage gehenden Y-Achse nach dem Gesetze $b \sin 2x \frac{t}{T}$, so kann der Bewegungszustand des elastischen Mediums, infolge der linearen Differentialgleichungen, stets als die Summe der durch die einzelnen Erregungen verursachten Zustände betrachtet werden.

Setzt man nun in § 14 (1) und (11) betreffs der Amplituden der erregenden Schwingungen die Bedingung fest:

$$A = aR = \frac{3}{2} bR = A, \tag{8}$$

also einfach

$$2a = 3b,$$

so erzeugt der erwähnte, gleichzeitig rotatorische wie translatorische Oszillationszustand der erregenden kleinen Kugel in zu λ größeren Entfernungen r ein Vektorensystem, welches nach § 14 (10) und (20) und nach (8) dieses Paragraphen gleich ist der hier in (3) dargestellten Summe von (1) und (2). Dieselbe bedeutet also ein isogonales Schwingungssystem im Medium; das

selbe hat keine Symmetrie um eine Achse, jedoch zu Symmetrieebenen die XZ- und die YZ-Ebene, so daß also die Z-Achse als Schnittlinie derselben, eine ausgezeichnete Achse ist. Man bemerkt, daß die infolge der drehenden Oszillation auftretende Amplitude eines Punktes des Äquators der Kugel R den Wert hat: $R \cdot \frac{\lambda a}{2\pi R^2}$, oder $\frac{\lambda a}{2\pi R}$; ferner ist hier die Amplitude der geradlinigen Oszillation der Kugel: $b = \frac{2}{3} a$; da nun in obiger Näherung R/λ sehr klein ist, muß die Amplitude $a \cdot \frac{1}{2\pi R}$ sehr groß sein zur Amplitude $a \cdot \frac{2}{3}$; also die Rotation sehr energisch zur Translation.

§ 16. Verteilung der Schwingungsrichtungen der isogonalen Welle längs einer Schar von Kugelkreisen, deren Ebenen durch eine einzige Tangente der Kugelfläche gehen.

Es möge hier noch eine einfache, jedoch wichtige geometrische Eigenschaft dieses Oszillationssystemes bewiesen werden, nämlich diejenige, daß die Richtungen der Schwingungen längs solchen Kugelkreisen geordnet sind, deren Ebenen sämtlich diejenige Linie SY enthalten, Fig. 6*, welche durch den, dem Polpunkt Z diametral gegenüberliegenden Punkt S der Kugelfläche geht und der Achse OY parallel gerichtet ist.

Es sei ERS ein solcher Kreis, K sein Mittelpunkt; man kann ohne Schwierigkeit beweisen, daß die in R zu diesem Kreise gezogene Tangente in die Richtung der in $R(xyz)$ resultierenden Schwingung $(\xi\eta\zeta)$ fällt und daher mit dem Meridian $\widehat{ZR}$ denselben Winkel α bildet, wie dieser Meridian mit der YZ-Ebene in Z.

Bedeutet nämlich ε den Winkel zwischen der Kreisebene ERS und der YZ-Ebene, $\bar{S}\bar{E}$ den Durchmesser des Kreises, $SR = h$ die zum Kugelpunkte R gezogene Sehne desselben, β den Winkel zwischen $\bar{S}\bar{E}$ und SR; bedeuten ferner x, y, z; α, γ dieselben Größen wie bisher in § 15 und Fig. 5, so findet man, nach dem Gerippe der Fig. 6:

* In bezug auf die Bezeichnung R siehe die Fußnote des § 15, p. 148.

$$x = r \sin\gamma \cdot \sin\alpha, \quad y = r \sin\gamma \cos\alpha, \qquad z = r\cos\gamma, \tag{1}$$

$$x = h\cos\mu\sin\varepsilon, \quad y = h\sin\mu, \qquad z + r = h\cos\mu\cos\varepsilon, \tag{2}$$

$$\overline{SE} = 2r\cos\varepsilon, \quad h = \overline{SE}\cdot\cos\mu = 2r\cos\varepsilon\cos\mu, \tag{3}$$

also:

$$\left.\begin{aligned} x &= 2r\sin\varepsilon\cos\varepsilon\cos^2\mu, \\ y &= 2r\cos\varepsilon\sin\mu\cos\mu, \\ z + r &= 2r\cos^2\varepsilon\cos^2\mu. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

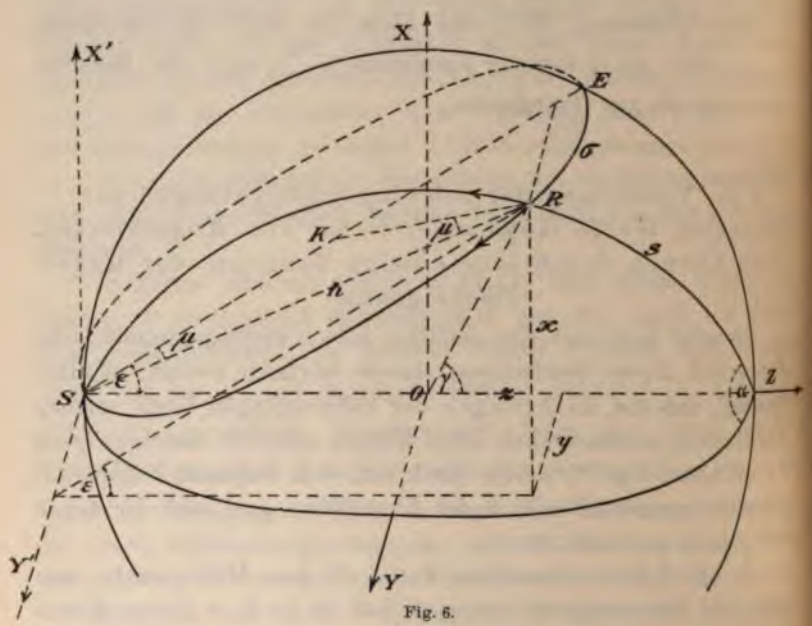


Fig. 6.

Das Gleichsetzen der Ausdrücke für dieselben Koordinaten ergibt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\gamma\sin\alpha &= 2\cos\varepsilon\cdot\sin\varepsilon\cos^2\mu, \\ \sin\gamma\cos\alpha &= 2\cos\varepsilon\sin\mu\cos\mu, \\ 1 + \cos\gamma &= 2\cos\varepsilon\cos\varepsilon\cos^2\mu. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Daraus folgen die später notwendigen Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} tg\,\varepsilon &= \frac{\sin\gamma}{1+\cos\gamma}\sin\alpha, & \frac{1}{\cos^2\varepsilon} &= 1 + \frac{\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{(1+\cos\gamma)^2}, \\ \sin 2\mu &= \frac{\sin\gamma\cos\alpha}{\cos\varepsilon}, & \cos 2\mu &= \frac{1+\cos\gamma}{\cos^2\varepsilon} - 1. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Es sei nun der Bogen $\widehat{ER} = \sigma$, dessen Inkrement $d\sigma$ liegt längs der in R zum Kreise ERS gezogenen Tangente; da, wie sofort ersichtlich, der Winkel $\sphericalangle (KRS) = \mu$, und $d\sigma$ mit h den Winkel $\frac{1}{2}\pi - \mu$ bildet, so wird: $d\sigma = h\, d\mu : \cos\mu = 2r\cos\varepsilon \cdot d\mu$.

Man bildet demnach die Richtungskosinus von $d\sigma$, unter Berücksichtigung der in (4) explicite durch ε und μ ausgedrückten x, y, z:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\sigma} &= \frac{1}{2r\cos\varepsilon}\cdot\frac{dx}{d\mu} = -\sin\varepsilon\sin 2\mu, \\ \frac{dy}{d\sigma} &= \frac{1}{2r\cos\varepsilon}\cdot\frac{dy}{d\mu} = +\cos 2\mu, \\ \frac{dz}{d\sigma} &= \frac{1}{2r\cos\varepsilon}\cdot\frac{dz}{d\mu} = -\cos\varepsilon\sin 2\mu. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Man drücke nun die rechtsseitigen Größen obiger Gleichungen mittels ihrer, oben in (6) durch α und γ dargestellten Werte aus, es wird

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\sigma} &= -\cos\alpha\sin\gamma\cdot\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma}, \\ \frac{dy}{d\sigma} &= (1+\cos\gamma)\left(1+\frac{\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{(1+\cos\gamma)^2}\right) - 1 = \frac{\cos\gamma+\cos^2\gamma+\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma}, \\ \frac{dz}{d\sigma} &= -\cos\alpha\sin\gamma = -\frac{(1+\cos\gamma)\cos\alpha\sin\gamma}{1+\cos\gamma}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Also sind die Schwingungskomponenten [§ 15, (6)]:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\frac{dx}{d\sigma}\sin\psi, \\ \eta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\frac{dy}{d\sigma}\sin\psi, \\ \zeta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\frac{dz}{d\sigma}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

das ist: die Schwingung im beliebigen Punkte $R(xyz)$ der Kugelfläche geht stets längs der Tangente desjenigen Kugelkreises ERS vor sich, der durch R geht und dessen Ebene SY' enthält.

Daß die Tangente mit dem durch R gehenden Meridian $\widehat{ZR}$ in R denselben Winkel α bildet, wie die YZ-Ebene mit demselben Meridian in Z, ist aber schon in § 15 (7), Fig. 5 erwiesen.

Zieht man daher eine Schar solcher Kreise $ERSE$ von $\varepsilon = \frac{1}{2}\pi$ bis $\varepsilon = -\frac{1}{2}\pi$ über die Kugelfläche: so schneidet der Meridian $ZRSZ$ alle diese Kreise unter demselben Winkel α; das System dieser Kreise drückt also die isogonale Art der gesetzmäßigen Verteilung der Schwingungsrichtungen an der Kugeloberfläche aus.

§ 17. Zweites, zum ersten orthogonales isogonales Oszillationssystem.

Man erhält sofort ein anderes, ebenfalls isogonales System, wenn man in den, in § 15 (1), (2), (3) komponierten zirkumaxialen und meridionalen Systemen die X- und die Y-Achse gegenseitig vertauscht.

Setzt man:

$$\left.\begin{aligned} \xi'_1 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \eta'_1 &= 0, \\ \zeta'_1 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{x}{r}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (1) \qquad \left.\begin{aligned} \xi'_2 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \eta'_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta'_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xz}{r^2}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

so bedeutet $(\xi'_1\,\eta'_1\,\zeta'_1)$ ein um die Y-Achse symmetrisches, einfach-zirkumaxiales, $(\xi'_2\,\eta'_2\,\zeta'_2)$ ein um die X-Achse symmetrisches, einfach meridionales Oszillationssystem, deren Zusammensetzung ergibt:

$$\xi' = \xi'_1 + \xi'_2, \quad \eta' = \eta'_1 + \eta'_2, \quad \zeta' = \zeta'_1 + \zeta'_2,$$

also:

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= +\frac{A}{r}\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)\sin\psi, \\ \eta' &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta' &= -\frac{A}{r}\,\frac{x}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

oder, mittels α und γ ausgedrückt [§ 15, (5)]:

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= +\frac{A}{r}\cdot(\cos\gamma+\cos^2\gamma+\cos^2\alpha\sin^2\gamma)\sin\psi, \\ \eta' &= -\frac{A}{r}\cdot\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma\sin\psi, \\ \zeta' &= -\frac{A}{r}\cdot\sin\alpha\sin\gamma(1+\cos\gamma)\sin\psi. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Auch dieses Schwingungssystem ist stets senkrecht zu r, wie dies die einfache Multiplikation der ersteren Komponenten (3) mit $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ und die Produktensumme ergibt.

Ebenso findet sich unmittelbar die Produktensumme der

Komponenten des ersten isogonalen Systemes ξ, η, ζ, [§ 15 (3)] mit den Komponenten ξ', η', ζ' proportional der Summe:

$$\frac{xy}{r^3}\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)+\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)\frac{xy}{r^2}-\frac{xy}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2=0, \quad (5)$$

das ist, in jedem Punkte R der Kugelfläche r sind die Schwingungen $(\xi\,\eta\,\zeta)$ und $(\xi'\,\eta'\,\zeta')$ stets transversal zu r und aufeinander orthogonal.

Also bilden die Schwingungsrichtungen von $(\xi'\,\eta'\,\zeta')$ der längs eines und desselben Meridians liegenden Punkte $R(xyz)$ mit diesem Meridian alle denselben Winkel $\alpha+\frac{1}{2}\pi$, wenn α wieder, wie in § 15 und 16, Fig. 5 und 6 den Winkel zwischen der Meridianebene $\widehat{ZR}$ und der YZ-Ebene bedeutet.

Es bildet demnach $(\xi'\,\eta'\,\xi')$ ein zu den durch die Z-Achse gehenden Meridianen ebenfalls isogonales Oszillationssystem, welches überall orthogonal zum Systeme $(\xi\,\eta\,\zeta)$ ist.

Die Schwingungen $(\xi'\eta'\zeta')$ der Punkte $R(xyz)$ der Kugelfläche r sind also längs solchen Kugelkreisen geordnet, die sämtlich die durch S gehende, zu X parallele Gerade SX' enthalten Fig. 6; dieses Kreissystem ist orthogonal zu dem durch SY' gehenden System von Kugelkreisen (§ 16).

Auch in diesem Falle ist die physikalische Darstellung des Systemes gleich derjenigen des vorigen Systemes § 15, vorletzte Alinea: vollführt nämlich eine starre Kugel vom Radius R rotatorische Schwingungen um die durch die Ruhelage ihres Mittelpunktes gehende Achse Y nach dem Gesetze $\frac{\lambda a}{2\pi R^2}\cdot\cos 2\pi\frac{t}{T}$, und dabei gleichzeitig translatorische geradlinige Schwingungen längs der durch dieselbe Ruhelage gehenden X-Achse nach dem Gesetz $b\cdot\sin 2\pi\frac{t}{T}$, so entsteht in größerer Entfernung von der erregenden Kugel das zweite isogonale Oszillationssystem, wenn bezüglich der Amplituden wie in § 15 (8), die Bedingung besteht

$$A=a\,R=\frac{3}{2}\,b\,R=A; \quad (6)$$

auch hier sind die Ebenen XZ und YZ Symmetrieebenen, jedoch, in einem, bezüglich des ersten Systemes (§ 15) vertauschten Sinne, und die Z-Achse ist auch hier eine ausgezeichnete Achse. —

§ 18. Andere Darstellung des isogonalen Oszillationssystemes: Zusammensetzung aus koaxialen, nicht-einfachen zirkumaxialen und meridionalen Kugelwellen.

Die Entwicklungen der §§ 15, 16, 17 zeigten das erste isogonale Oszillationssystem als das Resultat der Zusammensetzung eines einfachen, um die X-Achse symmetrischen zirkumaxialen Systemes und eines einfachen, um die Y-Achse symmetrischen meridionalen Systemes; das zweite isogonale System entsteht, wenn die beiden zu komponierenden Systeme mit ihren Symmetrieachsen gegenseitig vertauscht und miteinander vereinigt werden. Es möge nun im folgenden gezeigt werden, daß die Übereinanderlagerung eines nicht einfachen zirkumaxialen und eines nicht einfachen meridionalen Systemes, die aber beide die Z-Achse als geometrische Achse besitzen, dasselbe erste, und bei passender Wahl der Amplituden auch das zweite isogonale Oszillationssystem ergibt.

1. Man beweist dies, indem man erkennt, daß die Richtungskosinus der linearen Oszillation in $R(xyz)$, nämlich von ϱ, die gleich sind derjenigen der Tangente des Kreises $\widehat{ER}$ an R, Fig. 6, auch folgendermaßen dargestellt werden können [§ 15 (5)]:

$$\frac{dx}{ds}\cos\alpha + \frac{dx}{dn}\sin\alpha,\quad \frac{dy}{ds}\cos\alpha + \frac{dy}{dn}\sin\alpha,\quad \frac{dz}{ds}\cos\alpha + \frac{dz}{dn}\sin\alpha; \tag{1}$$

man überzeugt sich davon, indem man die in α und γ ausgedrückten Quotienten (l. c.) substituiert und mit dem System § 16 (8) vergleicht:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dx}{ds}\cos\alpha + \frac{dx}{dn}\sin\alpha &= \sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\cos\alpha = \\
&= -\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma} = \frac{dx}{d\sigma},\\
\frac{dy}{ds}\cos\alpha + \frac{dy}{dn}\sin\alpha &= \cos^2\alpha\cos\gamma + \sin^2\alpha = \\
&= \frac{\cos\gamma+\cos^2\gamma+\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma} = \frac{dy}{d\sigma},\\
\frac{dz}{ds}\cos\alpha + \frac{dz}{dn}\sin\alpha &= -\sin\gamma\cos\alpha + 0 = \\
&= -\frac{(1+\cos\gamma)\cos\alpha\sin\gamma}{1+\cos\gamma} = \frac{dz}{d\sigma}.
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Demnach können nach § 16, (9) die Schwingungskomponenten geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dx}{ds}\cos\alpha+\frac{dx}{dn}\sin\alpha\right)\sin\psi,\\
\eta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dy}{ds}\cos\alpha+\frac{dy}{dn}\sin\alpha\right)\sin\psi,\\
\zeta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dz}{ds}\cos\alpha+\frac{dz}{dn}\sin\alpha\right)\sin\psi.
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Man kann also diese erste isogonale Oszillation als zusammengesetzt betrachten aus zwei Kugelwellen, deren eine längs den um die Z-Achse geschlagenen Parallelkreisen mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\sin\alpha$ und der Phase ψ, deren andere längs der die Achse Z enthaltenden Meridiane mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\cos\alpha$ und der Phase ψ vor sich geht.*

2. In ganz ähnlicher Weise läßt sich das zweite isogonale System zusammensetzen; man sieht nämlich sofort ein, daß die Richtungskosinus

$$\frac{dx}{ds}\sin\alpha-\frac{dx}{dn}\cos\alpha,\quad \frac{dy}{ds}\sin\alpha-\frac{dy}{dn}\cos\alpha,\quad \frac{dz}{ds}\sin\alpha-\frac{dz}{dn}\cos\alpha \qquad (4)$$

zu einer Richtung gehören, die sowohl senkrecht zu r ist [§ 15, (5a)], als auch stets normal zu der, durch die Kosini (1) dieses Paragraphen festgesetzten Richtung, wie dies die Produktensumme aus (1) und (4) unter Beobachtung von § 15, (5a) sofort erweist.

Bildet man übrigens (4) direkt aus (5) des § 15, so wird unmittelbar

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dx}{ds}\sin\alpha-\frac{dx}{dn}\cos\alpha &= \sin^2\alpha\cos\gamma+\cos^2\alpha =\\
&= +\frac{\cos\gamma+\cos^2\gamma+\cos^2\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma},\\
\frac{dy}{ds}\sin\alpha-\frac{dy}{dn}\cos\alpha &= \sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\cos\alpha =\\
&= -\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma},\\
\frac{dz}{ds}\sin\alpha-\frac{dz}{dn}\cos\alpha &= -\sin\alpha\sin\gamma-0 =\\
&= -\frac{\sin\alpha\sin\gamma(1+\cos\gamma)}{1+\cos\gamma}.
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

* Es sei mir hier gestattet, zu bemerken, daß ich zuerst diese Art der Zusammensetzung fand, als ich das von mir experimentell festgestellte Gesetz der isogonalen Polarisation mittels Kombination einfacher Oszillationssysteme darzustellen versuchte.

Damit können also die Komponenten des zweiten isogonalen Systems [§ 17, (4)] geschrieben werden

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dx}{ds}\sin\alpha - \frac{dx}{dn}\cos\alpha\right)\sin\psi, \\ \eta' &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dy}{ds}\sin\alpha - \frac{dy}{dn}\cos\alpha\right)\sin\psi, \\ \zeta' &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dz}{ds}\sin\alpha - \frac{dz}{dn}\cos\alpha\right)\sin\psi. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Man kann daher diese Oszillation als zusammengesetzt betrachten aus zwei Kugelwellen, deren eine längs den um die Z-Achse geschlagenen Parallelkreisen mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\cos\alpha$ und der Phase $-\psi$ oder $\pi+\psi$, deren andere längs den die Achse Z enthaltenden Meridianen mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\sin\alpha$ und der Phase ψ Oszillationen erzeugt.

Indes muß bemerkt werden, daß die physikalische Erläuterung der in diesem Paragraphen gegebenen Zusammensetzung kompliziert und wenig wahrscheinlich erscheint, während die in den §§ 15—17 betrachtete Komponierung eine sehr einfache physikalische Bedeutung hat.

§ 19. Der elastische Elongations-(kinetische)Vektor und der zugehörige Torsions-(potentielle)Vektor bilden orthogonale, vertauschbare Richtungssysteme in der Kugelwelle. In großer Entfernung vom Erregungszentrum verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystems.

I. Bezeichnen u, v, w die *doppelten* Werte der Komponenten der zu den elastischen Verrückungen gehörigen Torsion, so gilt für dieselben bekanntlich

$$u = \frac{\partial\zeta}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial z}, \quad v = \frac{\partial\xi}{\partial z} - \frac{\partial\zeta}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial y}. \quad (0)$$

Man kann die Resultante der Verrückungskomponenten ξ, η, ζ den

kinetischen, diejenige der Rotationskomponenten u, v, w den potentiellen Vektor nennen.*

1. Geht man von den Ausdrücken des um die X-Achse symmetrischen einfach-zirkumaxialen Systemes aus [§ 14, (10)], indem man dort $aR = A$ setzt:

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{A}{r} \cos\psi, \quad \psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right); \\ \xi = 0, \quad \eta &= +\frac{A}{r} \cdot \frac{z}{r} \sin\psi, \quad \zeta = -\frac{A}{r} \cdot \frac{y}{r} \sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

und bildet deren Differentialquotienten, indem man r/λ als sehr groß ansetzt und die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt, so findet man aus (1) und (0)

$$\left.\begin{aligned} u &= +\frac{A}{r} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos\psi, \\ v &= -\frac{A}{r} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xy}{r^2} \cos\psi, \\ w &= -\frac{A}{r} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xz}{r^2} \cos\psi. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Dies ist aber ein einfach-meridionales, einfach-harmonisches Vektorensystem, welches um die X-Achse Symmetrie besitzt und zum ursprünglichen zirkumaxialen System (1) orthogonal ist; dieser Typus kam oben vor [§ 17, (2)].

2. Geht man von den Ausdrücken des um die Y-Achse symmetrischen einfach-meridionalen Oszillationssystems aus [§ 14, (20)], indem man dort $\frac{3}{2} Rb = A$ setzt:

$$\left.\begin{aligned} P &= \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{A}{r} \sin\psi, \quad \psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right); \\ \xi &= -\frac{A}{r} \cdot \frac{xy}{r^2} \sin\psi, \quad \eta = +\frac{A}{r} \cdot \frac{x^2+z^2}{r^2} \sin\psi, \quad \zeta = -\frac{A}{r} \cdot \frac{zy}{r^2} \sin\psi; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

und bildet die Differentialquotienten in obiger Annäherung, so wird ebenfalls aus (3) und (0)

$$\left.\begin{aligned} u &= +\frac{A}{r} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{z}{r} \cos\psi, \\ v &= 0, \\ w &= -\frac{A}{r} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{x}{r} \cos\psi. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

* Man sehe z. B. P. Drude, Physik des Äthers auf elektromagnetischer Grundlage p. 499, Stuttgart 1894.

Dies ist wieder ein einfach-zirkumaxiales, einfach-harmonisches Vektorensystem, dessen Symmetrieachse ebenfalls die Y-Achse ist; dasselbe ist orthogonal zum ursprünglichen meridionalen System (3); auch dieser Typus kam schon vor [§ 17, (1)].

3. Geht man von den Ausdrücken desjenigen einfach-isogonalen Oszillationssystemes aus, welches aus der Summe der unter (1) und (3) angesetzten beiden Systeme entsteht, wie schon früher dargestellt, [§ 15, (3)]:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta &= +\frac{A}{r}\cdot\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)\sin\psi, \\ \zeta &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\sin\psi, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

so findet man natürlich als den doppelten Wert der Drehungen die Summe der hier unter (2) und (4) gefundenen Werte, also den schon früher gebildeten Typus [§ 17, (3)]:

$$\left.\begin{aligned} u &= +\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)\cos\psi, \\ v &= -\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\cos\psi, \\ w &= -\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\cdot\frac{x}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\cos\psi. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Dies ist aber ebenfalls ein einfach-isogonales, jedoch zum ersten isogonalen System (5) ebenfalls orthogonales, einfach-harmonisches Vektorensystem.

4. Wäre man, wie in § 17, ursprünglich von den zweiten einfachen Oszillationssystemen ausgegangen, nämlich von dem, um die Y-Achse symmetrischen zirkumaxialen $\xi_1'\,\eta_1'\,\zeta_1'$, von dem um die X-Achse symmetrischen meridionalen $\xi_2'\,\eta_2'\,\zeta_2'$ und von dem aus deren Summe entstandenen isogonalen System $\xi'\,\eta'\,\zeta'$, so hätte man für die Drehungskomponenten der Reihe nach das erste meridionale, das erste zirkumaxiale und das erste isogonale Vektorensystem erhalten, also die Typen (1), (2), (3) des § 15.

In allen diesen Fällen bildet das jeweilige elastische Verrückungssystem (kinetische Vektorensystem) und das zugehörige Drehungssystem (potentielle Vektorensystem) zueinander orthogonale Richtungssysteme auf der Kugelfläche r.

Würde man aus u, v, w in derselben Weise einen neuen Vektor lden wie u, v, w aus ξ, η, ζ gebildet wurden, so hätte man, da

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

mittelbar

$$\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = -\nabla^2 \xi = -\left(\frac{T}{\lambda}\right)^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = +\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \xi \text{ u. s. f.;}$$

an erhielte in dieser Weise wieder den Typus des jeweiligen sprünglichen Elongationssystemes $\xi\, \eta\, \zeta$.

II. Man bemerkt hier sofort, daß in den Ausdrücken (1), (2);), (4); (5), (6) dieses Paragraphen keine Eigenschaft der Form und r Oberflächenbedingungen der erregenden kleinen Kugel auftritt; ß diese Vektoren nach den geltenden Regeln ohne weiteres aus den er in (1) und (3) für U und P angesetzten Formen dargestellt erden können, ohne daß man über die Form und die Ober- ichenbedingungen des sehr kleinen Erregungskörperchens nähere oraussetzungen macht, oder überhaupt solche hier nötig hätte. ohl aber bedeutet die Wahl von U in (1), daß das Erregungs- ntrum einfach-rotatorische, die Wahl von P in (3), daß dasselbe nfach-translatorische Oszillationen vollführt; dadurch ist auch der weilige Typus des Lösungssystemes bestimmt, welches die zu- hörigen charakteristischen Vektorensysteme ergibt. —

20. Energieverhältnisse der elastischen Kugelwellen.

Die auf die Volumeinheit bezogene Energie eines oszillie- nden Mediums, die „Energiedichte", ist bekanntlich

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \{u^2 + v^2 + w^2\}, \qquad (1)$$

bei das erste Glied den kinetischen, das zweite den poten- llen Teil dieser Energie bildet.*

Eine leichte Rechnung zeigt, daß für jedes System unserer gelwellen die beiden Teile dieser Energie in allen Punkten des diums, für welche der Wert r/λ sehr groß ist, einander gleich

* Man vgl. z. B. W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik, II, p. 560—562, Leipzig 1896.

sind; für die unter Punkt 1. und 2. des § 19 erwähnten Systeme folgt diese Gleichheit sofort, für die unter 3. erwähnten unter Beobachtung der Gleichheit:

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{xy}{r^2}\right)^2+\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)^2+\frac{y^2}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2=\left(1+\frac{z}{r}\right)^2=\\ =\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)^2+\left(\frac{xy}{r^2}\right)^2+\frac{x^2}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2.\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Nun wollen wir uns mit der Energie des sekundären Erregungsraumes beschäftigen und dabei den einfachsten Fall annehmen, daß die in diesen Raum einfallende Oszillation einem linear-polarisierten ebenen Wellenzuge angehöre, dessen Fortpflanzungsrichtung in der positiven Z-Achse, dessen Schwingung längs der Y-Achse liege.

Im Punkte $x_0 y_0 z_0$ dieses Erregungsraumes gilt also

$$\xi_0 = 0, \quad \eta_0 = A_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z_0}{\lambda}\right), \quad \zeta_0 = 0, \quad (3a)$$

$$\left.\begin{aligned}u_0 &= \frac{\partial \xi_0}{\partial y_0}-\frac{\partial \eta_0}{\partial z_0} = +A_0\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z_0}{\lambda}\right),\\ v_0 &= \frac{\partial \xi_0}{\partial z_0}-\frac{\partial \zeta_0}{\partial x_0} = 0,\\ w_0 &= \frac{\partial \eta_0}{\partial x_0}-\frac{\partial \xi_0}{\partial y_0} = 0.\end{aligned}\right\} \quad (3b)$$

Die beiden Arten der Energie haben hier den gleichen Wert:

$$\frac{1}{2}A_0^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z_0}{\lambda}\right). \quad (4)$$

Setzt man in diesen Ausdrücken $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$, so gelten dieselben für ein Volumteilchen um den Anfangspunkt $r = 0$.

Würde man nun eine sehr kleine Kugel vom Radius R als dieses Volumteilchen annehmen, so würde dieselbe also infolge des einfallenden Wellenzuges erstens eine geradlinige einfach-harmonische Schwingung längs der Y-Achse nach dem Gesetze in (3a):

$$\eta_0 = A_0 \sin 2\pi\frac{t}{T}, \quad (5)$$

und zweitens eine rotatorische einfach-harmonische Schwingung um die X-Achse nach dem Gesetze (3b):

$$\frac{1}{2}u_0 = A_0\cdot\frac{\pi}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\frac{t}{T} \quad (6)$$

ausführen.

Würde man ferner diese Kugel als sekundären Erregungskörper betrachten, so würde nach § 14 und 15 ihre Rotation und Translation bei großen λ/R und r/λ gleichzeitig ein einfach-zirkumaxiales und ein einfach-meridionales Oszillationssystem erzeugen, deren Symmetrieachsen die X, bezüglich die Y-Achse sind.

Diese Systeme bilden zusammen nur unter der Bedingung ein isogonales System, wenn nach § 15, (8) die lineare Amplitude der Translation, nämlich b, und die Winkelamplitude der Rotation der Kugel R, nämlich $\frac{\lambda a}{2\pi R^2}$ miteinander in solchem Verhältnis stehen, daß $b = \frac{2}{3} a$, also daß

$$b : \frac{a\lambda}{2\pi R^2} = \frac{2}{3} a : \frac{a\lambda}{2\pi R^2} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{R^2}{\lambda}; \tag{7a}$$

hingegen ist bei der gegenwärtigen, vom äußern Wellenzug eingeprägten Bewegung der Kugel nach (5) und (6) dies Verhältnis:

$$A_0 : A_0 \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi}. \tag{7}$$

Die beiden Verhältnisse (7a) und (7) sind im allgemeinen einander nicht gleich; demnach würde diese letztere, mittels (5) und (6) dargestellte erzwungene Bewegung der Kugel in größerer Entfernung keine isogonale Kugelwelle erzeugen.

Wollte man aber über den kleinen Kugelradius R so disponieren, daß durch dessen Wert die beiden Verhältnisse (7a) und (7) gleich würden, so wäre

$$\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{R^2}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi}, \quad \text{also} \quad R = \lambda \frac{\sqrt{3}}{2\pi}; \tag{7b}$$

mithin R und λ von gleicher Größenordnung; dies wäre aber in Widerspruch mit der früher gemachten Annahme, daß nämlich R/λ sehr klein sei, unter welcher die physikalische Darstellung unserer isogonalen Systeme auf elastischer Grundlage zulässig ist.

Man findet nämlich für den Fall, daß R und λ gleicher Größenordnung sind, daß bei sehr großem r/λ die Phasen in den Ausdrücken (9) des § 14 den Wert $\psi + \operatorname{arctg} \frac{1}{2R} \cdot \frac{\lambda}{\pi}$ haben, und also (9) nicht in (10) übergehen. Hingegen gehen bei demselben Fall in Abschnitt II des § 14 die Ausdrücke (15) bei Beachtung von (16a) und (16b) genau in die Annäherung (20) über.

Es haben also unter der Voraussetzung (7 b) die zirkumaxialen und die meridionalen Vektoren nicht gleiche Phasen, dies ist aber wie in (3) des § 15 notwendig, um aus diesen Systemen das isogonale System bilden zu können.

Indes ist es fraglich, ob die Vorgänge im Erregungsraume sich so einfach abspielen wie sie hier vorausgesetzt wurden (vgl. folgenden Paragraph).

§ 21. Darstellung des isogonalen Systemes unter der Voraussetzung der Gleichheit der Energien der von der translatorischen und von der rotatorischen Oszillation der linear-polarisierten einfallenden Welle erzeugten Oszillationssysteme.

Die am Ende des § 20 erwähnte Schwierigkeit läßt sich durch einfache Betrachtungen allgemeiner Art vermeiden, indem man nämlich von den uns unbekannten Vorgängen im sekundären Erregungsraum nur das voraussetzt, daß sie aus einfachen linear-polarisierten elastischen Schwingungen bestehen, die jedem Volumelement des Erregungsraumes eine unter sich parallele lineare translatorische und eine unter sich parallelachsige rotatorische einfach-harmonische Oszillation erteilt; die Richtung der translatorischen und die Achse der rotatorischen Oszillation sind naturgemäß aufeinander stets senkrecht und liegen in der einfallenden Wellenebene.

Man darf wohl mit der größten Wahrscheinlichkeit behaupten, daß jedes dieser Volumelemente im allgemeinen als eine erregende Kugel betrachtet werden kann; es erzeugt somit jedes erregende Massenelement in größerer Entfernung vom Erregungsraume infolge seiner rotatorischen Schwingung ein einfach-zirkumaxiales, infolge seiner translatorischen Schwingung ein einfach-meridionales Oszillationssystem.

Hat nun der Erregungsraum im Verhältnis zu r geringe Dimensionen, wie dies bei Lichtbeugung durch eine Öffnung stets der Fall ist, so ist sofort einleuchtend, daß die Resultante der aus den einzelnen sekundären Erregungselementen hervorgerufenen Zustände ein einfach-zirkumaxiales und ein einfach-meridionales

szillationssystem vom selben Typus ist, wie die durch ein inzelnes Element erzeugten Systeme.

Man darf daher ansetzen:

1. Die vom einfallenden Wellenzuge im sekundären Erregungsaume hervorgerufene elastische torsionale Schwingung erzeugt n Stellen, die vom Erregungsorte genügend weit sind, [nach 14, (10); § 19, (1), (2)] ein einfach-zirkumaxiales Oszillationssystem, dessen lineare Komponenten:

$$\xi_{,} = 0, \quad \eta_{,} = + \frac{A}{r} \cdot \frac{z}{r} \sin \psi, \quad \zeta_{,} = - \frac{A}{r} \cdot \frac{y}{r} \sin \psi, \qquad (1a)$$

essen doppelte torsionale Komponenten:

$$\left.\begin{aligned} u_{,} &= + \frac{kA}{r} \cdot \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos \psi, \\ v_{,} &= - \frac{kA}{r} \cdot \frac{xy}{r^2} \cos \psi, \\ w_{,} &= - \frac{kA}{r} \cdot \frac{xz}{r^2} \cos \psi, \end{aligned}\right\} \qquad (1b)$$

obei, wie im § 19

$$\psi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

2. Die vom selben einfallenden Wellenzug im sekundären Erregungsraume hervorgerufene elastische lineare Schwingung erzeugt an Stellen, die vom Erregungsorte genügend weit sind [nach § 14, (20); § 19, (3), (4)], ein einfach-meridionales Oszillationssystem, dessen lineare Komponenten:

$$\left.\begin{aligned} \xi_{,,} &= - \frac{B}{r} \cdot \frac{xy}{r^2} \cdot \sin \psi, \\ \eta_{,,} &= + \frac{B}{r} \cdot \frac{x^2+z^2}{r^2} \sin \psi, \\ \zeta_{,,} &= - \frac{B}{r} \cdot \frac{zy}{r^2} \cdot \sin \psi, \end{aligned}\right\} \qquad (2a)$$

essen doppelte torsionale Komponenten:

$$u_{,,} = + \frac{kB}{r} \cdot \frac{z}{r} \cos \psi, \quad v_{,,} = 0, \quad w_{,,} = - \frac{kB}{r} \cdot \frac{x}{r} \cos \psi. \qquad (2b)$$

ie Amplituden A und B seien vorläufig in unbestimmtem Verltnis zueinander.

Man bilde nun die Energien der beiden Oszillations-

systeme für die ganze Kugelfläche r und setze dieselben einander gleich. Damit ist ausgesprochen, daß die kinetische und die potentielle Energie der einfallenden Welle, die doch stets einander gleich sind, je für sich ein System von Oszillationen erzeugen, deren Energien ebenfalls einander gleich sind; daraus findet man, wie sofort gezeigt wird: $A = B$, und dann bedeutet: $\xi_r + \xi_{rr}$, $\eta_r + \eta_{rr}$, $\zeta_r + \zeta_{rr}$ das isogonale Vektorensystem der Elongationen, $u_r + u_{rr}$, $v_r + v_{rr}$, $w_r + w_{rr}$ das zu ersterem orthogonale, ebenfalls isogonale Vektorensystem der Torsionen.

1. Man hat aus (1a) und (1b) für die Volumeinheit:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi_r}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_r}{\partial t}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \left\{u_r^2 + v_r^2 + w_r^2\right\} = \\ = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{A^2}{r^2} \cdot \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \quad (1c)$$

Bezieht man den Ausdruck auf die Kugelschale vom großen Radius r, und von der Dicke dr, so wird die in dieser Kugelschicht vorhandene ganze Energie des Systemes unter 1:

$$E_r\, dr = \int_f \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{A^2}{r^2}\, dr \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) df_r, \quad (1d)$$

wobei df eine um die X-Achse liegende Elementarzone der Kugelfläche bedeutet.

Setzt man

$$\cos \vartheta_r = \frac{x}{r},$$

dann wird

$$\sin^2 \vartheta_r = \frac{y^2+z^2}{r^2}, \quad df_r = 2\pi r^2 \sin \vartheta_r\, d\vartheta_r,$$

und die Energie

$$E_r\, dr = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot 2\pi A^2 dr \cdot \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) \int_0^\pi (1 - \cos^2 \vartheta_r) \sin \vartheta_r\, d\vartheta_r$$

also:

$$E_r\, dr = \frac{32\pi^3}{3T^2} \cdot A^2 \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) dr. \quad (1e)$$

2. Man hat aus (2a) und (2b) für das Volumenelement:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi_{rr}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_{rr}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_{rr}}{\partial t}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \left\{u_{rr}^2 + v_{rr}^2 + w_{rr}^2\right\} = \\ = 2\,\frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{B^2}{r^2} \cdot \frac{x^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \quad (2c)$$

Bezieht man auch hier diesen Ausdruck auf die obige Kugelschale, so wird die ganze Energie des Systemes unter 2.:

$$E_{\prime\prime}\, dr = \int_f \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{B^2}{r^2}\, dr \cdot \frac{x^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) df_{\prime\prime}. \quad (2\,\mathrm{d})$$

Setzt man hier

$$\cos \vartheta_{\prime\prime} = \frac{y}{r},$$

dann ist

$$\sin^2 \vartheta_{\prime\prime} = \frac{x^2+z^2}{r^2}, \quad df_{\prime\prime} = 2\pi r^2 \sin \vartheta_{\prime\prime}\, d\vartheta_{\prime\prime},$$

also wird

$$E_{\prime\prime}\, dr = \frac{32\pi^3}{3T^2} \cdot B^2 \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) dr. \quad (2\,\mathrm{e})$$

Nimmt man nun an, daß die Energien (1e) und (2e), die aus den einander gleichwertigen Teilen der Energie der einfallenden Welle, nämlich aus deren potentieller (rotatorischer) und aus deren kinetischer (translatorischer) Energie entstanden, ebenfalls einander gleich sind, und diese Annahme dürfte doch sehr wahrscheinlich sein, dann wird unmittelbar $A = B$. Es sind aber dann, wie in § 15, 16, 17 ausführlich dargelegt wurde, $\xi_{\prime} + \xi_{\prime\prime}$, $\eta_{\prime} + \eta_{\prime\prime}$, $\zeta_{\prime} + \zeta_{\prime\prime}$ und $u_{\prime} + u_{\prime\prime}$, $v_{\prime} + v_{\prime\prime}$, $w_{\prime} + w_{\prime\prime}$ zwei zueinander orthogonale, isogonale Vektorensysteme, welche in dieser Weise von der einfallenden, linearpolarisierten Welle erzeugt werden.

Dieser theoretische Satz erhält eine wichtige Bedeutung durch den Umstand, daß die Beobachtung die vollständige Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation für den Fall feststellt, wenn linearpolarisiertes Licht normal zu den beugenden Öffnungen eines Glasgitters fällt und entweder von der beugenden Fläche unmittelbar in Luft reflektiert-gebeugt wird, oder durch diese Fläche hindurch unmittelbar in Luft gebrochen-gebeugt wird (vgl. § 65, 66 u. 78 dieser Arbeit).

Ja, dieses Gesetz hat selbst dann noch allgemein Geltung, wenn das einfallende linearpolarisierte Licht unter beliebigem Winkel auf die beugenden Öffnungen auftrifft, dessen Polarisationsebene jedoch in der Einfallsebene liegt und die Beugung wie oben stattfindet (vgl. § 54, 55, 56, 61, 64, 69 u. 80).

2. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elektromagnetischer Grundlage.

§ 22. Allgemeines über elektromagnetische Störungen und Wellen.

Im folgenden sollen die bisher auf elastischer Grundlage betrachteten Kugelwellen (§ 14—21) mittels der elektromagnetischen Auffassung dargestellt werden; dabei beschränken wir uns auf die notwendigsten Entwicklungen und schließen uns auch hier selbst bei Behandlung schon bekannter Beziehungen keiner der in der Literatur vorfindlichen Darlegungen ganz an*, gehen jedoch bei Aufstellung neuer Kombinationen wo dies geboten erscheint, über deren Grenzen weit hinaus.

Bezeichnungen und Grundgleichungen. Es seien:

X, Y, Z die Komponenten der auf die positive elektrische Einheit wirkenden elektrischen Kraft,

$\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ die Komponenten der elektrischen Polarisation (des elektrischen Momentes),

---

* Man sehe z. B. Lord Rayleigh: On the electromagnetic theory of light. *Philosophical Magazine* (5), vol. XII, p. 81—101, London 1881. H. A. Rowland: On the propagation of an arbitrary electro-magnetic disturbance, on spherical waves of light, and the dynamical theory of diffraction. *Philosophical Magazine.* (5). Vol. XVII, p. 413—437, London 1884; *American Journal of Mathematics,* Vol. 6, p. 359—381, 1883. H. Hertz: Gesammelte Werke, Bd. II, Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. Nr. 9: (1888) Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwellschen Theorie; p. 147—170, Leipzig 1894. H. Poincaré: Les oscillations électriques, § 45, p. 85—92, Paris 1894. W. Voigt: Kompendium der theoretischen Physik, Bd. II, p. 452—457; Leipzig 1896. A. G. Webster: Treatise on Electricity and Magnetism, § 252. p. 527—531, London 1897. H. v. Helmholtz: Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichtes (herausgegeben von A. König und C. Runge), § 35—37, p. 121—131, Hamburg und Leipzig 1897. Ch. E. Curry, A peculiar class of waves, Festschrift, Ludwig Boltzmann gewidmet, p. 282—286, Leipzig 1904. A. Garbasso, Vorlesungen über theoretische Spektroskopie, p. 93—98, Leipzig 1906. M. Plank, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, p. 100—128, Leipzig 1906.

L, M, N die Komponenten der auf die positive magnetische Einheit wirkenden magnetischen Kraft,

$\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ die Komponenten der magnetischen Polarisation (des magnetischen Momentes),

ε die dielektrische Konstante
μ die magnetische Konstante
} des homogenen, isotropen Mediums,

$c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ = Verhältnis der elektromagnetischen Einheit der Elektrizität zur elektrostatischen.

Dann gelten, für jeden (xyz) Punkt eines ruhenden, homogenen, isotropen, dielektrisch-magnetischen Mediums die Gleichungen und Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \\ \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, \\ \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, \end{aligned}\right\} (1) \qquad \left.\begin{aligned} -\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}, \end{aligned}\right\} (2)$$

$$\mathfrak{X} = \frac{\varepsilon}{4\pi} X, \quad \mathfrak{Y} = \frac{\varepsilon}{4\pi} Y, \quad \mathfrak{Z} = \frac{\varepsilon}{4\pi} Z, \tag{3}$$

$$\mathfrak{L} = \frac{\mu}{4\pi} L, \quad \mathfrak{M} = \frac{\mu}{4\pi} M, \quad \mathfrak{N} = \frac{\mu}{4\pi} N. \tag{4}$$

Hierzu treten noch die durch Differentiierung und Addierung der ersten zwei Systeme erhaltenen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial t} &= \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) = 0, \\ \frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} &= \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z}\right) = 0, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

welche aussagen, daß die räumliche Dichte der elektrischen und magnetischen Quanta, nämlich σ und $\mathfrak{f}$ von der Zeit unabhängig sind.

Für elektromagnetische, zeitlich-periodische Störungen müßte σ und $\mathfrak{f}$ ebenfalls zeitlich-periodisch sein; diese Forderung mit obigen Gleichungen (5) verbunden ergibt:

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0, \text{ oder: } \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}+\frac{\partial N}{\partial z}=0, \quad \text{oder:} \quad \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x}+\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y}+\frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z}=0, \tag{7}$$

schließlich mögen alle elektrischen und magnetischen Kräfte (also auch die gleichnamigen Momente) der allgemeinen Wellengleichung genügen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\cdot\nabla^2 U, \quad \text{wobei} \quad \frac{\lambda}{T}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \tag{8}$$

§ 23. Die elektrischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale elektrische und damit verbundene zirkumaxiale magnetische Kugelwelle.

I. Allgemeine Form der Lösungen.

In diesem Falle dient das System [§ 22, (8), (6)]:

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2}=\frac{\lambda^2}{T^2}\nabla^2\mathfrak{X}, \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2}=\frac{\lambda^2}{T^2}\nabla^2\mathfrak{Y}, \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial t^2}=\frac{\lambda^2}{T^2}\nabla^2\mathfrak{Z}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x}+\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y}+\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z}=0 \tag{2}$$

als Grundlage und Ausgangsbeziehungen; man kann deren Lösung in der Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon}&=\frac{\partial D}{\partial x}+\frac{\partial H}{\partial y}-\frac{\partial G}{\partial z},\\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon}&=\frac{\partial D}{\partial y}+\frac{\partial F}{\partial z}-\frac{\partial H}{\partial x},\\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon}&=\frac{\partial D}{\partial z}+\frac{\partial G}{\partial x}-\frac{\partial F}{\partial y},\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wenn dabei F, G, H der allgemeinen Wellengleichung [§ 22, (8)], D der Bedingung

$$\nabla^2 D=0 \tag{4}$$

genügt; außerdem, weil die vier Funktionen F, G, H, D zur Bestimmung von $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ zuviel sind, mögen die ersteren drei noch der Bedingung

$$\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z}=0 \tag{5}$$

unterworfen sein; dadurch ändern sich die oben (3) ausgedrückten Werte von $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ nicht.*

* Siehe z. B. H. v. Helmholtz l. c. p. 55, Fußnote des § 22 dieser Schrift.

Betrachtet man demnach F, G, H, D als gegeben, so bestimmen sich aus ihnen nicht nur $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ aus obigem Ansatze (3) ebenso wie aus § 22, (3) $X = \frac{4\pi}{\varepsilon}\mathfrak{X}$ usw.; sondern auch die durch die elektrischen Störungen erregten magnetischen Kräfte und Polarisationen L, M, N und $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ aus dem zweiten Gleichungssystem des vorigen Paragraphen, da man daraus und aus (3) hat:

$$-\frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z}\right) = 4\pi\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}\right) - 4\pi\,\nabla^2 F,$$

also:

$$\frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial L}{\partial t} = 4\pi\cdot\nabla^2 F = 4\pi\,\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial t^2},$$

demnach

$$L = 4\pi\,\frac{\varepsilon}{c}\,\frac{\partial F}{\partial t} + \text{eine Funktion der Koordinaten.}$$

Letztere spielt indessen bei zeitlich-periodischen Störungen keine Rolle, also ist

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= \frac{X}{4\pi} = \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z},\\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= \frac{Y}{4\pi} = \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x},\\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= \frac{Z}{4\pi} = \frac{\partial D}{\partial z} + \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y},\end{aligned}\right\} \quad (6) \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= \frac{L}{4\pi} = \frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial F}{\partial t},\\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= \frac{M}{4\pi} = \frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial G}{\partial t},\\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= \frac{N}{4\pi} = \frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial H}{\partial t},\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

das System der Lösung bei mittels F, G, H, D gegebenen periodischen elektrischen Störungen.

II. Einfacher Fall: Um die Y-Achse symmetrische Kugelwellen.

Man findet ein einfaches, zur Y-Achse symmetrisches Lösungssystem für (1), (2), (6), (7) durch den Ansatz

$$F = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad G = 0, \quad H = +\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \qquad D = +\frac{\partial \Psi}{\partial y}, \qquad (8)$$

wobei Φ und Ψ als den Gleichungen genügend vorausgesetzt werden:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\nabla^2\Phi, \qquad \nabla^2\Psi = 0. \qquad (9)$$

Damit erhält man sofort aus (6) und (7):

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= +\frac{\partial^2(\Phi+\Psi)}{\partial x\,\partial y},\\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2},\\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= +\frac{\partial^2(\Phi+\Psi)}{\partial z\,\partial y},\end{aligned}\right\} \quad (10) \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\,\partial t},\\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0,\\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial t}.\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Für Kugelwellen kann Φ und Ψ nur von $r=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$ und von t abhängen; eine leichte Rechnung ergibt, genau wie in § 14, Abschnitt II:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= +\frac{xy}{r^2}S,\\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= -\frac{x^2+z^2}{r^2}S-E,\\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= +\frac{zy}{r^2}S,\end{aligned}\right\} \quad (12) \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{z}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\,\partial t},\\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0,\\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{x}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\,\partial t},\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

wobei

$$S=\frac{\partial^2(\Phi+\Psi)}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial(\Phi+\Psi)}{\partial r}, \qquad E=\frac{2}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial r}-\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2}. \quad (14)$$

Die Richtungen der angeschriebenen Momente (also auch diejenigen der gleichnamigen Kräfte) zeigen die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{X}\mathfrak{L}+\mathfrak{Y}\mathfrak{M}+\mathfrak{Z}\mathfrak{N}&=0,\\ \mathfrak{L}x+\mathfrak{M}y+\mathfrak{N}z&=0,\\ \mathfrak{X}x+\mathfrak{Y}y+\mathfrak{Z}z&=-\varepsilon yE.\end{aligned}\right\} \quad (14a)$$

Also sind die elektrischen und magnetischen Kräfte überall normal zu einander; die letzteren (13) sind auch normal zu r und bilden ein längs den zur Y-Achse senkrechten Parallelkreisen gerichtetes zirkumaxiales System; von den elektrischen Kräften (12) ist nur der S enthaltende Teil senkrecht zu r und bildet ein um die Y-Achse symmetrisches meridionales System.

Eine einfache Form der Funktionen Φ und Ψ, die ihren oben (9) angeschriebenen partiellen Differentialgleichungen genügen, ist

$$\Phi=\frac{1}{r}\cdot\Gamma\left(t-\frac{r}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\right)=\frac{1}{r}\Gamma\left(t-T\cdot\frac{r}{\lambda}\right); \qquad \Psi=\frac{H(t)}{r}. \quad (15)$$

Bildet man nun damit nach (14) S und E und bemerkt, daß bei gegen λ großen r in den nach r gebildeten Differentialquotienten

alle Glieder die nicht die zweiten Differentialquotienten von Γ enthalten, vernachlässigt werden können, so bleibt

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= +\frac{xy}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r^2},\\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= -\frac{x^2+z^2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r^2},\\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= +\frac{zy}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r^2},\end{aligned}\right\} \quad (16) \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{z}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r\,\partial t},\\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0,\\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{x}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r\,\partial t}.\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Man bemerkt sofort, daß die durch (8) gegebenen elektrischen Störungen in größerer Entfernung vom Erregungsorte nach (16) und (17) eine meridionale elektrische Kugelwelle und eine mit derselben untrennbar verbundene, zu dieser orthogonale magnetische zirkumaxiale Kugelwelle erzeugen, deren gemeinsame Symmetrieachse die Y-Achse ist.

Im Falle Γ eine einfach-harmonische Funktion von $\left(t-T\cdot\frac{r}{\lambda}\right)$ ist, gehen auch diese Kugelwellen in solche einfachster Art über.*

§ 24. Die magnetischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale magnetische und damit verbundene zirkumaxiale elektrische Kugelwelle.

I. Allgemeine Form der Lösungen.

Wir werden in diesem Falle die Größen mittels Beistriches, von denjenigen des Falles in § 23 unterscheiden.

Hier dient das System [§ 22, (8), (7)]:

$$\frac{\partial^2\mathfrak{L}_1}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\nabla^2\mathfrak{L}_1, \quad \frac{\partial^2\mathfrak{M}_1}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\cdot\nabla^2\mathfrak{M}_1, \quad \frac{\partial^2\mathfrak{N}_1}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\cdot\nabla^2\mathfrak{N}_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\mathfrak{L}_1}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{M}_1}{\partial y} + \frac{\partial\mathfrak{N}_1}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

als Grundlage; die Lösung hat auch hier die Form [§ 23, (3)]:

* Mit den Teilen der Wellenausdrücke, welche in (16) und (17) vernachlässigt wurden, weil sie bei allen beobachtbaren Lichterscheinungen unmerklich sind, beschäftigt sich Cn. E. Curry, siehe Fußnote des § 22 dieser Schrift.

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= \frac{\partial D_r}{\partial x} + \frac{\partial H_r}{\partial y} - \frac{\partial G_r}{\partial z}, \\ -\frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= \frac{\partial D_r}{\partial y} + \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial H_r}{\partial x}, \\ -\frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= \frac{\partial D_r}{\partial z} + \frac{\partial G_r}{\partial x} - \frac{\partial F_r}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wobei F_r, G_r, H_r ebenfalls der allgemeinen Wellengleichung [§ 22, (8)]

$$\frac{\partial^2 F_r}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\nabla^2 F_r,$$

und wie in § 23, (5) der Bedingung

$$\frac{\partial F_r}{\partial x} + \frac{\partial G_r}{\partial y} + \frac{\partial H_r}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

ferner wie in § 23, (4) D_r der Beziehung:

$$\nabla^2 D_r = 0, \tag{5}$$

genügen.

Dann werden die infolge dieser magnetischen Störungen erregten elektrischen Störungen gemäß dem ersten und vierten Gleichungssystem des § 22 und dem System (3) dieses Paragraphen ausgedrückt durch

$$\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial X_r}{\partial t} = \frac{4\pi}{\mu}\left(\frac{\partial \mathfrak{N}_r}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{M}_r}{\partial z}\right) = +4\pi\nabla^2 F_r - 4\pi\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_r}{\partial x} + \frac{\partial G_r}{\partial y} + \frac{\partial H_r}{\partial z}\right),$$

also:

$$\frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial X_r}{\partial t} = 4\pi\nabla^2 F_r = 4\pi\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 F_r}{\partial t^2},$$

demnach ebenfalls

$$X_r = 4\pi\frac{\mu}{c}\frac{\partial F_r}{\partial t} + \text{eine Funktion der Koordinaten;}$$

letztere hat jedoch für zeitlich-periodische Störungen keine Bedeutung.

Es gilt also hier, bei gegebenen magnetischen Störungen als System der Lösung

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= -\frac{L_r}{4\pi} = \frac{\partial D_r}{\partial x} + \frac{\partial H_r}{\partial y} - \frac{\partial G_r}{\partial z}, \\ -\frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= -\frac{M_r}{4\pi} = \frac{\partial D_r}{\partial y} + \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial H_r}{\partial x}, \\ -\frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= -\frac{N_r}{4\pi} = \frac{\partial D_r}{\partial z} + \frac{\partial G_r}{\partial x} - \frac{\partial F_r}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_r}{\varepsilon} &= \frac{X_r}{4\pi} = \frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial F_r}{\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Y}_r}{\varepsilon} &= \frac{Y_r}{4\pi} = \frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial G_r}{\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_r}{\varepsilon} &= \frac{Z_r}{4\pi} = \frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial H_r}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

II. Einfacher Fall: Um die X-Achse symmetrische Kugelwellen.

Der Ansatz

$$F_{,} = 0, \quad G_{,} = + \frac{\partial \Phi_{,}}{\partial z}, \quad H_{,} = - \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad D_{,} = + \frac{\partial \Psi_{,}}{\partial x}, \tag{8}$$

bildet ein Lösungssystem obiger Gleichungen, wenn:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon \mu} \nabla^2 \Phi_{,}, \qquad \nabla^2 \Psi_{,} = 0. \tag{9}$$

Mit diesen bildet man sofort aus (6) und (7) die oben angeschriebenen Komponenten:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathfrak{L}_{,}}{\mu} &= -\frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{,}}{\partial x^2}, \\ -\frac{\mathfrak{M}_{,}}{\mu} &= + \frac{\partial^2 (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial x \partial y}, \\ -\frac{\mathfrak{N}_{,}}{\mu} &= + \frac{\partial^2 (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial x \partial z}, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_{,}}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_{,}}{\varepsilon} &= + \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial z \partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_{,}}{\varepsilon} &= - \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial y \partial t}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Für Kugelwellen kann hier $\Phi_{,}$ und $\Psi_{,}$ ebenfalls nur von r und t abhängen; auch hier gibt eine einfache Rechnung, wie in § 14, Abschnitt II:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}_{,}}{\mu} &= + \frac{y^2 + z^2}{r^2} S_{,} + E_{,}, \\ \frac{\mathfrak{M}_{,}}{\mu} &= - \frac{x y}{r^2} S_{,}, \\ \frac{\mathfrak{N}_{,}}{\mu} &= - \frac{x z}{r^2} S_{,}, \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_{,}}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_{,}}{\varepsilon} &= + \frac{z}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial r \partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_{,}}{\varepsilon} &= - \frac{y}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial r \partial t}, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

wobei:

$$S_{,} = \frac{\partial^2 (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial r}, \quad E_{,} = \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \Phi_{,}}{\partial r} - \frac{\partial^2 \Psi_{,}}{\partial r^2}. \tag{14}$$

Zwischen diesen Komponenten und r bestehen die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}_{,} \mathfrak{X}_{,} + \mathfrak{M}_{,} \mathfrak{Y}_{,} + \mathfrak{N}_{,} \mathfrak{Z}_{,} &= 0, \\ \mathfrak{X}_{,} x + \mathfrak{Y}_{,} y + \mathfrak{Z}_{,} z &= 0, \\ \mathfrak{L}_{,} x + \mathfrak{M}_{,} y + \mathfrak{N}_{,} z &= + \mu x E_{,}. \end{aligned}\right\} \tag{14a}$$

Also sind auch hier die magnetischen und die elektrischen Kräfte zueinander normal; letztere auch senkrecht zu r und bilden nach 13) ein um die X-Achse symmetrisches zirkumaxiales System. Von den magnetischen Kräften (12) ist nur der $S_{,}$ enthaltende

Teil normal zu r und bildet ein um die X-Achse symmetrisches meridionales System.

Auch hier kann als einfache Form von Φ_r und Ψ_r, die deren partiellen Differentialgleichungen genügt, geschrieben werden:

$$\Phi_r = \frac{1}{r} \cdot \Gamma_r \left(t - \frac{r}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\right) = \frac{1}{r} \cdot \Gamma_r \left(t - T\frac{r}{\lambda}\right), \quad \Psi_r = \frac{H_r(t)}{r}. \tag{15}$$

Bildet man nun mit diesen nach (14) S_r und E_r und vernachlässigt auch hier für gegen λ große r, in den nach r gebildeten Differentialquotienten alle Glieder, die nicht die zweiten Differentialquotienten von Γ_r enthalten, so bleibt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= +\frac{y^2+z^2}{r^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r^2}, \\ \frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= -\frac{xy}{r^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r^2}, \\ \frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= -\frac{xz}{r^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r^2}, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_r}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_r}{\varepsilon} &= +\frac{z}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r \partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_r}{\varepsilon} &= -\frac{y}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r \partial t}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Diese Ausdrücke zeigen, daß die durch (8) gegebenen magnetischen Störungen in größerer Entfernung vom Erregungsorte nach (16) und (17) eine meridionale magnetische Kugelwelle und eine mit derselben untrennbar verbundene, zu dieser orthogonale, elektrische zirkumaxiale Kugelwelle erzeugen, deren gemeinsame Symmetrie-Achse die X-Achse ist.

Wenn Γ_r eine einfach harmonische Funktion von $\left(t - T \cdot \frac{r}{\lambda}\right)$ ist, so gehen auch hier diese Kugelwellen in solche einfachster Art über.*

§ 25. Physikalische Konstruierung der zirkumaxialen und der meridionalen elektromagnetischen Kugelwellen. Energie derselben.

Man setze wieder ein homogenes, isotropes, elektromagnetisches Medium voraus und nehme an, ein kleiner, kugelförmiger Teil desselben werde von äußeren Einflüssen (etwa von einem einfallenden Strahlenbündel der ursprünglichen Lichtquelle) in stationärem elektrischen, magnetischen oder elektromagnetischen Oszil-

* Vgl. Fußnote S. 173.

lationszustande erhalten; man suche den durch die eingeprägte, erzwungene Oszillation, also den durch dieses sekundäre Erregungszentrum hervorgerufenen Zustand irgend eines Punktes des sonst unbegrenzten Mediums.

Dieser Zustand muß den allgemeinen Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie genügen; es sind aber auch die Grenzbedingungen an der Kugelfläche zu erfüllen.

Dieselben mögen hier, abweichend von der in solchen Fällen gebräuchlichen Art, durch folgende allgemeine und einfache Überlegungen festgesetzt werden:

Der sekundäre Erregungsraum ist selbst ein Teil des betrachteten Mediums und von ihm aus pflanzen sich die Erregungen zentral und jedenfalls den allgemeinen Gesetzen der Kontinuität gemäß fort; die äußere Einprägung in diesem sekundären Raume erzeugt nun oszillierende elektromagnetische Verschiebungen, die an der Oberfläche der gewählten Kugel keine Diskontinuität zeigen können, weil eben diese Überlegung für jede solche kleine Kugel gelten muß, deren Radius innerhalb derjenigen Grenzen liegt, für welche obige Voraussetzung berechtigt ist, deren Radius also zwischen diesen Grenzen beliebig ist.

Die Oberflächenbedingung ist also die, daß die von außen eingeprägten, fluktuierenden elektrischen oder magnetischen Zustände des Kugelraumes an dessen Grenzfläche gleich sein müssen den gleichnamigen Zuständen des umgebenden Mediums an derselben Fläche.

(Andere Auffassungen des Erregungszentrums siehe § 26.)

I. Eingeprägte elektrische Oszillation. Energie der Wellen.

Die gewählte Kugel vom Radius R zeige längs der Y-Achse den oszillatorischen elektrischen Zustand:

$$\gamma(t) = \beta \sin 2\pi \frac{t}{T}; \tag{1}$$

dann findet jedenfalls um diese Achse Symmetrie statt und die allgemeinen Entwicklungen des § 23 Abschnitt II haben hier unmittelbar Geltung; doch wollen wir, wie in § 14 Abschnitt II, (13) hier sofort ansetzen:

$$\Phi = \frac{B}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda} \right); \quad \Psi = \frac{B'}{r} \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{B''}{r} \cos 2\pi \frac{t}{T}. \tag{2}$$

Die daraus gebildeten Ausdrücke sind ebenso wie in §
(16a) und (16b):

$$S = +\frac{B}{r}\left(\frac{3}{r^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)\sin\psi + \frac{3B}{r^3}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi + \\ + \frac{3B'}{r^3}\sin\varphi + \frac{3B''}{r^3}\cos\varphi,$$

$$E = -\frac{2B}{r^3}\sin\psi - \frac{2B}{r^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi - \frac{2B'}{r^3}\sin\varphi - \frac{2B''}{r^3}\cos\varphi,$$

wobei auch hier

$$\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right), \qquad \varphi = 2\pi\frac{t}{T}.$$

Die Oberflächenbedingungen sind hier ebenfalls, wie in § 14,

$$\left(\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon}\right)_R = 0, \quad \left(\frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon}\right)_R = \beta\sin 2\pi\frac{t}{T}, \quad \left(\frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon}\right)_R = 0.$$

Bildet man diese nach § 23 (12) und bemerkt, daß auch
$\psi_R = \varphi$, so findet man wieder, wie in § 14 (18a), (13):

$$\frac{3B}{R^3} - \frac{B}{R}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{3B'}{R^3} = 0, \quad \frac{B}{R^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda} + \frac{B''}{R^3} = 0, \quad \frac{2B}{R^3} + \frac{2B'}{R^3} =$$

also:

$$B = \frac{3\lambda^2 R\beta}{8\pi^2}, \quad B' = -\frac{1}{2}\beta R^3\left(\frac{3\lambda^2}{4\pi^2R^2} - 1\right), \quad B'' = -\frac{3\lambda R^2\beta}{4\pi}.$$

Damit ist dies Problem gelöst. —

Für sehr kleine Werte von $R:\lambda$ und $\lambda:r$ bleiben nun
§ 14, II (20) und § 23 (16), (17)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{x}{r}\sin\psi. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Also findet man hier aus den vorausgeschickten konkreten Bedingungen das einfach zirkumaxiale elektrische und das dazu gehörige, auf das erstere orthogonale meridionale magnetische Momentensystem, also auch Kräftesystem. —

Die auf die Volumeinheit bezogene Energie der elektrischen und der magnetischen Störungen ist bekanntlich:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}^2+\mathfrak{Y}^2+\mathfrak{Z}^2) \quad \text{und} \quad \frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}^2+\mathfrak{M}^2+\mathfrak{N}^2). \tag{9}$$

Demnach hat man in unserem Fall aus (7) und (8):

$$\frac{1}{2}\cdot 9\pi\cdot\varepsilon\frac{\beta^2R^2}{r^2}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right) \tag{10}$$

als Ausdruck jeder dieser beiden Energien, die also, wie hier zu erwarten war, einander gleich sind.

II. Eingeprägte magnetische Oszillation. Energie der Wellen.

Der gewählte Kugelraum vom Radius R zeige längs der X-Achse den oszillatorischen magnetischen Zustand:

$$\gamma_1(t)=\beta_1\sin 2\pi\frac{t}{T}; \tag{11}$$

dann findet jedenfalls um diese Achse Symmetrie statt, und man kann nach den Entwicklungen der §§ 14 und 24 sofort ansetzen

$$\Phi_1=\frac{B_1}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{R-r}{\lambda}\right), \quad \Psi_1=\frac{B_1'}{r}\sin 2\pi\frac{t}{T}+\frac{B_1''}{r}\cos 2\pi\frac{t}{T}, \tag{12}$$

und dabei die Oberflächenbedingungen:

$$\left(\frac{\mathfrak{L}_1}{\mu}\right)_R=\beta_1\sin 2\pi\frac{t}{T}, \quad \left(\frac{\mathfrak{M}_1}{\mu}\right)_R=0, \quad \left(\frac{\mathfrak{N}_1}{\mu}\right)_R=0, \tag{13}$$

wobei, nach ganz denselben Rechnungen wie im Abschnitt I dieses Paragraphen, als strenge Werte:

$$B_1=\frac{3\lambda^2R\beta_1}{8\pi^2}, \quad B_1'=-\frac{1}{2}\beta_1R^3\left(\frac{3\lambda^2}{4\pi^2R^2}-1\right), \quad B_1''=-\frac{3\lambda R^2\beta_1}{4\pi} \tag{14}$$

sich ergeben.

Wenn nun auch hier $R:\lambda$ und $\lambda:r$ sehr klein sind, so bleibt nach § 14, II. Abschnitt, und § 24 (16) und (17):

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin\psi,\\ \frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi,\\ \frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\cdot\frac{xz}{r^2}\sin\psi.\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}_r}{\varepsilon} &= 0,\\ \frac{\mathfrak{Y}_r}{\varepsilon} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi,\\ \frac{\mathfrak{Z}_r}{\varepsilon} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{y}{r}\sin\psi.\end{aligned}\right\}$$

Demnach ergeben die vorausgesetzten konkreten Bedingu
das einfach-meridionale magnetische und das dazu gehörige
das erstere orthogonale einfach zirkumaxiale elektrische K
system.

Bildet man hier die auf die Volumeinheit bezogene elektr
und magnetische Energie:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}_r^2+\mathfrak{Y}_r^2+\mathfrak{Z}_r^2) \quad \text{und} \quad \frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}_r^2+\mathfrak{M}_r^2+\mathfrak{N}_r^2),$$

so findet man aus (15) und (16)

$$\frac{1}{2}\cdot 9\pi\cdot\mu\,\frac{\beta_r^2 R^2}{r^2}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)$$

als Wert jeder der beiden Energien, die also auch hier, wi
erwarten war, einander gleich sind.

§ 26. Andere Auffassungen des sekundären Erregun
zentrums. In großer Entfernung von diesem verschwind
der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedi
gungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung be
dingte Charakter des Lösungssystemes. Resultat: Die
selben Kugelwellen.

Die tatsächlichen Vorgänge im sekundären Zentrum sind
uns gänzlich unbekannt; jedenfalls aber nicht einfach. Leicht lassen
sich aus willkürlichen Voraussetzungen Probleme aufstellen, indes
ist deren strenge Lösung meistens schwierig, kompliziert und für
unsere Zwecke auch nicht notwendig.

I. Ein verhältnismäßig einfaches Problem ist die von H. HERTZ* herrührende Darstellung der durch eine einfache, lineare elektrische Schwingung hervorgerufenen elektrischen und magnetischen Kräfte; dasselbe benützt auch M. PLANCK*; komplizierter ist die Theorie des kugelförmigen HERTZschen Oszillators, in welcher man eine im dielektrischen Medium isolierte leitende Kugel betrachtet, die im homogenen elektrischen Felde influenziert wird; hört das elektrische Feld plötzlich auf, so gleicht sich die influenzierte Ladung der Kugel in oszillatorischer Weise aus und erzeugt im umgebenden Mittel stark gedämpfte Schwingungen, die H. POINCARÉ* verhältnismäßig einfach bestimmt. In beiden Fällen zeigen für große Entfernungen vom Erregungspunkte die elektrischen Kräfte eine meridionale, die durch erstere erregten magnetischen Kräfte eine dazu normale zirkumaxiale Anordnung, genau so, wie in (16) und (17) der §§ 23 und 24 und (7), (8), (15), (16) des § 25, nur daß im zweiten Fall ein Dämpfungsfaktor hinzutritt.

POINCARÉS Darstellung übernimmt auch A. GARBASSO* und kommt zu demselben Resultat. —

Ein analoges, jedenfalls sehr wichtiges, und im Bereiche der Wahrscheinlichkeit liegendes Problem behandelt, wie schon oben erwähnt, Lord RAYLEIGH**, indem er unter anderem ein in einem übrigens homogenen, isotropen Medium befindliches Partikelchen betrachtet, dessen dielektrische und magnetische Koeffizienten K und μ vom umgebenden Medium abweichen. Ein ebener elektromagnetischer Wellenzug, dessen elektrische Verschiebung längs der Z-Achse und dessen magnetische Verschiebung längs der Y-Achse vor sich geht, während die Welle sich längs der X-Achse fortpflanzt, treffe dieses Teilchen, welches dadurch zu einem sekundären Erregungszentrum wird.

Sind die Unterschiede der erwähnten Koeffizienten, nämlich ΔK und $\Delta\mu$, relativ nicht groß, so findet Lord RAYLEIGH*** für Punkte, die in größerer Entfernung vom Teilchen sind, die durch diese Unterschiede entstandenen elektrischen Verschiebungen in erster Annäherung:

* Siehe Fußnote des § 22 dieser Arbeit.

** Siehe § 12 dieser Arbeit und auch Fußnote des § 22.

*** l. c. p. 89, 90.

$$f_1 = \frac{\pi V}{\lambda^2 r}\left(\frac{xz}{r^2}\cdot\frac{\Delta K}{K} - \frac{z}{r}\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)\sin\psi,$$

$$g_1 = \frac{\pi V}{\lambda^2 r}\left(\frac{yz}{r^2}\cdot\frac{\Delta K}{K}\right)\sin\psi,$$

$$h_1 = \frac{\pi V}{\lambda^2 r}\left(-\frac{x^2+y^2}{r^2}\cdot\frac{\Delta K}{K} + \frac{x}{r}\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)\sin\psi,$$

wobei K, μ die oben erwähnten Konstanten sind, V das Volum des Partikels und $\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$ bedeutet.

Man bemerkt, daß die ersten Teile von f_1, g_1, h_1, ein um die Z-Achse meridionales, die zweiten Teile ein um die Y-Achse zirkumaxiales elektrisches Verschiebungs- also auch Kräftesystem darstellen; die zugehörigen magnetischen Verschiebungen a_1, b_1, c_1 findet man aus

$$-\frac{\mu}{c}\frac{\partial a_1}{\partial t} = \frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial g_1}{\partial z} \text{ usw.},$$

die einfache Ausrechnnng und dieselbe Annäherung ergibt ganz wie in § 19, 23, 24 für die ersten Teile von a_1, b_1, c_1, ein um die Z-Achse zirkumaxiales, für die zweiten Teile ein um die Y-Achse meridionales magnetisches Kräftesystem.

Wenn die magnetische Konstante dieselbe ist, also wenn $\Delta\mu = 0$, dann bleiben von den beiden Doppelsystemen je nur das erste übrig, und umgekehrt.

Für den Fall einer kleinen Kugel als sekundäres Erregungszentrum beweist Lord RAYLEIGH, daß bei $\Delta\mu = 0$ obiges Resultat für jeden endlichen Wert von ΔK Geltung hat.

Man sieht also, daß für größere r dieselben typischen Kugelwellen resultieren wie (16) und (17) der §§ 23 und 24, und (7), (8), (15), (16) des § 25. —

Ähnliche Betrachtungen stellt auch H. A. ROWLAND* an; er findet nach umständlichen Rechnungen, daß eine kleine, eingeprägte stationäre elektromagnetische Oszillationen zeigende Kugel im umgebenden Medium, in größerer Entfernung r elektrische und magnetische Kräfte vom selben Charakter wie obige erregt; indes muß hier bemerkt werden, daß in seinen Entwicklungen an der Oberfläche der Kugel sich naturgemäß Diskontinuitäten der Kräfte ergeben. Seine Resultate haben wir in § 13 betrachtet.

he Fußnote des § 22.

Demnach finden sich wieder dieselben typischen Kugelwellen. Es genügt also vollkommen, wenn wir hier die allgemeinen Überlegungen eingangs des vorigen Paragraphen als Grundlage unseres physikalischen Bildes annehmen; dieselben sind einfach und in sich wohl einwandfrei und führen für größere Entfernungen vom Erregungsorte direkt zu denselben Typen der Kugelwellen, wie die übrigen, komplizierteren Annahmen*.

II. Auch die Systeme (7), (8), (15), (16) des § 25 sind, wenn man in ihnen $\frac{1}{2}\beta R$ und $\frac{1}{2}\beta, R$ einfach als Konstante A und A' betrachtet, von der Form, der Dimension und den Oberflächenbedingungen der Erregungskugel unabhängig. Man erhält dieselben nämlich unmittelbar aus den Systemen (16), (17) der §§ 23 und 24, wenn man in (15) dieser Paragraphen schreibt:

$$\Phi = \frac{1}{r} \cdot \Gamma = \frac{A}{r} \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right);$$

$$\Phi, = \frac{1}{r} \cdot \Gamma, = \frac{A,}{r} \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right).$$

Nun enthalten aber alle Entwicklungen der §§ 23 und 24 keine Spur der Form, der kleinen Dimension und der Oberflächenbedingungen des kleinen Erregungszentrums, sondern es bestimmt den Charakter der Lösungssysteme (8) in diesen beiden Paragraphen ausschließlich die Art der Erregung im sekundären Zentrum, nämlich diejenige eines translatorisch einfach oszillierenden Zustandes längs der Y- beziehungsweise längs der X-Achse.

§ 27. Elektromagnetische isogonale Systeme, dargestellt aus der Erregung einer einfallenden, linearpolarisierten elektromagnetischen Welle. Energieverhältnisse dieser Systeme.

Bei gleichzeitiger elektrischer und magnetischer Oszillation im Erregungsraume erzeugt jede für sich die in § 25 betrachteten

* Es möge noch erwähnt werden: W. Wien: Theorie eines bewegten leuchtenden Punktes. Festschrift, Ludwig Boltzmann gewidmet, p. 174—182, Leipzig 1904. Hier wird die Theorie eines in der Richtung der fortschreitenden Bewegung und eines senkrecht zu dieser Bewegungsrichtung schwingenden Hertzschen Doppelpunktes entwickelt und für größere Entfernungen die Strahlungsenergie und der Strahlendruck berechnet. Die Resultate haben inbezug auf unsere Erscheinungen geringes Interesse.

Kräftesysteme. Sind die beiden eingeprägten Oszillationen senkrec aufeinander und wie in § 25 längs der Y-Achse, beziehungswei der X-Achse gerichtet, dann sind die durch dieselben erregt resultierenden Komponenten der Kräfte, beziehungsweise d Momente aus § 23, 24 und 25:

$$\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{X}+\mathfrak{X}_r),\quad \frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Y}+\mathfrak{Y}_r),\quad \frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Z}+\mathfrak{Z}_r),$$

$$\frac{1}{\mu}(\mathfrak{L}+\mathfrak{L}_r),\quad \frac{1}{\mu}(\mathfrak{M}+\mathfrak{M}_r),\quad \frac{1}{\mu}(\mathfrak{N}+\mathfrak{N}_r).$$

Man setze nun voraus, die Erregungsursache sei e auffallender homogener linearpolarisierter Lichtstral derselbe ist einem kleinen, ebenen Teile einer einfachen Kugelwe gleich zu betrachten und es sind, den Abschnitten I und II § 25, (9), (10); (17), (18) gemäß dessen elektrische und magnetisc Energie im sekundären Erregungsraume einander gleich.

Der Ausdruck derselben für die Volumeinheit:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}^2+\mathfrak{Y}^2+\mathfrak{Z}^2),\qquad \frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}^2+\mathfrak{M}^2+\mathfrak{N}^2)$$

reduziert sich in der Erregungskugel selbst nach § 25, (5) u (13) auf:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}\mathfrak{Y}_R^2 = 2\pi\varepsilon\beta^2\sin^2\varphi,\qquad \frac{2\pi}{\mu}\mathfrak{L}_R^2 = 2\pi\mu\beta^2\sin^2\varphi.$$

Die Gleichsetzung dieser beiden Erregungsenergien ergi

$$\varepsilon\beta^2 = \mu\beta_r^2,$$

und damit für große r nach § 25, (7) und (16); (8) und (15)

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{X}+\mathfrak{X}_r) &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi,\\
\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Y}+\mathfrak{Y}_r) &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\left(\frac{x^2+z^2}{r^2}+\frac{z}{r}\right)\sin\psi,\\
\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Z}+\mathfrak{Z}_r) &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\left(\frac{yz}{r^2}+\frac{y}{r}\right)\sin\psi.
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{\mu}(\mathfrak{L}+\mathfrak{L}_r) &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left(\frac{y^2+z^2}{r^2}+\frac{z}{r}\right)\sin\psi,\\
\frac{1}{\mu}(\mathfrak{M}+\mathfrak{M}_r) &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{xy}{r^2}\sin\psi,\\
\frac{1}{\mu}(\mathfrak{N}+\mathfrak{N}_r) &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left(\frac{xz}{r^2}+\frac{x}{r}\right)\sin\psi.
\end{aligned}\right\}$$

Es bildet also hier sowohl die resultierende elektrische wie die resultierende magnetische Kugelwelle je ein isogonales Kräftesystem: die beiden sind zueinander orthogonal.

Anmerkung 1: Die Energiedichte (auf die Volumeinheit bezogene Energie) dieser elektrischen und dieser magnetischen isogonalen Kugelwelle im beliebigen Punkte (xyz) des Raumes, wo r/λ groß ist, hat den Wert:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2\pi}{\varepsilon}\{(\mathfrak{X}+\mathfrak{X}_1)^2+(\mathfrak{Y}+\mathfrak{Y}_1)^2+(\mathfrak{Z}+\mathfrak{Z}_1)^2\} = \\ &\quad=\frac{9}{2}\pi^2\frac{\varepsilon\beta^2R^2}{r^2}\left\{\frac{x^2y^2}{r^4}+\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^3}\right)^2+\left(\frac{y}{r}+\frac{zy}{r^3}\right)^2\right\}\sin^2\psi; \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{2\pi}{\mu}\{(\mathfrak{L}+\mathfrak{L}_1)^2+(\mathfrak{M}+\mathfrak{M}_1)^2+(\mathfrak{N}+\mathfrak{N}_1)^2\} = \\ &\quad=\frac{9}{2}\pi^2\frac{\varepsilon\beta^2R^2}{r^2}\left\{\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^3}\right)^2+\frac{x^2y^2}{r^4}+\left(\frac{x}{r}+\frac{zx}{r^3}\right)^2\right\}\sin^2\psi. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Die beiden Energien sind also überall einander gleich, genau so, wie die kinetische und potentielle Energie der elastisch-isogonalen Systeme, § 20, (2).

Anmerkung 2: Es ist leicht zu beweisen, daß die Gleichsetzung des ganzen Energieflusses der durch die einfallende elektrische und der durch die einfallende magnetische Oszillation hervorgerufenen elektromagnetischen Kugelwellen ganz dasselbe Resultat ergibt, wie die Gleichsetzung der beiden einfallenden Energien.

Die folgende Betrachtung ist analog, aber nicht identisch mit der Behandlungsart der elastischen Energien im § 21.

POYNTINGS Ausdruck des Energieflusses ist bekanntlich

$$\left.\begin{aligned} &\frac{c}{r}\int_\tau\left\{\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}^2+\mathfrak{Y}^2+\mathfrak{Z}^2)+\frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}^2+\mathfrak{M}^2+\mathfrak{N}^2)\right\}d\tau\cdot dt \\ &\qquad=4\pi c\int_f\frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{R}\cdot\frac{1}{\mu}\cdot\mathfrak{P}\sin(\mathfrak{P},\mathfrak{R})\cos(n\,v)\,df\,dt, \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

wobei dies diejenige Energie bedeutet, welche aus der, den Raum τ umschließenden Fläche f während des Zeitelementes dt austritt, $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, ferner $\mathfrak{R}$ das resultierende elektrische, $\mathfrak{P}$ das resultierende magnetische Moment,

ν die positive Normale der durch $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{R}$ gelegten Ebene und n die positive Normale des Flächenelements df bedeutet.

I. Bei den, durch die einfallende elektrische Oszillation erzeugten Systemen, § 25, (7), (8), (9), (10), hat man:

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\mathfrak{R}^2=\frac{9}{4}\,\frac{\beta^2R^2}{r^2}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin^2\psi=\frac{\mu}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{\mu^2}\mathfrak{P}^2, \tag{10}$$

ferner ist hier die magnetische Kraft, die elektrische Kraft und der Radius r der Kugelfläche f aufeinander gegenseitig senkrecht, so daß also nach (9) die ausgestrahlte Energie wird:

$$9\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{\beta^2R^2}{r^2}\sin^2\psi\cdot dt\int_f\frac{x^2+z^2}{r^2}df. \tag{11}$$

II. Bei den, durch die einfallende magnetische Oszillation erzeugten Systemen, § 25, (15), (16), (17), (18), hat man

$$\frac{1}{\mu^2}\mathfrak{P}_r^2=\frac{9}{4}\cdot\frac{\beta_r^2R^2}{r^2}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin^2\psi=\frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\mathfrak{R}_r^2, \tag{12}$$

ferner sind auch hier $\mathfrak{R}_r$, $\mathfrak{P}_r$ und der Radius r der Kugelfläche f aufeinander gegenseitig senkrecht, so daß die ausgestrahlte Energie:

$$9\pi c\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{\beta_r^2R^2}{r^2}\sin^2\psi\,dt\int_f\frac{y^2+z^2}{r^2}df. \tag{13}$$

Erstreckt man die Integrationen über die ganze Kugelfläche, wie in § 21, (1d), (1e); (2d), (2e), so bleibt aus (11) und (13):

$$24\pi^2c\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\beta^2R^2\sin^2\psi\,dt, \tag{14}$$

und

$$24\pi^2c\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\beta_r^2R^2\sin^2\psi\,dt, \tag{15}$$

als Wert der ausgestrahlten ganzen Energien, deren Gleichsetzung wieder $\varepsilon\beta^2=\mu\beta_r^2$, also aus (1) und (2) wieder die obigen isogonalen elektrischen und magnetischen Systeme ergibt [§ 27, (5) und (6)].–

Leicht kann man ferner beweisen, daß die aus der Interferenz der beiden Systeme in I. und II. des § 25, (7), (8), (15), (16), entstandenen Systeme § 27, (5) und (6) zusammengenommen die gleiche ganze Energie haben, wie die einfache Summe der ganzen Energien der beiden komponierenden Systeme; indes liegen derartige Erörterungen etwas abseits vom eigentlichen Ziele dieser Arbeit. –

III. Experimenteller Teil.

1. Rückblick auf die bisherigen unbefriedigenden Erfahrungen. Gegenstand und Ziele vorliegender Arbeit; ihre allgemeinen experimentellen Einrichtungen und Untersuchungsmethoden.

§ 28. Die bisherigen Beobachtungen beziehen sich auf sehr verschiedene Erscheinungen, können kein einheitliches Gesetz ergeben, erstrecken sich nur auf in der Einfallsebene liegende Strahlen. Bisheriger Stand der Kugelwellentheorie.

Trotz der großen Sorgfalt und Mühe, mit welcher sich die im Historischen Teil erwähnten Forscher der Untersuchung der Polarisation des gebeugten Lichtes, sowohl in experimenteller wie in theoretischer Hinsicht unterzogen, muß doch zugegeben werden, daß das gewonnene Resultat in keiner der beiden Beziehungen befriedigend ist.

Die experimentellen Erfahrungen beziehen sich auf die unter den verschiedensten Vorbedingungen entstandenen Beugungserscheinungen und konnten schon deshalb zu keinem einheitlichen Gesetz führen. Ja selbst die wichtigsten und verläßlichsten Untersuchungen sind sehr wesentlichen Unvollkommenheiten und Mängeln unterworfen; schon aus dem Grunde, weil es scheint, daß alle Beobachtungen an gebeugtem Lichte, das von optischen Gittern bei Reflexion an denselben, oder bei Durchgang durch dieselben entsteht, nur an solchen Strahlen angestellt wurden, die in der Einfalls- und zugleich Beugungsebene liegen, wobei die Furchenrichtung der benutzten geradlinigen Gitter stets senkrecht zur Einfallsebene war. Bei normaler Inzidenz war diese Richtung ebenfalls immer senkrecht zur jeweiligen Beugungsebene.

Es wurde demnach nur ein ganz geringer Teil der entstandenen oder der herstellbaren gebeugten Strahlen beobachtet; außerdem benutzte man bei solchen Versuchen, wo aus einfallendem linearpolarisiertem Lichte reflektiert-gebeugtes und durchgehend-gebeugtes Licht entstand, fast ausschließlich das Einfallsazimut von 45° und beschränkte auch dadurch die Mannigfaltigkeit der untersuchten Erscheinungen in oft wesentlicher Weise.*

Schon dieser Umstand, nämlich daß bisher nur der weitaus geringere Teil der herstellbaren und beobachtbaren Strahlen untersucht wurde, ist ein ganz wesentliches Hindernis der Erweiterung des Geltungsgebietes der in einzelnen Fällen gefundenen partiellen Gesetzmäßigkeiten.

Auch diejenigen Versuche, welche sich auf das, aus einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte entstandene reflektiert- oder durchgehend-gebeugte Licht beziehen, wie die in § 1. erwähnten Erfahrungen ARAGOS und FRAUNHOFERS, sind teils so unbestimmt und teils von so geringer Anzahl, daß man aus ihnen Folgerungen allgemeinerer Geltung wohl kaum ziehen kann. Wenn nun schon die Erfahrungsresultate dieser Bestrebungen so sehr Verschiedenartiges zu Tage förderten: so waren doch die theoretischen Betrachtungen, mittels welcher man sich ein Bild dieser Erscheinungen zu konstruieren versuchte, noch mehr auseinander gehend.

Es muß aber konstatiert werden, daß, obwohl wir von einer befriedigenden Theorie sehr entfernt sind, dennoch, soweit die Lage der Polarisationebene der linearpolarisiert-gebeugten Strahlen in Betracht kommt, für von Glasgittern, und soweit die Phasendifferenz der elliptischpolarisiert-gebeugten Strahlen in Betracht kommt, für von photographierten (Silberkollodium-)Gittern und von Metallgittern reflektiert-gebeugtes Licht, Kugelwellen mit sehr gutem Erfolge zur Beschreibung dieser Erscheinungen Verwen-

* Nur STOKES scheint in der 11. und 12. Serie seiner Beobachtungen diesbezüglich eine Ausnahme gemacht zu haben; dieselben beziehen sich auf zwei reflektiert-gebeugte Strahlen fixer Richtung, bei welchen er das Einfallsazimut sehr bedeutend veränderte; siehe den II. Abschnitt des § 2 dieser Arbeit.

dung fanden.* Andererseits muß zugegeben werden, daß sowohl M. RÉTHY als auch W. KÖNIG der physikalischen Frage nach der Erregungsart dieser Wellen nicht näher traten, sondern dieselben einfach als mögliche Lösungen der Wellengleichungen eines inkompressiblen elastischen Mediums ihren Beschreibungen zugrunde legten.

§ 29. Gegenstand, Ausgangspunkt und Ziel vorliegender Arbeit: Untersuchung der in jeder räumlichen Richtung gebeugten Strahlen.

Die Notwendigkeit einer einigermaßen erschöpfenden, umfassenden Untersuchung wenigstens einer bestimmten Gruppe von Beugungserscheinungen ergiebt sich demnach aus den bisherigen Erfahrungen ganz von selbst; ich wählte dazu vorerst die Strahlensysteme des von Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes, weil ich berechtigten Grund zu der Vermutung hatte, daß man hier einem wichtigen, unschwer beobachtbaren Phänomen gegenüberstehe, welches ich schon vor etwa dreißig Jahren nicht ganz erfolglos untersucht und M. RÉTHY annehmbar interpretiert hatte.

Es stellte sich nun vom theoretischen Standpunkte aus bald die Notwendigkeit ein, die zur Beschreibung der von mir empirisch gewonnenen Gesetze geeigneten Kugelwellen in neuer Weise zu kombinieren und dieselben überhaupt, insbesondere in bezug auf ihre Erregungsweise und ihre Energieverhältnisse auf physikalische Grundlagen zu stellen; dies geschah im vorhergehenden II. Teil dieser Arbeit.

Den eigentlichen Ausgangspunkt vorliegender Untersuchung bildete die mir selbst sehr oft aufgeworfene Frage, wie es möglich wäre, die Existenz oder Nichtexistenz der RÉTHYschen „Polarachse" [§ 6 und 7] oder der STOKES-GLAZEBROOKschen „fixen Schwingungsrichtung" [§ 8] mittels unmittelbarer Beobachtungen festzustellen, also etwa dadurch handgreiflich zu machen, daß man die Polarisationsrichtungen der um diese sup-

* Siehe § 6 und 9 dieser Arbeit.

ponierten Geraden herum gruppierten gebeugten Strahlen untersuchte.

Obwohl es mir gelang, freilich nach fruchtloser Aufwendung vieler Mühe zu ganz vergeblichen theoretischen Entwicklungen und numerischen Rechnungen, diese Frage in gewissen Fällen mittels einfacher Versuche zu lösen [siehe §§ 45—49 dieser Arbeit], so erwies es sich doch als sehr wünschenswert, solche allgemeine und systematische Untersuchungen anzustellen, die nicht nur dazu geeignet wären, die aus gewissen Hypothesen folgenden Schlüsse zu verifizieren oder nicht zu verifizieren, sondern die hauptsächlichst dazu dienen sollten, die bisher nur ganz lückenhaft untersuchten Erscheinungen in ihren allgemeinen charakteristischen Eigenschaften zu erkennen und damit die sichere und breitere Basis einer späteren allgemeineren Theorie zu schaffen.

Deshalb wählte ich, wie schon oben erwähnt, zum hauptsächlichsten Gegenstand vorliegender Arbeit die Untersuchung des Polarisationszustandes der von den gefurchten Flächen von Glasgittern in Luft reflektiert-gebeugten Strahlensysteme; die quantitativen Beobachtungen beziehen sich alle auf diese Erscheinung, nur im § 99 sind ergänzungsweise quantitative Beobachtungen mitgeteilt, die sich auf solche Strahlen beziehen, welche im Rauche heller Flammen suspendierte Teilchen als sekundäre Erregungszentra aussenden. Die qualitativen Beobachtungen beziehen sich auch auf in Glas reflektiert-gebeugte, auf in Luft und in Glas durchgehend-gebeugte Strahlen und auf im selben Medium gebeugte Strahlen; ich konnte die quantitative Untersuchung letzterer Erscheinungen bis jetzt physisch nicht bewältigen, weil zu deren gründlicher Ausführung wenigstens so viele Jahre mühevoller Arbeit und günstiger Beobachtungsgelegenheit nötig sein werden, wie zu den ersteren notwendig waren.

Dabei war mein Bestreben, abweichend von allen bisherigen Beobachtern, besonders dahin gerichtet, daß von dem, aus dem beliebig polarisierten unter bestimmten Einfallswinkel auf die gefurchte Fläche fallenden Lichte entstandenen reflektiert- oder gebrochen-gebeugten Strahlensysteme nicht nur die in der jeweiligen Einfallsebene liegenden, sondern hauptsächlichst auch diejenigen untersucht werden, die außerhalb dieser Ebene zu-

stande kommen, oder durch geeignete Drehung der gefurchten Fläche in ihrer eigenen Ebene hergestellt werden können*, damit ich in dieser Weise für die ganzen, an die reflektierende oder durchlassende Furchenfläche anschließenden halbkugelförmigen Räume ein allgemeines übersichtliches Bild des Polarisationszustandes der gebeugten Strahlen konstruieren könne.

Man darf wohl diese, mit reinen Glasgittern erzeugte Erscheinung aus dem Grunde als einfacher betrachten, als die mit nichtreinen, etwa geätzten Glasgittern oder mit photographierten (Silberkollodium-)Gittern oder mit Metallgittern, oder auch mit den jetzt so häufigen sonstigen Kopien feiner Gitter hervorgerufenen gebeugten Strahlensysteme, weil bei jener das gebeugte Licht fast immer linearpolarisiert ist und nur ausnahmsweise elliptische Polarisation zeigt; ja sogar im Falle einfallenden unpolarisierten (natürlichen) Lichtes ist das gebeugte Licht ganz oder teilweise linear-polarisiert; hingegen ist dasselbe bei letztern Gittern fast immer elliptisch polarisiert.

Ein anderer wesentlicher Grund, welcher mich veranlaßte, mich nur auf Glasgitter zu beschränken, lag darin, daß die Oberflächen der Furchen der photographierten und in sonstiger Weise kopierten Gitter und der Metallgitter oft regelmäßige reflektierende, glatte Flächenstreifen bilden, von welchen nun ebenfalls reflektiert- und gebrochen-gebeugtes Licht herrührt; dasselbe komponiert sich nach den Regeln der Interferenz mit demjenigen reflektiert-gebeugten Lichte, welches von den, zwischen den Furchen befindlichen ebenen, übrig gebliebenen Flächenstreifen der ursprünglich glatten Gitterfläche herrührt; in der beobachteten Erscheinung lassen sich diese beiden optischen Wirkungen nicht voneinander trennen.

Davon überzeugte ich mich durch zahlreiche, mit den verschiedensten solcher Gitter angestellte Versuche. Aber ebenso überzeugte ich mich experimentell, daß die Oberflächen der Furchen von Glasgittern nicht glatt sind, sondern unregelmäßig rauhe Flächen bilden, von welchen höchstens

* Strahlen solcher Richtung erwähnte ich schon vor mehr als zwanzig Jahren; vgl. meine in § 9 zitierte Arbeit: Kritisches zur Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes, letzte Alinea des dortigen § 6.

unregelmäßig diffuses Licht ausgehen kann; dasselbe kann aber die von den intakten glatten Flächenstreifen des reinen Glasgitters erzeugte Beugungserscheinung in keiner Weise beeinflussen oder gar stören. —

Ich setzte es mir nun zu einem Hauptziele, den Polarisationszustand des von reinen Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes quantitativ zu untersuchen:

1. Bei einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte, bei verschiedenen Einfallswinkeln, die von der reflektierenden gefurchten Fläche aus in beliebiger Richtung (hauptsächlichst außerhalb der Einfallsebene) fortschreitenden gebeugten Strahlen.

2. Bei einfallendem linearpolarisierten Lichte, bei verschiedenen Einfallswinkeln und bei verschiedenen Einfallsazimuten, die von der reflektierenden gefurchten Fläche aus in beliebiger Richtung (hauptsächlichst außerhalb der Einfallsebene) fortschreitenden gebeugten Strahlen.

3. War ich bestrebt zu untersuchen, ob bei einer und derselben Glassubstanz der Gitter die Verschiedenheit des Furchenabstandes von merklichem Einfluß sei auf den Polarisationszustand der gebeugten Strahlen; zu diesem Zwecke variierte ich das Gitterintervall innerhalb der weitesten Grenzen der Zulässigkeit [§ 33].

§ 30. Versuchsanordnung bei Beobachtungen der Reflexionsbeugung in Luft. Einrichtung der Instrumente im allgemeinen.

Das zu den meisten qualitativen und zu allen quantitativen Beobachtungen benutzte Instrument war ein großer JAMIN-SÉNARMONT'scher Polarisationsapparat, von welchem während der zu beschreibenden Versuche die hierzu nicht notwendigen Bestandteile entfernt wurden, während andererseits ein solcher Zusatzapparat hinzutrat, mittels welchem man in jeder beliebigen Richtung in den an die reflektierend-beugende Fläche grenzende

Halbräumen einen gebeugten Strahl herstellen und denselben beobachten konnte.

Der Spiegel eines von einem Uhrwerke getriebenen, auf einem Tischchen in einem längs Nordost-Südwest offenen Korridor frei aufgestellten SILBERMANNschen Heliostates sendete durch ein kreisrundes Diaphragma von etwa 2 cm Durchmesser ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen in einen verfinsterten großen Saal. Darin war hinter dem Diaphragma der oben erwähnte Polarisationsapparat so aufgestellt, daß sein großer Teilkreis horizontal lag; eines der um die vertikale Achse des Apparates, also längs dieses Teilkreises horizontal drehbaren Rohre trug das linear-polarisierende, um diese Rohrachse drehbare FOUCAULTsche Prisma und außen an das Rohr befestigt dessen Positionskreis. Das Rohr selbst war während der Beobachtung an den horizontalen Teilkreis festgeklemmt.

Das Sonnenlicht fiel nun durch das äußere Diaphragma auf dieses polarisierende Prisma (den Polarisator) und gelangte nach Durchgang durch denselben durch eine unmittelbar dahinter befindliche kleine kreisrunde Öffnung von etwa 1 mm Durchmesser in die Polarisatorröhre; das reflektiert-gebeugte Bild dieses kleinen Diaphragmas wurde der Beobachtung unterzogen, wie dies weiter unten ausführlich erörtert wird.

Geschah die Beobachtung bei einfallendem linearpolarisierten Licht, so blieb der Polarisator an seinem ursprünglichen Ort in seiner Röhre; hingegen wurde derselbe bei einfallendem unpolarisierten Lichte aus dieser Röhre entfernt; aber in allen Fällen mußte das einfallende Licht durch die erwähnte, in dem der Lichtquelle zugewendeten Ende der Röhre befindliche kleine Öffnung hindurchgehen, setzte dann unter Ausschluß jeglicher optischen Zwischenmittel seinen Weg längs der Röhrenachse in Luft fort, bis es nach Austritt aus der Röhre, bei Reflexionsbeugung in Luft auf die reflektierende gefurchte Fläche fiel, deren Mittelpunkt in der vertikalen Achse des horizontalen Hauptkreises des Apparates lag. [Über die Montierung des nach jeder Richtung drehbaren Gitters siehe den nächsten Paragraphen; ebenso über die anderweitigen Beugungen durch Glasgitter die §§ 73—96.]

Der von der gefurchten Fläche reflektiert-gebeugte Strahl, den man untersuchen wollte, wurde mittels geeigneter Drehung

dieser Fläche in ihrer eigenen Ebene stets in eine zum horizontalen Hauptkreis parallele, also horizontale Richtung geleitet und gelangte so in die Beobachtungsröhre des Apparates, die ebenfalls um dessen vertikale Hauptachse drehbar ist. Das eine, dieser Achse nähere Ende der Röhre trug ein einfaches Fadenkreuz, während sich am andern Ende das um diese Röhrenachse drehbare analysierende Nicolsche Prisma (der Analysator) befand, dessen Positionskreis von außen an dieser Röhre befestigt war; unmittelbar hinter dem Nicol befand sich ebenfalls ein kleines, etwa 1 mm im Durchmesser haltendes Okular-Diaphragma, durch welches das Auge des Beobachters, mittels des Fadenkreuzes visierend, auf die reflektierend-beugende Fläche des Gitters blickte.

Wenn nun das Polarisationsazimut oder die partielle Polarisation des reflektiert-gebeugten Strahles untersucht werden sollte, blieb der Analysator in seiner Röhre; sollte jedoch das Verschwinden eines gebeugten Strahles mit freiem Auge beobachtet werden, so wurde der Analysator vorher aus der Röhre entfernt, jedoch das Okular-Diaphragma beibehalten.

§ 31. Montierung des nach jeder Richtung hin frei drehbaren Gitters, um in jeder räumlichen Richtung beobachtbare gebeugte Strahlen herstellen zu können. Die verschiedenen Positionskreise.

Zu obgenanntem Zwecke ersann ich folgenden einfachen Zusatzapparat (Fig. 7), welcher in den hiesigen Lehrwerkstätten der staatlich unterstützten mechanischen Anstalt von FERDINAND SÜSS in sorgfältiger Ausführung angefertigt wurde und sich sehr gut bewährte.

Eine innen geschwärzte Metallröhre ZZ war an einem Ende gerade-quer abgeschnitten und trug am andern Ende, von einer ringförmigen Verdickung ausgehend, einen derartigen Metallfortsatz FF, welcher anfänglich in der Richtung des Röhrenradius sich auf etwa 2,5 cm erstreckt und sich dann, dazu unter rechtem Winkel abbiegend, parallel der Röhrenachse, von dieser etwa 3 cm entfernt, nahezu 6 cm weit fortsetzt.

Letzterer Fortsatzteil ist nahe seinem Ende durchbohrt, und zwar senkrecht gegen die Fortsetzung der Röhrenachse; durch

iese Durchbohrung ragt die in derselben drehbar befestigte chse einer kleinen Vorrichtung, die (in der Zeichnung oben) inen zum Anfassen dienenden gekerbten Drehkopf K trägt. An iese Achse, senkrecht zu derselben unterhalb des Fortsatzes, tarr befestigt ist eine etwa 1,8 mm starke Metallplatte, welche enkrecht zu letzterer eine mit einer etwa 3 cm weiten Durch-ohrung versehene Metallplatte QQ trägt; diese ist mit einer anzen Kreisteilung von etwa 4 cm Durchmesser versehen.

Die Achse des Kopfes K ist stets parallel zur Ebene der latte QQ, letztere trägt in ihrer Bohrung, senkrecht zur eigenen

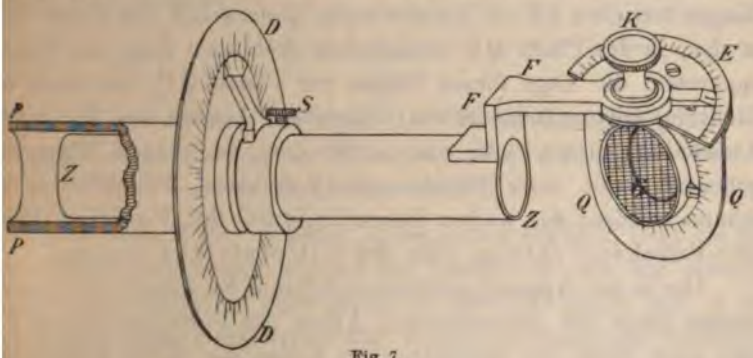


Fig. 7.

bene einen um seine eigene geometrische Achse drehbaren letallring von etwa 1,5 cm Länge; in diesem Ring läßt sich ein nderer, mit ebener Flantsche versehener Ring von etwa 2,5 cm Durchmesser hineinschieben, auf dessen glatten Wulst das jeweilig enützte Gitter G geklebt wurde; die Ebene desselben enthielt tets die Achsenrichtung des Drehkopfes K.

Die leere Röhre ZZ des so konstruierten kleinen Zusatz-pparates paßte nun ihrem Durchmesser nach vollkommen in asjenige Rohr PP des Hauptapparates, welches in seinem in der nksseitigen Fortsetzung der Zeichnung gelegenen, darin nicht chtbaren Ende zur Aufnahme des Polarisators bestimmt war; urde nun diese Röhre ZZ in das, der vertikalen Hauptachse s Apparates nähere Ende PP des Polarisatorrohres geschoben, wurde dadurch der ganze Zusatzapparat mit dem Haupt-parat in Verbindung gebracht und um die geometrische Achse

dieses Rohres PP, also um die Richtung des auf das Gitter einfallenden Strahles drehbar gemacht. Zur Bestimmung einer solchen Drehung diente der, von außen an das Polarisatorrohr PP befestigte metallene, mit vollständiger Kreisteilung versehene Positionskreis DD und der zugehörige mit Teilung versehene Nonius, dessen Arm aus einem, längs und um ZZ beliebig verschiebbaren Metallring herausreicht; dieser Ring konnte mittels der Klemmschraube S an die Röhre ZZ beliebig befestigt werden.

Zum tatsächlichen Gebrauch klebte ich, wie erwähnt, das zu benützende Gitter auf die glatte Flantsche des oben angedeuteten Ringes von etwa 2,5 cm Lichtenweite; dann schob ich diesen Ring in den, in der Platte QQ befindlichen drehbaren Ring des Zusatzapparates; die Lage dieses Ringes zur Platte QQ, also auch die Richtung Gitterstriche in der Gitterebene konnte aus der ganzen Kreisteilung dieser Platte und mittels dem, von diesem Ringe ausgehenden, mit einer Strichmarke versehenen Fortsätzchen bestimmt werden; wir wollen diesen Kreis QQ den Positionskreis der Furchenrichtung oder der Gitterstriche nennen.

Der in den Apparat geleitete einfallende Strahl schreitet vorerst immer längs der geometrischen Achse des Polarisatorrohres PP, also auch längs der geometrischen Achse der darin befindlichen Röhre ZZ des Zusatzapparates fort und fällt so auf die gefurchte Fläche G; zur Bestimmung des Einfallswinkels dieses Strahles auf die Gitterfläche G diente der mit Teilung versehene metallene Halbkreis E, welcher durch Anziehen einer an K angebrachten Schraube mit dem Kopfe K und der Platte QQ starr verbunden werden konnte; seine Ebene ist stets senkrecht zur Drehachse von K und parallel zur geometrischen Achse von PP und ZZ. Die an äußersten Ausläufer des Fortsatzes FF befindliche Strichmarke gestattet also den Einfallswinkel abzulesen. Wir wollen daher den Halbkreis E den Positionskreis des Einfallswinkels nennen.

Nun ist aber die Einfallsebene eine die Achse von PP und ZZ und die Normale der Gitterfläche G enthaltende Ebene; andrerseits ist die Ebene des Hauptkreises des Apparates (welcher horizontal eingestellt ist) parallel derjenigen Ebene, welche den einfallenden Strahl und den, (wie oben in der vorletzten Alinea des § 30 erwähnt) in horizontale Richtung geleiteten gebeugten Strahl

enthält; wir wollen letztere Ebene, also die Beugungsebene des jeweiligen gebeugten Strahles, die Meridianebene nennen, weil dieselbe bei der projektiven Darstellung der Ergebnisse der Beobachtung die genannte Eigenschaft besitzt. Es ist also die Gerade des einfallenden Strahles die Schnittlinie der Einfalls- und der Meridianebene, und der Winkel, den diese Ebenen miteinander bilden, wird mittels des schon oben erwähnten Kreises DD und dem zugehörigen Nonius bestimmt; wir wollen daher den Kreis DD den Positionskreis der Einfallsebene nennen.

§ 32. Allgemeines über die Beobachtungsweise reflektiert-gebeugter Strahlen: Sechs verschiedene Richtungswinkel.

Wie oben, § 30, vorletzte Alinea schon erwähnt, liegt bei der getroffenen Anordnung sowohl der einfallende wie der jeweilig untersuchte reflektiert- oder gebrochen-gebeugte Strahl stets in der jeweiligen, zum Hauptkreise des Apparates parallelen Meridianebene; gegen diese Ebene kann man nun, wie dies in § 31 ausgeführt wurde, die Einfallsebene dadurch beliebig drehen, daß man den ganzen Zusatzapparat, so wie derselbe mit seiner Leitröhre ZZ in das Polarisatorrohr PP eingeführt ist, um dessen geometrische Achse (also um die Richtung des einfallenden Strahles) beliebig dreht. Ferner kann man, wie auch schon Fig. 7 zeigte, durch Drehen der Gitterfläche G in ihrer eigenen Ebene stets erzielen, daß ein reflektiert-gebeugter Strahl von genügender Intensität ins Beobachtungsrohr gelangt, möge letzteres welch' immer für Richtung auf dem Hauptkreise haben, mit einem Worte, möge der gebeugte Strahl irgendwelche beliebige Richtung auch haben in seiner auf die Einfallsebene und auf die Gitternormale bezogenen, also mittels dieser zwei Winkelkoordinaten bestimmten Lage. Dabei ist auch noch bei einfallendem linearpolarisiertem Lichte das Einfallsazimut (also die Lage der Polarisationsebene zur Einfallsebene) ganz beliebig, während bei einfallendem unpolarisiertem (natürlichen) Lichte dieses Bestimmungsstück entfiel.

Es waren demnach bei jeder Beobachtung reflektie gebeugter Strahlen im allgemeinen sechs verschiede Richtungswinkel festzustellen:

1. Das Polarisationsazimut des einfallenden Lichtes zur E fallsebene; dazu diente der Positionskreis des Polarisat
2. Das Polarisationsazimut des reflektiert-gebeugten Stral zu seiner Meridianebene, also zu seiner Beugungsebe dazu diente der Positionskreis des Analysators.
3. Der Einfallswinkel des auf die Gitterfläche auftreffen Lichtes; dazu diente der Positionskreis E des Einfa winkels.
4. Der Winkel zwischen dem einfallenden und dem reflekti gebeugten Strahle, also der Beugungswinkel; dazu die der große Horizontalkreis des Apparates.
5. Der Winkel zwischen der Einfallsebene und der jeweili Meridianebene (Beugungsebene) des gebeugten Strah dazu diente der Positionskreis DD der Einfallsebene.
6. Der Winkel zwischen der Furchenrichtung des Gitters derjenigen Geraden, in welcher die Einfallsebene die Git ebene schneidet; dazu diente der Positionskreis QQ Furchenrichtung.

Von den speziellen Beobachtungs- und Einstellungsarten, wel bei den einzelnen Untersuchungsreihen in Anwendung kamen, an den betreffenden Orten umständlich die Rede sein; doch m vorgreifend erwähnt werden, daß ich in jeder der Untersuch unterzogenen bestimmten Richtungen der reflektiert-gebeu Strahlen fand, wie ich schon vor dreißig Jahren konstati [§ 6], daß deren Polarisationszustand im allgemeinen unabhä sei von der Homogeneität der Strahlen, von der Ordnungs des Spektrums, zu welchem der Strahl gehört, von den Inten des Strahles, auch davon, ob der Strahl einem einzigen Spekt angehört oder aus der Übereinanderlagerung mehrerer Spe entstand, ferner vom Gitterintervall.

Nur in einzelnen Fällen scheinen die gewiß nicht ge geradlinigen Grenzlinien der Gitterfurchen und der zwischen ih liegenden ebenen Flächenstreifen einigermaßen störend einzuwir

§ 33. Die benützten Gitter; deren Provenienz. Variierung des Gitterintervalles innerhalb der zulässig weitesten Grenzen.

I. Die in den folgenden Abschnitten beschriebenen Versuche wurden mit verschiedenen Glasgittern gemacht; die Furchen derselben waren auf glatte, reine Glasplatten mittels Diamantspitze geritzt.

Um von gittererzeugenden Mechanikern unabhängig zu sein, übte ich mich selbst im Anfertigen von Teilungen und konnte mit Hilfe einer guten PERREAUXschen Teilmaschine ohne Schwierigkeit Glasgitter bis zu dem Intervall von 0,004 mm. ganz gut herstellen.

Da es jedoch für den Geltungsbereich der zu erwartenden Beobachtungsresultate von der größten Wichtigkeit war, den Einfluß des Gitterintervalles zwischen den zulässig weitesten Grenzen festzustellen, wandte ich mich wegen Beschaffung von Glasgittern mit möglichst kleinem Intervall an Se. Hochwürden, den gegenwärtig in Pannonhalma (Erzabtei St. Martinsberg in Ungarn) wirkenden Benediktiner-Professor I. GREGOR PALATIN, in dessen Obhut sich die eigentümliche Teilmaschine befindet, welche seinerzeit Privateigentum weiland ANIAN JEDLIKS, ehemaligen Professors der Physik an der Universität zu Budapest, gewesen, und mit welcher derselbe in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts viele geradlinige Gitter und Kreisgitter erzeugte.*

Der genannte Herr Fachgenosse zeigte mir nun während meines Aufenthaltes in Pannonhalma, den 15.—17. Juni 1903, nicht nur mit der größten Bereitwilligkeit die bei dieser Gelegenheit in Tätigkeit gesetzte Teilmaschine und eine große Anzahl von ihm mit derselben verfertigter geradliniger Gitter und Kreisgitter der verschiedensten Intervalle, sondern stellte mir auch alle diese Gitter mit verbindlichster Liebenswürdigkeit und mit dem Bedeuten zur Einsicht, ich möge davon die mir zur Untersuchung geeignet erscheinenden auswählen und zu diesem Zwecke behalten. Von

* Eine Mitteilung in ungarischer Sprache darüber erschien: PALATIN I. GERGELY, *Jedlik osztógépéről (Über Jedliks Teilmaschine). Mathematikai és Physikai Lapok*, Bd. II, p. 229—234, Budapest 1893.

den in dieser Weise ausgesuchten, reinen Glasgittern habe
mehrere zu den weiter unten beschriebenen Versuchen ben
ich konnte sonach bis auf das engste, dort vorfindl
Intervall, nämlich bis auf *0,001160* mm hinabgehen,
Grenze, die selbst CHAPMANS und ROWLANDS Glasg
nicht erreichen, da das Intervall ersterer 0,001 4707 mm*
jenige letzterer 14438, 15020 und 20000 auf den englischen
also im Minimum etwa 0,001 269 mm betrug.**

Ich glaube damit an die Grenze des gegenwärtig erreich
Intervallminimums gelangt zu sein.

Sr. Hochwürden, dem Herrn I. GREGOR PALATIN d
ich auch hier für seine wahrlich fast beispiellose Opferwilli
und Liebenswürdigkeit meinen aufrichtigsten Dank aus.

II. Der etwaige Einfluß des verschiedenen Interv
läßt sich am besten mittels Beobachtung von Gittererscheinu
bei Gittern verschiedenen Intervalles, jedoch von
selben Substanz feststellen.

Um nun von vorneherein selbst die Möglichkeit eines U
schiedes in der Substanz auszuschließen; andrerseits, dami
Beobachtung der von Gittern derselben Substanz, aber verschie
Intervalles unter möglichst denselben Umständen und auch ze
möglichst rasch hintereinander geschehen könne, verwendet
bei den weiter unten mitgeteilten Beobachtungen solche G

---

* Man sehe z. B. I. FRÖHLICH, *Wiedemanns Annalen der Physi
Chemie*, Bd. XV, p. 577, 578, 1882.

** Man sehe z. B. H. KAYSER, *Handbuch der Spektroskopie*,
Diffraktionsgitter, p. 397—456, Leipzig 1900. Insbesondere ist de
mitgeteilte Brief von AMES interessant, l. c. p. 409, Ende des Punkte
wo es heißt, die Anfertigung von Glasgittern sei viel schwieriger, a
von Metallgittern, deshalb habe ROWLAND nur drei Glasgitter angefertigt
davon geriet in Verlust, die anderen beiden seien in seinem Privatl
torium aufbewahrt.

Ferner: *The Physical Papers of H. A. Rowland, Colle ted for
cation by a Comittee of the Faculty of the University*. Baltimore 1902,
bis 698; insbesonders p. 691, wo AMES ungefähr dasselbe sagt wie
aber die Intervalle der drei Teilmaschinen: 14438, 15020, 20000 au
englischen Zoll anführt.

Die jetzt im Handel vorkommenden Kopien der ROWLANDschen
haben das erste oder das zweite Intervall.

mit gekreuzten Furchen, deren Striche auf einer und derselben Glasfläche, senkrecht zueinander gezogen sind.

Der Typus einer von solcher Fläche unter beliebigem Winkel reflektierten oder durchgehenden Beugungserscheinung ist ein im allgemeinen schiefwinkeliges, vierarmiges, krummes Kreuz, dessen je zwei Arme, die in der Fortsetzung voneinander liegen, aus der Beugung des einen und des anderen Furchensystems (Liniensystems) entstehen; dazwischen liegen noch Strahlen geringerer Intensität, es wurden aber gewöhnlich nur die Strahlen der Achsen der Kreuzarme benützt, weil deren relative Intensität die größte war.

Wenn demnach die oben erwähnten Bedingungen erfüllt sind, wenn also das Beobachtungsrohr auf irgend einen, von der Gitterfläche bei einem Intervallsystem reflektiert-gebeugten Strahl eingestellt war, so brauchte man nur den drehbaren Ring, auf welchen das Gitter G aufgeklebt war, Fig. 7, um 90° zu drehen (nämlich um die Achse des Positionskreises QQ der Gitterfurchen, wodurch also die Gitterfläche G in ihrer Ebene um 90° gedreht wurde), um denjenigen, vom anderen Intervallsysteme erzeugten gebeugten Strahl in das Beobachtungsrohr zu leiten, der in bezug auf die Einfallsebene und die Gitternormale dieselbe Richtung wie der unmittelbar vorher beobachtete gebeugte Strahl besitzt.

Zu meinen qualitativen Versuchen benützte ich sehr viele, geradlinige, gekreuzt-geradlinige Gitter und Kreisgitter; letztere bilden eigentlich eine einzige Furche von der Gestalt einer sehr engen ARCHIMEDESschen Spirale.

Quantitative Beobachtungen geschahen mit folgenden Gittern:

1. Mit einem FRÖHLICHschen einfachen Gitter vom Intervall 0,01 mm.
2. Mit einem PALATINschen gekreuzten Gitter, mit den Intervallen von 0,00187 und 0,04 mm; die Furchen letzteren Intervalles kreuzte ich selbst mittels Diamantspitze rechtwinklig über die des ersteren.
3. Mit einem FRÖHLICHschen rechtwinklig gekreuzten Gitter von 0,05 und 0,1 mm Intervallen.

4. Mit einem PALATINschen rechtwinklig gekreuzten Gitter mit den Intervallen 0,001 160 und 0,5 mm, die Furchen des letzteren Intervalles zog ich über die des ersteren Intervalles.

Die beiden Intervalle des letzteren gekreuzten Gitters dürften denjenigen Grenzwerten so ziemlich nahekommen zwischen welchen man gegenwärtig Glasgitter anfertigen kann: der untere Grenzwert ist etwa das Doppelte der mittleren Wellenlänge sichtbaren Lichtes, der obere nahezu das Tausendfache; das Verhältnis der beiden Intervalle ist also etwa 430. Wenn demnach bei Anwendung der beiden Intervalle die von den beiden Teilungen hervorgerufenen reflektiert-gebeugten Strahlen unter sonst gleichen Umständen nahezu denselben Polarisationszustand zeigten: so konnte daraus mit weitestem Geltungsbereich geschlossen werden, daß dieser Zustand vom Wert des Intervalles unabhängig sei.

Aus diesem Grunde machte ich mit diesem Gitter Nr. 4 die meisten quantitativen Beobachtungen und die weiter unten mitgeteilten Zahlenreihen (mit Ausnahme derjenigen des § 99) beziehen sich ausschließlich auf die mit demselben angestellten Messungen.

§ 34. Vollständige Eliminierung des falschen Lichtes bei Reflexionsbeugung in Luft. Zeit, Ort und Anzahl der Beobachtungen. Beobachter.

I. Das von der rückwärtigen, glatten Fläche des Glasgitters reflektierte Licht, das sogenannte falsche Licht versuchte FRAUNHOFER* durch Belegung dieser Fläche mit einer Schicht von Mastixlösung zum Verschwinden zu bringen; auch K. EXNER benützte** bei seinen Versuchen mit durchgehend-gebeugtem Lichte Asphaltfirnis zu selbem Zwecke; indessen fand ich, insbesonders bei der Beobachtung des regelmäßig reflektierten Lichtes, daß diese optische Wirkung des genannten Beleges nicht nur unvollkommen, sondern auch nicht hinreichend sei. So z. B. in dem Falle, wenn linear polarisiertes Sonnenlicht unter dem Polarisationswinkel auf die

* Fußnote und Text des § 1 dieser Schrift.
** Fußnote und Text des § 5 dieser Schrift.

gefurchte Fläche des Gitters fiel und ich das von derselben regulär reflektierte Licht mittels geeigneter Drehung des Polarisators fast ganz auslöschen konnte, zeigte es sich, daß das von der hinteren, glatten Fläche des Glasgitters reflektierte Bild des unmittelbar hinter dem Polarisator befindlichen kleinen Diaphragmas noch immer genug intensiv war, um bei einiger Unachtsamkeit ganz merkliche Störungen hervorzurufen, obwohl die mittleren Brechungsexponenten der Glassubstanz und des Beleges voneinander kaum verschieden waren.

Ich entschloß mich daher, die zu quantitativen Beobachtungen reflektiert-gebeugten Lichtes bestimmten Gitter ausschließlich diesem Zwecke zu opfern, und zwar in der Weise, daß ich ihre ursprünglich glatte, *rückwärtige Fläche* sorgfältig *matt schliff* und mit dem genannten, ganz schwarzen Lack belegte; die Folge dieses radikalen Verfahrens zeigten sich darin, wie ich mich durch zahlreiche, besonders zu diesem Zwecke angestellte Versuche überzeugte, daß es nicht möglich war, auch nur eine Spur irgend eines von dieser rückwärtigen Fläche regelmäßig reflektierten Lichtes wahrzunehmen.

Hingegen zeigt sich, daß die, durch die gefurchte Gitterfläche und durch die Glasplatte gedrungenen Sonnenstrahlen auf dieser matten und schwarz belegten Hinterfläche einen schwachen farblosen Fleck diffusen Lichtes erzeugen, welcher sich von dem gewöhnlich farbigen reflektiert-gebeugten Strahl sowohl örtlich, als auch in bezug auf seine Farbe und seinen diffusen Charakter in ganz scharfer und nie zu verkennender Weise unterschied und daher die Untersuchung des zu beobachteten Lichtes nie und in keiner Weise stören konnte.

Indes ging ich noch weiter: im benützten Beobachtungsapparate war weder Linse noch Glasplatte noch irgendwelches, von Luft verschiedenes optisches Mittel vorhanden, ausgenommen, wenn er gebraucht wurde, der Polarisator, und wenn er gebraucht wurde, der Analysator. Das Auge des Beobachters blickte durch das kleine Okular-Diaphragma am Ende des Beobachtungsrohres, visierte das am anderen Ende desselben befindliche Fadenkreuz und sah so auf die gefurchte Gitterfläche hin; es zeigte sich in dieser Rich-

tung das Bild des kleinen Diaphragmas des Polarisatorrohr zwar im regelmäßig reflektierten oder im reflektiert-geb Lichte (welch ersteres eigentlich einen speziellen Teil des le bildet). Es beziehen sich demnach die unten i §§ 35—72 mitgeteilten qualitativen und quantit Beobachtungsdaten ganz ausschließlich auf das vo gefurchten Flächen reflektiert-gebeugte Licht, w sonst keinerlei fremden, störenden Einflüssen setzt war.

II. Der Gegenstand vorliegender Arbeit beschäftigt mit vielfachen, längeren Unterbrechungen viele Jahre hi im Zusammenhange jedoch konnte ich meine ganze fre erst in den verflossenen fünf Jahren zu diesen Untersuc benutzen. Die Winterszeit diente zur Veranstaltung quali oft nur tastender Beobachtungen, zu theoretischen Arbeit numerischen Rechnungen sowie zur Ausführung von Zeich und Reduktion der Beobachtungen; die Sommermonate dete ich jedoch fast ausschließlich zur Ausführung der Mes mit Sonnenlicht, welches wohl stets die geeigneteste Lich zu solchen Beobachtungen sein dürfte.

Die Intensität der beobachteten gebeugten Strahlen v zwischen den weitesten Grenzen; es gab solche, die nur obachtet werden konnten, wenn ihre dem Auge fast unertr Intensität durch geeignetes Drehen des Polarisators oder des sators passend gedämpft war; es waren aber auch manche Intensität sehr gering war, so daß die Einstellung auf di nur mit großer Sorgfalt und mit ganz merklicher Anstr des Auges des Beobachters geschehen konnte.

Die Anzahl der qualitativen Beobachtungen ka selbst annähernd wohl kaum angeben, jedenfalls ist s groß; die bei den quantitativen Beobachtungen ausge Messungen erforderten Einstellungen und Ables deren Zahl fünfundzwanzigtausend weit überschritt.

In bezug auf die übrigen Beobachtungen, die in den bis 99 Erwähnung finden, die sich nicht auf in Luft refl gebeugtes Licht beziehen, sondern auf in Glas reflektiert-geb auf in Luft und in Glas gebrochen-gebeugtes Licht, sch

auf von sehr kleinen (ultramikroskopischen) Teilchen gebeugtes Licht, verweise ich auf die betreffenden Stellen.

Die ganze Untersuchung geschah im physikalischen Institute der Budapester Universität; die qualitativen Beobachtungen meist in gewöhnlichen Arbeitszimmern; die Messungen und die in dieser Schrift sonst erwähnten Beobachtungen in dem im ersten Stockwerke gelegenen großen Lehrsaale, der zu diesem Zwecke jährlich in den Monaten Juni, Juli, August, in der ersten Hälfte des Monats September und auch teilweise bis Mitte Oktober zur Verfügung stand.

Es sei mir bei dieser Gelegenheit gestattet, Sr. Exzellenz Herrn wirkl. Geheimrat Professor Dr. Baron ROLAND EÖTVÖS für die gütige Gewährung der Institutsräumlichkeiten und wissenschaftlichen Hilfsmittel meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen.

Mit Ausnahme der einige Wochen dauernden quantitativen Beobachtungen im August 1905, die Herr STEFAN JAKUCS im durchgehend-gebeugten Lichte vollführte [§ 91] und des größeren Teiles der im § 99 in bezug auf die Polarisation des von im Rauche von Kerzenflammen schwebenden sehr kleinen, ultramikroskopischen Kohlenteilchen gebeugten (zerstreuten) Lichtes mitgeteilten Beobachtungen, welche Herr PAUL SELÉNYI im Sommer 1906 anstellte, rühren alle anderen Beobachtungen ausschließlich von mir her.

2. Das Gesetz des Polarisationskegels und des Extinktionskegels. Verallgemeinerung dieser Beziehungen.

A. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Drehung des Analysators.

§ 35. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters. Gesetz des Hauptpolarkegels.

Läßt man auf die nach den vorhergehenden §§ 30—34 verfertigte und montierte reflektierende Gitterfläche G, Fig. 7, ein Bündel paralleler Strahlen unpolarisierten Lichtes auffallen und zwar unter dem Polarisationswinkel P der Glassubstanz des Gitters, dann zeigen

sich, wie meine hieraufbezüglichen sehr zahlreichen Beobachtungen erweisen, folgende erfahrungsgemäße Gesetzmäßigkeiten:

I. Alle diejenigen Strahlen des in dieser Weise entstandenen Systems der reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit dem einfallenden Strahle den Winkel $2P$, also mit seiner Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2P$ bilden, sind linear polarisiert; ihre jeweilige Polarisationsebene ist die, den einfallenden und den jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahl enthaltende Meridianebene also die jeweilige Beugungsebene.

Ich fand dies merkwürdige Gesetz in der Weise, daß ich bei genanntem Einfallswinkel das mit dem Analysator versehene Beobachtungsrohr vorerst auf den regelmäßig reflektierten Strahl einstellte, und diesen mit dem geeignet gedrehten Analysator auslöschte; nun wurde, bei festgeklemmtem Beobachtungsrohr, der ganze Zusatzapparat um die Achse des ebenfalls festgeklemmten Polarisationsrohres PP, Fig. 7 (dessen Polarisator jedoch jetzt nicht im Rohre war), also um die Richtung des einfallenden Strahles beliebig gedreht. Dabei sorgte ich stets dafür, daß mittels Drehung des Gitters G in seiner eigenen Ebene, ein reflektiert-gebeugter Strahl von genügender Intensität in das Beobachtungsrohr geleitet werde, ohne Rücksicht auf die Farbe, die Spektrumordnung, oder Homogeneität des Strahles; es zeigte sich nun, daß alle Strahlen solcher Richtung stets bei nahezu derselben Lage des Analysators ausgelöscht wurden, wie der regelmäßig reflektierte Strahl.

Es liegen demnach die hier erwähnten Strahlen alle längs einer Kegelfläche, deren geometrische Achse der auffallende Strahl ist, deren Generatix mit der positiven Richtung dieser Achse den Winkel $180^0 - 2P$ bildet; indessen entsprechen von dem Linienbüschel der Kegelfläche nur diejenigen Geraden wirklichen Strahlen, welche in der, der reflektierenden Seite der Gitterfläche zugewendeten Hälfte des Raumes liegen. Die Grenzen dieses jetzt betrachteten Teiles des Strahlenkegels bilden diejenigen zwei Strahlen, die rasant zur Gitterfläche fortschreiten und zwar symmetrisch zu beiden Seiten der Einfallsebene; die zu diesen Grenzstrahlen gehörigen Meridianebenen (Beugungsebenen) bilden mit der Ein-

fallsebene bei Glassubstanz gewöhnlicher Art die Winkel von etwa -74^0 und -74^0.

In der anliegenden Fig. 8 bedeutet* das linear-gekreuzte Blatt die reflektierende Fläche des Gitters, $I\bar{O}$ den einfallenden, $O\bar{R}_0$ den regelmäßig reflektierten Strahl; beide liegen in der Ebene der Zeichnung; $\overline{IOC_0}$ ist die geometrische Achse des Kegels, OS_1 die Schnittlinie der Einfallsebene mit der Gitterebene,

Hauptpolarkegel.

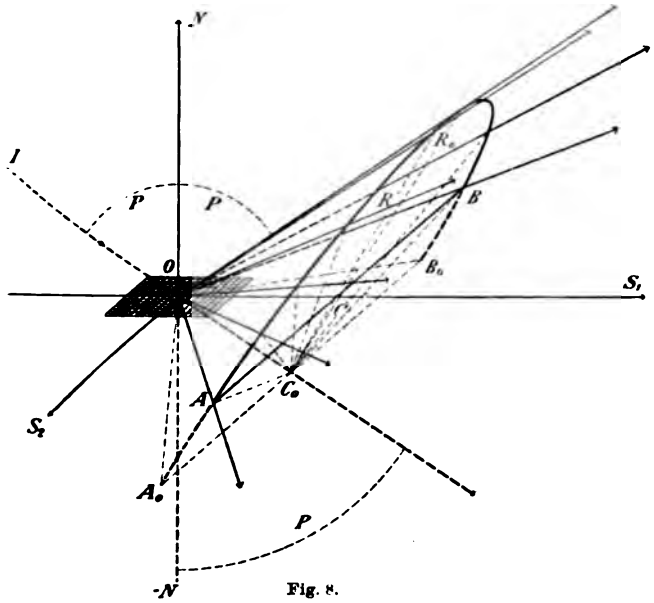


Fig. 8.

welche, der Konstruktion gemäß, mit $O\bar{R}_0$ den Winkel 90^0-P, und mit der Achse $O\bar{C}_0$ ebenfalls den Winkel 90^0-P bildet. Zieht man ferner durch den Punkt C die zur Einfallsebene senkrechte Gerade $\bar{A}\bar{C}\bar{B}$, so sieht man sofort, daß der Teil $OARR_0$ BCA des Kegels in der an die reflektierende Fläche des Gitters anliegenden Raumhälfte liegt, und die Richtung der beliebigen Generatrix $O\bar{R}$ in dem Teile $OARR_0B$ der Kegelfläche ist nun die Rich-

* Diese Figur wurde nach einem, bei den in der Fußnote des Vorwortes S. 65, 66, untere Seitenzahl [I, II] dieser Schrift erwähnten Vorführungen vorgezeigten großen Kartonmodell gezeichnet.

tung irgend einer der oben erwähnten Strahlen, deren Polarisationsebene also die jeweilige Meridianebene (Beugungsebene) IOR ist.

Man darf wohl diesen Kegel, seiner charakteristischen Eigenschaft zufolge, den Polarisationskegel, kürzer vielleicht den Polarkegel nennen; da jedoch auch bei anderen Einfallswinkeln ähnliche Kegel auftreten, so wollen wir diesen Kegel, welcher zu dem unter dem Polarisationswinkel der Gittersubstanz einfallenden Lichte gehört, den Hauptpolarkegel nennen und die Gesetzmäßigkeit des Polarisationszustandes der längs seiner Fläche fortschreitenden Strahlen das Gesetz des Hauptpolarkegels. Die darauf bezüglichen detaillierten quantitativen Daten bringt der folgende § 36.

Es liegt die Auffassung sehr nahe, zu glauben, daß diese Erscheinung so entstehen würde, daß in diesem Falle aus dem in der Einfallsebene polarisierten regulär reflektierten Strahle $\overline{OR_0}$ die gebeugten Strahlen sich etwa so bilden würden, als wenn ein Teil des ersteren, durch Drehung samt seiner Polarisationsebene um den einfallenden Strahl $\overline{OI}$, bis in seine Beugungsrichtung $\overline{OR}$ gebeugt würde: dann würde auch immer, in Übereinstimmung mit obigem Gesetze, seine Polarisationsebene den einfallenden und den gebeugten Strahl enthalten.

Indes läßt sich diese Auffassung, daß der regelmäßig reflektierte Strahl sich zuerst bilden würde, und daß erst nach hergestelltem regelmäßig reflektierten Strahl die gebeugten Strahlen aus diesem sich bilden würden, mit der Erfahrung nicht vereinbaren, wie wir dies weiter unten, in Punkt II und III dieses Paragraphen sehen werden, in welchen unzweifelhaft festgestellt wird, das die Lichtbeugung vor der regelmäßigen Reflexion und Refraktion, oder wenigstens gleichzeitig mit derselben vor sich geht. Übrigens werden wir diese letztere Auffassung in den § 72, 81 dieser Arbeit in verschiedener Weise, und insbesondere mit einem experimentum crucis beweisen, welches für in der Einfallsebene gelegene Strahlen schon ARAGO vollzog [§ 1, 1. Abschnitt], ohne daß er dessen eigentliche, wichtige Bedeutung erkannt hätte; siehe auch § 46 dieser Arbeit.

Naheliegend ist ferner auch die Auffassung, daß das Gesetz des Hauptpolarkegels eine Verallgemeinerung des MALUS-BREWSTER

schen Gesetzes sei, weil ersteres das letztere als Spezialfall enthalte. Aber auch diese Auffassung ist mit der Erfahrung unvereinbar; denn ebensowenig man das gebeugte Licht als die Verallgemeinerung des regelmäßig reflektierten Lichtes betrachten kann, ebensowenig kann das Gesetz des Hauptpolarkegels die Verallgemeinerung des MALUS-BREWSTERschen Gesetzes sein; im Gegenteil: der regelmäßig reflektierte Strahl ist bloß ein spezieller, obwohl sehr wichtiger Fall des gebeugten Strahlensystems, und das für ersteren gültige BREWSTERsche Gesetz kann ebenfalls nur ein spezieller Fall des für die Gesamtheit der gebeugten Strahlen gültigen Hauptpolargesetzes sein.

II. Alle diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, welche in der Einfallsebene liegen, zeigen im allgemeinen partielle Polarisation.

Diese partielle Polarisation nähert sich um so mehr der linearen Polarisation mit der Einfallsebene als Polarisationsebene, je näher der reflektiert-gebeugte Strahl dem regelmäßig reflektierten liegt. Außerdem ist zu bemerken: diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, welche in dem, zwischen dem letzteren Strahl und der Gitterfläche gebildeten spitzen Winkel liegen, besitzen eine stärkere partielle Polarisation und ist selbe stets merklich; hingegen zeigen diejenigen Strahlen, die in dem zwischen dem regelmäßig reflektierten Strahle und der Gitterfläche gebildeten stumpfen Winkel liegen, eine im allgemeinen schwächere partielle Polarisation, selbe ist für Strahlen letzterer Gattung, welche vom regelmäßig reflektiertem Strahle um mehr als 40° gebeugt sind, schon unmerklich, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst sehr bedeutend sein kann.

Anmerkung: Daß diejenigen der hier, und überhaupt in den folgenden Paragraphen, vorkommenden reflektiert-gebeugten oder gebrochen-gebeugten Strahlen, die ich als partiell polarisiert bezeichne, in der Tat solche, nicht aber elliptisch polarisiert sind: davon überzeugte ich mich sorgfältig in jedem einzelnen Falle durch Benützung eines BABINETschen Kompensators zu den unmittelbaren Beobachtungen.

III. Alle reflektiert-gebeugten Strahlen, mögen dieselben in irgend einer beliebigen, den einfallenden Strahl

enthaltenden Meridianebene (Beugungsebene) sich befinden, zeigen im allgemeinen partielle Polarisation; dieselbe nähert sich um so mehr der linearen Polarisation, je näher der jeweilige, reflektiert-gebeugte Strahl zu dem in seiner Meridianebene befindlichen gebeugten Strahl liegt, welcher mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2P$ bildet; letzterer Strahl ist in seiner Meridianebene polarisiert (Punkt I dieses Paragraphen).

Auch hier muß bemerkt werden, daß bei denjenigen gebeugten Strahlen, welche in dem, zwischen dem letzteren Strahl und der Gitterfläche gebildeten spitzen Winkel, jedoch im selben Meridian liegen, die partielle Polarisation im allgemeinen stärker ist, als bei denjenigen Strahlen, die in dem, vom erwähnten Strahl und der Gitterfläche gebildeten stumpfen Winkel, jedoch im selben Meridian liegen. Ebenso gilt auch hier, daß die partielle Polarisation der letzteren Strahlen unmerklich wurde, wenn deren, vom regelmäßig reflektierten Strahle gezählte Beugung mehr als 40° betrug, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst noch sehr bedeutend sein konnte. —

Alle diese Beobachtungen geschahen innerhalb der vom Apparat gestatteten weitesten Winkelgrenzen, deshalb können wir nun in bezug auf das ganze Strahlensystem des bei diesem Einfallswinkel entstandenen und untersuchten reflektiert-gebeugten Lichtes das Resultat folgendermaßen aussprechen:

Trifft unpolarisiertes (natürliches) Licht unter dem Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters als Einfallswinkel, auf das Glasgitter: dann sind von den reflektiert-gebeugten Strahlen diejenigen, die längs der Hauptpolarkegelfläche fortschreiten, stets in der jeweiligen Meridianebene (in der Ebene des einfallendenund des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles) polarisiert.*

Die übrigen gebeugten Strahlen zeigen im allgemeinen partielle

* In den § 40—43 werden uns die dort angeführten Beobachtungen überzeugen, daß dieses Gesetz bei demselben Einfallswinkel auch dann noch Geltung hat, wenn das einfallende Licht linearpolarisiert ist und sein Einfallsazimut beliebig ist.

Polarisation, die um so stärker ist, je näher der gebeugte Strahl zum Polarkegel liegt; die Polarisationsebene des polarisierten Teiles des Strahles ist dessen jeweilige Meridianebene.

§ 36. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptpolarkegels. Tabelle I. Sehr genügende Übereinstimmung.

Die weiter unten folgende Zahlentabelle enthält die gewonnenen Beobachtungsresultate der mit dem in § 33 erwähnten PALATINOschen gekreuzten Gitter mit den Intervallen 0,001160 mm und 0,5 mm angestellten Untersuchung.

Zur Deutung dieser Ergebnisse mögen folgende Bemerkungen dienen:

1. Legen wir durch den einfallenden Strahl eine zum horizontalen Hauptkreis des Apparates senkrechte Ebene, welche also den ganzen Raum halbiert, und blickt nun das in der Fortsetzung des einfallenden Strahles befindliche Auge des Beobachters gegen die Lichtquelle dieses Strahles: dann beziehen sich die Zahlenwerte der Tabelle auf diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die alle auf der linken Raumseite entstanden, die also in solchen Stellungen des Beobachtungsrohres untersucht wurden, welche sich auf der linken Hälfte des Hauptkreises befanden; demnach war hier die von der reflektierenden Fläche ausgehende nach der Reflexionsseite fortschreitende positive Normale stets in der linken Raumhälfte.

Daß die Erscheinung in der rechten Raumhälfte der ersteren symmetrisch ist, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

2. Es bedeutet η den Winkel, welchen die Einfallsebene mit der jeweiligen Meridianebene (also mit der, den einfallenden und den jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahl enthaltenden Ebene) bildet; es ist dies zugleich der Winkel zwischen der Einfallsebene des Lichtes und der Ebene des horizontalen Hauptkreises des Apparates.

Dieser stets spitze Winkel ist positiv, wenn dem unter 1. erwähnten Auge des Beobachters die Einfallsebene in bezug auf die Ebene des Hauptkreises in positiver Richtung, also im Sinne des Uhrenzeigerganges, nach rechts, gedreht erscheint; diesen Winkel liest man am Positionskreis der Einfallsebene ab, § 31, 32.

3. Die Zeichen $\overset{\cdot}{\ddagger}$ und $\dot{\ddagger}$ bedeuten, daß die Beugung des Furchenintervalles 0,5 mm. den beobachteten Strahl sichtbar macht und zwar in den beiden Fällen, wenn die zugehörige Furchenrichtung zwar in derselben reflektierenden Ebene liegt, jedoch in einer um 180° von einander verschiedenen Lage; die Mittelwerte der zu beiden gehörigen Daten sind in der Rubrik: $\ddagger$.

4. Die Zeichen $\overset{\cdot}{\ddagger}$ und $\dot{\ddagger}$ haben dieselbe Bedeutung für das Furchenintervall 0,001 160 mm desselben Gitters; die Mittelwerte sind hier unter der Bezeichnung $\ddagger$.

5. Die Bedeutung des Winkels ε ergibt sich daraus, daß wenn ein Strahl des glänzenden Beugungskreuzes mittels geeigneten Drehens der gefurchten Fläche in ihrer Ebene in das Beobachtungsrohr geleitet ist, die Schnittlinie der Einfallsebene mit der gefurchten Fläche und die zum Intervall 0,5 mm gehörige Furchenrichtung einen Winkel bildet, der eben mit ε bezeichnet wird, und in der Ebene der Gitterfläche liegt; denselben liest man am Positionskreis der Furchenrichtung ab, § 31, 32.

Dieser Winkel ist positiv, wenn dem auf die reflektierende Gitterfläche blickenden Auge des Beobachters diese Furchenrichtung, von der erwähnten Schnittlinie an gerechnet, rechtssinnig (also im Sinne des Uhrenzeigerganges) gedreht erscheint.

Für die unter 3. genannten Strahlenpaare sollten die zu je einem und dem anderen Strahle eines solchen Paares gehörigen Winkel ε um 180° von einander verschieden sein; die zweite Rubrik der Tabelle I enthält nun die diesbezüglichen Mittelwerte der Winkel $\dot{\varepsilon}$ und $\dot{\varepsilon} - \pi$; ebenso enthält deren sechste Rubrik die Mittelwerte $\overset{\cdot}{\varepsilon}$ und $\overset{\cdot}{\varepsilon} - \pi$ derjenigen Winkel, die zu je einem und dem anderen Strahle der unter 4. erwähnten Strahlenpaare gehören. Die letzteren Winkel sollten von den ersteren stets um 90° verschieden sein, und genügen auch dieser Bedingung innerhalb der Grenzen der hier zu erwartenden Genauigkeit wie dies die Tabelle I zeigt.

6. Es bedeutet φ das Polarisationsazimut des jeweilig untersuchten reflektiert-gebeugten Strahles; dasselbe bestimmte sich durch diejenige Lage des Analysators, bei welcher dieser Strahl ausgelöscht wurde; in dieser Lage war der längere Durchmesser der Endfläche des analysierenden Nicols normal zur Polarisations-

Ebene des Strahles; diese Lage wurde am Positionskreis des Analysators abgelesen und φ von dessen Nullpunkte ab gezählt, § 31, 32.

Jedes in der Tabelle mitgeteilte einzelne Azimut ist für jeden einzelnen Strahl das Resultat von wenigstens zehn Einstellungen und Ablesungen; davon wurden je fünf in den einander gegenüberliegenden Quadranten dieses Positionskreises gemacht; bei sehr schwachen Strahlen geschahen doppelt so viel Einstellungen und Ablesungen.

Der Winkel φ ist positiv, wenn das, in der Fortsetzung des gebeugten Strahles befindliche, gegen die Gitterfläche zu blickende Auge des Beobachters die vom Nullpunkte dieses Positionskreises gerechnete Drehung des Analysators rechtssinnig, also im Sinne des Uhrenzeigerganges sieht; negativ ist φ, wenn diese Drehung linkssinnig ist.

7. Der Winkel φ_0 bedeutet den Mittelwert derjenigen Polarisationsazimute, welche zu dem von der gefurchten Fläche regelmäßig reflektierten Lichte gehören, welches bei unverändertem Einfallswinkel, und unveränderter Lage der Ebene der reflektierenden Fläche entsteht, wenn man diese Fläche in ihrer eigenen Ebene in die Lagen $\varepsilon = 0,\ 90^0,\ 180^0,\ 270^0$ bringt. Alle diese Strahlen sind sehr nahezu in der Einfallsebene polarisiert, gerade so, als wenn die Fläche nicht gefurcht wäre, § 71; man muß demnach φ_0 als das Azimut des in der Einfallsebene polarisierten Strahles betrachten, bezogen auf den Nullpunkt obigen Positionskreises.

8. Der Winkel $\varphi - \varphi_0$ bedeutet daher den Winkel zwischen der Polarisationsebene und der Meridianebene (Beugungsebene) des jeweiligen gebeugten Strahles, also dessen eigentliches, von dieser letzteren Ebene an gerechnete Polarisationsazimut; dasselbe ist demnach gleich der Differenz der nach Punkt 6 und 7 abgelesenen Azimute. —

Die dritte und vierte Rubrik der Tabelle I bezieht sich nach Punkt 3 auf die, mittels des Teilungsintervalles von 0,5 mm gebeugten Strahlen; die fünfte Rubrik enthält die Mittelwerte der beiden vorhergehenden; ebenso beziehen sich die siebente und achte, ferner die neunte Rubrik im selben Sinne auf das Intervall 0,001 160 mm; schließlich enthält die zehnte Rubrik

Tabelle I.

Zum Gesetz des Hauptpolarkegels.

Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht.

Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der
des Glasgitters: $P = 56^0\ 15'$.

Die vom jeweiligen Meridian gerechneten Polarisationsazimute derje
rechtwinklig gekreuzten Palatinschen Gitter mit 0,5 mm und 0,0
Intervallen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallend
den Winkel $2P$ bilden.

η	ε	$\varphi - \varphi_0$	$\dot{\varphi} - \varphi_0$	$\varphi - \varphi_0$	ε	$\varphi - \varphi_0$	$\dot{\varphi} - \varphi_0$	$\dot{\varphi}$ –
0	0	0	0	0	0	0	0	
— 70	— 21,5	— 0,90	— 0,73	— 0,81	+ 67,8	+ 1,57	— 0,48	+ 0
— 60	— 17,5	— 1,41	— 0,40	— 0,91	+ 71,8	+ 1,82	+ 0,07	+ 0
— 50	— 14,5	— 1,07	— 0,23	— 0,65	+ 75,0	+ 0,72	— 0,61	+ 0
— 40	— 11,0	— 0,78	— 0,08	— 0,43	+ 78,5	+ 0,70	— 0,93	— 0
— 30	— 7,5	— 0,38	+ 0,01	— 0,19	+ 81,8	+ 0,56	+ 0,29	+ 0
— 20	— 4,0	— 0,32	+ 0,19	— 0,07	+ 85,0	+ 0,19	— 0,46	— 0
— 10	— 1,9	+ 0,24	+ 0,20	+ 0,22	+ 88,2	+ 0,21	— 0,10	+ 0
0	(0,0)	+ 0,18	— 0,15	+ 0,02	+ (90,0)	+ 0,11	— 0,16	— 0
+ 10	+ 3,0	— 0,11	+ 0,17	+ 0,03	+ 91,4	+ 0,46	+ 0,14	+ 0
+ 20	+ 5,4	+ 0,37	+ 0,69	+ 0,53	+ 94,8	+ 1,05	+ 0,15	+ 0
+ 30	+ 9,0	+ 0,46	+ 0,06	+ 0,26	+ 97,9	+ 0,80	— 0,82	— 0
+ 40	+ 11,5	+ 0,71	+ 0,50	+ 0,61	+ 101,0	+ 0,92	+ 0,14	+ 0
+ 50	+ 15,1	+ 0,40	+ 0,28	+ 0,34	+ 104,6	+ 0,54	— 0,59	— 0
+ 60	+ 18,5	+ 0,45	+ 0,51	+ 0,48	+ 107,5	+ 0,09	+ 0,51	+ 0
+ 70	+ 21,8	+ 0,95	+ 0,99	+ 0,98	+ 110,8	— 0,60	— 0,35	— 0

die Mittelwerte der Daten der fünften und der
Rubrik.

Man ersieht aus der Tabelle sofort, daß die in je ei
zontalen Linie vorfindlichen Werte der dritten, vierten, der
und achten Rubrik voneinander verhältnismäßig wenig ve
sind, das ist: für reflektiert-gebeugte Strahlen derselbe
tung, die jedoch durch verschiedene Linien(Furchen
gebeugt wurden, hat letzterer Umstand kaum merklichen
weil die mitgeteilten Daten erweisen, daß der Polarisatio
solcher Strahlen derselben Richtung merklich derselbe ist
der Strahl vom Liniensystem mit dem Intervall 0,5 mm

demjenigen mit etwa 430 mal engeren Intervall 0,001 160 mm gebeugt wurde.

Ebenso findet man, daß es für den Polarisationszustand des gebeugten Strahles nicht wesentlich ist, ob derselbe bei einer geeigneten Richtung der Furchen, oder bei einer in derselben reflektierend-beugenden Ebene, jedoch um 180° gedrehten Richtung dieser Furchen entstand; die zehnte Rubrik zeigt die Mittelwerte der zu diesen je vier Strahlen gehörigen Polarisationsazimute.

Bildet man den Mittelwert der Mittelangaben dieser letzten Rubrik für alle fünfzehn Richtungen, so wird derselbe abgerundet: $-0{,}81^0 + 2{,}53^0) : 15 = 0{,}115^0 = 7'$; mit diesem Betrage weicht im Mittel die Polarisationsebene irgend eines, längs des Hauptpolarkegels fortschreitenden Strahles von seiner zugehörigen Meridianebene (Beugungsebene) ab. Man kann dies wohl noch so ausdrücken: die Mittellage der Polarisationsebenen der regelmäßig reflektierten vier Strahlen weicht nur um 7′ vom Mittelwert der Mittelwerte aller, dem Hauptpolarkegel entlang liegenden Strahlen ab: auch sieht man sogar, daß die einzelnen Daten der zehnten Rubrik von diesem 0,115° betragenden Mittelwerte im Maximum um $-0{,}41_5^0$ und $+0{,}45_5^0$ abweichen; es bleiben somit diese Abweichungen alle unter einem halben Grad. Man darf daher auf Grund der erwähnten Kriterien der Gesetzmäßigkeit und der Grenzen der Genauigkeit behaupten, daß die Genauigkeit des Gesetzes des Hauptpolarkegels nahezu gleich sei der Genauigkeit des BREWSTERschen Gesetzes für Glassubstanz.

Zu diesem Ausspruch ist man um so mehr berechtigt, weil ich mich in diesen Untersuchungen nur auf die Feststellung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten beschränkte, ohne dabei den etwaigen, von diesem Standpunkte aus jedenfalls untergeordneten Einfluß der Dispersion zu erforschen.

§ 37. Graphische Darstellung des Gesetzes des Hauptpolarkegels in stereographisch-horizontaler Projektion. Erstes Projektionsbild.

Im folgenden wird sich des öfteren die Notwendigkeit ergeben, die Polarisationsazimute des gesamten räumlichen Systems

der reflektiert-gebeugten Strahlen, die überhaupt aus je einem einfallenden Strahlenbündel entstehen oder herstellbar sind, auf *einer* Zeichnung, in einer auf einmal zu überblickenden Weise darzustellen.

Ich wählte zu diesem Zwecke die Methode der stereographischen Projektion; die mittels derselben hergestellten Figuren stellen solche Halbkugelflächen dar, deren Mittelpunkt der Auffallsort des auf die gefurchte Gitterfläche einfallenden Strahlenbündels ist. Die Kugelfläche ist, um die Richtungswinkel des einfallenden Strahles und der reflektiert-gebeugten Strahlen, sowie deren Polarisationsrichtung besser zu veranschaulichen, mit einem Systeme von Parallelkreisen und Meridiankreisen bedekt, deren Pole die Durchstoßungspunkte der Kugelfläche mit dem einfallenden Strahl und dessen Richtungsfortsetzung sind. Der Augenpunkt der Projektion ist der Durchstoßungspunkt der negativen Normale der reflektierenden Fläche mit der Kugelfläche, und die Ebene der Projektionszeichnung ist die, dem Augenpunkte diametral gegenüberliegende Tangentialebene der Kugel (also, etwa in Fig. 6, § 16, oder Fig. 16, § 54, wenn die XY-Ebene die Ebene der beugend-reflektierenden Fläche ist, bedeutet S den Augenpunkt und die durch Z gehende, zu XY parallele Ebene wäre die Ebene der Projektion).

Demnach ist die Ebene der Projektionszeichnung stets parallel der reflektierenden Gitterebene und der Mittelpunkt der Zeichnung ist die Projektion der positiven Normale dieser Gitterfläche; die Begrenzung der Zeichnung ist die Projektion der Schnittlinie der reflektierenden Gitterebene mit der Kugelfläche, also die Projektion eines größten Kreises, an dessen dem Beschauer zugewendeten Seite der Halbraum anschließt, in welchem die reflektiert-gebeugten Strahlen fortschreiten.

Diese Projektionsart hat zwei wichtige Eigenschaften, die hier zur Geltung kommen: erstens sind die Projektionen aller Kugelkreise ebenfalls Kreise; zweitens ist die Projektion eine isogonale, nämlich die Winkel, unter welchen zwei beliebige, auf der Kugelfläche liegende Kurven auf der Kugel sich schneiden, bleiben ihrer Größe nach in deren stereographischer Projektion unverändert.

Sowohl der einfallende, wie jeder reflektiert-gebeugte Strahl gehen durch das Zentrum der Kugelfläche, daher enthalten auch deren Polarisationsebenen dieses Zentrum. Diese Ebenen schneiden die Kugelflächen in größten Kreisen, welche durch die Durch-

Gesetz des Hauptpolarkegels.

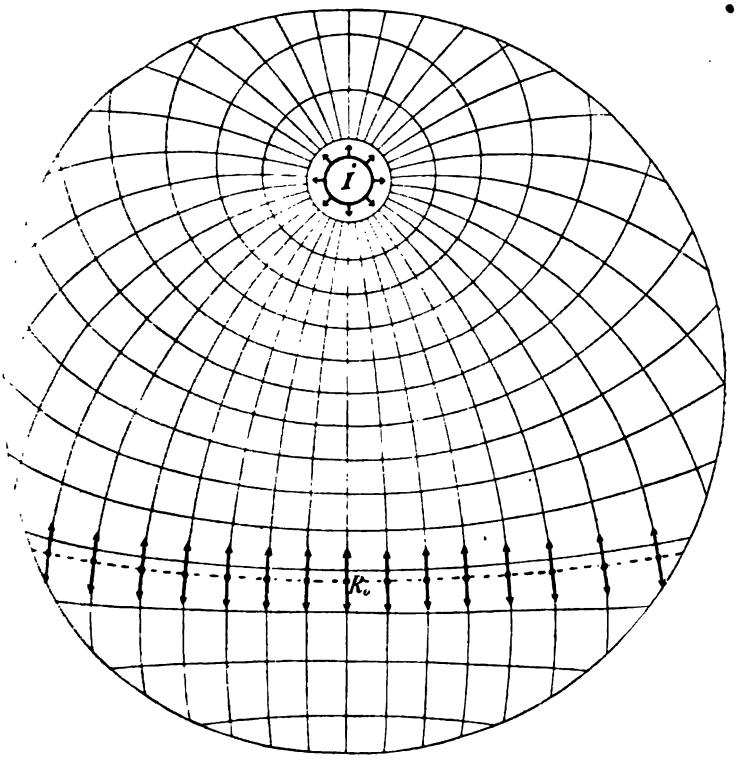


Fig. 9. Erstes Projektionsbild.

stoßungspunkte der jeweiligen Strahlen mit der Kugelfläche gehen; die in diesen Punkten an diese Kreise gezogenen Tangenten sind die Polarisationsrichtungen dieser Strahlen; der Winkel zwischen dieser Richtung und dem jeweiligen Meridiane dieses Strahles ist dessen jeweiliges Polarisationsazimut (wobei der Meridian in der jeweiligen Beugungsebene liegt und also stets den einfallenden und den reflektiert-gebeugten Strahl enthält).

Gemäß der isogonalen Projektionsart sind diese Azimute auf der Kugelfläche und in der Projektionsfigur miteinander der Reihe nach gleich; in unseren Projektionszeichnungen sind diese Polarisationsrichtungen stets mittels Pfeile kenntlich gemacht.

Alle diese Durchstoßungspunkte und Polarisationsrichtungen befinden sich auf derjenigen Hälfte der Kugelfläche, welche sich über die reflektierende Gitterfläche wölbt; diese Punkte und Richtungen werden vom Augenpunkte der Projektion aus auf die Ebene der Zeichnung projiziert. In allen unseren Projektionsbildern liegt der Augenpunkt der Projektion normal hinter der Ebene der Zeichnung und zwar in einer Entfernung, die dem Halbmesser des Grenzkreises der Zeichnung gleichkommt. Hingegen befindet sich das Auge des Beobachters, welches gegen die Zeichnung sieht und die reflektiert-gebeugten Strahlen betrachtet, vor der Ebene der Zeichnung.*

Unser erstes Projektionsbild Fig. 9, zeigt nun, bei unter dem Polarisationswinkel P einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte die Eindringungsstelle I desselben in den Kugelraum; die Austrittsstelle R_0 des regelmäßig reflektierten Lichtes aus der Kugelfläche; ferner die mittleren Polarisationsrichtungen derjenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bilden. Diese Richtungen sind nach den Werten der zehnten Rubrik der Tabelle I in Form zweispitziger Pfeilchen gezeichnet und fallen in der Zeichnung mit den jeweiligen Meridianen (Beugungsebenen) der Strahlen merklich zusammen und veranschaulichen in dieser Weise den Grad der Genauigkeit des Gesetzes des Hauptpolarkegels.

---

* Die hier beigegebenen Projektionsbilder verfertigte ich selbst ursprünglich im Durchmesser von teils einem halben Meter, teils von 20 cm, die ersteren wurden von den Herren Ernst Homor und Stefan Jakob, Lehramtskanditaten und Internisten des Baron Josef Eötvös-Kollegiums allhier in der Dimension von einem Meter Durchmesser vergrößert; von diesen großen Zeichungen stellte Herr Dr. Desider Pekár sehr gelungene Photographien von 10 cm Durchmesser her. Ich sage genannten drei Herren auch hier warmen Dank für ihre mit großer Mühe verbundene Arbeit.

Die übrigen Bilder wurden von den Anstalten der bewährten Verlagshandlung B. G. Teubner verkleinert.

§ 38. Der Einfallswinkel ist beliebig; das einfallende Licht ist unpolarisiert. Allgemeines Gesetz des Polarkegels.

Verändert man den Einfallswinkel des einfallenden unpolarisierten Lichtes in beliebiger Weise, so zeigt bei jedem Einfallswinkel das dabei auftretende reflektiert-gebeugte Strahlensystem gewisse Gesetzmäßigkeiten in bezug auf seinen Polarisationszustand. Wir wollen diese Beziehungen qualitativ ausdrücken, weil dabei fast immer partielle Polarisation auftritt.

Auf Grundlage vieler Beobachtungen, welche ich mit mehreren Glasgittern, insbesonders mit dem im § 33 erwähnten, senkrecht gekreuzten PALATINschen Gitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm anstellte, und dabei Strahlen aller vier Arme des Beugungskreuzes benützte, fand ich, und zwar unabhängig von der Lichtintensität, folgende Gesetzmäßigkeiten:

I. Für die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen:

a) Bei beliebigem Einfallswinkel ist derjenige, in der Einfallsebene gebeugte Strahl, der mit dem einfallenden den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2P$ bildet, fast vollständig linearpolarisiert; seine Polarisationsebene ist die Einfallsebene.

Ich änderte den Einfallswinkel i unter den erwähnten Bedingungen innerhalb der Grenzen der Zulässigkeit vom Werte $i = 2P - 90^0$ bis $i = 90^0$, und fand dabei, daß der, im Falle $i = 2P - 90^0$ auftretende, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildende rasant-gebeugte Strahl fast vollständig linearpolarisiert ist; ebenso ist im Falle $i = 90^0$, also bei rasant-einfallendem Lichte derjenige gebeugte Strahl, welcher mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildet, noch genügend linearpolarisiert; die Polarisation ist jedoch am vollkommensten, wenn $i = P$.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen alle, in der Einfallsebene reflektiert-gebeugten Strahlen im allgemeinen partielle Polarisation, die der vollkommenen linearen Polarisation umso näher kommt, je näher der reflektiert-gebeugte Strahl zu derjenigen Richtung liegt, die mit dem ein-

fallenden den Winkel $2P$ bildet, und je näher der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel ist.

Es ist hier zu bemerken, daß nur solche reflektiert-gebeugte Strahlen vollständig linearpolarisiert sein können, deren Richtung entweder genau den Winkel $2P$ mit dem einfallenden Strahl bildet, oder von dieser Richtung nur um wenige Grade abweicht.

II. Für beliebig gebeugte Strahlen.

Die hierher gehörigen Beobachtungen erstrecken sich auf die räumliche Gesamtheit der reflektiert-gebeugten Strahlen.

a) Bei beliebigem Einfallswinkel sind diejenigen, übrigens in beliebigen Meridianebenen gebeugten Strahlen, welche mit dem jeweiligen einfallenden Strahl den Winkel $2P$, mit dessen Fortsetzung den Winkel 180^0-2P bilden, nahezu vollständig linearpolarisiert, und zwar sehr angenähert in der Ebene des jeweiligen Meridians.

Demnach gehört zu jedem Einfallswinkel eine solche Kegelfläche, deren Generatrix mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2P$ bildet; die längs dieser Kugelfläche fortschreitenden Strahlen sind in ihrer jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) polarisiert.

Diese Kegelflächen kann man wohl Polarisationskegel, kurz Polarkegel nennen.

Derjenige Teil der Mantelfläche des Polarkegels, dessen Gerade Strahlen vorstellen können, hängt stets vom jeweiligen Einfallswinkel ab; dieser kann zwischen den schon oben erwähnten Grenzen $i=2P-90^0$ und $i=90^0$ verändert werden.

Im ersten Grenzfalle $i=2P-90^0$ liegt der ganze Kegel auf der jenseitigen Seite der reflektierenden Gitterfläche und berührt gerade die Ebene der letzteren, so daß gerade der, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildende gebeugte Strahl längs der reflektierenden Gitterfläche rasant fortschreitet; auf diesen einzigen Strahl reduziert sich in diesem Falle der reale Teil des Polarkegels.

Im Falle $i=P$ bildet die in der Einfallsebene liegende Generatrix der Kegelfläche mit der reflektierenden Ebene den Winkel 90^0-P; der reale Teil der Mantelfläche liegt zwischen dieser Ebene und der erwähnten Generatrix, indes die Kegelachse mit der Rückseite der reflektierenden Fläche ebenfalls den Winkel 90^0-P bildet, § 35, Fig. 8.

Schließlich, im zweiten Grenzfalle $i = 90^0$, bei rasantem Einfall, liegt die Kegelachse längs der reflektierenden Fläche und es kommt demnach die Hälfte der Mantelfläche des Kegels in dieser Weise zur Geltung.

Anmerkung: Strenge genommen scheinen die Polarisationsebenen der hier unter II a) betrachteten Strahlen nicht immer genau mit der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) zusammenzufallen; wiederholte, sorgfältige Beobachtungen führten mich zu folgender Erfahrung:

1. Wenn das, von der Meridianebene gerechnete Azimut der Einfallsebene*, η negativ und der Einfallswinkel i kleiner ist als der Polarisationswinkel P: dann scheint die Polarisationsebene des gebeugten Strahles in bezug auf dessen jeweilige Meridianebene bis auf einige Grade rechtssinnig gedreht; ist hingegen η negativ und der Einfallswinkel i größer als P: dann scheint die Polarisationsebene des gebeugten Strahles in bezug auf dessen jeweilige Meridianebene linkssinnig gedreht.

2. Ist η positiv und $i > P$ dann zeigt sich die Polarisationsebene des Strahles um einige Grade von der zugehörigen Meridianebene rechtssinnig, wenn $i < P$, linkssinnig gedreht.

Diese geringfügigen Drehungen scheinen mit dem absolutem Werte von η etwas zu wachsen.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen alle Strahlen des räumlich reflektiert-gebeugten Strahlensystems partielle Polarisation, welche der vollständigen, linearen Polarisation um so näher kommt, je näher der Strahl zur jeweiligen Polarkegelfläche liegt und je näher der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel ist. Der polarisierte Teil des jeweiligen Strahles ist im allgemeinen in genügender Annäherung in der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) polarisiert.

Diese partielle Polarisation ist jedoch für solche Strahlen, die von der jeweiligen Polarkegelfläche etwa um 40^0 oder darüber abstehen, so gering, daß selbe unmerklich ist, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst noch sehr bedeutend sein kann.

§ 39. Zusammenfassung der Resultate der §§ 35—38. Wichtige Bemerkung bezüglich der normalen Inzidenz.

Man kann die allgemeinen Eigenschaften der in den vorhergehenden vier Paragraphen behandelten Erscheinungen wie folgt zusammenfassen:

* Siehe z. B. § 36, Punkt 2 und ebendort Tabelle I.

1. Unpolarisiertes Licht falle unter beliebigem Winkel auf ein Glasgitter: von den räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen sind die längs der jeweiligen Polarkegelfläche fortschreitenden linearpolarisiert und zwar sehr nahezu in der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene); die Polarisierung ist am vollständigsten und deren Ebene ist genau die jeweilige Meridianebene, wenn der Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Gittersubstanz ist. Jeder nicht längs der jeweiligen Polarkegelfläche reflektiert-gebeugte Strahl zeigt partielle Polarisation; sein polarisierter Teil ist sehr näherungsweise in der jeweiligen Meridianebene polarisiert und zwar um so vollständiger, je näher der Strahl zur jeweiligen Polarkegelfläche liegt.

Gebeugte Strahlen, die vom einfallenden Strahl nur um etwa 70° oder darunter abstehen, zeigen nur mehr unmerkliche Polarisation. —

2. Wir haben hier noch eine wichtige ergänzende Erfahrung anzuführen: es zeigt nämlich die Beobachtung, daß die letzterwähnte Eigenschaft bei normaler Inzidenz ohne jegliche Beschränkung gültig ist.

Ich überzeugte mich nämlich durch besonders zu diesem Zwecke angestellte Untersuchungen, daß bei normaler Inzidenz unpolarisierten Lichtes auf das reflektierende Glasgitter kein einziger der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen auch nur eine merkliche Spur von Polarisation zeigt.

B. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mit freiem Auge durch Drehung des Polarisators.

§ 40. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz. Gesetz des Hauptextinktionskegels.

In den folgenden § 40—43 beschreibe ich diejenigen Versuche, welche sich auf die, dem Gesetze des Polarkegels gewissermaßen reziproke oder inverte Erscheinung beziehen und die demnach zu bestimmten, dem ersteren Gesetze reziproken Gesetzmäßigkeiten führen.

In bezug auf die räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen, die bei dem durch den Polarisator linearpolarisierten auf die Gitterfläche fallenden Lichte entstehen und so bei entferntem Analysator, also unmittelbar ins Auge des Beobachters gelangen, fand ich auf Grund sehr zahlreicher Beobachtungen folgende Gesetzmäßigkeiten:

I. Alle diejenigen Strahlen des in dieser Weise entstandenen Systems der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel $180° - 2P$ bilden, können durch geeignete Drehung des Polarisators um den einfallenden Strahl als Achse stets ganz ausgelöscht werden; aber in der jeweiligen Auslöschungslage des Polarisators ist dessen Polarisationsebene nicht immer normal zur jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) des betrachteten gebeugten Strahles, sondern dieselbe hat eine andere, bestimmte Gesetzmäßigkeit.

Letztere zeigt sich nun in folgenden Beziehungen: Wird der regelmäßig-reflektierte Strahl in der angedeuteten Weise ausgelöscht, so ist dabei die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes senkrecht zur Einfallsebene; erstere enthält also die Normale der letzteren Hingegen ist bei Auslöschung eines solchen reflektiert-gebeugten Strahles, von dessen Meridianebene aus die Einfallsebene (für ein gegen die Lichtquelle blickendes Auge) rechtssinnig gedreht erscheint, das ist, für welche der Winkel η [§ 36, Punkt 2] positiv ist: die Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators und mit ihm also auch die des einfallenden Lichtes, von der Normale der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) aus gerechnet, rechtssinnig gedreht und umgekehrt.

Da bei dem mehrfach erwähnten Gitter $P = 56° 15'$, so kann, wie eine einfache, sphärisch-trigonometrische Rechnung ergibt, der Winkel η zwischen den Grenzen $-73° 55'$ und $+73° 55'$ liegen; während nun η dieses Intervall durchläuft, ändert sich die Abweichung der Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators von der Normalen der jeweiligen Meridianebene ziemlich regelmäßig von $-23{,}5°$ bis $+23{,}5°$.

Dieses Gesetz ist gewissermaßen, jedoch nicht genau reziprok

zum Gesetz des Hauptpolarkegels; dasselbe enthält das umgekehrte MALUS-BREWSTERsche Gesetz als einen ganz speziellen Fall; auch hier kann man, aus denselben Gründen, die wir bei Betrachtung des Gesetzes des Hauptpolarkegels angeführt haben [§ 35, Abschnitt I], das gegenwärtige Gesetz nicht als eine Verallgmeinerung des umgekehrten MALUS-BREWSTERschen Gesetzes auffassen; das Nähere gibt § 41.

Der geometrische Ort der hier erwähnten, ganz auslöschlichen, gebeugten Strahlen ist die Hauptpolarkegelfläche; da indes die Rolle dieser Fläche hier eine andere ist als im vorigen Gesetze, so wollen wir dieselbe bei unserer jetzt betrachteten Erscheinung die Fläche des Auslöschungs(Extinktions-)kegels nennen, und die mit derselben hier verbundene gesetzmäßige Beziehung das Gesetz des Hauptextinktionskegels.

Bemerkung: In diesem Abschnitt B [§ 40—43] vermeide ich es absichtlich vom Polarisationszustand des reflektiert-gebeugten Lichtes zu sprechen, davon wird im Abschnitt III, 3 [§ 44—72] ganz ausführlich, qualitativ und besonders quantitativ die Rede sein; doch möge hier schon erwähnt werden, welches Azimut auch das einfallende linearpolarisierte Licht haben möge: die Strahlen, die längs der Mantelfläche des Hauptpolarkegels oder des Hauptextinktionskegels fortschreiten, sind stets in ihrer jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) polarisiert. Wenn wir nun, dem jetzt erwähnten letzteren Gesetze gemäß die soeben genannten gebeugten Strahlen mittels Drehung des Polarisators auslöschen, so braucht die Polarisationsebene des letzteren nicht, wie man etwa apriori anzunehmen geneigt wäre, senkrecht zur Meridianebene gerichtet sein; eben die oben mitgeteilte Erfahrung zeigt, daß die Abweichung von dieser normalen Richtung sich bis auf $\pm 23°\cdot 5$ erstrecken kann.

II. Alle diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die in der Einfallsebene liegen, zeigen im allgemeinen, bei Drehung des Polarisators ein Lichtmaximum und ein Lichtminimum. Das Minimum des regelmäßig reflektierten Strahles kann näherungsweise gleich Null genommen werden, die Minima der übrigen hier erwähnten Strahlen liegen um so näher der Null, je näher der gebeugte Strahl dem regelmäßig reflektierten Strahle liegt, und umgekehrt.

Im allgemeinen ist hier ebenfalls zu bemerken, daß diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die in dem, vom regelrecht reflektiertem Strahl und der reflektierenden Ebene gebildeten spitzen Winkel liegen, ein dunkleres Minimum zeigen, als die-

gen gebeugten Strahlen, die in dem supplementären stumpfen kel liegen. In bezug auf letztere gilt die Erfahrung: wenn elben vom regelmäßig reflektierten Strahle, gegen den ein-enden zu gerechnet, etwa um 40°, oder noch darüber ab-chen: zeigt sich bei Drehung des Polarisators keine merkliche nsitätsänderung des Strahles, obwohl dessen Intensität selbst h ganz bedeutend sein kann.

Bei den hier, unter II. betrachteten Strahlen ist die arisationsebene des auf das jeweilige Lichtminimum gestellten Polarisators stets senkrecht zur Einfalls-ne.

III. Alle reflektiert-gebeugten Strahlen, mögen die-en in irgend einer beliebigen, den einfallenden hl enthaltenden Meridianebene (Beugungsebene) sich nden, zeigen im allgemeinen, bei Drehung des Pola-tors je ein Lichtmaximum und ein Minimum. Für s der Extinktionskegelfläche fortschreitende Strahlen kann Minimum gleich Null genommen werden; für die übrigen hlen ist dies Minimum um so näher der Null, je näher der ilige gebeugte Strahl zu dieser Fläche liegt; die Polarisations-e des auf das Minimum irgend eines Strahles eingestellten risators hat im allgemeinen, näherungsweise eine solche Lage, welcher die Auslöschung des im selben Meridian befindlichen, je-längs der Extinktionsfläche fortschreitenden Strahles stattfindet.

Auch hier gilt die allgemeine Erfahrung, daß diejenigen eugten Strahlen, die in dem, zwischen dem letzerwähnten hl und der reflektierenden Gitterfläche gebildeten, jedoch im en Meridiane befindlichen spitzen Winkel liegen, eine stärkere dunkelung zeigen, als die im selben Meridiane jedoch auf der ren Seite des erwähnten in der Extinktionsfläche schreitenden hles liegenden Strahlen. Die Verdunkelung der letzteren hlen wird unmerklich, wenn deren Winkelabstand vom ren Strahl 40° und darüber beträgt, obwohl die Intensität gebeugten Strahles selbst noch immer sehr bedeutend sein kann.

Faßt man die im gegenwärtigen Paragraphen mitgeteilten hrungen, die aus den, innerhalb der weitesten Grenzen an-llten Beobachtungen folgten, zusammen, so kann man sagen:

Fällt linearpolarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz auf dessen gefurchte Fläche und gelangen die von derselben räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen unmittelbar in das Auge des Beobachters: dann kann man die längs der Hauptextinktionsfläche fortschreitenden Strahlen mittels Drehung des Polarisators ganz auslöschen; es ist dann die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes von der Normale der Meridianebene (Beugungsebene) des jeweiligen gebeugten Strahles rechtssinnig oder linkssinnig gedreht, je nachdem die Einfallsebene von dieser Meridianebene rechtssinnig oder linkssinnig gedreht erscheint; die erstere Abweichung wächst mit der letzteren Drehung.

Alle übrigen gebeugten Strahlen zeigen während der Drehung des Polarisators im allgemeinen je ein Lichtmaximum und ein Minimum; letzteres ist der Null um so näher, je näher der gebeugte Strahl zur Hauptextinktionsfläche liegt und umgekehrt: bei Einstellung auf das Minimum irgend eines gebeugten Strahles hat die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes nahezu dieselbe Lage, wie diejenige, bei welcher der in derselben Meridianebene, jedoch längs der Extinktionsfläche schreitende gebeugte Strahl ausgelöscht erscheint.

Bildet der gebeugte Strahl mit dem einfallenden einen Winkel von $2P - 40^0$ oder darunter: dann tritt bei Drehung des Polarisators eine merkliche Intensitätsänderung nicht auf, obzwar die Intensität selbst noch sehr bedeutend sein kann.

§ 41. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptextinktionskegels. Tabelle II. Projektive Darstellung des Gesetzes: Zweites Projektionsbild.

Die hier folgende Tabelle II enthält die geordneten Beobachtungsresultate der Untersuchungen, die ich mittels des im § 33 erwähnten gekreuzten PALATINschen Glasgitters vom Intervalle 0,5 mm und 0,001 160 mm diesbezüglich angestellt habe.

In bezug auf die in dieser Tabelle vorkommenden Zeichen

muß bemerkt werden, daß die im § 36 unter 1., 2., 3., 4. und 5. festgesetzten Bezeichnungen auch hier Geltung haben; bezüglich der übrigen ist zu bemerken:

6. Es bedeutet ψ dasjenige Polarisationsazimut des einfallenden Lichtes, bei welchem der jeweilige gebeugte Strahl ausgelöscht ist; dabei sind die brechenden Kanten des Polarisationsprismas stets parallel zur Polarisationsebene des durch jenes gedrungenen einfallenden Strahles; dieser Winkel ψ wurde am Positionskreis des Polarisators abgelesen und von dessen Nullpunkt ab gezählt.

Die Zunahme dieses Winkels ist positiv, wenn dem in der Fortsetzung des einfallenden Strahles befindlichen Auge des Beobachters, welcher gegen die Lichtquelle zu blickt, diese Zunahme (die Drehung des Polarisators) rechtssinnig (also im Sinne des Uhrenzeigerganges) erscheint, und umgekehrt.

7. Es bedeutet ψ_0 diejenigen Mittelwerte der Polarisationsazimute des einfallenden Lichtes, bei welchen der von der gefurchten Gitterfläche direkt reflektierte Strahl ausgelöscht wird, wenn bei ungeändertem Einfallswinkel P die Furchenrichtung des Gitters mit der Schnittlinie der Einfalls- und Gitterebene in der reflektierenden Ebene die Winkel $\varepsilon = 0, 90, 180$ und 270^0 bildet, dabei sind, wie unter 6., die Auslöschungsazimute verstanden. In diesen Fällen ist der einfallende Strahl sehr nahezu senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, und es bedeutet somit ψ_0 das Polarisationsazimut des zur Einfallsebene senkrecht polarisierten einfallenden Lichtes; dasselbe wird wie ψ in 6. bestimmt.

8. Nach den vorigen beiden Punkten bedeutet also $\psi - \psi_0$ den Winkel zwischen der Polarisationsebene des den jeweiligen gebeugten Strahl auslöschenden Polarisators, also der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, und der Normalen der Meridianebene (Beugungsebene) dieses Strahles; derselbe ist gleich der Differenz der nach Punkt 6 und 7 abgelesenen Azimute.

Nach Punkt 3 des § 36 bezieht sich die dritte und vierte Rubrik auf die vom Furchensystem 0,5 mm erzeugten reflektiert-gebeugten Strahlen; die fünfte Rubrik enthält deren jeweilige Mittelwerte; ebenso hat die siebente, achte und neunte Rubrik dieselbe Bedeutung für das Furchensystem 0,001 160 mm; schließ-

Tabelle II.

Zum Gesetz des Hauptextinktionskegels.

Einfallendes linearpolarisiertes Licht.

Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Subs
des Glasgitters: $P = 56^0\ 15'$.

Die von der Normale der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene
rechneten Polarisationsazimute desjenigen einfallenden Lichtes, bei we
der vom gekreuzten Palatinschen, mit den Furchensystemen 0,5 mm
0,001 160 mm versehenen Gitter reflektiert-gebeugte, mit dem einfal
den Winkel $2P$ bildende jeweilige Strahl ausgelöscht erscheint

η	$\sharp$ ε	$\underset{\cdot}{\sharp}$ $\underset{\cdot}{\psi}-\psi_0$	$\dot{\sharp}$ $\dot{\psi}-\psi_0$	$\underset{\cdot}{\sharp}$ $\underset{\cdot}{\dot{\psi}}-\psi_0$	$\sharp\sharp$ ε	$\underset{\cdot}{\sharp\sharp}$ $\underset{\cdot}{\psi}-\psi_0$	$\dot{\sharp\sharp}$ $\dot{\psi}-\psi_0$	$\sharp\sharp$ $\underset{\cdot}{\dot{\psi}}-$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
— 70	— 22,3	— 21,38	— 25,09	— 23,24	+ 67,8	— 18,19	— 26,15	— 22
— 60	— 18,3	— 16,12	— 18,92	— 17,52	+ 71,3	— 10,57	— 16,65	— 13
— 50	— 14,8	— 11,02	— 11,84	— 11,43	+ 74,8	— 7,74	— 11,65	— 9
— 40	— 11,8	— 6,24	— 7,93	— 7,08	+ 77,0	— 3,30	— 6,30	— 4
— 30	— 9,0	— 1,17	— 1,97	— 1,57	+ 79,8	+ 0,53	— 4,47	— 1
— 20	— 6,1	— 0,22	+ 0,25	+ 0,02	+ 83,0	+ 0,33	— 2,25	— 0
— 10	— 5,1	+ 0,05	+ 0,09	+ 0,07	+ 84,4	— 1,04	— 0,90	— 0
0	— (0,0)	+ 0,14	— 0,05	+ 0,05	+ (90,0)	— 0,33	+ 0,23	— 0
+ 10	+ 4,9	+ 0,05	+ 0,44	+ 0,25	+ 95,0	+ 1,15	+ 0,48	+ 0
+ 20	+ 6,9	— 0,32	+ 0,78	+ 0,23	+ 96,2	+ 2,76	— 0,18	+ 1
+ 30	+ 8,5	+ 3,20	+ 1,48	+ 2,34	+ 98,1	+ 3,86	+ 0,08	+ 1
+ 40	+ 11,7	+ 6,84	+ 4,69	+ 5,77	+ 101,1	+ 7,39	+ 2,71	+ 5
+ 50	+ 14,5	+ 12,53	+ 11,53	+ 12,03	+ 104,0	+ 12,14	+ 8,02	+ 10
+ 60	+ 18,5	+ 15,52	+ 14,90	+ 15,21	+ 107,8	+ 19,41	+ 12,70	+ 16
+ 70	+ 22,3	+ 19,45	+ 17,42	+ 18,44	+ 111,4	+ 25,62	+ 19,08	+ 22

lich enthält die zehnte Rubrik die Mittelwerte der
der fünften und neunten Rubrik.

Der Tabelle gemäß zeigen die Werte der dritten und
ebenso der siebenten und achten Rubrik untereinande
weichungen, die besonders bei größern Werten von η m
Grade ausmachen; dies scheint einesteils daraufhin zu
daß bei dieser Erscheinung, bei ein und demselben Furchen
das Auslöschungsazimut merklich verschieden ist, wenn das F
system einmal nach einer bestimmten Richtung in der fixen
tierenden Ebene, das andere Mal in derselben Ebene von

chtung um 180° gedreht ist. Andrerseits scheint sich hier ch der Einfluß des Intervalls ein wenig bemerkbar zu machen.

Indes zeigt sich, daß die Mittelwerte der fünften und neunten brik im Durchschnitt geringere, jedoch nicht ganz zu vernach-

Gesetz des Hauptextinktionskegels.

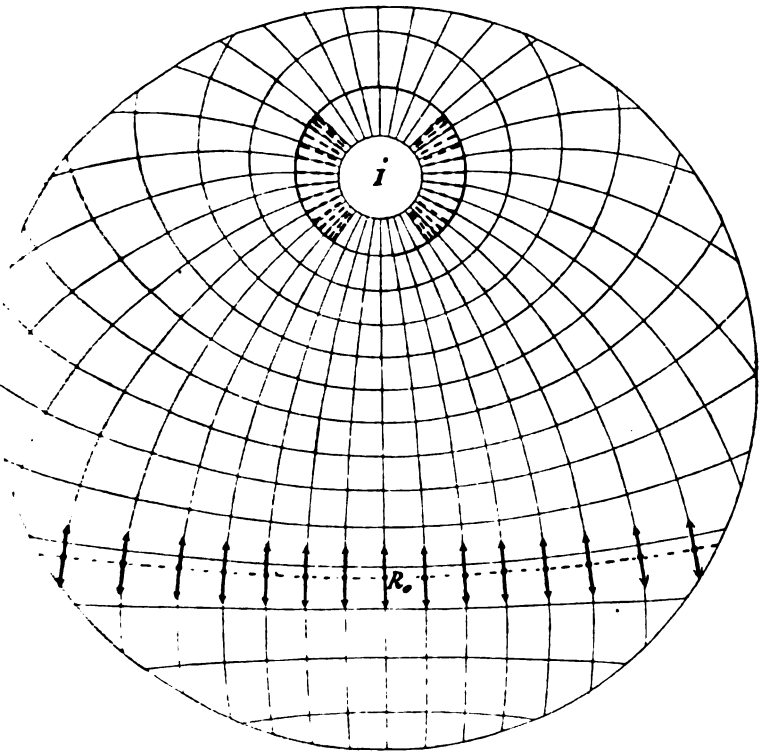


Fig. 10. Zweites Projektionsbild.

ssigende Abweichungen voneinander haben; die Mittelwerte der hnten Rubrik zeigen einen genügend regelmäßigen Gang.

Bildet man nämlich den Durchschnitt dieser letztern Mittelerte in bezug auf die beobachteten fünfzehn Richtungen, so ndet man $(-57{,}48^0 + 55{,}97^0) : 15 = -0{,}10^0 = -6'$; mit diesem Werte unterscheidet sich der resultierende Mittelwert der Auschungsazimute des einfallenden Lichtes von demjenigen Azimut,

bei welchem das einfallende Licht senkrecht zur Einfal
polarisiert ist; die relative Geringfügigkeit dieser Abw
dürfte wohl als ein bemerkenswertes Kriterium der Regelmä
der verhältnismäßig großen Winkeldifferenzen zu betrachte

Zur graphischen Veranschaulichung dieses Extinktions
diene das hier beigegebene zweite Projektionsbild
dessen Koordinatensystem dasselbe ist, wie im ersten
tionsbild, § 37, Fig. 9.

Hier jedoch stellen die durch den Eintrittspunkt I
fallenden Lichtbündels gerichteten gestrichelten Linien*
weilige Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators
zwar: Die mittlere gestrichelte Linie, welche au
mittleren Meridian IR_0, also zur Einfallsebene
recht ist, stellt die zum reziproken MALUS-BREWSTERsc
setz gehörige Auslöschungspolarisationsebene dar; die von
rechtssinnig und linkssinnig gedreht erscheinenden gestr
Linien stellen der Reihe nach diejenigen Auslöschungspolari
ebenen dar, welche zu den längs der Hauptextinktionskeg
jedoch in den vom mittleren an rechtssinnig und linkssin
Reihe nach aufeinander folgenden Meridianen fortschr
Strahlen gehören. [Diese Strahlen sind stets in ihrer je
Beugungsebene (Meridianebene) polarisiert; ihre Polarisati
tungen sind durch die zweispitzigen Pfeilchen dargestell
auch § 40, I., Bemerkung.]

Die Zeichnung macht die stets zunehmende Abweich
Auslöschungspolarisationsebene von der Normale der je
Meridianebene ersichtlich.

§ 42. Der Einfallswinkel ist beliebig. Das einfallende Licht ist linearpolarisiert. Allge Gesetz des Extinktionskegels.

Die reflektiert-gebeugten Strahlen gelangten auch
jetzt zu beschreibenden Beobachtungen von der gefurchte
fläche unmittelbar in das Auge des Beobachters; ihre I
wurde durch Drehen des Polarisators geändert; im übr
die in der Einleitung des § 38 erwähnte Bemerkung Gel

* Dieselben sind, um Undeutlichkeit zu vermeiden, nicht durch

I. Für in der Einfallsebene gebeugte Strahlen.

a) Bei beliebigem Einfallswinkel können alle die-enigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem ein-allenden Strahl den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung en Winkel $180^0 - 2P$ bilden, durch geeignete Drehung es Polarisators sehr bedeutend verdunkelt werden; die olarisationsebene des auf das Intensitätsminimum ein-estellten Polarisators ist senkrecht zur Einfallsebene.

Der Einfallswinkel i konnte unter der genannten Bedingung on $i = 2P - 90^0$ bis $i = 90^0$ geändert werden; wenn nun der ebeugte Strahl mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildet, ann ist im Grenzfalle $i = 2P - 90^0$ die Auslöschung des ge-eugten, hier rasanten Strahls fast vollkommen; ferner ist im alle des rasant einfallenden Lichtes $i = 90^0$ die Verdunkelung ets sehr kräftig; dieselbe kann vollständig genannt werden, enn $i = P$.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen die in der infallsebene nach beliebiger Richtung gebeugten Strah-en bei Drehung des Polarisators im allgemeinen partielle Ver-unkelung, die umso vollkommener ist, je näher die Richtung des trahles zu der, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildenden ichtung und je näher der Einfallswinkel zum Polarisationswinkel t: die Polarisationsebene des auf das Minimum eingestellten olarisators ist senkrecht zur Einfallsebene.

Auch hier muß bemerkt werden, daß von den reflektiert-ebeugten Strahlen nur diejenigen völlige Verdunkelung zeigen, ren Richtung mit dem einfallenden Strahl entweder genau den inkel $2P$ bildet, oder von dieser Richtung nur um wenige Grade weicht.

II. Für beliebig gebeugte Strahlen.

Die hierher gehörigen Beobachtungen erstrecken sich ebenfalls uf die räumliche Gesamtheit der reflektiert-gebeugten Strahlen.

a) Bei beliebigen Einfallswinkeln zeigen alle die-enigen, übrigens in beliebigen Meridianen reflektiert-ebeugten Strahlen, die mit dem jeweiligen einfallen-en Strahl den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel

$180^0 - 2P$ bilden, bei Drehung des Polarisators se
tige Verdunkelung; letztere wird vollständig, wenn
fallswinkel gleich wird dem Polarisationswinkel. Die Pola
ebene des auf diese allgemeine Verdunkelung irgend eines
eingestellten Polarisators zeigt sehr nahezu dieselbe L
welcher der im selben Meridian, jedoch längs der Hau
tionsfläche fortschreitende Strahl ausgelöscht wird.

Die so gekennzeichnete Kegelfläche, welche also un
weiligen einfallenden Strahl als geometrische Achse, mit
um den Winkel $2P$ geneigten Generatrix konstruiert werd
darf man wohl, ihrer erwähnten optischen Eigenschaft ge
Auslöschungs(Extinktions)kegel nennen. Von dies
hat nur der auf der reflektierenden Seite der Gitterebene
Teil eine reale Bedeutung; der andere Teil kommt hier
Geltung.

Da nun solche Strahlen, die mit dem einfallenden de
$2P$ bilden, nur zwischen den Grenzwerten der Einfa
$i = 2P - 90^0$ und $i = 90^0$ entstehen können, so sind a
die realen Teile der Mantelfläche des Extinktionskegels
schieden.

Im ersten Grenzfalle, wo $i = 2P - 90^0$, reduziert s
Mantelfläche auf eine einzige Gerade, nämlich auf den
der Einfallsebene fortschreitenden gebeugten Strahl.

Im Falle $i = P$ entsteht die Hauptextinktionsfläche,
der Einfallsebene liegende Generatrix mit der Gitterfl
Winkel $90^0 - P$, mit der Achse des Kegels jedoch den
Winkel, nämlich $180^0 - 2P$ bildet; deshalb kommt h
nur der kleinere Teil der Mantelfläche zur Geltung, welche
der genannten Generatrix und der Gitterfläche liegt, § 3

Im zweiten Grenzfalle, wo $i = 90^0$, liegt die Kege
der reflektierenden Gitterebene, und es kommt die H
Mantelfläche zur Geltung.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen alle
des räumlich reflektiert-gebeugten Strahlensyst
Drehung des Polarisators, partielle Verdunkelun
umso vollkommener ist, je näher der gebeugte Strah
weiligen Extinktionsfläche liegt und je näher der Einfa

im Polarisationswinkel liegt; doch ist der Einfluß des erstern Umstandes im allgemeinen bedeutender als der des letztern. Die Lage er Polarisationsebene des auf das Minimum der Verdunkelung ingestellten Polarisators ist nahe zu derjenigen Lage, bei welcher n im selben Meridiane, aber längs der jeweiligen Extinktionsfläche fortschreitender gebeugter Strahl ausgelöscht erscheint.

Bildet der gebeugte Strahl mit dem einfallenden einen Winkel on etwa 70° oder darunter: dann ist während der Drehung es Polarisators die Verdunkelung unmerklich, obwohl die Intenität des gebeugten Strahles selbst noch sehr bedeutend sein kann.

§ 43. Zusammenfassung der Resultate der §§ 40—42. Wichtige Bemerkung in bezug auf die normale Inzidenz.

Man kann die in den vorangehenden §§ 40—42 behandelten Erfahrungen in folgender Weise vereinigt ausdrücken:

1. Linearpolarisiertes Licht falle unter beliebigem Einfallswinkel auf die gefurchte Fläche des Glasgitters; s können dann von den mit freiem Auge beobachteten äumlich reflektiert-gebeugten Strahlen diejenigen, die ängs der zum jeweiligen Einfallswinkel gehörigen Exinktionsfläche fortschreiten, durch Drehung des Polaisators ausgelöscht werden. Die Polarisationsebene ies auslöschenden Polarisators erscheint von der Normale der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) echtssinnig oder linkssinnig gedreht, je nachdem die Einfallsebene von dieser Meridianebene aus rechtssinnig der linkssinnig gedreht erscheint.

Die Auslöschung ist am vollkommensten, wenn der Einfallswinkel gleich ist dem Polarisationswinkel der Gittersubstanz.

Alle andern gebeugten Strahlen zeigen bei Drehung des Polarisators nur partielle Verdunkelung, die sich der vollkommenen um so mehr nähert, je näher der gebeugte Strahl zur jeweiligen Extinktionsfläche liegt. Die Lage der Polarisationsebene des auf das Minimum eingestellten Polarisators ist im allgemeinen näherungsweise dieselbe, wie die-

jenige, bei welcher der in derselben Meridianebene, jedoch längs der Extinktionsfläche fortschreitende Strahl ausgelöscht erscheint.

Die partielle Verdunkelung ist unmerklich, wenn der reflektiert-gebeugte Strahl mit dem einfallenden einen Winkel von 70° oder darunter bildet. —

2. Auch hier haben wir eine wichtige, ergänzende Erfahrung anzuführen: es zeigt nämlich die Beobachtung, daß die letzterwähnte Eigenschaft bei normaler Inzidenz ohne jegliche Beschränkung Geltung hat.

Ich überzeugte mich nämlich durch besonders zu diesem Zwecke angestellte Untersuchungen, daß bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes auf das reflektierende Glasgitter kein einziger der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen bei Drehung des Polarisators auch nur eine Spur von Verdunkelung zeigt.

3. Einfallendes linearpolarisiertes Licht: quantitative Untersuchung des Polarisationsazimuts der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Analysators. Die Gesetze der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation; der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation.

§ 44. Vorbemerkungen:

Die räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen sind im allgemeinen linearpolarisiert. Die beobachteten Strahlensysteme. Erkennung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten.

In den folgenden §§ 44—72 beschreibe ich die in der Überschrift dieses Abschnittes genannten Untersuchungen und gebe die tabellarisch geordneten Beobachtungsresultate derselben, sowie deren Vergleichung mit dem Vektorensystem gewisser Arten von physikalisch möglichen einfachen Kugelwellen, die in den §§ 14—27 ausführlich behandelt wurden.

Vor allen muß ich jedoch die Bemerkung vorausschicken, daß die so entstandenen Strahlen im allgemeinen mittels Drehung des Analysators ausgelöscht werden können, daß sie also linearpolarisiert sind; die Auslöschung kann für fast alle Strahlen eine vollkommene genannt werden; aus-

hmsweise war die Auslöschung einzelner Strahlen, wenn auch ht ganz, so doch nahezu vollständig. Infolge dieser Erfahrung, ner aus dem Grunde, weil vorliegende Untersuchung sich vor- t mit dem allgemeinen Rahmen und den charakteristischen uptzügen der hier zu erwartenden allgemeinen Gesetzmäßigkeiten beschäftigen hatte, durfte ich von der sehr geringen, teils rtiellen, teils elliptischen Polarisation der erwähnten wenigen ahlen absehen. Demnach untersuchte ich alle hier beobach- en Strahlen, als ob dieselben ausnahmslos linearpolarisiert wären l dürften die weiter unten mitgeteilten quantitativen Daten die sächlichen Polarisationszustände mit sehr großer Annäherung l dem dabei nach Maßgabe der Schärfe der sich hier bildenden scheinung erreichbaren Grad der Genauigkeit darstellen.

Die Beobachtungen selbst erstrecken sich auf eine nze Schar von räumlichen Systemen reflektiert-ge- igter Strahlen und bilden den eigentlichen Haupt- halt des experimentellen Teils dieser Arbeit. Es wurde nlich für eine Reihe verschiedener Einfallswinkel das Einfalls- mut nach bestimmten Intervallen geändert und das in jedem zelnen Falle entstandene räumlich-gebeugte Strahlensystem in r Weise untersucht, daß eine, in bezug auf gleichmäßige räum- he Verteilung passend ausgewählte, genug zahlreiche Strahlen- ppe mit dem Analysator beobachtet wurde.

Wie aus den, in den folgenden Paragraphen mitgeteilten ellen ersichtlich, erstrecken sich nun die Beobachtungsreihen f die meiner Ansicht nach wichtigsten Einfallswinkel und Ein- lsazimute, und zwar:

1. Einfallswinkel $i = 56^0\ 15'$, also der Polarisations- nkel der Glasgittersubstanz; dabei: Einfallsazimut 90^0; 105^0 d 75^0; 45^0, 15^0, 0^0.
2. Einfallswinkel $i = 68^0\ 45$; Einfallsazimut 90^0.
3. „ $i = 50^0\ 00'$; „ 90^0.
4. „ $i = 43^0\ 45'$; „ 90^0.
5. „ $i = 80^0$; „ $90^0, 45^0, 0^0$.
6. „ $i = 30^0$; „ $90^0, 45^0, 0^0$.
7. „ $i = 0^0$; (Einfallsebene und Einfallsazimut unbestimmt).

Die hierauf bezüglichen etwa 25000 quantitativen Beobachtungen führten zur Auffindung sehr schöner, zum Teil unerwarteter, im allgemeinen jedoch bisher unbekannter, einfacher Gesetzmäßigkeiten allgemeiner Natur, welche die räumliche Verteilung der Polarisationszustände der von Glasgittern reflektiert-gebeugten Strahlensysteme beherrschen. Dieselben genügen vollkommen, um das ganze Bild der hier entstehenden Erscheinung in seinen Hauptzügen wohl erkennen zu lassen, und zwar auch in der Art seiner Abhängigkeit vom Einfallswinkel und vom Einfallsazimut, so daß man wohl behaupten darf, daß mit diesen Beobachtungen die allgemeine, erfahrungsgemäße quantitative Kenntnis obgenannter Erscheinungsgruppe in ihren charakteristischen Eigenheiten gewonnen wurde.

Dieselben scheinen jedenfalls dahin zu deuten, daß die gewöhnliche Lichtreflexion an ebenen Glassubstanzen eine Erscheinung viel komplizierterer Natur ist, als man bisher anzunehmen gewohnt war.

Es sei gestattet, hier zu bemerken, daß bei den in diesem III., 3. Teil behandelten Beobachtungen diejenigen, welche sich auf Strahlen von genügender Intensität bezogen, keinerlei Schwierigkeiten darboten; hingegen war die quantitative Untersuchung der lichtschwachen Strahlen oft mit großer Mühe und mehrfachen Wiederholungen verbunden (vgl. Punkt II des § 34).

Die Beobachtungen geschahen in der in den §§ 30–34 erwähnten Weise, nämlich derart, daß hier bei jeder Beobachtung sowohl der Polarisator als auch der Analysator in Anwendung kam; mittels Drehung des letzteren wurde der jeweilige, gebeugte Strahl ausgelöscht; aus dieser Lage des Analysators wurde das Polarisationsazimut des Strahles bestimmt.

A) Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz.

§ 45. Einfallswinkel $= P$; Einfallsazimut $= 90°$. Auffindung der „Polarachse", der „fixen Schwingungsrichtung".

I. Wie schon in § 29 erwähnt, bildete den Ausgangspunkt meiner diesbezüglichen Überlegungen die Betrachtung der Frage, ob die von RÉTHY in seinen Darstellungsschemen (§ 6) postulierte

Polarachse", nämlich eine auf die Polarisationsrichtungen sämtcher gebeugten Strahlen senkrechte bestimmte Richtung im anme, welche nach der STOKES-GLAZEBROOKschen Auffassung s ist die stationäre „fixe Schwingungsrichtung" der oszillieenden Teilchen an der Gitterfläche sein sollte, eine wirklich vorandene Eigenschaft sei, deren Existenz mittels der Polarisationsichtungen einer großen Anzahl von in den verschiedensten ämtlichen Richtungen gebeugter Strahlen direkt und überugend nachgewiesen werden könnte?

Nach vielen Überlegungen, nach Anwendung verschiedener eoretischer und numerischer Versuche und Analogien kam ich i der Überzeugung, daß eine derartige Richtung, wenn sie überaupt vorhanden wäre, jedenfalls die Eigenschaft zeigen müßte, aß derjenige von der Gitterfläche reflektiert-gebeugte Strahl, der i der Richtung dieser Polarachse oder der fixen Schwingung fortschreitet, aus folgenden Gründen die Lichtintensität Null haben üßte:

Setzt man nämlich voraus, die Polarisationsebenen der um ese fixe Richtung liegenden gebeugten Strahlen hätten in er Tat die hypothetisch angenommene zirkumaxiale Verteilung n Raume: so müßte die Lage der Polarisationsebene des in ieser fixen Richtung fortschreitenden gebeugten Strahles unestimmt werden, denn jede, diese Richtung, also diesen Strahl nthaltende Ebene wäre gleichermaßen berechtigt, Polarisationsbene dieses Strahles zu sein.

Indes gibt es erfahrungsgemäß überhaupt keinen in dieser nbestimmten Weise polarisierten Strahl; nimmt man jedoch an, e Intensität dieses in der fixen Richtung fortschreitenden trahles sei Null: so verschwindet dieser Widerspruch und die chwierigkeit ist beseitigt.

Nun haben wir aber schon in den §§ 40 und 41 die merkürdige Erfahrung gemacht, daß es nach dem Gesetze des auptextinktionskegels ganze Scharen von aus einfallendem earpolarisierten Licht entstandenen reflektiert-gebeugten Strahlen bt, die bei je einer zugehörigen Lage des Polarisators einzeln sgelöscht erscheinen. Ebenso fanden wir in § 42 das allgemeine esetz des Extinktionskegels, wonach also zu jedem Einfalls-

winkel je eine Schar von Strahlen gehören, die bei je einer geeigneten Lage des Polarisators einzeln ausgelöscht erscheinen.

Von diesen Strahlen konnte man es daher erwarten, daß sie für das bei ihrer jeweiligen Extinktion auftretende System der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen, in die Richtung der jeweiligen Polarachse oder der fixen Schwingung fallen würden.

II. Zur qualitativen Untersuchung dieser empirischen Erwartung diente ein altes, A. JEDLIKsches, auf Glas gefurchtes Kreisgitter von etwa 0,012 52 mm Intervall, deren einzelne Furchenbreite im Durchschnitt etwa 0,004 mm betrug. Es wurde nämlich linearpolarisiertes AUER-Licht unter dem Polarisationswinkel der Gittersubstanz, der hier etwa 56° 10′ betrug, bei zur Einfallsebene normalem Einfallsazimut auf die Gitterfläche geleitet; die reflektiert-gebeugten Strahlen bildeten nun auch objektiv sehr wohl sichtbare Kegelflächen, deren gemeinsame geometrische Achse die Richtung des regelmäßig reflektierten, bei unserer Anordnung jedoch ausgelöschten Strahles bildete. Auf dem Auffangeschirm ordneten sich die Strahlen dieses Kegelsystems nach ebenfalls sehr gut beobachtbaren farbigen, konzentrischen, elliptischen Ringen an.

Da nun die Intensität des bei dieser Anordnung direkt reflektierten Strahles fast Null war, konnte auch dessen Polarisationszustand nicht wohl untersucht werden; die Strahlen der Beugungsringe beobachtete ich vorerst mit einem, in bloßer Hand gehaltenen, gefaßten Nicol als Analysator, durch dessen Drehung der jeweilig beobachtete Strahl ausgelöscht werden konnte.

Wenn ich nun mit dem Nicol in der Hand durch dasselbe stets nach der Reflexionsstelle des Gitters blickte, dabei jedoch mit dem Nicol um die erwähnte dunkle Richtung des regelmäßig reflektierten ausgelöschten Strahles herumging und zwar im Sinne des Uhrenzeigerganges: so zeigte es sich, daß ich, damit der dabei jeweilig beobachtete gebeugte Strahl stets ausgelöscht erscheine, den Analysator um seine eigene Achse ebenfalls im Sinne des Uhrenzeigerganges drehen mußte und zwar in der Weise, daß, während ich mit der Achse des Nicols längs eines ganzen glänzenden Beugungskegels (um die erwähnte dunkle Richtung) einen

ganzen Umlauf vollzog; auch die Polarisationsebene des gebeugten Strahles eine vollständige Rotation zeigte.*

Ich wiederholte diesen Versuch mit zahlreichen andern Kreisgittern aus Glas, auch mit den in § 33 erwähnten; ich konnte aber immer wieder nur dieselbe Erscheinung beobachten.

Demnach erwiesen diese so sehr leicht anzustellenden qualitativen Beobachtungen die Richtigkeit meiner oben begründeten und ausgesprochenen Vermutung; um indessen etwaige Einwendungen von vorneherein zu entkräften, ersetzte ich, bei im sonstigen unveränderter Anordnung, die Kreisgitter durch geradlinige Glasgitter, die alle in der in § 31 erwähnten Weise montiert waren. Dieselben konnten also mittels Drehen in ihrer reflektierenden Ebene in jeglicher räumlicher Richtung gebeugte Strahlen senden; insbesondere benutzte ich die in § 33 angeführten geradlinigen Gitter; aber auch in allen diesen Fällen konnte ich wieder nur dieselbe Erscheinung konstatieren.

§ 46. Fortsetzung. Experimentum crucis: Das reflektiert-gebeugte Licht entsteht nicht aus dem regelmäßig reflektierten. Formelle Übereinstimmung mit RÉTHYS und STOKES-GLAZEBROOKS Formeln.

a) Es wird durch die im vorigen Paragraphen festgestellte Tatsache außer jeden Zweifel gestellt, daß die reflektiert-gebeugten Strahlen nicht aus dem regelmäßig reflektierten Strahl entstehen können; es ist nämlich die Intensität des letzteren in unserm Falle, möge derselbe von der gefurchten Gitterfläche oder von einer glatten Glasfläche reflektiert sein, stets sehr gering, während die Intensität der reflektiert-

* Ich erkannte diese Erscheinung mit völliger Gewißheit zuerst am 11. Februar 1903, etwa gegen 6 Uhr abends; gerade um diese Zeit sollte der Nestor der ungarländischen Naturforscher, CARL v. THAN, die erste Serie der sogenannten MARKUSOVSZKY-Jubiläumsvorlesungen beginnen, welche die neueren Fortschritte der theoretischen Chemie zum Gegenstand hatten; ich wohnte der ersten Vorlesung bei, kehrte jedoch nach derselben in mein Arbeitszimmer zurück, um diesen merkwürdigen Versuch mehrfach zu wiederholen: aber die Natur antwortete mir immer in der gleichen Weise auf die ihr gestellte Frage.

gebeugten Strahlen ziemlich, mitunter ganz bedeutend sein kann, besonders in größerem Winkelabstande vom dunklen, regelmäßig reflektierten Strahl.

Wenn wir demnach die reguläre Reflexion des auf die Gitterfläche einfallenden Strahles und dessen Beugung an derselben Fläche als voneinander getrennt sich vollziehende Vorgänge betrachten würden*, so müßten wir sagen, daß das Licht, bevor es zur Beugungsfläche gelangt, vorerst Beugung und erst nachher Reflexion erleidet.

Da indes meine weiter unten mitgeteilten experimentellen Erfahrungen mich zu der Ansicht führten, daß die Vorgänge der Reflexion und der Beugung eigentlich einem einzigen unteilbaren Prozesse angehören und dessen voneinander untrennbare zwei Teile bilden; und da ich auf diesen Gegenstand später ganz ausführlich zurückkommen muß (§ 72, 81), so beschränke ich mich hier nur auf die Konstatierung der unter a) erwähnten Erfahrungstatsache.

b) Die Erscheinung stellt es außer Zweifel, daß in diesem Falle die zuerst von RÉTHY (§ 6) benutzte Auffassung der „Polarachse" von der Erfahrung in formell glänzender Weise bestätigt wird; der regulär reflektierte dunkle Strahl ist hier die Polarachse, zu deren Richtung die Polarisationsrichtungen der gebeugten Strahlen ziemlich nahezu senkrecht sind, wie dies die Zahlenwerte des folgenden Paragraphen quantitiv zeigen.

Andrerseits, wenn man die STOKES-GLAZEBROOKsche Auffassung [§ 8] betrachtet, so bemerkt man sofort, daß die dort vorkommende „fixe Schwingungsrichtung" hier nichts anderes ist, als die Richtung des regelmäßig reflektierten dunkeln Strahles. Aber diese Richtung stimmt in unserm Falle, bei der

* STOKES stellt die beobachteten Polarisationsazimute des durchgehend gebeugten Lichtes mittels seines Kosinusgesetzes, ferner mittels der FRESNELschen Voraussetzung der Transversalität der linearpolarisierten Schwingung zur Polarisationsebene und schließlich mittels der Hypothese dar, daß das gegen das Gitter zu fortschreitende einfallende Licht, bevor es die Furchenfläche erreicht, in Elementarwellen zerfällt, die dann nach den gewöhnlichen Gesetzen der geometrischen Optik und den FRESNELschen Refraktionsformeln Brechung erleiden; den ganzen Vorgang nennt STOKES „irreguläre Brechung"; siehe die diesbezügliche Darstellung in § 3, ferner § 81 dieser Arbeit.

genannten Auffassung mit der Schwingungsrichtung des regelmäßig in die Glassubstanz gebrochenen Strahles überein; es ist nämlich bei senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem, unter dem Polarisationswinkel P einfallendem Lichte der regelmäßig gebrochene Strahl senkrecht auf dem regelmäßig reflektierten; ferner liegt nach FRESNELs Voraussetzung die transversale Schwingung dieses gebrochenen Strahles in der Einfallsebene.

Demnach ist die beobachtete Erscheinung nicht nur eine formell glänzende Bekräftigung der Endformel der STOKES-GLAZEBROOKschen Auffassung, sondern sie hätte auch eine höchst interessante physikalische Bedeutung, wenn die Möglichkeit vorhanden wäre, daß in diesem Falle die reflektiert-gebeugten Strahlen aus dem regulär gebrochenen entstehen könnten.

Indes werden wir in den §§ 54, 55, 56, 61, 64, 65 u. 69 Erscheinungen kennen lernen, die mit diesen einfachen RÉTHYschen und den STOKES-GLAZEBROOKschen Resultaten in unüberbrückbarem Widerspruche stehen.

[Wir werden in § 81 und 84 eine der hier erwähnten ganz analoge Erscheinung im gebrochen-gebeugten Lichte kennen lernen: nämlich, daß im Falle totaler Reflexion an einem Glasgitter, wobei sich also kein regelmäßig gebrochener Strahl bilden kann, trotzdem ein ganzes System gebrochen-gebeugter Strahlen entsteht, deren Intensität mitunter ganz bedeutend sein kann.]

Es muß indes ganz ausdrücklich bemerkt werden, daß die oben konstatierte Gesetzmäßigkeit sich nur auf die Verteilung der Polarisationsebenen im Raume bezieht, hingegen auf die Intensität der Strahlen im allgemeinen nicht gültig ist; letztere zeigen selbst längs eines von Kreisgittern entstandenen glänzenden Beugungsringes, § 45, II, oft sehr bedeutende Helligkeitsunterschiede. Bei Beugungskegeln von mäßiger Öffnung haben die senkrecht zur Einfallsebene gebeugten Strahlen die größte Intensität, die in der Einfallsebene gebeugten die geringste.

§ 47. Das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation. Dessen Bekräftigung durch quantitative Daten: Tabelle IIIa. Projektive Darstellung des Gesetzes. Drittes Projektionsbild.

Die in den beiden vorigen Paragraphen behandelte Erscheinung der räumlichen Verteilung der Polarisationsebenen der unter den genannten Bedingungen reflektiert-gebeugten Strahlen gehört im allgemeinen der zirkumaxialen Anordnung an, §§ 7, 14, 23—26;

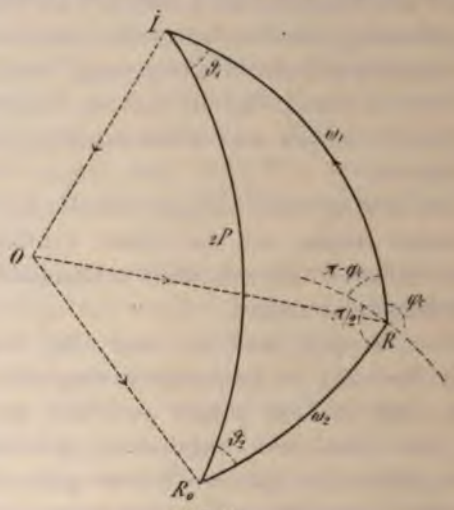


Fig. 11.

da indes hier der unter dem Polarisationswinkel regelmäßig reflektierte Strahl die Symmetrieachse dieser Verteilung zu sein scheint, welch letztere ihr Analogon in dem Gang der Zirkumpolarsterne um den Pol findet: schlage ich vor, die in diesem speziellen Falle sich zeigende Anordnung der Polarisationsebenen des Systems der reflektiert-gebeugten Strahlen das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation zu nennen.

Die folgende Tabelle IIIa enthält die geordneten Resultate der Beobachtungsdaten, die sich auf das öfter erwähnte PALATINsche gekreuzte Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm beziehen.

Es bedeuten darin ϑ und ω im allgemeinen die sphärischen ordinaten des jeweiligen, reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$, : 11; dabei sind hier die Winkelkoordinaten vom einfallenden ahl IO und von der Einfallsebene IOR_0 so zu rechnen, daß den Winkel zwischen der Einfallsebene IOR_0 und dem je-iligen Meridian IOR bedeutet; derselbe ist positiv, wenn für auf die Zeichnung blickendes Auge der Strahl $\overline{OR}$ von dieser nfallsebene rechtsliegend erscheint und umgekehrt; ferner ω_1 der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle $I\overline{O}$ und dem eugten Strahle $\overline{OR}$; es liegt ω_1 stets im jeweiligen Meridian o in der jeweiligen Beugungsebene von $\overline{OR}$.

Ebenso bedeuten ϑ_2 und ω_2 die spährischen Koordinaten selben gebeugten Strahles $\overline{OR}$ in bezug auf den regelmäßig ektierten Strahl OR_0; wie aus Fig. 11 ersichtlich, ist ϑ_2 mit zugleich positiv oder negativ.

Schließlich bedeutet φ das vom jeweiligen Meridian $\widehat{RI}$ ge-hnete Polarisationsazimut des reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$; ei haben die Zeichen:

$$\overset{-}{\underset{\cdot}{-}},\ \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{-}},\ \overset{-}{\underset{\cdot}{-}},\ \overset{-}{\underset{\cdot}{-}},\ \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{-}},\ \overset{-}{\underset{\cdot}{-}};\ \underset{\cdot}{\varphi},\ \dot{\varphi},\ \underset{\cdot}{\dot{\varphi}};\ \underset{\cdot}{\varphi},\ \overset{\cdot}{\varphi},\ \underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}},$$

z dieselbe Bedeutung wie im § 36 und darin in Tabelle I fest-etzt wurde.

Die Daten der fünften und sechsten, der achten und neunten orik zeigen untereinander stellenweise größere Differenzen, man wohl kaum Beobachtungsfehlern zuschreiben kann. Die der siebenten und zehnten Rubrik enthaltenen Mittelwerte einen in deutlicherer Weise den Einfluß des Furchenintervalles zeigen, welcher hier unzweifelhaft, wenn auch in verhältnis-ßig geringem Maße hervortritt; doch ist derselbe größer, als hier erlaubten Beobachtungsfehler; indes wäre es sehr schwierig, end eine Regelmäßigkeit dieses Einflusses nachzuweisen.

Trotzdem sind jedoch diese Abweichungen verhältnismäßig ht bedeutend und sind auch nicht imstande den Typus der scheinung zu verändern; die Mittelwerte der elften Rubrik, die s den Werten der siebenten und zehnten Rubrik entstanden, ichen von den letzteren ebenfalls nicht sehr ab.

Tabelle IIIa.

Zum Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.
Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz: $P = 56°15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2	ω_2	$\overset{\#}{\underset{\cdot}{}}$ φ	$\overset{\dot{\#}}{}$ $\dot{\varphi}$	$\overset{\#}{\underset{\dot{}}{}}$ $\dot{\varphi}$	$\overset{\#\#}{\underset{\cdot}{}}$ φ	$\overset{\dot{\#}\#}{}$ $\dot{\varphi}$	$\overset{\#\#}{\underset{\dot{}}{}}$ $\dot{\varphi}$	Mittelwert φ
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
00,0	87,5	00,0	25,0	91,3	91,7	91,5	91,0	91,5	91,3	91,4
+ 17,4	94,1	+ 45,0	25,0	141,1	140,8	141,0	142,1	138,1	140,1	140,6
+ 26,8	110,3	+ 90,0	25,0	175,3	174,4	174,9	177,8	169,8	173,8	174,4
+ 22,5	128,5	+ 135,0	25,0	205,2	205,3	205,3	210,4	199,4	204,9	205,1
0,00	137,5	+ 180,0	25,0	269,7	269,8	269,8	269,8	269,6	269,7	269,7
— 22,5	128,5	+ 225,0	25,0	333,3	332,5	332,9	338,8	327,6	333,2	333,1
— 26,8	110,3	+ 270,0	25,0	366,9	365,2	366,1	372,3	362,1	367,2	366,7
— 17,4	94,1	+ 315,0	25,0	401,0	398,9	400,1	402,6	397,3	400,0	400,0
+ 130,0	37,5	+ 38,7	138,2	214,0	213,0	213,5	219,3	216,5	217,9	215,7
+ 105,0	37,5	+ 41,2	116,7	189,4	190,8	190,1	194,9	195,7	195,3	192,7
+ 90,0	37,5	+ 39,7	107,7	172,3	176,7	174,5	180,7	182,1	181,4	178,0
+ 90,0	77,5	+ 78,4	94,8	168,1	170,2	169,2	180,2	182,8	181,5	175,4
+ 70,0	37,5	+ 35,2	96,4	157,9	155,3	156,6	164,1	162,3	163,2	159,9
+ 70,0	80,0	+ 72,6	75,8	156,3	153,9	155,1	170,4	164,5	167,4	161,3
+ 70,0	112,5	+ 115,0	64,0	172,1	161,8	167,0	176,6	174,0	175,3	171,2
+ 45,0	37,5	+ 25,6	84,6	135,3	133,8	134,6	138,9	138,2	138,6	136,6
+ 45,0	87,5	+ 66,3	50,5	152,1	147,9	150,0	160,3	157,4	158,9	154,5
+ 45,0	127,5	+ 121,8	40,8	183,0	182,7	182,9	188,1	180,9	184,5	183,7
00,0	37,5	00,0	75,0	91,5	90,7	91,1	90,8	90,7	90,8	91,0
— 45,0	37,5	— 25,6	84,6	408,8	407,2	408,0	402,9	401,8	402,4	405,2
— 45,0	87,5	— 66,3	50,5	390,7	387,8	389,3	385,6	382,3	384,0	386,7
— 45,0	127,5	— 121,8	40,8	354,6	353,5	354,1	359,3	348,3	353,8	354,0
— 70,0	37,5	— 35,2	96,4	385,7	384,5	385,1	379,6	377,6	378,6	381,9
— 70,0	80,0	— 72,6	75,8	387,8	386,9	387,4	373,4	372,6	373,0	380,2
— 70,0	112,5	— 115,0	64,0	372,3	375,9	374,1	366,4	361,1	363,8	369,0
— 90,0	37,5	— 39,7	107,7	369,0	367,1	368,1	362,2	360,0	361,1	364,6
— 90,0	77,5	— 78,4	94,8	374,8	368,4	371,6	361,4	358,3	359,9	365,8
— 105,0	37,5	— 41,2	116,7	354,3	355,2	354,8	348,7	346,5	347,6	351,2
— 130,0	37,5	— 38,7	138,2	327,2	329,1	328,1	321,8	320,3	321,0	324,6

Unter Benützung der Werte dieser letzten Rubrik entstand an die Figur 12, das dritte Projektionsbild, dessen Netz der in § 37 erwähnten stereographischen Projektion, das ystem der Meridiane $\vartheta_1 = \text{const.}$ und das der Parallelkreise $= \text{const.}$ bildet und zwar bezogen auf den Durchstoßungs-

Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.

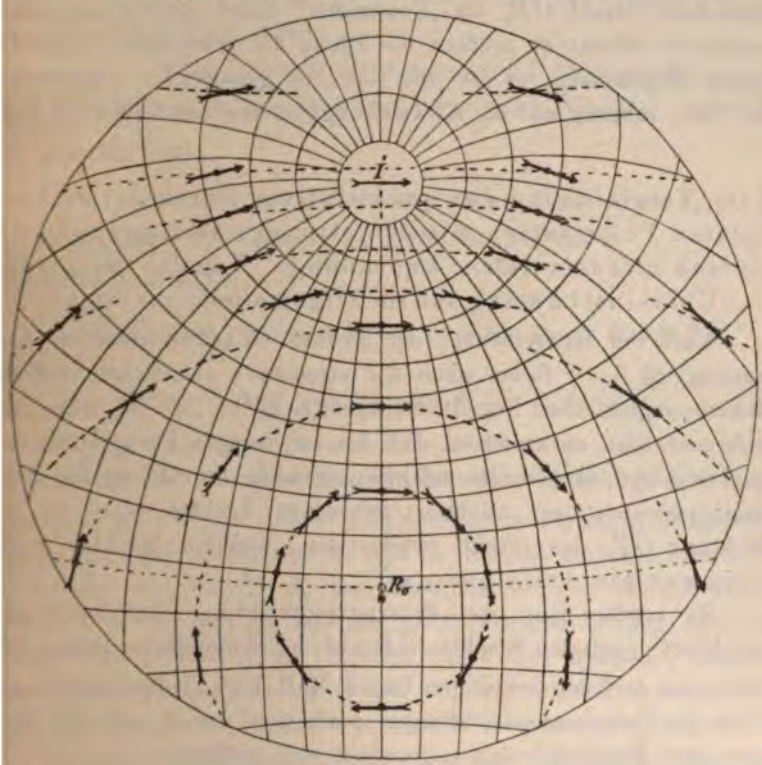


Fig. 12. Drittes Projektionsbild.

nkt I des einfallenden Strahles IO als Pol dieser sphärischen oordinaten.

Der an dem Austrittspunkte eines jeden reflektiert-gebeugten rahles gezeichnete Pfeil bedeutet dessen Polarisationsichtung auf der Kugelfläche; die Zeichnung läßt die zirkumlare Anordnung dieser Richtungen sofort unzweifelhaft erinnen.

Der regelmäßig reflektierte Strahl ist $\overline{OR_0}$, dessen Austrittspunkt also R_0 ist; man konstruiere nun um R_0 als Pol Parallelkreise der Kugelfläche, die durch die Austrittspunkte (Beobachtungsorte) der jeweilig untersuchten reflektiert-gebeugten Strahlen gehen: es sind dies die in der Zeichnung gestrichelt angedeuteten Kreise und Kreisbogen; wenn nun die Polarisationsrichtungen auf den ausgelöschten Strahl $\overline{OR_0}$ als „Polarachse" dieser Anordnung genau senkrecht wären: so müßten die Pfeile die jeweiligen Tangenten dieser Bogen sein; es ist dies auch in genügender Annäherung der Fall; inbezug auf die Abweichungen siehe den folgenden § 48.

§ 48. Vergleichung der quantitativen Daten der zirkumpolaren Polarisation mit den strengen Bedingungen der einfach-zirkumaxialen Anordnung: Tabelle III b. Die Übereinstimmung ist im allgemeinen genügend.

Nach der RÉTHYschen, der STOKES-GLAZEBROOKschen Auffassung, §§ 6, 8, ferner nach der strengeren elastischen und der elektro-magnetischen Kugelwellentheorie, §§ 14, 23—26, wäre man wohl versucht, anzunehmen, daß die im vorigen Paragraphen betrachtete und dargestellte erfahrungsgemäße Anordnung der Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Lichtes eine um die Richtung $\overline{OR_0}$ des direkt reflektierten, dunkeln Strahles genau zirkumaxiale Anordnung sei.

Es müßte dann die Polarisationsrichtung des beliebigen, reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$ auf der Kugelfläche stets senkrecht sein auf den jeweiligen Bogen $\widehat{R_0R}$, Fig. 11, weil in diesem Falle die Polarisationsrichtungen nach den um R_0 als Pol konstruierten Parallelkreisen angeordnet sein müßten.

Aber man kann dann den Winkel $\varphi_{calc} = \varphi_c$, welchen der durch R gehende, in Fig. 11 gestrichelt gezeichnete Parallelkreis mit dem jeweiligen Meridian $\widehat{RI}$ in R bildet, mittels der Bestimmungsstücke des sphärischen Dreiecks IR_0R leicht ausdrücken, so daß man dadurch in die Lage gesetzt ist, den aus dieser Rechnung folgenden, strengen theoretischen Wert des Polarisationsazimutes φ_c mit dessen tatsächlichem Beobachtungswert unmittelbar zu vergleichen.

Bevor wir den hierzu dienenden Ausdruck anschreiben, möge bemerkt werden, daß durch Einstellung des Apparates auf $\overline{OR}$ gewöhnlich entweder die Koordinaten ϑ_1, ω_1, oder die Koordinaten ϑ_2, ω_2 des gebeugten Strahles $\overline{OR}$ bekannt sind; die Kenntnis der übrigen beiden ist teils notwendig (nämlich des anderen ϑ's) teils wegen der Kontrole wünschenswert (nämlich des anderen ω's).

Im ersten Falle gilt:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2 &= \cos 2P\cos\omega_1 + \sin 2P\sin\omega_1\cos\vartheta_1, \\ \sin\vartheta_1\operatorname{cotg}\vartheta_2 &= \operatorname{cotg}\omega_1\sin 2P - \cos 2P\cos\vartheta_1. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Im zweiten Fall:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_1 &= \cos 2P\cos\omega_2 + \sin 2P\sin\omega_2\cos\vartheta_2, \\ \sin\vartheta_2\operatorname{cotg}\vartheta_1 &= \operatorname{cotg}\omega_2\sin 2P - \cos 2P\cos\vartheta_2. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Schließlich, Fig. 11,

$$\cos\left(3\frac{\pi}{2} - \varphi_c\right) = -\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos 2P,$$

oder:

$$\sin\varphi_c = \cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 - \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos 2P. \quad (3)$$

In den Tabellen IIIa und IIIb beziehen sich die Daten der ersten acht Zeilen auf solche acht gebeugte Strahlen, die ich absichtlich, als um die Achse $\overline{OR_0}$ symmetrisch gelegen ausgewählt hatte; für diese waren also ϑ_2 und ω_2 bekannt und aus ihnen bestimmten sich aus (2) ϑ_1 und ω_1. Die übrigen einundzwanzig Strahlen wählte ich so, daß sie möglichst gleichmäßig über der Kugelfläche verteilt seien, für diese waren also ϑ_1 und ω_1 bekannt, aus ihnen rechnete ich aus (1) ϑ_2 und ω_2; schließlich wurde für alle Strahlen nach (3) das theoretische Azimut φ_c berechnet.

Die Tabelle IIIb läßt nun die Resultate der angedeuteten Vergleichung erkennen: die ersten beiden Rubriken enthalten die Winkelkoordinaten ϑ_2 und ω_2 des jeweilig beobachteten gebeugten Strahles in bezug auf den Pol R_0 nach Fig. 11; die dritte Rubrik die nach (3) berechneten Werte der theoretisch zu erwartenden Polarisationsazimute $\varphi_{calc} = \varphi_c$; die vierte und fünfte Rubrik zeigt den Unterschied zwischen den Werten der siebenten, bezüglich der zehnten Rubrik der Tabelle IIIa, also zwischen den Mittelwerten der zu einem Gitterintervall gehörigen Azimute und den erwähnten

Tabelle IIIb.

Zum Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters $P = 56^{\circ}15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation.

Die supponierte Symmetrieachse ist die Richtung des regelmäßig reflektierten, ausgelöschten Strahles, dessen Winkelkoordinaten: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = 112{,}5^{0}$.*

ϑ_2	ω_2	$\varphi_{calc.}$	$\varphi - \dot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}_{calc.}$	Mittelwert $\varphi - \varphi_{calc.}$
0	0	0	0	0	0
00,0	25,0	90,0	— 1,5	— 1,3	— 1,4
+ 45,0	25,0	130,9	— 10,1	— 9,2	— 9,7
+ 90,0	25,0	170,1	— 4,8	— 3,7	— 4,3
+ 135,0	25,0	213,4	+ 8,1	+ 8,5	+ 8,3
+ 180,0	25,0	270,0	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,3
+ 225,0	25,0	326,7	— 6,2	— 6,5	— 6,4
+ 270,0	25,0	369,9	+ 3,8	+ 2,7	+ 3,2
+ 315,0	25,0	409,1	+ 9,1	+ 9,1	+ 9,1
+ 38,7	138,2	198,6	— 14,4	— 19,8	— 17,1
+ 41,2	116,7	177,2	— 12,9	— 18,1	— 15,5
+ 39,7	107,7	165,9	— 8,6	— 15,5	— 12,1
+ 78,4	94,8	158,0	— 11,2	— 23,5	— 17,4
+ 35,2	96,4	150,9	— 5,7	— 12,3	— 9,0
+ 72,6	75,8	153,6	— 1,5	— 13,8	— 7,7
+ 115,0	64,0	169,7	+ 2,7	— 5,6	— 1,5
+ 25,6	84,6	131,0	— 3,6	— 7,6	— 5,6
+ 66,3	50,5	147,9	— 2,1	— 11,0	— 6,6
+ 121,8	40,8	188,2	+ 5,3	+ 3,7	+ 4,5
00,0	75,0	90,0	— 1,1	— 0,8	— 1,0
— 25,6	84,6	409,0	+ 1,0	+ 6,6	+ 3,8
— 66,3	50,5	392,2	+ 2,9	+ 8,2	+ 5,5
— 121,8	40,8	351,8	— 2,3	— 2,0	— 2,2
— 35,2	96,4	389,1	+ 4,0	+ 10,5	+ 7,2
— 72,6	75,8	386,5	— 0,4	+ 13,5	+ 6,4
— 115,0	64,0	370,2	— 3,6	+ 6,7	+ 1,5
— 39,7	107,7	374,2	+ 6,1	+ 13,1	+ 9,6
— 78,4	94,8	382,0	+ 10,4	+ 22,1	+ 16,2
— 41,2	116,7	362,8	+ 8,0	+ 15,2	+ 11,6
— 38,7	138,2	341,4	+ 13,3	+ 20,4	+ 16,8

* Würde man die Richtung der supponierten Symmetrieachse um etwa zum einfallenden Strahl näher liegend annehmen, so würden die ersten acht Beobachtungsdaten merklich besser stimmen, als in der gegebenen Tabelle hingegen bliebe der Grad der Übereinstimmung der übrigen Daten fast unverändert.

erten von φ_c; schließlich enthält die letzte, sechste Rubrik den terschied zwischen der letzten Rubrik der Tabelle IIIa, also schen den bei beiden Intervallen gebildeten, resultierenden ttelwerten des beobachteten Azimutes, und den Werten von φ_c.

Unter den auftretenden Abweichungen kommen auch solche n beträchtlichem Werte vor; keine der letzten drei Rubriken r Tabelle IIIb ist frei von solchen scheinbaren Unregelmäßig-ten; die größeren Abweichungen kommen jedoch in der vor-zten Rubrik vor und beziehen sich auf solche Strahlen, e vom engeren Gitterintervall Beugung erlitten.

Trotzdem sind selbst diese beträchtlichen Abweichungen ht imstande, den Typus des allgemeinen zirkumpolaren Gesetzes Polarisationsrichtungen wesentlich zu verzerren; dies zeigt onders das dritte Projektionsbild, Fig. 12, welches die größeren weichungen zwar bemerklich macht, aber doch die Geltung es Gesetzes in seinen Hauptzügen ganz unzweifelhaft zur An-hauung bringt. —

Die Abweichungen selbst dürften auf drei Hauptursachen rückzuführen sein: der erste Grund mag im Einfluß des tterintervalles liegen; derselbe ist jedenfalls geringfügig. Der eite Grund dürfte in dem erfahrungsgemäßen Bestreben der larisationsrichtungen zu suchen sein, sich bei Strahlen, die he zum einfallenden fortschreiten, zur Polarisationsrichtung s einfallenden Strahles parallel zu stellen. Man kann diese genschaft auch aus dem dritten Projektionsbild erkennen: be-chtet man etwa den Kranz gebeugter Strahlen, die im Winkel-stand von 37,5° um den einfallenden liegen, und setzt man e Meridiane, in welchen diese Strahlen liegen, bis I fort, so ht man sofort, daß je ein Meridian die Polarisationsrichtung s einfallenden und des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles ter nahezu demselben Winkel schneidet, mit einem Worte, für e nahe um den einfallenden Strahl liegenden reflektiert beugten Strahlen gilt das Gesetz der isogonalen Pola-sation [§ 65].

Der dritte Grund zeigt sich unverkennbar darin, daß das setz des Hauptpolarkegels auch hier zur Geltung kommt § 35, 36, 37], und zwar in der auch schon am angeführten Ort

erwähnten Form, nämlich, welcher Natur auch das unter dem Winkel P einfallende Licht sei: diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bilden, sind in der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) linearpolarisiert. In unserem Projektionsbild ist der um I als Pol konstruierte, durch R_0 gehende Polarkreis als gestrichelter Bogen angedeutet; derselbe ist hier die Schnittlinie der Hauptpolarkegelfläche mit der Kugelfläche. Die Abweichungen der Polarisationsrichtungen der längs dieser Hauptfläche fortschreitenden Strahlen vom genauen Gesetze der zirkumpolaren Polarisation sind ersichtlich gegen die jeweiligen Meridiane zu gerichtet.

§ 49. Physikalische Deutung des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation: Unter Voraussetzung elastischer oder elektromagnetischer Kugelwellen liegt der Lichtvektor senkrecht zu seiner Polarisationsebene.

Die §§ 45—48 erweisen zur Genüge, daß die erfahrungsgemäße Anordnung der Polarisationsrichtungen der reflektiert-gebeugten Strahlen im hier betrachteten Falle im großen und ganzen dem zirkumaxialen Systeme entspricht.

Wenn man auch jetzt noch nicht imstande ist, eine völlig genaue Theorie dieser und der weiter unten zu beschreibenden Erscheinungen zu geben, so muß doch zugegeben werden, wie immer auch das formulierte Resultat einer solchen Theorie beschaffen sein möge: daß in dessen Ausdrücken das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation als dominierendes Hauptglied aufzutreten hat.

Betrachtet man demnach die Erscheinung in erster Annäherung als durch ein zirkumaxiales System dargestellt, so läßt dasselbe nach den § 7, 14—27, folgende verschiedene Deutungen zu:

1. In der elastisch-festen Auffassung:

α) Nimmt man an, der Lichtvektor liege in der jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit dem einfachen zirkumaxialen Schwingungssystem, wie mit dem einfachen meridionalen Oszillationssystem; nur daß im ersten Falle die elastische Elongation, im zweiten Falle die elastische Drehung

mit dem Lichtvektor im gebeugten Lichte zu identifizieren wäre.

Diese Möglichkeiten scheinen indes nicht wahrscheinlich zu sein, weil der erregende Lichtvektor des auf die sekundäre Erregungsstelle auffallenden Lichtes doch wohl von derselben allgemeinen Natur sein dürfte, wie im daraus entstandenen gebeugten Lichte, während doch hier im ersten Falle eine rotatorische, im zweiten Falle eine translatorische Oszillation die erregende Störung bildet, § 14, und der daraus entstandene Lichtvektor der gebeugten Strahlen im ersten Falle eine translatorische, im zweiten Falle eine rotatorische Oszillation zu sein hätte.

β) Nimmt man an, der Lichtvektor liege senkrecht zur jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit dem einfachen zirkumaxialen Schwingungssystem, wie mit dem einfachen meridionalen Oszillationssystem; nur daß im ersten Falle die elastische Rotation, im zweiten Falle die elastische Elongation mit dem Lichtvektor im gebeugten Lichte zu identifizieren wäre.

Diese Möglichkeiten haben viel mehr Wahrscheinlichkeit für sich, weil in beiden Fällen die Natur des sekundär-erregenden Vektors mit der des Lichtvektors im gebeugten Lichte übereinkommen würde.

2. In der elektromagnetischen Auffassung:

α) Nimmt man an, der Lichtvektor liege in der jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit einer zirkumaxialen-magnetischen, wie mit einer zirkumaxialen-elektrischen Kugelwelle; im ersteren Falle wäre die sekundär erregende Störung eine elektrische und der Lichtvektor im gebeugten Lichte eine magnetische oszillatorische Kraft; im letzteren Falle wäre die sekundär erregende Störung eine magnetische und der Lichtvektor im gebeugten Lichte eine elektrische oszillatorische Kraft.

Indes gelten auch hier die oben unter 1. *α*) erwähnten Gründe, welche es höchst unwahrscheinlich machen, daß der erregende Vektor des einfallenden Lichtes in der sekundären Er-

regungsstelle eine elektrische, der Vektor des daraus entstandenen Lichtes eine magnetische Kraft sei, oder umgekehrt.

β) Nimmt man an, der Lichtvektor liege senkrecht zur jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit einer meridional-elektrischen, wie mit einer meridional-magnetischen Kugelwelle; im ersteren Falle wäre sowohl die sekundär erregende Störung, als auch der Lichtvektor im gebeugten Lichte eine elektrische oszillatorische Kraft; im zweiten Falle wären beide von der Natur einer magnetischen oszillatorischen Kraft.

Diese Möglichkeiten haben aus den, oben unter 1. β) erwähnten Gründen viel mehr Wahrscheinlichkeit für sich. —

Man darf demnach schließen: Betrachtet man die zirkumpolare Polarisation als die Wahrnehmung elastischer oder elektromagnetischer Kugelwellen und nimmt an, der erregende Lichtvektor am Beugungsorte sei von derselben Natur, wie der daraus entstandene Vektor im gebeugten Lichte: dann kann auch der Lichtvektor nicht anders als senkrecht zur Polarisationsebene gerichtet sein.

Dabei kann der Lichtvektor noch immer beliebig als elastische Elongation oder Rotation, oder als elektrische oder magnetische Kraft aufgefaßt werden.

Die soeben ausgesprochene Schlußfolgerung ist nur unter den vorangeschickten Voraussetzungen eine zwingende; wir werden aber in den §§ 69, 80, 91 und 93 Erscheinungen und Beobachtungen mitteilen, aus welchen man ohne jegliche Voraussetzung die obige Folgerung in ganz zwingender Weise ziehen darf.

§ 50. Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz. Einfallsazimut 105° und 75°. Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation. Tabelle IVa und Va. Viertes Projektionsbild.

Da sich meine im § 45 begründete Vermutung in bezug auf die „fixe Richtung“ in den §§ 45—49 so schön bewährt hatte, versuchte ich nun selbe auf den Fall auszudehnen, in welchem

bei demselben Einfallswinkel, jedoch bei verändertem Einfallsazimut reflektiert-gebeugte Strahlen entstehen. War meine Vermutung auch hier richtig, so mußte die „fixe Richtung“ jetzt mit derjenigen Generatrix der Hauptextinktionsfläche, §§ 40, 41, zusammenfallen, längs welcher der fortschreitende reflektiert-gebeugte Strahl bei dem jeweiligen Einfallsazimut ausgelöscht erscheint.

Diese Richtung läßt sich aber sofort der Tabelle II [§ 41]

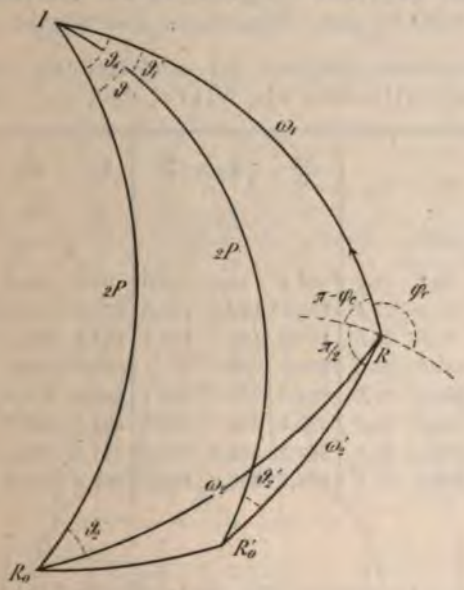


Fig. 13.

entnehmen; man sieht auch aus der letzten Rubrik derselben, und aus Fig. 10, daß so lange das Einfallsazimut etwa zwischen den Winkelgrenzen 70° und 110° bleibt, der jeweilig ausgelöschte Strahl der Hauptextinktionsfläche um nicht mehr als etwa um 0,5° abweicht von dem zur Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators normalen Meridian.

Ich benutzte nun solches einfallendes Licht, dessen Einfallsazimut 105°, beziehungsweise 75° betrug; es sollte demnach die jeweilige „fixe Richtung“ diejenige Generatrix OR_0' der Hauptfläche sein (Fig. 13 und 14), welche, vom regelmäßig reflektierten Strahle OR_0 gerechnet, im ersten Falle in dem rechts-

Tabelle IVa und Va.

Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56° 15'$.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

IVa. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 105°, also $\Theta = +15°$.

ϑ_1'	ω_1	ϑ_2'	ω_2'	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	Mittelwert φ
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
00,0	87,5	00,0	25,0	92,1	93,1	92,6	93,6	94,9	94,3	93,5
+ 17,4	94,1	45,0	25,0	135,9	133,6	134,8	139,7	136,5	138,1	136,5
+ 26,8	110,3	90,0	25,0	167,9	166,2	167,1	171,4	164,5	168,0	167,6
+ 22,5	128,5	135,0	25,0	205,6	208,6	207,1	206,4	192,9	199,7	203,4
00,0	137,5	180,0	25,0	269,0	269,8	269,4	266,8	274,6	270,7	270,1
— 22,5	128,5	225,0	25,0	329,4	329,7	329,6	335,3	320,3	327,8	328,7
— 26,8	110,3	270,0	25,0	363,1	364,0	363,6	367,7	360,1	363,9	363,8
— 17,4	94,1	315,0	25,0	403,7	396,8	400,3	406,5	401,8	404,2	402,3

Va. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 75°, also $\Theta = -15°$.

ϑ_1'	ω_1	ϑ_2'	ω_2'	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	Mittelwert φ
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
00,0	87,5	00,0	25,0	90,4	89,3	89,9	88,5	87,2	87,9	88,9
+ 17,4	94,1	45,0	25,0	143,0	140,2	141,6	139,4	134,8	137,1	139,4
+ 26,8	110,3	90,0	25,0	177,1	176,6	176,9	180,0	172,5	176,3	176,6
+ 22,5	128,5	135,0	25,0	208,2	207,3	207,8	215,7	200,2	207,9	207,9
00,0	137,5	180,0	25,0	260,5	267,6	264,1	268,9	262,0	265,5	264,8
— 22,5	128,5	225,0	25,0	324,2	329,5	326,9	343,0	330,9	337,0	332,0
— 26,8	110,3	270,0	25,0	372,0	370,8	371,4	378,1	368,5	373,3	372,4
— 17,4	94,1	315,0	25,0	411,6	404,9	408,3	407,6	401,9	404,8	406,6

seitigen $\vartheta_1 = +15^0$, im zweiten Falle in dem linksseitigen $\vartheta_1 = -15^0$ Meridian liegt.

Die quantitativen Beobachtungen vollführte ich für je acht symmetrisch um die jeweilige „fixe Richtung" liegende Strahlen; dieselben ergaben die völlige Richtigkeit meiner Vermutung, wie

Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation.

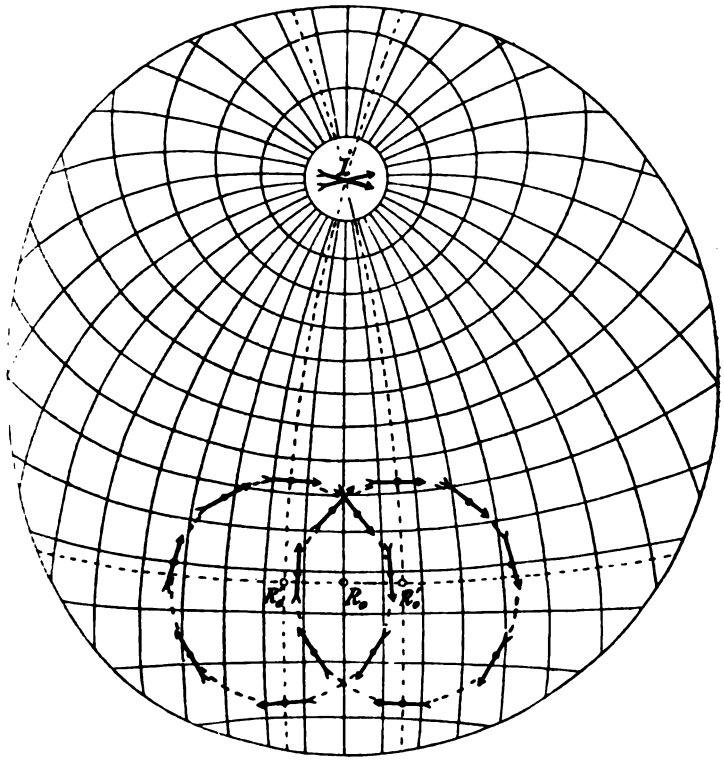


Fig. 14. Viertes Projektionsbild.

dies die Tabellen IVa und Va und das vierte Projektionsbild Fig. 14 ersichtlich machen, in welchem R_0 den regelmäßig reflektierten Strahl, R_0' und R_0' die Austrittspunkte der beiden supponierten fixen Richtungen bezeichnen.

Die so ausgedrückte Erfahrung stellt also das Auftreten der vollständigen zirkumpolaren Polarisation in diesen Fällen ganz

unzweifelhaft fest und zwar im allgemeinen mit derselben Annäherung, wie im Falle des normalen Einfallsazimutes; wir müssen demnach das genannte Gesetz als solches betrachten, welches gültig ist, wenn das Einfallsazimut innerhalb der Grenzen 75° bis 105° liegt.

In den Tabellen IVa und Va und in der Fig. 13 zählt man die Winkelkoordinaten ϑ_1 und ω_1 des gebeugten Strahles $\overline{OR}$ von $\overline{IO}$ und $\widehat{IR_0}$ an, ϑ_1' von IR_0' an, die Koordinaten ϑ_2 und ω_2 von $\overline{OR_0}$ und $\widehat{R_0 I}$; schließlich ϑ_2' und ω_2' von $\overline{OR_0'}$ und $\widehat{R_0' I}$. Hier ist $\overline{OR_0'}$ die in diesem Falle supponierte fixe Richtung, also die hierzu gehörige Generatrix der Hauptextinktionsfläche, längs welcher der jeweilig ausgelöschte Strahl fortschreitet. Die übrigen Rubriken haben dieselbe Bedeutung wie die gleichnamigen Rubriken der Tabelle IIIa; schließlich bedeutet Θ den Winkel, mit welchem das Einfallsazimut 90° überschreitet.

Wir beschränken uns in diesen beiden Fällen auf die hier mitgeteilten Daten; diejenigen der letzten Rubrik der beiden Tabellen wurden zur Konstruktion des vierten Projektionsbildes Fig. 14 benutzt, welches wohl keiner weitern Erläuterung bedarf. Eine größere Anzahl von Strahlen der beiden Systeme hätte das Bild nur kompliziert und seine ohnehin schlagende Beweiskraft nicht vermehrt.

§ 51. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabellen IVa und Va mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der Zirkumpolarisation: Tabelle IVb und Vb. Genügende Übereinstimmung.

Betrachtet man Fig. 13 und Fig. 11, so sieht man sofort, daß die Winkel der Fig. 13, nämlich ϑ_1', ω_1; ϑ_2', ω_2' und φ_c mit einander genau in derselben Weise zusammenhängen, wie die Winkel in der Fig. 11, nämlich ϑ_1, ω_1; ϑ_2, ω_2 und φ_c. Benützt man auch hier den im § 48 gebrauchten Vorgang, so wird der Mechanismus der Berechnung:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_1 &= \cos 2P\cos\omega_2' + \sin 2P\sin\omega_2'\cos\vartheta_2', \\ \sin\vartheta_2'\operatorname{cotg}\vartheta_1' &= \operatorname{cotg}\omega_2'\sin 2P - \cos 2P\cos\vartheta_2', \\ \sin\varphi_c &= \cos\vartheta_1'\cos\vartheta_2' - \sin\vartheta_1'\sin\vartheta_2'\cos 2P. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Tabelle IVb und Vb.

Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation.

fallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^\circ 15'$.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten arisationsazimute der vom PALATINschen gekreuzten Glasgitter mit den rvallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation.

. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet der Einfallsebene den Winkel 105°. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = +15^\circ$, $\omega_1 = 112{,}5^\circ$.

ϑ_2'	ω_2'	$\varphi_{calc.}$	$\varphi - \dot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \varphi_{calc.}$
°	°	°	°	°	°
00,0	25,0	90,0	− 2,6	− 4,3	− 3,5
45,0	25,0	130,9	− 3,9	− 7,2	− 5,6
90,0	25,0	170,1	+ 3,0	+ 2,1	+ 2,6
135,0	25,0	213,4	+ 6,3	+ 13,7	+ 10,0
180,0	25,0	270,0	+ 0,6	− 0,7	− 0,1
225,0	25,0	326,7	− 2,9	− 1,1	− 2,0
270,0	25,0	369,9	+ 6,3	+ 6,0	+ 6,2
315,0	25,0	409,1	+ 8,8	+ 4,9	+ 6,9

. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit r Einfallsebene den Winkel 75°. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -15^\circ$, $\omega_1 = 112{,}5^\circ$.

ϑ_2'	ω_2'	$\varphi_{calc.}$	$\varphi - \dot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \varphi_{calc.}$
°	°	°	°	°	°
00,0	25,0	90,0	+ 0,1	+ 2,1	+ 1,1
45,0	25,0	130,9	− 10,7	− 6,2	− 8,5
90,0	25,0	170,1	− 6,8	− 6,2	− 6,5
135,0	25,0	213,4	+ 5,7	+ 5,5	+ 5,6
180,0	25,0	270,0	+ 5,9	+ 4,5	+ 5,2
225,0	25,0	326,7	− 0,2	− 10,3	− 5,3
270,0	25,0	369,9	− 1,5	− 3,4	− 2,5
315,0	25,0	409,1	+ 0,8	+ 4,3	+ 2,6

Da hier, wie aus den Tabellen und dem Projektionsbild, Fig. 14, ersichtlich, die mitgeteilten Daten sich auf symmetrisch um die jeweilige supponierte Symmetrieachse $\overline{OR_0'}$ gelegene acht Strahlen beziehen, so waren in Fig. 13 und Gleichungssystem (1) dieses Paragraphen die Koordinaten ϑ_2' und ω_2' als bekannt anzunehmen und aus ihnen ϑ_1' und ω_1 zu berechnen. Noch ist zu bemerken, daß hier $\varphi_{calc} = \varphi_c$ denjenigen Winkel bedeutet, welchen der um den Pol R_0' gezogene, durch den Austrittspunkt R des gebeugten Strahles gehende, gestrichelt gezeichnete Parallelkreis mit dem Meridiane $\widehat{RI}$ bildet, Fig. 13.

Mittels des Gleichungssystemes (1) konnte demnach die gewünschte Vergleichung vollzogen werden. Die Einrichtung der Tabellen IVb und Vb ist dieselbe, wie die der Tabelle IIIb im § 48; ja es zeigen sogar die auftretenden Abweichungen, wenigstens im allgemeinen, hier denselben Gang wie dort, ohne daß es übrigens möglich schiene, den Einfluß des Gitterintervalls numerisch genau feststellen zu können.

Das vierte Projektionsbild, Fig. 14, zeigt sofort, daß die Polarisationsrichtungen der je acht Strahlen in genügender Annäherung die um die beiden Pole R_0' und R_0' mit dem Winkelradius von 25° gezogenen Parallelkreise tangieren.

Schließlich gelten auch hier die Überlegungen und Schlüsse des § 49.

§ 52. Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters; Einfallsazimut 45°. Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation. Tabelle VIa. Fünftes Projektionsbild.

Um nun einesteils die in den § 45—51 mitgeteilten Beobachtungen fortzusetzen, andernteils um meine im § 45 begründete Vermutung, die sich in den beschriebenen Erscheinungen der erwähnten Paragraphen gut bewährt hatte, noch weiter zu erproben, stellte ich bei noch immer unverändertem Einfallswinkel $i = P$, jedoch bei dem Einfallsazimut 45° fernere Untersuchungen an, deren Gang im allgemeinen mit dem der Beobachtungen der erwähnten Paragraphen übereinstimmt.

Die in diesem Falle zu erwartende fixe Richtung oder Symmetrieachse wäre hier, der im § 45 ausgeführten Überlegung gemäß, diejenige Generatrix der Hauptextinktionsfläche, längs welcher der fortschreitende gebeugte Strahl bei der in der Überschrift umschriebenen Anordnung verschwindet; es ist dies aber, wie aus Tabelle II, § 41 ersichtlich, diejenige Richtung in dieser Fläche, welche mit der Einfallsebene den Winkel von etwa -61^0 bildet.

Wir lassen nun in der Tabelle VIa die in diesem Falle gewonnenen geordneten Beobachtungsdaten folgen; in derselben bedeuten ϑ_1 und ω_1 die auf den Pol I und den Einfallsmeridian $\widehat{IR_0}$ bezogenen Winkelkoordinaten des beliebigen reflektiert-gebeugten Strahles OR, Fig. 13; dabei ist, wie diese Fig. zeigt, $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$, und ϑ der Winkel zwischen der Einfallsebene IOR_0 und dem die Symmetrieachse OR_0' enthaltenden Meridian $\widehat{IR_0'}$; hier, Fig. 15, ist $\vartheta = -61^0$. Im übrigen ist die Einrichtung dieser Tabelle mit derjenigen der Tabellen IVa und Va in § 50 übereinstimmend.

Die ersten fünf Strahlen der Tabelle VIa liegen symmetrisch im Winkelabstande von 25^0 um diejenige Richtung herum, deren Winkelkoordinaten in bezug auf I und $\widehat{R_0 I}$ sind: $\vartheta = -45^0$, $\omega = 2P$; der Austrittspunkt dieser Richtung ist also der Schnittpunkt des Meridianes $\vartheta = -45^0$ mit der Schnittlinie der Hauptextinktionsfläche: diese beiden Kurven sind im Projektionsbild, Fig. 15, punktiert gezeichnet, ihr Schnittpunkt als kleiner Kreis und der um diesen als Pol gehende Parallelkreis mit dem Radius von 25^0 Winkelöffnung ebenfalls als ein punktierter Kreis.

Die übrigen drei symmetrischen Strahlen konnten wegen der großen Rasanz und Lichtschwäche nicht beobachtet werden.

Die andern Strahlen wählte ich einer passenden räumlichen Verteilung gemäß aus.

Das fünfte Projektionsbild hat dasselbe Koordinatennetz wie die vorigen vier Projektionsbilder, Figg. 9, 10, 12, 14; es bedeutet der I den Eintrittspunkt des einfallenden, R_0 den Austrittspunkt des regelmäßig reflektierten Strahles; durch den Austrittspunkt jedes reflektiert-gebeugten Strahles ist nach den Winkelwerten der letzten Rubrik der Tabelle VIa ein ausgezogener Pfeil gezeichnet, welcher die Polarisationsrichtung des jeweiligen Strahles veranschaulicht.

Tabelle VIa.

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\ 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45°.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2'	ω_2'	$\overset{\sharp}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\sharp}{\varphi}}$	$\overset{\sharp}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\sharp\sharp}{\underset{*}{\varphi}}$	$\overset{*\sharp}{\underset{*}{\varphi}}$	$\overset{\sharp\sharp}{\underset{*}{\varphi}}$	Mittelwert φ
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
— 45,0	87,5	+ 34,0	29,5	123,2	113,8	118,5	103,3	97,2	100,3	109,4
— 27,6	94,1	+ 65,2	37,2	143,5	141,8	142,7	142,1	142,4	142,3	142,5
— 18,2	110,3	+ 95,1	39,8	174,9	174,8	174,9	173,4	175,5	174,5	174,7
— 22,5	128,5	+ 107,9	34,5	200,7	202,6	201,7	192,1	204,0	198,1	199,9
— 62,4	94,1	— 4,5	18,4	92,7	78,2	85,5	73,3	57,8	65,6	75,6
— 71,8	37,5	— 6,8	75,6	68,9	64,2	66,6	57,1	53,6	55,4	61,0
— 71,8	77,5	— 17,9	36,6	75,0	75,1	75,1	59,9	53,3	56,6	65,9
— 90,0	60,0	— 29,2	59,5	54,7	53,9	54,3	35,3	33,1	34,2	44,3
— 100,0	40,0	— 24,2	9,7	42,0	40,5	41,3	27,7	24,2	26,0	33,7
— 45,0	37,5	+ 10,0	76,3	96,5	93,4	94,9	84,4	84,6	84,5	89,7
— 45,0	62,5	+ 29,4	33,9	103,7	100,2	102,0	86,7	85,9	86,3	94,2
— 18,2	37,5	+ 24,6	83,7	122,4	118,6	120,5	114,0	114,0	114,0	117,3
— 18,2	77,5	+ 54,4	54,6	136,3	135,5	135,9	132,8	136,1	134,5	135,2
00,0	37,5	+ 32,2	91,8	134,9	137,2	136,1	134,2	131,0	132,6	134,4
00,0	87,5	+ 75,5	65,1	161,0	160,2	160,6	163,3	155,1	159,2	159,9
00,0	112,5	+ 103,8	55,9	180,1	180,0	180,1	179,9	180,1	180,0	180,1
00,0	137,5	+ 133,2	54,2	197,7	199,2	198,5	190,4	201,4	195,9	197,2
+ 30,0	37,5	+ 39,9	108,3	161,0	160,0	160,5	160,4	159,1	159,8	160,2
+ 30,0	87,5	+ 88,1	91,9	171,8	170,6	171,2	173,7	170,0	171,9	171,6
+ 30,0	137,5	+ 135,4	74,3	184,6	183,3	184,0	186,0	182,7	184,4	184,2
+ 60,0	37,5	+ 40,4	126,4	185,7	183,7	184,7	184,2	181,2	182,7	183,7
+ 60,0	87,5	+ 100,4	126,3	177,0	173,9	175,5	183,1	179,9	181,5	178,5
+ 60,0	117,5	+ 128,4	104,2	174,5	173,7	174,1	180,9	178,0	179,5	176,8
+ 110,0	40,0	+ 12,2	151,6	223,5	222,1	222,8	222,6	222,3	222,5	222,7

Ferner ist im Bilde R_0' der Austrittspunkt der supponierten Symmetrieachse, also des bei dieser Anordnung ausgelöschten Strahles; ferner sind kleine Pfeile, welche Tangenten der um R_0' als Pol beschriebenen, durch die Austrittspunkte R des jeweilig

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

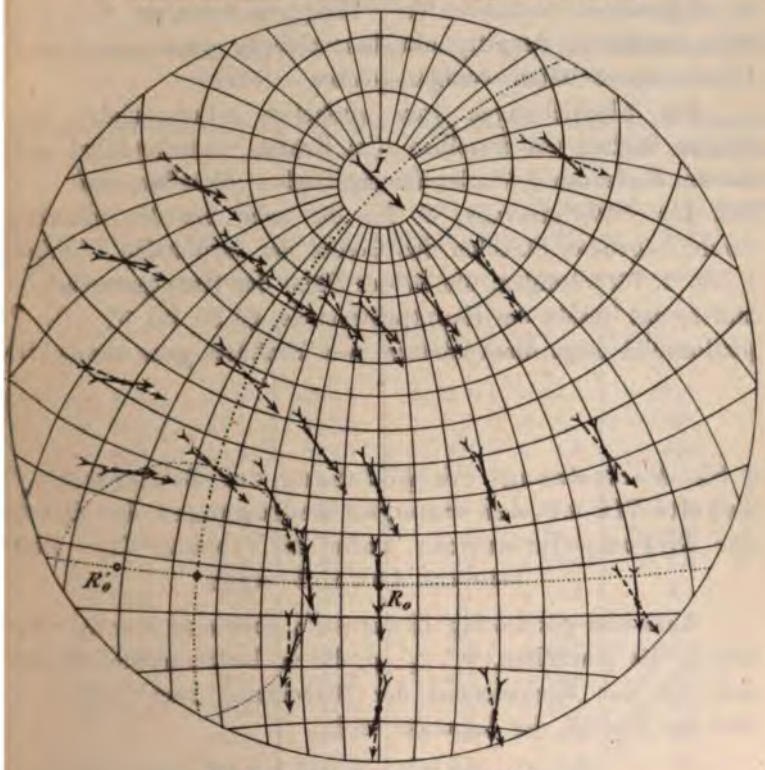


Fig. 15. Fünftes Projektionsbild.

flektiert-gebeugten Strahles gehenden Parallelkreise sind, ebenfalls gestrichelt gezeichnet; dieselben stellen das um R_0' zirkumtiale Richtungssystem dar.

Sowohl die Tabelle VIa als auch das fünfte Projektionsbild ssen erkennen, daß hier eine vollständige, nämlich 360° begende Zirkumpolarisation nicht beobachtet wurde; es ist fragh, ob es möglich gewesen wäre, durch Wahl von Strahlen, e zu R_0' näher liegen, eine vollständige Zirkumpolarisation

festzustellen, weil diese Strahlen zu lichtschwach scheinen, um eine einwurfsfreie Beobachtung zu gestatten.

Doch kann man wohl sagen, daß die Übereinstimmung der Beobachtungsresultate mit dem oberwähnten zirkumaxialen Richtungssystem, wenigstens in den charakteristischen Hauptzügen, im allgemeinen vorhanden sei. Hingegen schmiegt sich der um oben erwähnten Schnittpunkt beschriebene punktierte Kreis den Erfahrungsresultaten weniger gut an.

Die Abweichungen vom einfachen zirkumaxialen System können füglich auf dieselben drei Gründe zurückgeführt werden, die am Ende des § 48 Erwähnung fanden; dieselben sind: 1. Einfluß des Gitterintervalls; 2. für die nahe um den einfallenden Strahl liegenden Strahlen das Gesetz der isogonalen Polarisation § 65; 3. für Strahlen, die in der Nähe der Hauptpolarfläche verlaufen, das Gesetz des Hauptpolarkegels, §§ 35, 36, 37. Das Projektionsbild zeigt diese letztern zwei Einflüsse ganz unzweifelhaft.

§ 53. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabelle VIa mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der Zirkumpolarisation: Tabellen VIb und VIc. Bedeutendere Abweichungen.

Auch hier gilt die Fig. 13 des § 50; doch sind hier $\vartheta_1' = \vartheta_1 -$ und ω_1 die gewählten, ϑ_2', ω_2', φ_c die zu bestimmenden Werte, so daß also der Mechanismus der Berechnung nach § 48, 1., 2., und der Fig. 13, der folgende wird:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2' &= \cos 2P\cos\omega_1 + \sin 2P\sin\omega_1\cos\vartheta_1', \\ \sin\vartheta_1'\operatorname{cotg}\vartheta_2' &= \sin 2P\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos 2P\cos\vartheta_1', \\ \sin\varphi_c &= \cos\vartheta_1'\cos\vartheta_2' - \sin\vartheta_1'\sin\vartheta_2'\cos 2P, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

welcher nun die gewünschte Vergleichung ermöglicht.

Die Einrichtung dieser Tabelle ist in jeder Beziehung dieselbe, wie die der Tabellen IVb und Vb, § 51; die Abweichungen der Beobachtungsresultate sind besonders für größere ω_2' ganz beträchtlich; trotzdem sind auch diese nicht imstande, den zirkumpolaren Charakter der Erscheinung zu verwischen, obwohl, wie

Tabelle VIb.

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56° 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45°.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Gitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -61°$, $\omega_1 = 112{,}5°$.

ϑ_2'	ω_2'	$\varphi_{calc.}$	$\varphi - \dot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \varphi_{calc.}$
°	°	°	°	°	°
+ 34.0	29,5	121,2	+ 2,7	+ 20,9	+ 11,8
+ 65,2	37,2	147,2	+ 4,5	+ 4,9	+ 4,7
+ 95,1	39,8	168,9	— 6,0	— 5,6	— 5,8
+ 107,9	34,5	180,8	— 20,9	— 17,3	— 19,1
— 4,5	18,4	85,8	+ 0,3	+ 20,2	+ 10,3
— 6,8	75,6	79,5	+ 12,9	+ 24,1	+ 18,5
— 17,9	36,6	73,3	— 1,8	+ 16,7	+ 7,4
+ 10,0	76,3	99,0	+ 4,1	+ 14,5	+ 9,3
+ 29,4	33,9	117,2	+ 15,2	+ 30,9	+ 23,0
+ 24,6	83,7	129,2	+ 8,7	+ 15,2	+ 12,0
+ 54,4	54,6	140,3	+ 4,4	+ 5,8	+ 5,1
+ 32,2	91,8	144,0	+ 7,9	+ 11,4	+ 9,7
+ 75,5	65,1	153,6	— 7,0	— 5,6	— 6,3
+ 103,8	55,9	171,8	— 8,3	— 8,2	— 8,2
+ 133,2	54,2	185,5	— 13,0	— 10,4	— 11,7
+ 39,9	108,3	166,6	+ 6,1	+ 6,8	+ 6,4
+ 88,1	91,9	157,6	— 13,6	— 14,3	— 14,0
+ 135,4	74,3	163,3	— 20,7	— 21,1	— 20,9
+ 40,4	126,4	190,3	+ 5,6	+ 7,6	+ 6,6
+ 100,4	126,3	155,5	— 20,0	— 26,0	— 23,0
+ 128,4	104,2	144,8	— 29,3	— 34,7	— 32,0
+ 12,2	151,6	197,7	— 25,1	— 24,8	— 25,0
— 29,2	59,5	58,6	+ 4,3	+ 24,4	+ 14,3
— 24,2	9,7	53,8	+ 12,5	+ 27,8	+ 20,1

Tabelle VI.c.

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitt $P = 56° 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit Einfallsebene den Winkel 45°.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Po sationsazimute der vom PALATINOschen gekreuzten Glasgitter mit den Interv 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den stren Werten des Gesetzes der Zinkumpolarisation. — Winkelkoordinaten supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -45°$, $\omega = 112{,}5°$.

ϑ_2'	ω_2'	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.
°	°	°	°	°	°
0,0	25,0	90,0	− 28,5	− 10,3	− 19,4
+ 45,0	25,0	130,9	− 11,8	− 11,4	− 11,6
+ 90,0	25,0	169,8	− 5,1	− 4,7	− 4,9
+ 135,0	25,0	213,4	+ 11,7	+ 15,3	+ 13,5
− 45,0	25,0	47,7	− 37,7	− 17,9	− 27,8
− 16,3	78,6	64,9	− 1,7	+ 9,5	+ 3,9
− 39,8	46,3	52,8	− 22,3	− 3,8	− 13,1
0,0	75,0	90,0	− 4,9	+ 5,5	+ 0,3
0,0	40,0	90,0	− 12,0	+ 3,7	− 4,2
+ 16,3	78,6	115,1	− 5,4	+ 1,1	− 2,2
+ 39,8	46,3	127,2	− 8,7	− 7,3	− 8,0
+ 25,6	84,6	131,0	− 5,1	− 1,6	− 3,4
+ 66,3	50,5	147,8	− 12,2	− 11,4	− 11,8
+ 99,0	42,6	171,0	− 9,1	− 9,0	− 9,1
+ 135,8	43,3	198,6	+ 0,1	+ 2,7	+ 1,4
+ 37,7	98,7	154,5	− 6,0	− 5,3	− 5,7
+ 81,8	76,3	156,3	− 14,9	− 16,6	− 15,7
+ 131,9	68,8	174,1	− 9,9	− 10,3	− 10,1
+ 47,4	116,7	174,4	− 10,3	− 8,3	− 9,3
+ 93,5	104,8	157,3	− 18,2	− 24,2	− 21,2
+ 121,0	92,9	169,5	− 4,6	− 10,0	− 7,3
+ 36,1	141,2	212,2	− 10,6	− 10,3	− 10,5
− 52,8	68,9	40,9	− 14,3	+ 5,8	− 4,3
− 31,8	87,3	40,7	− 0,6	+ 14,7	+ 7,0

schon erwähnt, infolge der Nähe der fixen Richtung OR_0', Fig. 15, zum Rande des Beobachtungsraumes, wegen Lichtschwäche nur ein Teil der zirkumpolaren Strahlen beobachtet werden konnten.

Aber auch hier, wie bei den in den früheren Paragraphen mitgeteilten Beobachtungen, kommt das Gesetz der Hauptextinktionsfläche zur Geltung.

Anmerkung. 1. Nicht überflüssig scheint hier die Bemerkung zu sein, daß in dem Falle, wenn man die Bestimmung der „fixen Richtung", der Symmetrieachse, auf Grund von nur in einem Meridian gemachten Beobachtungen versuchen würde (wie dies Rémy und Glazebrook inbezug meiner im Jahre 1876 in der Einfallsebene ausgeführten Beobachtungen in den Jahren 1880 und 1885 taten, und damals hätte man dies doch nicht wohl anders tun können): so würde man aus den zu je einem Meridian gehörigen Resultaten stets andere, von einander ganz wesentlich abweichende Symmetrieachsen erhalten.

So würden z. B. die drei Strahlen, die in dem Meridian $\vartheta_1 = 60°$ liegen, deren Polarisationsrichtungen also, wie dies die Tabelle VIa und das fünfte Projektionsbild, Fig. 15, zeigt, fast genau in diesem Meridian liegen, eine solche Symmetrieachse ergeben, welche die durch O gehende Normale dieses Meridians wäre; diese aber weicht von der hier der Rechnung zugrunde gelegten supponierten Symmetrieachse ganz beträchtlich, um mehr als 30° ab und wäre zur Darstellung der ersten sechs Polarisationsrichtungen der Tabelle ganz ungeeignet.

2. Daß man wohl kaum eine Symmetrieachse finden kann, welche besser geeignet wäre, die Beobachtungen des vorigen Paragraphen darzustellen, ist aus Tabelle VIc ersichtlich.

Zur Berechnung dieser Tabelle ist hier die Richtung $\vartheta = -45°$, $\omega = 2P = 112{,}5°$ als Symmetrieachse angenommen, also diejenige Richtung, in welcher die auf die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes senkrechte gestrichelte Meridianebene die Hauptextinktionsfläche schneidet (Fig. 15, fünftes Projektionsbild, wo der Austrittspunkt dieser Richtung als kleiner Kreis bezeichnet ist). Man hat demnach in der Formel $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$ für ϑ nicht, wie bei Berechnung der Tafel VIb, $-61°$, sondern jetzt $-45°$ zu setzen und so das Gleichungssystem (1) dieses Paragraphen anzuwenden.

Man sieht, daß hier die in der Nähe der Symmetrieachse liegenden Strahlen viel schlechter, die entfernteren besser dargestellt sind als in Tabelle VIb; ganz befriedigend ist aber keine der beiden Darstellungen.

§ 54. Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Gitt
substanz. Die Polarisationsebene des einfallend
Lichtes fällt in die Einfallsebene. Das Gesetz d
stereographisch-parallelen Polarisation, im Gegensat
zur zirkumpolaren Anordnung. Tabelle VIIa. Sechste
Projektionsbild.

Wir ändern nun, bei stets festgehaltenem Einfallswinkel da
Einfallsazimut, indem wir dieses fortwährend verkleinern; bevo
dasselbe Null wird, bei dem Werte von 15° machte ich eine voll
ständige Beobachtungsserie, die indes erst im § 57, aus den dor
angeführten Gründen behandelt wird, obwohl sie eigentlich de
Übergang zu den hier, bei dem Einfallsazimut Null auftretende
Erscheinungen bildet.

Man übersieht nun leicht, daß in diesem Falle die im §
gepflogenen Überlegungen nicht mehr gelten können, weil
längs der Hauptextinktionsfläche fortschreitenden Strahlen
innerhalb der Grenzen $\eta = +74^0$ und $\eta = -74^0$ auftreten
beobachtet werden können, §§ 35, 36, Fig. 8. Innerhalb die
Intervalles bildet die Polarisationsebene des auslöschenden Pola
sators nach Tabelle II, § 41, mit der Normale der Einfallsebe
einen Winkel der sich mit η von $+50^0$ bis -50^0 ändert, § 4
Fig. 10. Wenn demnach bei dem Einfallswinkel P die Polari
sationsebene des einfallenden Lichtes mit der Einfallsebene einen
Winkel von 40°, und darunter bildet: so kann überhaupt kein
längs der Hauptfläche fortschreitender ausgelöschter Strahl ent
stehen, denn derselbe müßte auf der nicht reflektierenden Seite
der Gitterfläche fortschreiten, was einfach unmöglich ist.

Ich konnte also in dem, in der Überschrift dieses Paragraphen
genannten Falle das Auftreten des Gesetzes der zirkumpolaren
Anordnung der Polarisationsrichtungen nicht erwarten; doch
noch weniger war ich auf die überraschend einfache Gesetz
mäßigkeit der Polarisationsebenen vorbereitet, die nicht nur
gegenwärtigen Falle zu Tage tritt, sondern, wie sich später [§§
61, 64, 65, 66] herausstellen wird, sich stets zeigt, wenn
der Einfallsebene polarisiertes Licht unter beliebigem
Einfallswinkel auf die reflektierende Gitterfläche

Die folgende Tabelle VIIa enthält die Resultate der hierhergehörigen Beobachtungen; ihre Einrichtung und die Bedeutung der Zeichen ist dieselbe, wie die der Tabellen IIIa bis VIa, mit dem einzigen Unterschiede, daß hier, da in unserem Falle keine Symmetrieachse vorhanden ist, die Notwendigkeit der Winkelkoordinaten ϑ_2, ω_2, also auch von ϑ'_2, ω'_2 entfällt.

Die Beobachtungen und ihre Reduktion geschahen ganz nach

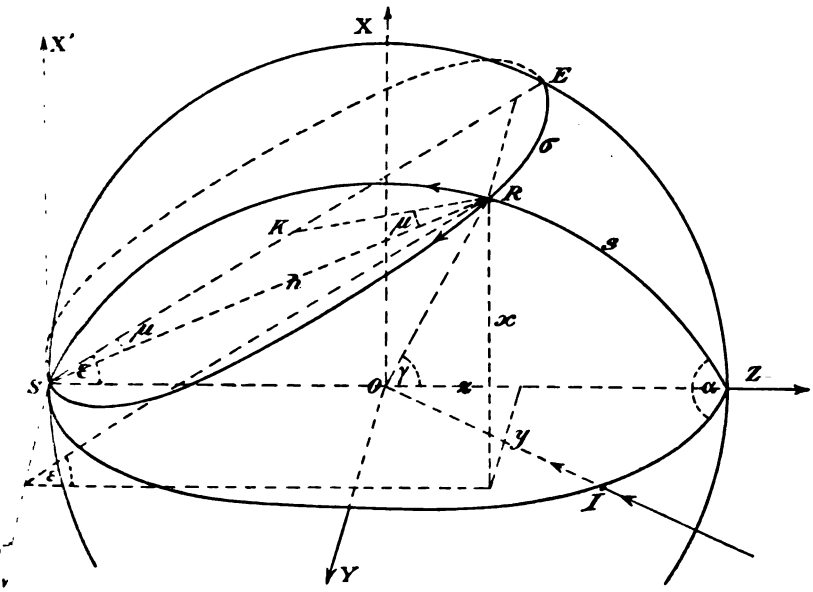


Fig. 16.

der in § 47 erwähnten Weise; die Gesetzmäßigkeit, welche diese Beobachtungen ausdrücken, läßt sich aus den Zahlenangaben schwer erkennen; ich fand sie aber sofort, als ich mittels der letzten Rubrik der Tabelle VIIa das sechste Projektionsbild, Fig. 17, graphisch konstruierte, welches so wie die bisherigen fünf Bilder nach der, im § 37 auseinandergesetzten stereographischen Projektion gezeichnet wurde.

Man sieht nun aus Fig. 17 auf dem ersten Blick, daß die stereographischen Projektionen der Polarisationsrichtungen im allgemeinen parallel sind der Projektion des

Tabelle VIIa.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56° 15'$.

Das einfallende Licht ist in der Einfallsebene polarisiert.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\varphi}$	Mittelwert φ
°	°	°	°	°	°	°	°	°
+ 130,0	37,5	299,8	297,4	298,6	299,8	296,4	298,1	298,4
+ 110,0	37,5	275,7	272,8	274,3	274,6	274,0	274,3	274,3
+ 90,0	37,5	254,3	255,7	255,0	251,8	255,8	253,8	254,4
+ 90,0	57,5	237,0	241,7	239,4	237,1	243,7	240,4	239,9
+ 90,0	77,5	223,0	224,8	223,9	224,7	227,6	226,2	225,1
+ 72,6	94,1	198,8	199,9	199,4	199,8	204,4	202,1	200,8
+ 63,2	37,5	229,9	230,5	230,2	229,2	231,1	230,2	230,2
+ 63,2	57,5	219,3	220,8	220,1	217,6	233,1	220,4	220,3
+ 63,2	77,5	202,5	213,1	207,8	208,0	213,1	210,6	209,2
+ 63,2	102,5	188,4	193,1	190,8	194,6	195,9	195,3	193,1
+ 63,2	110,3	182,0	182,3	182,2	189,5	190,0	189,8	186,0
+ 45,0	37,5	215,0	216,2	215,6	213,9	217,2	215,6	215,6
+ 45,0	77,5	195,1	194,5	194,8	197,3	200,9	199,1	197,0
+ 45,0	117,5	170,3	177,5	173,9	179,9	181,0	180,5	177,2
+ 25,0	37,5	197,6	197,4	197,5	198,6	198,4	198,5	198,0
+ 25,0	77,5	188,4	187,6	188,0	188,2	189,8	189,0	188,5
+ 25,0	117,5	177,4	177,5	177,5	178,8	178,9	178,9	178,2
0,0	77,5	180,4	180,5	180,5	180,3	180,4	180,4	180,4
0,0	112,5	180,0	180,0	180,0	180,1	180,2	180,2	180,1
— 25,0	37,5	163,1	162,4	162,8	162,0	162,6	162,3	162,6
— 25,0	77,5	171,2	172,9	172,1	171,3	172,7	172,0	172,1
— 25,0	117,5	182,5	182,6	182,6	181,8	181,9	181,9	182,2
— 45,0	37,5	144,3	144,0	144,2	148,3	144,1	146,2	145,2
— 45,0	77,5	165,9	164,9	165,4	163,0	159,0	161,0	163,2
— 45,0	117,5	183,6	181,1	182,4	180,1	179,5	179,8	181,1
— 63,2	37,5	130,8	132,0	131,4	134,9	130,3	132,6	132,0
— 63,2	57,5	142,9	137,2	140,1	143,3	138,3	140,8	140,5
— 63,3	77,5	156,2	156,5	156,4	154,2	149,6	151,9	154,2
— 63,2	102,5	174,2	170,3	172,4	167,6	165,3	166,5	169,5
— 63,2	110,3	180,4	177,9	179,2	171,5	168,4	170,0	174,6
— 72,6	94,1	163,5	160,0	161,8	159,3	155,4	157,4	159,6
— 90,0	37,5	107,0	108,3	107,7	107,8	105,2	106,5	107,1
— 90,0	57,5	121,5	121,6	121,7	123,0	116,9	120,0	120,8
— 90,0	77,5	138,8	134,4	136,6	139,0	133,3	136,2	136,4
— 110,0	37,5	83,7	85,0	84,4	84,1	85,3	84,7	84,5
— 130,0	37,5	64,8	65,3	65,0	65,2	62,6	63,9	64,5

sten Meridianes, das ist der Einfallsebene; die erfahrungs-mäße Genauigkeit dieser Gesetzmäßigkeit ist so groß, daß man e geringfügigen Abweichungen davon im sechsten Projektions-lde kaum bemerken kann.

Ich erlaube mir diese Gesetzmäßigkeit mit dem Namen: das

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

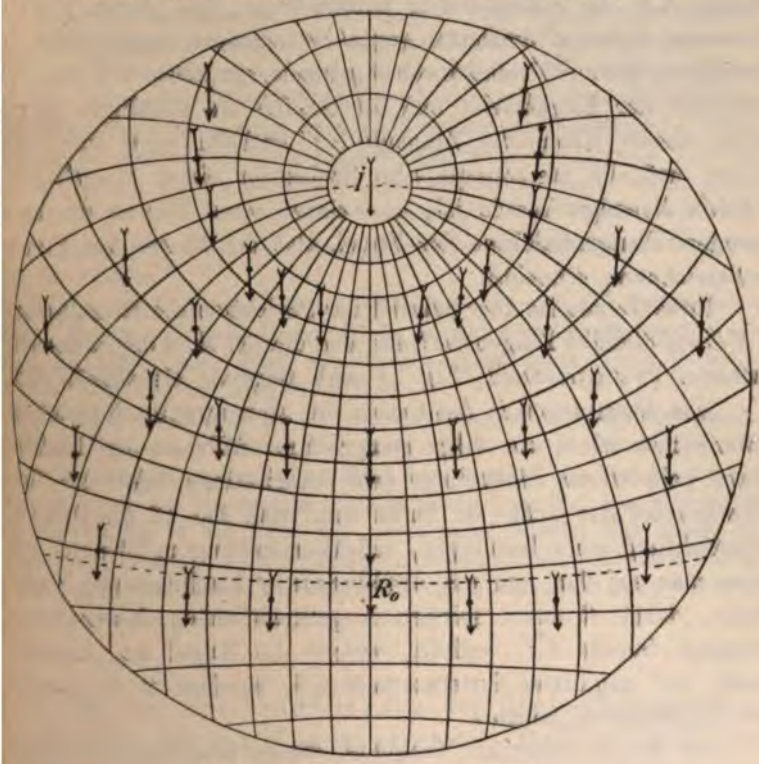


Fig. 17. Sechstes Projektionsbild.

esetz der stereographisch-parallelen Polarisation zu eichnen; hauptsächlichst aus dem Grunde, weil die stereo-aphischen Projektionen der Polarisationsrichtungen der reflektiert-beugten Strahlen parallel sind zur Projektion der Einfallsebene, o auch zur Einfallsebene selbst; später werden wir dieses setz, auf ein anderes Polarisationskreis- und Meridiansystem ogen, auch das der isogonalen Polarisation nennen [§ 65, 66].

Die geometrische Deutung des Gesetzes ist sehr einfach; wir benützen dabei die schon in § 16 gegebene und durch Fig. 6 veranschaulichte Darstellung, die wir hier nur durch den einfallenden Strahl IO ergänzen und so Fig. 16 erhalten.

Bedeutet nun hier, Fig. 16, O den Auffallspunkt des einfallenden Strahles IO auf die reflektierende Gitterebene, YZ dessen Einfallsebene, XY die reflektierende Gitterebene, OZ deren positive Normale; S den Z diametral gegenüberliegenden Augenpunkt der Projektion, § 37, $S\overline{Y'}$ eine durch S gehende, zur Achse $O\overline{Y}$ parallele Tangente der Kugelfläche und ist $SERS$ ein beliebiger Kugelkreis, dessen Ebene die Tangente $S\overline{Y'}$ enthält: dann sieht man sofort, daß die stereographische Projektion dieses Kugelkreises $SERS$ diejenige Gerade ist, in welcher seine Ebene die zu Z gezogene Tangentialebene der Kugel, also die Ebene der Projektionszeichnung schneidet.

Diese Gerade ist aber parallel der Projektion der Einfallsebene SYZ auf dieselbe Tangentialebene, und dies ist eben die in unserem sechsten Projektionsbild, Fig. 17 sich zeigende Gesetzmäßigkeit.

Man kann demnach das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation hier wie folgt aussprechen: fällt in der Einfallsebene polarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel der Glassubstanz auf das Gitter, so findet man nach Fig. 16 die Polarisationsrichtung eines beliebigen, reflektiert-gebeugten Strahles OR, wenn man auf der, um die Auffallstelle O beschriebenen Kugelfläche, durch R einen solchen Kugelkreis zieht, dessen Ebene diejenige Gerade $S\overline{Y'}$ enthält, welche die Kugel im Austrittspunkt der negativen Gitternormale OS, nämlich in S, parallel zur Einfallsebene berührt.

Die zu R gezogene Tangente dieses Kugelkreises $SERS$ ist die Polarisationsrichtung des Strahles $\overline{OR}$.

Dreht man die Figur 16 um die Z-Achse linkssinnig um 90°, so daß die Einfallsebene in die Ebene des Papieres zu liegen kommt, so stellt Figur 18 die oben erwähnten geometrischen Beziehungen dar; es ist darin $SRES$ ein solcher Kugelkreis, der aber hier hinter der Ebene der Zeichnung liegt, und $\overrightarrow{RT}$ eine zu demselben in R gezogene Tangente, also die Polarisationsrichtung des Strahles OR.

Die Polarisationsebene dieses Strahles OR ist die Ebene RT: dieselbe fällt jedoch im allgemeinen nicht in die Ebene s zugehörigen Kugelkreises $SRES$.

Es haben hier die Winkel ε und μ dieselbe Bedeutung wie den Figuren 6 und 16, die Ebenen derselben sind auch hier einander senkrecht.

Anmerkung: Man kann dem Gesetze nach Fig. 18 noch folgende metrische Deutung geben: Die aus O durch die Punkte der Kreislinie ES gezogenen gebeugten Strahlen bilden eine Kegelfläche mit der Spitze O, dem Öffnungswinkel $\sphericalangle(SOE)$, deren Achse in einer zur Einfallsebene OZ senkrechten Ebene liegt und mit deren Normale den Winkel ε bildet. Polarisationsebene des jeweiligen gebeugten Strahles $O\bar{R}$ ist die in OR an e Kegelfläche gelegte Tangentialebene, welche die Kugelfläche in einem ßten Kreise schneidet, derselbe berührt in R den Kugelkreis $SRES$; gemeinsame Tangente der beiden Kreise ist $\overrightarrow{RT}$, die Polarisationsrich- des Strahles.

Jede solche Kegelfläche ist also die Umhüllende aller der Polarisations- en, welche zu den in dieser Fläche liegenden gebeugten Strahlen ge- n: die Achsen aller dieser Kegelflächen gehen durch O und liegen in zur Einfallsebene senkrechten Ebene.

Die Abweichungen vom genauen Gesetze der stereographisch-Ielen Polarisation dürften auch hier, wie in den §§ 48, 52, den dort bnten Gründen zuzuschreiben sein; doch scheint hier der Einfluß des rintervalles nur bei wenigen Strahlen merklich zu sein; hingegen macht für Strahlen in der Nähe des einfallenden Strahles das Gesetz der nalen Polarisation, § 65, für Strahlen, die vom einfallenden Strahl nahezu Winkelabstand haben, das Gesetz des Hauptpolarkegels, §§ 35, 36, 37 in le noch erkennbarer Weise geltend.

. Theorie der Vergleichung der Beobachtungsdaten Tabelle VIIa mit den strengen Bedingungen des tzes der stereographisch-parallelen Polarisation: elle VIIb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung.

Unsere Beobachtungen liefern uns unmittelbar das Polari- nsazimut des jeweilig reflektiert-gebeugten Strahles $O\bar{R}$, lich denjenigen Winkel φ, welchen die jeweilige Polarisations- ung $\overrightarrow{RT}$ dieses Strahles mit dessen Meridian $\widehat{RI}$ bildet, 18 und 19.

Würde nun das Gesetz der stereographisch-parallelen Polari-

sation strenge gelten, so müßte $\overrightarrow{RT}$ genau in die Kreisebene $SRES$ fallen, und man sieht sofort, daß dann die auf den einfallenden Strahl $\overline{IO}$ und auf die Einfallsebene YOZ bezogenen Winkelkoordinaten des gebeugten Strahles $\overline{OR}$, nämlich ϑ_1 und ω_1 das hier geltende strenge Polarisationsazimut φ_c, Fig. 18 und 19 vollständig bestimmen; letzteres muß sich also durch die bekannten Koordinaten ϑ_1 und ω_1 ausdrücken lassen.

Indes sind die Beziehungen, welche den Zusammenhang

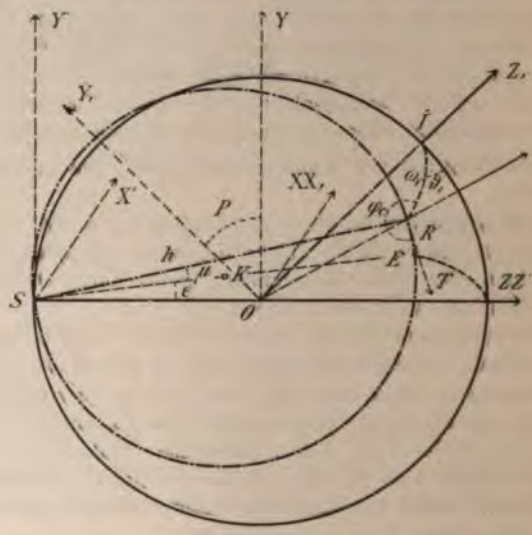


Fig. 18.

zwischen den Größen ϑ_1, ω_1, φ_c darstellen, nicht ganz einfach und machen daher eine vermittelnde Rolle der schon in Figur 6 eingeführten und in Figur 16, 18, 19 gebrauchten Winkel ε und μ notwendig.

I. Die Fig. 18 zeigt drei positive rechtwinkelige Achsensysteme:

a) Das Koordinatensystem $X'\,Y'\,Z'$, dessen Anfangspunkt der Augenpunkt S der stereographischen Projektion ist, dessen Z'-Achse in ihrer Verlängerung mit der positiven Normale $\overline{OZ}$ der reflektierenden Gitterfläche zusammenfällt; dessen Y'-Achse parallel ist der in der Einfallsebene längs der Gitterfläche liegenden

hse OY, dessen X'-Achse schließlich die positive Normale der Z'-Ebene ist.

In diesem Koordinatensystem sind die rechtwinkeligen Koinaten des Austrittspunktes R des reflektiert-gebeugten Strahl OR die folgenden: $x'y'z'$; hingegen sind dessen auf denselben fangspunkt S, auf die Einfallsebene $Y'Z'$, und auf den Kreisrchmesser SE bezogenen Polarkoordinaten (wie schon in Fig. 6 d 16) $SR = h$; $\sphericalangle (ESZ') = \varepsilon$; $\sphericalangle (RSE) = \mu$, Fig. 18.

Den Zusammenhang zwischen diesen zweierlei Koordinaten, eht man sofort aus Fig. 16, wir schreiben demnach:

$$x' = h \cos \mu \sin \varepsilon, \quad y' = h \sin \mu, \quad z' = h \cos \mu \cos \varepsilon. \qquad \text{a)}$$

b) Das Koordinatensystem XYZ, dessen Anfangspunkt O Auffallsstelle des einfallenden Lichtes auf der Gitterfläche ist, ssen Achsen der Reihe nach denjenigen des oben unter a) belteten Systemes $X'Y'Z'$ parallel sind, Fig. 16 u. 18.

In diesem Systeme sind die Koordinaten desselben Austrittsktes R des reflektiert-gebeugten Strahles OR wie folgt: x, y, z; n sieht nun sofort, daß man hat, wenn r der Radius der Kugelhe:

$$x = x', \quad y = y', \quad z = z' - r. \qquad \text{b)}$$

c) Das Koordinatensystem $X_1Y_1Z_1$, Fig. 18, dessen Anfangsukt O derselbe ist, wie der des obigen Systemes XYZ, das n jedoch von letzterem durch eine um die X-Achse mit dem nkel P vollzogene Drehung unterscheidet, welche man nämlich htssinnig auszuführen hat, um Y_1Z_1 in YZ zu überführen. Es llt hier $Z_1\bar{I}\bar{O}$ den einfallenden Strahl vor, Fig. 18.

In diesem Systeme bezeichne man die rechtwinkeligen Koordien desselben Austrittspunktes R des reflektiert-gebeugten Strahl OR mit $x_1y_1z_1$; die Polarkoordinaten desselben Punktes R, bezen auf denselben Anfang O, auf den einfallenden Strahl $\bar{I}O$ l auf die Einfallsebene YZ oder Y_1Z_1 sind wie schon erwähnt, ϑ_1, ω_1.

Der Zusammenhang dieser beiderlei Koordinaten ist aus g. 18 und 19 sofort ersichtlich, es gilt unmittelbar:

$$x_1 = r \sin \omega_1 \sin \vartheta_1, \quad y_1 = -r \sin \omega_1 \cos \vartheta_1, \quad z_1 = r \cos \omega_1 \qquad \text{c)}$$

Andererseits merkt man aus Fig. 18, daß der Zusammenhang

zwischen beiden rechtwinkeligen Koordinaten $x\,y\,z$ in b) und $x, y, z,$ in c) der folgende ist:

$$x = x_{,}, \quad y = y, \cos P + z, \sin P, \quad z = z, \cos P - y, \sin P. \quad \text{d)}$$

II. Setzt man nun $x\,y\,z$ aus b) und a), $x, y, z,$ aus c) in d), so hat man unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} h \cos\mu \sin\varepsilon &= +\, r \sin\omega_1 \sin\vartheta_1, \\ h \sin\mu &= -\, r \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \cos P + r \cos\omega_1 \sin P, \\ -\, r + h \cos\mu \cos\varepsilon &= +\, r \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + r \cos\omega_1 \cos P. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Quadrierung und Summierung ergibt:

$$h^2 + r^2 - 2\,r\,h \cos\mu \cos\varepsilon = r^2,$$

also

$$h = 2\,r \cos\mu \cos\varepsilon, \quad (2)$$

ein schon früher [§ 16, (3), Fig. 6] gefundenes Resultat.

Setzt man dies in (1), so wird:

$$\left.\begin{aligned} 2\cos^2\mu \sin\varepsilon \cos\varepsilon &= \sin\omega_1 \sin\vartheta_1, \\ 2 \sin\mu \cos\mu \cos\varepsilon &= -\sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \cos P + \cos\omega_1 \sin P, \\ 2\cos^2\mu \cos^2\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + \cos\omega_1 \cos P. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Schreibt man ferner die erste Gleichung dieses Systems (3) in der Form: $2\cos^2\mu \cdot \cos^2\varepsilon \cdot tg\,\varepsilon = \sin\omega_1 \sin\vartheta_1$, so kann die letzte und erste Gleichung dieses Systems auch so geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} \sin\omega_1 \sin\vartheta_1 \operatorname{cotg}\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + \cos\omega_1 \cos P, \\ \cos^2\mu \sin 2\varepsilon &= \sin\omega_1 \sin\vartheta_1. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Mittels ω_1, ϑ_1, P bestimmen sich aus diesem System vorerst ε und dann μ.

Es bleibt nun noch aus diesen der Winkel φ_c, Fig. 18 u. 19, zu bestimmen.

III. Die Fortsetzung des bisher eingehaltenen analytisch-geometrischen Weges führt zu einer sehr komplizierten, fünfgliedrigen Formel für φ_c, die zur Vornahme von numerischen Berechnungen wenig geeignet ist.

Ich zog es deshalb vor, unter Benützung der einfachen Eigenschaften der stereographischen Projektion, einen auf graphischer Anschauung basierten, einfacheren Vorgang zu wählen, dessen Resultat auch zur numerischen Berechnung bequem ist.

Wir betrachten nämlich ε als aus der ersten der Gleichungen (4) bestimmt und bemerken, daß gemäß unserer Projektionsart, § 37, der Winkel φ_c sowohl auf der Kugelfläche, als auch auf der Projektionszeichnuug von derselben Größe ist; dies macht auch

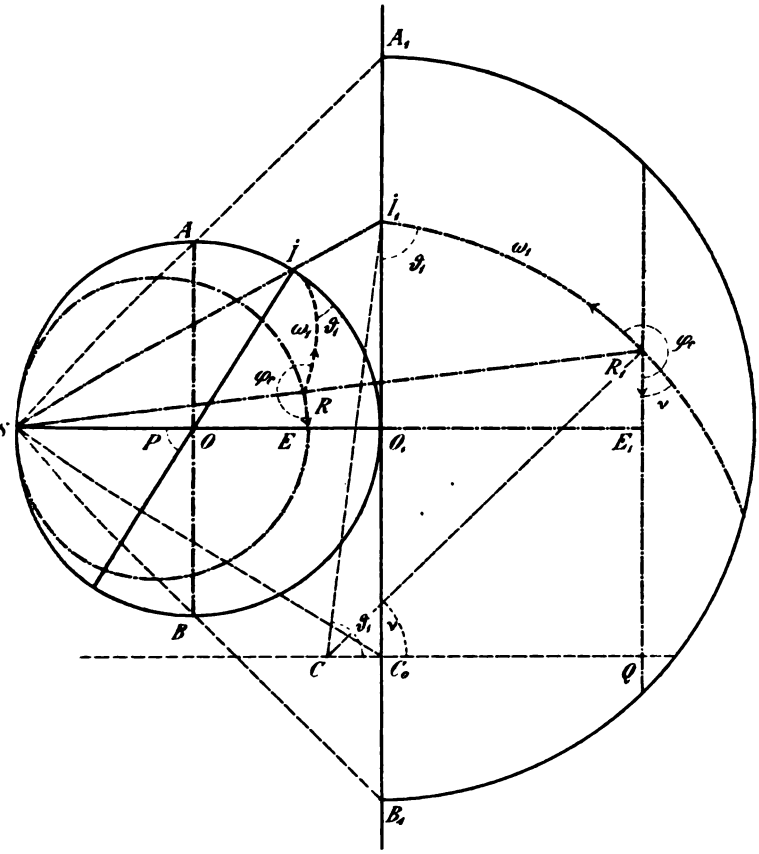


Fig. 19.

ie Fig. 19 ersichtlich, in welcher, wie in Fig. 18, der Kreis RES hinter der Ebene der Zeichnung liegt; ebenso liegt auch ie Projektion der rückwärtigen Hälfte der Halbkugel $A\,O_1\,B$ f der, zur Ebene der Zeichnung senkrechten rückwärtigen Pro-ationshalbebene, deren Durchmesser $A_1\,O_1\,B_1$ ist.

Um die geometrischen Verhältnisse besser verfolgen zu können,

Tabelle VIIb.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitt
$P = 56° 15'$.

Das einfallende Licht ist in der Einfallsebene polarisier

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Pola tionsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Interv 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den stre Bedingungen des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisatio

ϑ_1	ω_1	$\varphi_{calc.}$	$\varphi - \dot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \ddot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \varphi_{calc.}$
°	°	°	°	°	°
+ 130,0	37,5	292,1	— 6,5	— 6,0	— 6,3
+ 110,0	37,5	269,4	— 4,9	— 4,9	— 4,9
+ 90,0	37,5	249,4	— 5,6	— 4,2	— 4,9
+ 90,0	57,5	237,3	— 2,1	— 3,1	— 2,6
+ 90,0	77,5	223,6	— 0,3	— 2,6	— 1,5
+ 72,6	94,1	202,7	+ 3,1	+ 0,6	+ 1,9
+ 63,2	37,5	226,2	— 4,0	— 4,0	— 4,0
+ 63,2	57,5	217,2	— 2,9	— 3,2	— 3,1
+ 63,2	77,5	207,7	— 0,1	— 2,9	— 1,5
+ 63,2	102,5	194,2	+ 3,4	— 1,1	+ 1,2
+ 63,2	110,3	189,4	+ 7,3	— 0,4	+ 3,5
+ 45,0	37,5	212,0	— 3,6	— 3,6	— 3,6
+ 45,0	77,5	198,8	+ 4,0	— 0,3	+ 1,9
+ 45,0	117,5	183,0	+ 9,1	+ 2,5	+ 5,8
+ 25.0	37,5	197,5	0,0	— 1,0	— 0,5
+ 25,0	77,5	190,2	+ 2,2	+ 1,2	+ 1,7
+ 25,0	117,5	181,7	+ 4,2	+ 2,8	+ 3,5
0,0	77,5	180,0	— 0,5	— 0,4	— 0,5
00,0	112,5	180,0	0,0	— 0,2	— 0,1
— 25,0	37,5	162,5	— 0,3	+ 0,2	— 0,1
— 25,0	77,5	169,8	— 2,3	— 2,2	— 2,3
— 25,0	117,5	178,3	— 4,3	— 3,6	— 3,9
— 45,0	37,5	148,0	+ 3,8	+ 1,8	+ 2,8
— 45,0	77,5	161,2	— 4,2	+ 0,2	— 2,0
— 45,0	117,5	177,0	— 5,4	— 2,8	— 4,1
— 63,2	37,5	133,8	+ 2,4	+ 1,2	+ 1,8
— 63,2	57,5	142,8	+ 2,7	+ 2,0	+ 2,4
— 63,2	77,5	153,4	— 3,0	+ 1,5	— 0,8
— 63,2	102,5	165,9	— 6,5	— 0,6	— 3,6
— 63,2	110,3	170,6	— 8,6	+ 0,6	— 4,0
— 72,6	94,1	157,4	— 4,4	0,0	— 2,2
— 90,0	37,5	110,6	+ 2,9	+ 4,1	+ 3,5
— 90,0	57,5	122,7	+ 1,1	+ 2,7	+ 1,9
— 90,0	77,5	136,4	— 0,2	+ 0,2	0,0
— 110,0	37,5	90,6	+ 6,2	+ 5,9	+ 6,1
— 130,0	37,5	67,9	+ 2,9	+ 4,0	+ 3,4

die letztgenannte Halbebene um 90° gedreht, also in der ene der Figur gezeichnet.

Die Projektion des Kreises $SRES$ ist hier die Gerade R_1E_1Q; selbe ist parallel der Projektion des ersten Meridians AIO_1B, nlich $A_1I_1O_1B_1$.

Die Projektion des Bogens $\widehat{IR}$ ist der Kreisbogen $\widehat{I_1R_1}$; der ttelpunkt des letztern C liegt in der Projektionsebene, also hier der Ebene der Zeichnung; man findet ihn, wenn man aus S auf Achse des sphärischen Koordinatensystems ϑ_1, ω_1, I. c) dieses agraphen, nämlich auf $\overline{IO}$ eine Senkrechte zieht, selbe fortsetzt, sie den Projektionsdiameter A_1B_1 schneidet. Es sei C_0 dieser nittpunkt; man ziehe durch denselben, senkrecht zu A_1B_1 die ade $\overline{C_0Q}$; dann ist der gesuchte Mittelpunkt des Bogens $\widehat{I_1R_1}$, lich C, der Schnittpunkt der in I_1 auf diesen Bogen errich- n Normalen mit der Fortsetzung der Geraden $\overline{QC_0}$.*

Es gilt nun, Fig. 19:

$$\overline{CC_0} = \overline{I_1C_0}\,\mathrm{tg}\left(\tfrac{1}{2}\pi - \vartheta_1\right), \quad \overline{I_1C} = \frac{\overline{I_1C_0}}{\sin\vartheta_1} = \overline{R_1C},$$

er unter Benutzung auch der vorigen Fig. 18:

$$\overline{O_1E_1} = 2r\,\mathrm{tg}\,\varepsilon = \overline{C_0Q};$$

rdem

$$\overline{I_1C_0} = \overline{I_1O_1} + \overline{O_1C_0} = 2r\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}P + 2r\,\mathrm{tg}\,(\tfrac{1}{2}\pi - P);$$

$$\overline{I_1C_0} = 2r\,\{\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}P + \mathrm{cotg}\,P\}.$$

Zeichnung gemäß ist weiter:

$$\cos(\varphi_c - \pi) = \cos\nu = \frac{\overline{CQ}}{\overline{CR_1}} = \frac{\overline{CC_0} + \overline{C_0Q}}{CR_1}$$

$$= -\cos\varphi_c = \frac{\overline{I_1C_0}\,\mathrm{cotg}\,\vartheta_1 + 2r\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}{I_1C_0 : \sin\vartheta_1}$$

$$= -\cos\varphi_c = \cos\vartheta_1 + \frac{2r\sin\vartheta_1\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}{2r(\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}P + \mathrm{cotg}\,P)}.$$

eibt man also die erste der Gleichungen (4) und die soeben ndene:

* Diese Eigenschaft der stereographischen Horizontalprojektion ist auch n hier in den Text gedruckten fünfzehn Projektionsbildern überall der ruktion des Projektionsnetzes zugrunde gelegt; z. B. H. Gretschel, *Lehr- l. Kartenprojektion* p. 67, Punkt 20 und Fig. VI, Weimar 1873, oder N. Herz, *uch d. Landkartenprojektionen* p. 39—42, Fig. 11, Leipzig 1885, usw.

$$\left.\begin{aligned}\sin\omega_1 \sin\vartheta_1 \operatorname{cotg}\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + \cos\omega_1 \cos P,\\ \cos\varphi_c &= -\cos\vartheta_1 - \frac{\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}P + \operatorname{cotg}P};\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

so dient die erste Gleichung zur Bestimmung von ε aus ϑ_1, ω_1, P, und die zweite zur Berechnung des gesuchten theoretischen Azimutes φ_c aus $\vartheta_1, P, \varepsilon$. Der Quadrant, in welchem φ_c liegt, ist auch aus der jeweiligen Zeichnung ersichtlich.

In dieser Weise wurden die Werte φ_c der Tabelle VIIb berechnet. Es zeigt sich eine im allgemeinen genügende Übereinstimmung der Beobachtung mit dem Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

§ 56. Physikalische Deutung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation: Auffassung als eine in bezug auf die Gitternormale isogonale Anordnung.

Die in den vorhergehenden zwei Paragraphen mitgeteilten Tatsachen zeigen unzweifelhaft, daß bei in der Einfallsebene polarisiertem, unter dem Polarisationswinkel einfallendem Licht das reflektiert-gebeugte Strahlensystem mit im allgemeinen genügender Annäherung das geometrische Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation befolgt.

Man merkt aber auch sofort, daß hier dem Einfallswinkel keine besondere Rolle zufällt; eine Erfahrung, die durch weiter unten mitgeteilte Beobachtungen durchaus bekräftigt wird [§§ 61, 64, 65, 66, 69].

Vom Standpunkt der Kugelwellen aufgefaßt, kann unser Gesetz als eine solche isogonale Anordnung der Polarisationsebenen betrachtet werden, bei welcher die Normale der Gitterebene $\overline{OZ}$, Fig. 6, 16, 18, die ausgezeichnete Achse des isogonalen Systemes ist, *nicht* aber der einfallende Strahl $\overline{IO}$, oder der regulär reflektierte Strahl $\overline{OR_0}$, Fig. 17. (Vgl. § 15, 16 u. 27.)

Das Gesetz dieser Polarisationsanordnung ist hier vollständig bestimmt durch die Orientierung der Gitterfläche im Raume und durch die Lage der Einfallsebene des in derselben polarisierten einfallenden Strahles: die Gitternormale ist nämlich die ausgezeich-

ete Achse des isogonalen Kreissystemes, dessen stereographische rojektion zur Einfallsebene parallele Gerade sind.

Man kann demnach unser Erfahrungsgesetz mittels Kugelellen beschreiben und deuten, wenn man annimmt, daß die orgänge an der Gitterfläche solcher Art sind, wie diejenigen, elche wir in den §§ 14—27 für die sekundären Erregungsntren angenommen haben.

Aber alle die dort erörterten theoretischen Betrachtungen und eren Resultate setzen voraus, die Richtung der einfallenden Wellenrmale, also des einfallenden Strahles sei die Richtung der ausezeichneten Achse OZ des isogonalen Systemes; hier hingegen ist Gitternormale diese ausgezeichnete Achse, welche also mit dem nfallenden sowohl, als auch mit dem regelmäßig reflektierten rahl den ganz endlichen Winkel $P = 56^0\,15'$ bildet.

Wir wollen deshalb diese Überlegungen hier nicht weiter rtsetzen, sondern bloß konstatieren, daß die oben erwähnte geotrische Übereinstimmung unseres Gesetzes mit dem auf die tternormale uud die Einfallsebene bezogenen isogonalen Systeme rhanden ist.

Gelegentlich der Behandlung der normalen Inzidenz [§ 65 u. 66], rden wir auf diese Beziehungen ausführlich zurückkommen.

57. Einfallswinkel der Polarisationswinel der Gitterubstanz. Einfallsazimut 15°. Tabelle VIIIa. Siebentes rojektionsbild. Abweichung vom Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Tabelle VIIIb.

Der in der Überschrift dieses Paragraphen genannte Fall ldet gewissermaßen den Übergang zu dem in den §§ 54—56 erähnten Gesetz und hätte, wie schon zu anfang des § 54 berkt, vor den vorigen drei Paragraphen behandelt werden sollen; ch mußte vorher, wie wir sofort einsehen werden, das Gesetz r stereographisch-parallelen Polarisation festgestellt worden.

Um den Übergang übersichtlich darstellen zu können, habe h in diesem Fall an 38 gebeugten Strahlen verschiedener ichtung Beobachtungen angestellt, deren Zahlenangaben die abelle VIIIa enthält, deren räumliche Anordnung das siebente rojektionsbild, Fig. 20, veranschaulicht.

Tabelle VIIIa.

Asymmetrische stereographisch-parallele Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitte
$P = 56° 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit
Einfallsebene den Winkel 15°.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der
vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm
0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\dot{\varphi}}$	Mit we
0	0	0	0	0	0	0	0	
0,0	112,5	180,0	180,1	180,0	180,0	180,4	180,2	18
+ 45,0	117,5	170,9	169,8	170,3	180,2	179,4	179,8	17
+ 25,0	117,5	179,1	179,7	179,4	180,0	180,7	180,3	17
— 25,0	117,5	181,7	181,2	181,4	181,6	180,5	181,0	18
— 45,0	117,5	188,9	189,2	189,1	178,9	176,8	177,9	18
+ 63,2	110,3	179,4	175,7	177,5	187,1	187,9	187,5	18
— 63,2	110,3	181,2	179,0	180,1	166,0	163,8	164,9	17
+ 63,2	102,5	179,1	180,3	179,6	188,9	188,8	188,9	1
— 63,2	102,5	172,3	170,3	171,3	156,9	155,5	156,2	1
+ 72,6	94,1	195,5	190,8	193,1	202,0	203,0	202,5	1
— 72,6	94,1	129,5	126,7	128,1	118,9	121,0	120,0	
+ 90,0	77,5	204,9	213,6	209,3	214,6	212,7	213,	
+ 63,2	77,5	189,8	189,7	189,7	196,6	194,3	195,	
+ 45,0	77,5	183,5	183,8	183,6	189,5	189,2	189,	
+ 25,0	77,5	180,7	178,3	179,5	180,3	179,8	180,	
0,0	77,5	172,0	171,9	172,0	171,1	171,5	171	
— 25,0	77,5	164,3	160,1	162,2	160,1	159,8	159	
— 45,0	77,5	154,4	154,8	154,6	147,0	147,5	147	
— 63,2	77,5	143,5	139,7	141,6	134,1	133,6	13	
— 90,0	77,5	118,1	112,6	115,4	111,8	111,6	111	
+ 90,0	57,5	219,7	219,2	219,5	221,4	215,6	21	
+ 63,0	57,5	202,6	203,0	202,8	204,3	203,8	204	
0,0	57,5	168,3	168,5	168,4	167,1	168,1	16	
— 63,2	57,5	124,9	122,1	123,5	118,5	119,6	11	
— 90,0	57,5	98,9	98,2	98,6	96,1	96,8	9	
+ 130,0	37,5	281,1	276,2	278,7	283,2	273,3	27	
+ 110,0	37,5	257,0	256,6	256,8	254,7	252,3	25	
+ 90,0	37,5	233,0	231,9	232,4	235,6	233,8	23	
+ 63,2	37,5	212,2	211,3	211,8	212,3	212,1	21	
+ 45,0	37,5	197,7	196,8	197,3	179,1	197,5	19	
+ 25,0	37,5	183,9	183,4	183,7	182,6	181,9	18	
0,0	37,5	165,2	165,3	165,3	162,9	163,6	16	
— 25,0	37,5	145,5	146,9	146,2	144,1	143,8	14	
— 45,0	37,5	129,9	130,1	130,0	127,6	127,1	12	
— 63,2	37,5	112,5	110,5	111,5	109,0	108,8	10	
— 90,0	37,5	85,7	85,8	85,7	86,7	83,8	8	
— 110,0	37,5	66,2	65,4	65,8	60,7	62,4	6	
— 130,0	37,5	43,5	38,5	41,0	45,3	45,5	4	

Auch hier, Tabelle VIIIa, bedeuten ϑ_1 und ω_1 die auf den einallenden Strahl und auf die Einfallsebene bezogenen Winkelkoordinaten des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles, wie in Fig. 18, 19.

Es möge noch besonders bemerkt werden, daß hier in allen enjenigen Richtungen gebeugte Strahlen beobachtet

Asymmetrische stereographisch-parallele Polarisation.

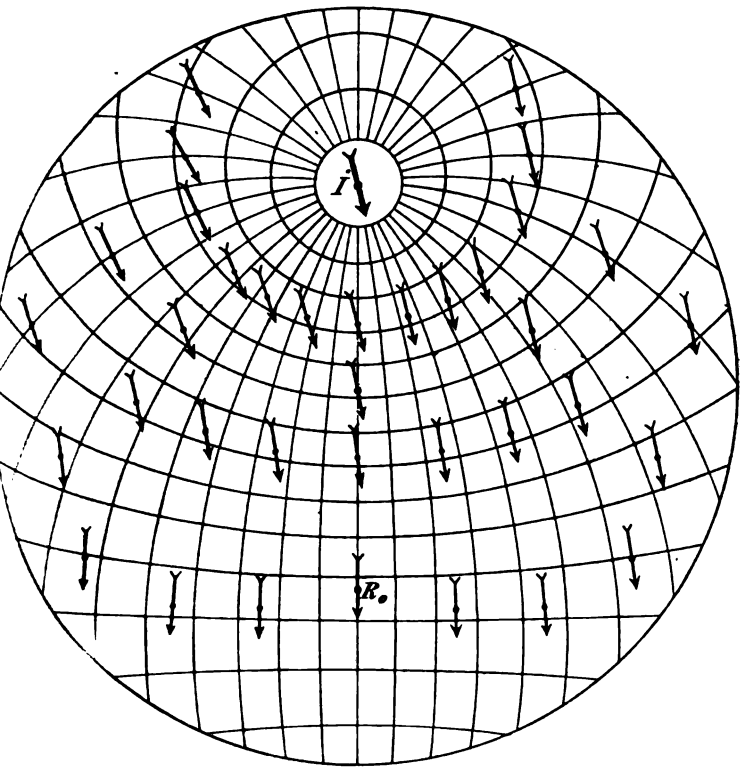


Fig. 20. Siebentes Projektionsbild.

urden, in welchen solche bei in der Einfallsebene olarisiertem einfallenden Lichte untersucht wurden, 54; deshalb sind es auch dieselben Richtungen ϑ_1 ω_1, die in den abellen VII a, VII b, VIII a, VIII b vorkommen, mit Ausnahme er beiden Richtungen 0°,0, 57°,5 und 0°,0, 37°,5, die nur in den tzten beiden Tabellen vorhanden sind.

Tabelle VIIIb.

Asymmetrische stereographisch-parallele Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56° 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 15°.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen von 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen, und zwar, teils mit den strengen Werten des Gesetzes des Hauptpolarkegels, teils mit denjenigen des Gesetzes der asymmetrischen stereographisch-parallelen Polarisation.

ϑ_1	ω_1	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \bar{\varphi}$ calc.
°	°	°	°	°	°
0,0	112,5	180,0	0,0	− 0,2	− 0,1
+ 45,0	117,5	180,0	+ 9,7	+ 0,2	+ 5,0
+ 25,0	117,5	180,0	+ 0,6	− 0,3	+ 0,2
− 25,0	117,5	180,0	− 1,4	− 1,0	− 1,2
− 45,0	117,5	180,0	− 9,1	+ 2,1	− 3,5
+ 63,2	110,3	180,0	+ 2,5	− 7,5	− 2,5
− 63,2	110,3	180,0	− 0,1	+ 15,0	+ 7,5
+ 63,2	102,5	179,2	− 0,4	− 9,7	− 5,1
− 63,2	102,5	150,9	− 20,4	− 5,3	− 12,8
+ 72,6	94,1	187,7	− 5,4	− 14,8	− 10,1
− 72,6	94,1	142,4	+ 14,3	+ 22,4	+ 18,4
+ 90,0	77,5	208,6	− 0,7	− 5,1	− 2,9
+ 63,2	77,5	192,7	+ 3,0	− 2,7	+ 0,1
+ 45,0	77,5	183,8	+ 0,2	− 5,6	− 2,7
+ 25,0	77,5	175,2	− 4,3	− 4,8	− 4,6
0,0	77,5	165,0	− 7,0	− 6,3	− 6,6
− 25,0	77,5	154,8	− 7,4	− 5,1	− 6,3
− 45,0	77,5	146,2	− 8,4	− 1,0	− 4,7
− 63,2	77,5	138,4	− 3,2	+ 4,5	+ 0,7
− 90,0	77,5	121,4	+ 6,0	+ 9,7	+ 7,9
+ 90,0	57,5	222,3	+ 2,8	+ 3,8	+ 3,3
+ 63,0	57,5	202,2	− 0,6	− 2,2	− 1,4
0,0	57,5	165,0	− 3,4	− 2,6	− 3,0
− 63,2	57,5	127,8	+ 4,3	+ 8,8	− 6,5
− 90,0	57,5	107,7	+ 9,1	+ 11,3	+ 10,2
+ 130,0	37,5	277,1	− 1,6	− 1,2	− 1,4
+ 110,0	37,5	254,4	− 2,4	+ 0,9	− 0,8
+ 90,0	37,5	234,4	+ 2,0	− 0,3	+ 0,8
+ 63,2	37,5	211,2	− 0,6	− 1,0	− 0,8
+ 45,0	37,5	197,0	− 0,3	− 0,3	− 0,3
+ 25,0	37,5	182,5	− 1,2	+ 0,2	− 0,5
0,0	37,5	165,0	− 0,3	+ 1,8	+ 0,7
− 25,0	37,5	147,7	+ 1,3	+ 3,5	+ 2,4
− 45,0	37,5	133,0	+ 3,0	+ 5,6	+ 4,3
− 63,2	37,5	118,8	+ 7,3	+ 9,6	+ 8,4
− 90,0	37,5	95,6	+ 9,9	+ 10,4	+ 10,2
− 110,0	37,5	75,6	+ 9,8	+ 14,0	+ 11,9
− 130,0	37,5	52,9	+ 11,9	+ 7,5	+ 9,7

Daß auch hier von einer zirkumpolaren Anordnung nicht die de sein kann, ist auf den ersten Blick ersichtlich; aber auch stereographisch parallele Anordnung ist nicht so ohne iteres gültig.

Damit jedoch eine einigermaßen naheliegende Vergleichung ttfinden könne, wurde der Versuch gemacht mit der Annahme, ß die nahezu genaue stereographisch-parallele Anordnung, wie be bei in der Einfallsebene polarisiertem einfallenden Lichte stande kommt, § 54, und wie selbe dort das sechste Projektions- d, Fig. 17, zeigt: im gegenwärtigen Falle, infolge des Einfalls- mutes von 15° zur Einfallsebene gedreht erscheine.

Es ist dies eine gewissermaßen nur empirische Voraussetzung, ren Vorzug jedoch ihre Einfachheit ist; in Wirklichkeit sieht n aber aus dem siebenten Projektionsbild, Fig. 20, daß hier zwei setze gleichzeitig auftreten und zur Geltung kommen: nämlich das Gesetz des Hauptpolarkegels, § 35—37, für die Strahlen, in der Nähe der Hauptkegelfläche fortschreiten, 2. das Ge- z der gedrehten stereographisch-parallelen Polarisation für ahlen, die in der Nähe des einfallenden Strahles liegen.

Es wurde demnach diesen Überlegungen gemäß die Reihenfolge r beobachteten Strahlen in den Tabellen VIIIa und VIIIb fest- stellt und es sind daher in der Tabelle VIIIb die ersten sieben ahlen mit dem Gesetz des Hauptpolarkegels, die übrigen t dem der stereographisch-parallelen Polarisation ver- ichen; die Übereinstimmung ist im allgemeinen einigermaßen friedigend; nur für die gegen den linken Rand des Bildes zu genden Strahlen scheint sich der Einfluß der asymmetrisch- rtialen zirkumpolaren Polarisation ein wenig geltend zu machen.

Die Vergleichung der ersten sieben Werte mit dem aus dem setz des Hauptpolarkegels folgenden geschah einfach mittels ldung der Differenzen $180^0 - \varphi_{obs.}$, weil ja diesem Gesetze zufolge e Polarisationsrichtungen in den jeweiligen Meridianen liegen üssen. Bei den anderen Werten wurden die in der Tabelle VIIb rfindlichen zugehörigen Werte von φ um 15° vermindert, und so verbleibenden Werte hier als $\varphi_{calc.}$ betrachtet und mit diesen in der Tabelle ersichtlichen Differenzen gebildet.

B) Verschiedene Einfallswinkel und verschiedene Einfallsazimute.

§ 58. Einfallswinkel: 68,75°, 50°, 43,75°. Einfallsazimute: 90°. Symmetrische, vollständige zirkumaxiale Polarisation. Tabellen IXa, Xa, XIa. Vergleichung mit der strengen zirkumaxialen Anordnung. Tabellen IXb, Xb, XIb. Achtes Projektionsbild. Genügende Übereinstimmung.

Im gegenwärtigen Paragraphen teile ich diejenigen Beobachtungen mit, welche ich bei in der Nähe des Polarisationswinkels P der Gittersubstanz liegenden Einfallswinkeln, jedoch bei dem Einfallsazimut $= 90°$ anstellte, um mir darüber Gewißheit zu verschaffen, ob die bei dem Einfallswinkel P und dem Einfallsazimut $= 90°$ sich bildende zirkumpolare Anordnung, § 47, auch bei etwas geändertem Einfallswinkel, jedoch unter Beibehaltung des Einfallsazimutes auftritt; in der Tat zeigte sich diese Anordnung sofort, schon bei einfachen qualitativen Beobachtungen.

Um jedoch auch quantitative Vergleichungen zu ermöglichen, wurden bei den in der Überschrift genannten drei Einfallswinkeln je acht reflektiert-gebeugte Strahlen beobachtet, dieselben wurden um die in der Einfallsebene liegende supponierte Symmetrieachse der Anordnung der Polarisationsebenen symmetrisch gelegen gewählt; und zwar bildet die, bei dieser Wahl zugrunde gelegte Symmetrieachse im Falle $i = 68{,}75°$ den Winkel $i + i' = 120°$ mit dem einfallenden Strahl; im Falle $i = 50°$ den Winkel $i + i' = 111{,}25°$; im Falle $i = 43{,}75°$ den Winkel $i + i' = 105°$ mit dem jeweiligen einfallenden Strahl.

Die gewählten beobachteten Strahlen lagen nun bei konstantem $\omega'_2 = 25°$ mit den Werten $\vartheta'_2 = 0°$, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315° symmetrisch um diese Richtungen herum; aus diesen Werten konnte man, Fig. 21, die auf den einfallenden Strahl I_1O und auf die Einfallsebene I_1OR_1 bezogenen Winkelkoordinaten ϑ_1 und ω_1 dieser gebeugten Strahlen berechnen, da hier die Figur 11 des § 47 und die Formeln des § 48 Geltung haben, wenn statt $\widehat{IR_0} = 2P$ hier $i + i'$, statt ϑ_2 und ω_2 aber ϑ'_2 und ω'_2 gesetzt wird.

Man hat demnach aus § 48, (2):

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_1 &= \cos(i+i')\cos\omega'_2 + \sin(i+i')\sin\omega'_2\cos\vartheta'_2, \\ \sin\vartheta'_2\operatorname{cotg}\vartheta_1 &= \sin(i+i')\operatorname{cotg}\omega'_2 - \cos(i+i')\cos\vartheta'_2. \end{aligned}\right\} (1)$$

Die so erhaltenen Werte von ϑ_1 und ω_1 füllen die ersten zwei Rubriken der Tabellen IXa, Xa, XIa.

Als ich aber nach vollzogenen Beobachtungen diejenigen Richtungen aufsuchte, welche in bezug auf die erhaltenen, beobachteten Polarisationsrichtungen am meisten Anspruch auf die Bezeichnung der Symmetrieachse haben, fand ich mit Ausnahme der mittleren andere als die oben benützten Richtungen, nämlich solche, welche mit dem jeweiligen einfallenden Strahle der Reihe nach die Winkel:

$$i+i_1 = 114^0, \quad i+i_1 = 111{,}25^0, \quad i+i_1 = 110^0 \qquad (2)$$

bilden; diese Richtungen wurden nun der Vergleichung der Beobachtungen mit der strengen zirkumaxialen Anordnung zugrunde gelegt.

Es mußte daher ϑ'_2 und ω'_2 für letztere Richtungen, als Symmetrieachsen der Koordinaten ϑ_2 und ω_2 umgerechnet wurden; es geschah nun einfach in der Weise, daß man die auf die letzteren Richtungen bezogenen Koordinaten ϑ_2 und ω_2 nannte und diese nun mittels der schon oben aus (1) berechneten Werte ϑ_1 und ω_1 darstellte. Es gilt hier die Fig. 11 des § 47 und das System (1) des § 48, wenn darin nun statt $2P$, $i+i$, gesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2 &= \cos(i+i_1)\cos\omega_1 + \sin(i+i_1)\sin\omega_1\cos\vartheta_1, \\ \sin\vartheta_1\operatorname{cotg}\vartheta_2 &= \sin(i+i_1)\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos(i+i_1)\cos\vartheta_1. \end{aligned}\right\} (3)$$

Die so für jede Richtung ϑ_1, ω_1 erhaltenen Werte von ϑ_2 und ω_2 sind in der dritten und vierten Rubrik der Tabellen IXa, Xa, XIa, und in der ersten und zweiten Rubrik der Tabellen IXb, Xb, XIb, enthalten.

Die übrigen Rubriken der ersteren Tabellen sind genau so eingerichtet, wie die bisher vorgekommenen, mit dem Index a versehenen Tabellen; auch die Bedeutung der Zeichen ist dieselbe. —

Die Vergleichung der Beobachtungsresultate mit der genauen zirkumaxialen Anordnung geschah sehr einfach mittels Formel (3) des § 48, doch mußte auch hier statt $2P$, $i+i$, gesetzt werden,

Tabelle IXa, Xa, XIa.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

Tabelle IXa. Einfallswinkel: $i = 68{,}75°$.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2	ω_2	$\overset{\cdot\cdot}{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{\cdot\cdot}{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	Mittelwert φ
°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
0,0	95,0	0,0	19,0	89,6	89,1	89,3	90,0	90,1	90,1	89,7
+ 17,7	101,2	55,9	21,2	142,4	139,8	141,1	149,4	143,1	146,3	143,7
+ 28,3	116,9	102,7	25,6	179,2	179,0	179,1	183,1	178,2	180,7	179,9
+ 25,2	135,4	141,4	29,1	210,6	212,0	211,3	213,3	214,8	214,1	212,7
0,0	145,0	180,0	31,0	270,0	270,1	270,0	270,0	268,8	269,4	269,7
− 25,2	135,4	218,6	29,1	327,3	327,6	327,5	328,0	326,3	327,2	327,5
− 28,3	116,9	257,3	25,6	359,8	359,6	359,7	362,3	360,6	361,5	360,6
− 17,7	101,2	304,1	21,2	399,4	397,6	398,5	396,4	393,4	394,9	396,7

Tabelle Xa. Einfallswinkel: $i = 50°$.

0,0	86,3	0,0	25,0	90,6	89,7	90,1	89,0	89,4	89,2	89,7
+ 17,4	91,9	45,0	25,0	134,6	134,1	134,4	135,0	136,3	135,6	135,0
+ 26,6	109,2	90,0	25,0	175,0	171,6	173,3	166,1	174,4	170,3	171,8
+ 22,1	127,9	135,0	25,0	209,5	213,2	211,4	200,0	219,7	209,9	210,7
0,0	136,3	180,0	25,0	269,9	269,8	269,8	269,1	271,0	270,1	270,0
− 22,1	127,9	225,0	25,0	330,7	339,2	335,0	331,3	340,2	335,7	335,4
− 26,6	109,2	270,0	25,0	372,5	371,0	371,7	365,1	375,2	370,1	370,9
− 17,4	91,9	315,0	25,0	405,7	404,6	405,1	401,4	404,0	402,7	403,9

Tabelle XIa. Einfallswinkel; $i = 43{,}75°$.

0,0	80,0	0,0	30,0	90,6	90,1	90,3	90,3	90,8	90,5	90,4
+ 17,4	86,9	38,4	28,7	132,7	134,6	133,6	130,6	131,4	131,0	132,3
+ 25,8	103,6	79,4	25,5	166,4	160,6	163,5	162,8	162,3	162,6	163,0
+ 20,5	121,6	126,2	21,7	197,4	194,9	196,2	187,7	189,7	188,7	192,5
0,0	130,0	180,0	20,0	270,5	270,1	270,3	270,5	271,4	270,9	270,6
− 20,5	121,6	233,8	21,7	340,8	343,1	342,1	347,7	350,1	348,9	345,5
− 25,8	103,6	280,6	25,5	377,1	372,9	375,0	379,5	378,5	379,0	377,1
− 17,4	86,9	321,6	28,7	408,4	408,3	408,3	409,4	409,5	409,4	408,9

ısen Wert bei den drei Strahlengruppen hier aus (2) dieses ragraphen zu entnehmen war:

$$\sin \varphi_c = \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2 - \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos (i + i_r). \qquad (4)$$

So entstanden die dritte bis sechste Rubrik der Tabellen b, Xb, XIb. Die ersten beiden Tabellen zeigen eine im all-

Symmetrische, vollständige zirkumaxiale Polarisation.

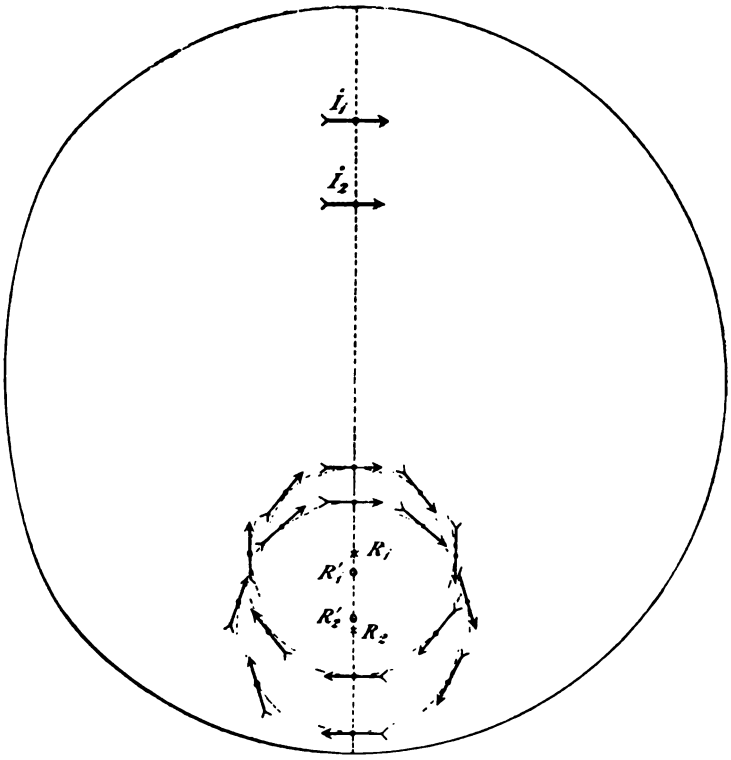


Fig. 21. Achtes Projektionsbild.

ıeinen ganz erträgliche Übereinstimmung zwischen Theorie und bachtung an; die dritte Tabelle weist größere Abweichungen die vielleicht auf die große Nähe der supponierten Symmetrie- ıe zur Gitterfläche zurückzuführen sein dürfte; trotzdem ɣt selbst letztere den charakteristischen Typus der metrischen, vollständigen zirkumaxialen Anordnung.

Tabellen IXb, Xb, XIb.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht z Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der beobachteten Mittelwerte der Pol tionsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den vallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit genauen Anforderungen der zirkumaxialen Anordnung.

Tabelle IXb. Einfallswinkel $i = 68{,}75°$. — Winkelkoordin der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i, = 11$

ϑ_2	ω_2	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \varphi$ calc.
°	°	°	°	°	°
0,0	19,0	90,0	+ 0,7	— 0,1	+ 0,3
55,9	21,2	140,5	— 0,6	— 5,8	— 3,2
102,7	25,6	180,3	+ 1,2	— 0,4	+ 0,4
141,4	29,1	217,0	+ 5,7	+ 2,9	+ 4,3
180,0	31,0	270,0	0,0	+ 0,6	+ 0,3
218,6	29,1	332,0	— 4,5	— 4,2	— 4,3
257,4	25,6	359,7	0,0	— 1,8	— 0,9
304,1	21,2	399,5	+ 1,0	+ 4,6	+ 2,8

Tabelle Xb. Einfallswinkel $i = 50°$. — Winkelkoordinaten supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i, = 111{,}25$

0,0	25,0	90,0	— 0,1	+ 0,8	+ 0,3
45,0	25,0	131,3	— 3,1	— 4,3	— 3,7
90,0	25,0	170,2	— 3,1	— 0,1	— 1,6
135,0	25,0	207,5	— 3,9	— 2,4	— 3,2
180,0	25,0	270,0	+ 0,2	— 0,1	0,0
225,0	25,0	332,5	— 2,5	— 3,2	— 2,9
270,0	25,0	369,7	— 2,0	— 0,4	— 1,2
315,0	25,0	408,7	+ 3,6	+ 6,0	+ 4,8

Tabelle XIb. Einfallswinkel $i = 43{,}75°$. — Winkelkoordin der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i, = 11$

0,0	30,0	90,0	— 0,3	— 0,5	— 0,4
38,4	28,7	125,6	— 8,0	— 5,4	— 6,7
79,4	25,5	161,9	— 1,6	— 0,7	— 1,1
126,2	21,7	207,1	+ 10,9	+ 18,4	+ 14,6
180,0	20,0	270,0	— 0,3	— 0,9	— 0,6
233,8	21,7	332,9	— 10,9	— 16,0	— 13,4
280,6	25,5	378,1	+ 3,1	— 0,9	+ 1,1
321,6	28,7	414,4	+ 6,1	+ 5,0	+ 5,5

In Figur 21 ist die bildliche Darstellung der Polarisationsrichtungen der zu den Einfallswinkeln $i = 68{,}75^0$ und $i = 50^0$ gehörigen gebeugten Strahlensysteme; darin bedeuten I_1 und I_2 die Eintrittspunkte der einfallenden Strahlen; R'_1 und R'_2 die Austrittspunkte derjenigen Richtungen, um welche die gewählten Strahlenrichtungen symmetrisch gruppiert sind, während R_1 und R_2 die Austrittspunkte derjenigen Richtungen sind, um welche die Polarisationsrichtungen dieser gebeugten Strahlen zirkumaxial angeordnet sind, so daß also OR_1 und OR_2 die Polarachsen der beiden Gruppen gebeugter Strahlen vorstellen.

In diesem Projektionsbilde blieb kein Koordinatennetz eingezeichnet, weil die mit den Indizes $_1$ und $_2$ bezeichneten Pfeile I_1 und I_2, und die zugehörigen Gruppen von Pfeilen gebeugter Strahlen je nach der stereographischen Horizontalprojektion $i = 68{,}75^0$ und $i = 50^0$, also nach zwei verschiedenen Netzen eingezeichnet werden mußten, und die gleichzeitige Einzeichnung dieser Netze in die Figur und ihre Beibehaltung jedenfalls störend wirken würde.

In bezug auf diese zirkumaxialen Anordnungen sind die in § 49 gemachten Überlegungen physikalischer Natur in voller Geltung.

§ 59. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut $= 90^0$. Symmetrische zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIa. Neuntes Projektionsbild. Vergleichung mit der strengen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIb. Im allgemeinen genügende Übereinstimmung.

In diesen und den beiden folgenden Paragraphen teile ich die Beobachtungen und deren Vergleichung mit, die sich bei dem sehr großen Einfallswinkel $i = 80^0$ auf die drei Einfallsazimute 90^0, 45^0, 0^0, beziehen, um auch hier die Typen der Erscheinung festzustellen; es fand sich, daß dieselben im allgemeinen von ebendieser Natur sind, wie die bei $i = P$ auftretenden.

Die in diesen drei Fällen beobachteten, in den §§ 59, 60 und 61 aufgezählten Strahlenrichtungen sind immer dieselben, so daß an jedem einzelnen Strahl der Ein-

Tabelle XIIa.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Einfallswinkel: $i = 80°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINOschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2	ω_2	$\overset{\#}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\dot{\#}}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\#}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\#}{\varphi}$	$\overset{\dot{\#}}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\#}{\dot{\varphi}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 70,0	27,5	32,2	107,1	150,0	149,8	149,9	156,5	155,4	156,0	152,9
+ 70,0	57,5	52,4	91,1	147,1	141,4	144,3	156,9	152,1	154,5	149,4
+ 70,0	87,5	77,5	74,1	151,8	143,8	147,8	159,9	154,4	157,2	152,5
+ 70,0	127,5	117,7	57,4	167,3	169,2	168,3	168,9	163,4	166,1	167,2
+ 70,0	145,0	136,6	54,6	189,2	189,6	189,4	179,6	174,0	176,8	183,2
+ 50,0	27,5	21,1	100,8	135,4	132,6	134,0	137,9	137,2	137,6	135,8
+ 50,0	57,5	48,0	78,4	130,0	128,9	129,4	140,9	137,5	139,2	134,3
+ 50,0	87,5	64,9	58,4	139,4	134,7	137,1	149,0	143,0	146,0	141,5
+ 50,0	127,5	114,1	41,8	172,8	177,4	175,1	176,1	172,4	174,2	174,7
+ 50,0	160,0	159,6	48,7	207,3	205,2	206,3	212,1	209,8	211,0	208,6
+ 25,0	27,5	11,3	94,7	114,9	116,8	115,9	116,7	115,4	116,0	116,0
+ 25,0	57,5	22,8	66,9	114,0	113,7	113,9	120,1	117,7	118,9	116,4
+ 25,0	87,5	40,7	40,3	116,2	123,4	119,8	134,8	130,0	132,4	126,1
+ 25,0	127,5	116,4	22,0	192,5	189,2	190,9	190,0	185,7	187,9	189,4
+ 25,0	160,0	167,6	42,4	234,9	235,1	235,0	239,5	238,0	238,8	236,9
+ 18,0	109,5	61,4	19,4	134,4	133,0	133,7	153,0	137,4	145,2	139,5
+ 18,0	145,5	158,5	28,5	236,2	234,3	235,3	238,3	233,0	235,6	235,5
0,0	27,5	0,0	92,5	90,3	90,8	90,5	90,6	90,5	90,6	90,5
0,0	57,5	0,0	62,5	90,0	91,0	90,5	90,8	90,8	90,8	90,7
0,0	87,5	0,0	32,5	90,9	89,4	90,2	90,3	91,5	90,9	90,6
0,0	112,5	0,0	7,5	88,7	90,1	89,4	90,1	92,2	91,1	90,9
0,0	127,5	180,0	7,5	269,5	270,7	270,1	270,7	269,2	269,9	270,0
0,0	160,0	180,0	40,0	269,7	269,7	269,7	270,1	269,9	270,0	269,9
0,0	170,0	180,0	50,0	271,3	270,6	271,0	270,9	272,4	271,7	271,3
— 18,0	109,5	298,6	19,4	50,8	37,2	44,0	31,9	22,8	27,3	35,7
— 18,0	145,5	201,5	28,5	308,5	309,8	309,1	310,1	304,5	307,3	308,2
— 25,0	27,5	348,7	94,7	65,5	67,3	66,4	66,2	66,9	66,5	66,5
— 25,0	57,5	337,2	66,9	70,9	69,5	70,2	62,7	63,6	63,1	66,7
— 25,0	87,5	319,3	40,3	62,8	65,9	64,4	52,0	53,6	52,8	58,6
— 25,0	127,5	243,4	22,0	343,6	342,9	343,2	350,3	353,5	351,9	347,6
— 25,0	160,0	192,4	42,4	303,9	305,6	304,7	298,8	300,2	299,5	302,1
— 50,0	27,5	338,9	100,8	47,2	49,5	48,3	42,7	43,4	43,1	45,7
— 50,0	57,5	312,1	78,4	56,6	50,8	53,7	38,7	42,4	40,5	47,1
— 50,0	87,5	295,1	58,4	41,7	47,4	44,6	35,1	36,2	35,7	40,1
— 50,0	127,5	245,9	41,8	4,6	5,1	4,8	7,6	6,2	6,9	5,9
— 50,0	160,0	200,4	48,7	328,8	327,8	328,3	327,3	321,3	324,3	326,3
— 70,0	27,5	327,8	107,1	23,3	29,5	26,4	24,5	26,3	25,4	25,9
— 70,0	57,5	307,6	91,1	33,3	36,9	35,1	24,0	29,4	26,7	30,9
— 70,0	87,5	282,5	74,1	39,1	38,4	38,8	23,1	28,3	25,7	32,2
— 70,0	127,5	242,3	57,4	13,7	5,6	9,7	12,6	14,6	13,6	11,5
— 70,0	145,0	221,4	54,6	351,0	339,7	345,4	2,1	5,4	3,7	354,6

Tabelle XIIb.

esetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Einfallswinkel: $i = 80°$.

olarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

titative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polari-azimute der vom PALATINSchen Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm 001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforde- der genau zirkumaxialen Anordnung. — Winkelkoordinaten der upponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i' = 120°$.

ϑ_2	ω_2	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \dot{\bar{\varphi}}$ calc. *	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
32,0	107,1	142,0	— 7,8	— 13,9	— 10,8
52,4	91,1	149,7	+ 5,4	— 4,8	+ 0,3
77,5	74,1	147,8	0,0	— 9,4	— 4,7
117,7	57,4	165,1	— 3,2	— 1,0	— 2,1
136,6	54,6	176,9	— 12,5	— 1,9	— 7,2
21,1	100,8	123,0	— 11,0	— 14,6	— 12,8
48,0	78,4	134,4	+ 5,0	— 4,8	+ 0,1
64,9	58,4	141,6	+ 4,5	— 4,4	+ 0,1
114,1	41,8	175,0	— 0,1	+ 0,8	+ 0,3
159,6	48,7	208,0	+ 1,7	— 3,0	— 0,6
11,3	94,7	111,6	— 4,3	— 4,4	— 4,4
22,8	66,9	113,4	— 0,5	— 5,5	— 3,0
40,7	40,3	124,4	+ 4,6	— 8,0	— 1,7
116,6	22,0	192,5	+ 1,6	+ 4,6	+ 3,1
167,6	42,4	237,1	+ 2,1	— 1,7	+ 0,2
61,4	19,4	136,4	+ 2,7	— 8,8	— 3,1
158,5	28,5	235,9	+ 0,6	+ 0,3	+ 0,4
0,0	92,5	90,0	— 0,5	— 0,6	— 0,5
0,0	62,5	90,0	— 0,5	— 0,8	— 0,7
0,0	32,5	90,0	— 0,2	— 0,9	— 0,6
0,0	7,5	90,0	+ 0,6	— 1,1	— 0,3
180,0	7,5	270,0	— 0,1	+ 0,1	0,0
180,0	40,0	270,0	+ 0,3	0,0	+ 0,1
180,0	50,0	270,0	— 1,0	— 1,7	— 1,3
298,6	19,4	403,6	— 0,4	+ 16,4	+ 8,0
201,5	28,5	304,1	— 5,0	— 3,2	— 4,1
348,7	94,7	428,5	+ 2,1	+ 2,0	+ 2,0
337,2	66,9	426,6	— 3,6	+ 3,5	— 0,1
319,3	40,3	415,6	— 8,8	+ 2,8	— 3,0
243,4	22,0	347,5	+ 4,3	— 4,4	— 0,1
192,4	42,4	302,9	— 1,8	+ 3,4	+ 0,8
338,9	100,8	417,0	+ 8,7	+ 13,9	+ 11,3
312,1	78,4	405,6	— 8,1	+ 5,1	— 1,5
295,1	58,4	398,4	— 6,2	+ 2,7	— 1,7
245,9	41,8	365,0	+ 0,2	— 1,9	— 0,9
200,4	48,7	332,1	+ 3,8	+ 7,8	+ 5,8
327,8	107,1	397,9	+ 11,5	+ 12,5	+ 12,0
307,6	91,1	390,3	— 4,8	+ 3,6	— 0,6
282,5	74,1	39?,2	— 6,6	+ 6,5	0,0
242,3	57,4	374,9	+ 5,2	+ 1,3	+ 3,3
221,4	54,6	360,1	+ 14,7	— 3,6	+ 5,5

fluß der Änderung des Einfallsazimutes auf die Polarisationsrichtung des jeweiligen gebeugten Strahles unmittelbar aus den Tabellen XIIa, XIIIa, XIVa ersichtlich ist.

In dem, in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Falle wurden die Richtungen der zu beobachteten Strahlen durch

Symmetrische, vollständige zirkumaxiale Polarisation.

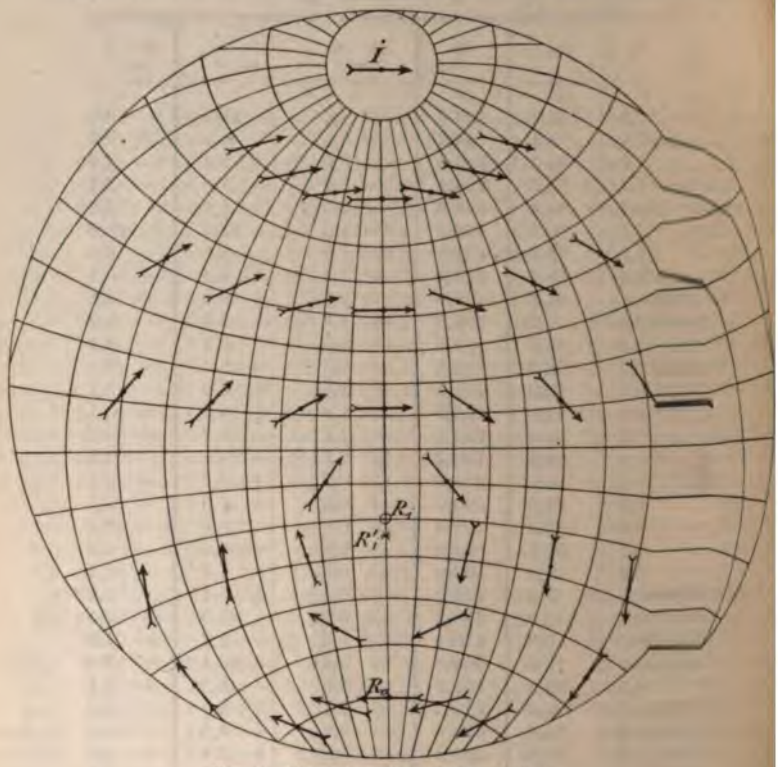


Fig. 22. Neuntes Projektionsbild.

geeignete Wahl von ϑ_1 und ω_1 festgestellt; diese Koordinaten sind vom ersten Meridian (also von der Einfallsebene) und von dem einfallenden Strahl an gerechnet; dieselben enthält die erste und zweite Rubrik der Tabelle XIIa.

Die Beobachtungen wurden mit derjenigen zirkumaxialen Anordnung verglichen, die sich durch die Annahme $\vartheta_1 =$

$\omega_1 = i + i_, = 120^0$ für die Richtung der supponierten Symmetrieachse ergab. Die Winkelkoordinaten der Strahlenrichtungen in bezug auf diese Achse sind ϑ_2 und ω_2, für diese gelten, nach Fig. 11, § 47 und System (1) und (3) des § 48, wenn man statt $2P$ schreibt $i + i_,$:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2 &= \cos(i+i_,)\cos\omega_1 + \sin(i+i_,)\sin\omega_1\cos\vartheta_1, \\ \sin\vartheta_1\operatorname{cotg}\vartheta_2 &= \sin(i+i_,)\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos(i+i_,)\cos\vartheta_1. \end{aligned}\right\} (1)$$

$$\sin\varphi_c = \cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 - \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos(i+i_,) \qquad (2)$$

Die in dieser Weise berechneten Werte von ϑ_2 und ω_2 sind in der dritten und vierten Rubrik der Tabelle XIIa, und in der ersten und zweiten Rubrik der Tabelle XIIb enthalten; diejenigen von $\varphi = \varphi_c$ in der letzteren.

Die übrigen Zeichen haben dieselbe Bedeutung, wie in den bisherigen, mit den Indices a und b bezeichneten Tabellen.

Die Fig. 22, das neunte Projektionsbild zeigt die räumliche Verteilung der beobachteten Polarisationsrichtungen, wie selbe aus der letzten Rubrik der Tabelle XIIa folgen; das Koordinatennetz bezieht sich hier auf den unter 80^0 einfallenden Strahl IO als Koordinatenachse; dessen stereographisch-horizontale Projektion mußte daher, ebenso wie dasjenige für die Fälle $i = P$, hier für die drei Fälle $i = 80^0$ besonders konstruiert und gezeichnet werden. Darin ist R_1 der Austrittspunkt der supponierten Symmetrieachse, R'_1 der Mittelpunkt der Projektion des um R_1 mit der Öffnung 50^0 gebildeten Kugelkreises. Die Fig. 22 und die Tabelle XIIb läßt sofort erkennen, daß das Gesetz der symmetrischen, vollständigen, zirkumaxialen Polarisation in ganz prägnanter Weise zum Ausdruck kommt; die Abweichungen sind nur in wenigen Ausnahmefällen beträchtlich, ändern aber den Typus der Erscheinung durchaus nicht.

Die im § 49 erwähnte physikalische Deutung dieses Gesetzes hat auch hier volle Geltung.

§ 60. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut $= 45^0$. Asymmetrische, partiale zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIIa. Zehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der strengen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIIb. Allgemeine Übereinstimmung. Erheblichere Abweichungen.

Die Polarisationsrichtungen der Strahlen, welche bei den in der Überschrift genannten Bedingungen entstanden, zeigen eine sehr ähnliche Anordnung wie diejenige, die beim selben Einfallsazimut, jedoch bei dem Einfallswinkel $i = P$ auftritt; siehe auch fünftes Projektionsbild, Fig. 15, § 52. Von den Beobachtungen ist überflüssig mehr zu sagen, als Tabelle XIIIa, und das zehnte Projektionsbild, Figur 23, zeigen. Es wurden auch hier, wie im vorigen Paragraphen die Richtungskoordinaten ϑ_1 und ω_1 der zu beobachtenden Strahlen passend gewählt; dieselben werden hier ebenfalls von der Einfallsebene und von dem einfallenden Strahl an gezählt; sie sind in den ersten beiden Rubriken der Tabelle XIIIa enthalten.

Die Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse, welche der numerischen Vergleichung zugrunde gelegt wurde, waren $\vartheta = -45$, und $\omega_1 = i + i, = 120^0$; da nun hier das Schema der Fig. 13, § 50 u. 51 Geltung hat, lassen sich ϑ_2' und ω_2', nämlich die auf diese Symmetrieachse OR_0' bezogenen Winkelkoordinaten leicht ausdrücken, wenn man setzt: $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$; $\omega_1 = \omega_1$; und statt $2P$ den Wert $i + i,$.

Man hat dann aus dieser Figur 13, oder aus dem Systeme (1) des § 53:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2' &= \cos(i+i,)\cos\omega_1 + \sin(i+i,)\sin\omega_1\cos\vartheta_1';\\ \sin\vartheta_1'\operatorname{cotg}\vartheta_2' &= \sin(i+i,)\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos(i+i,)\cos\vartheta_1'. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\sin\varphi_c = \cos\vartheta_1'\cos\vartheta_2' - \sin\vartheta_1'\sin\vartheta_2'\cos(i+i,). \quad (2)$$

Die so berechneten Werte von ϑ_2' und ω_2' sind in der dritten und vierten Rubrik der Tabelle XIIIa und in der ersten und zweiten Rubrik der Tabelle XIIIb enthalten; $\varphi_c = \varphi_{calc}$ in der letzteren. Die sonstige Einrichtung und die Bedeutung der

ichen ist dieselbe, wie in den vorigen Tabellen mit denselben dices.

Im zehnten Projektionsbild, Fig. 23, ist I der Eintrittspunkt s einfallenden Strahles, R_0 der Austrittspunkt des regelmäßig flektierten Strahles; R'_0 der Austrittspunkt der supponierten

Asymmetrische, partielle Zirkumpolarisation.

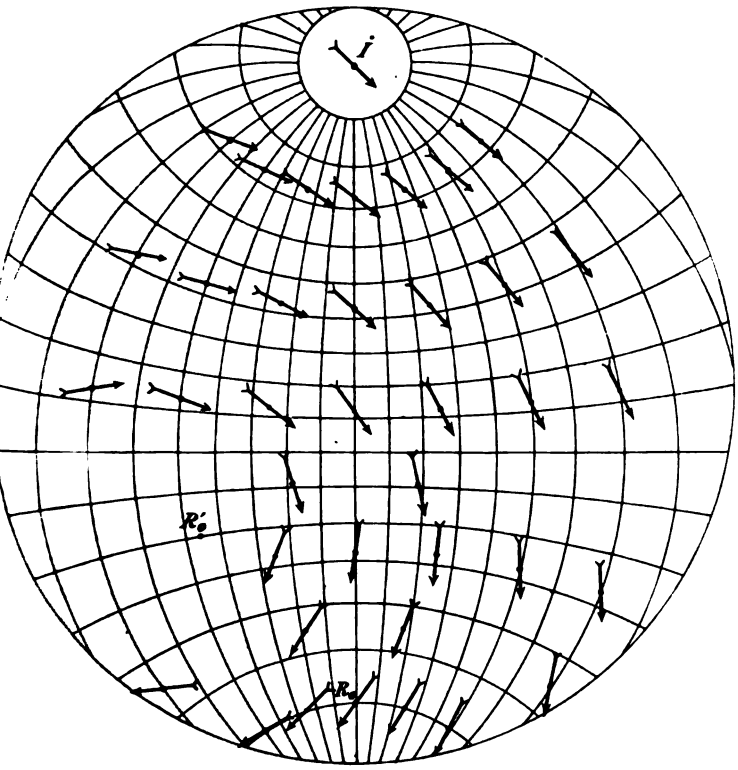


Fig. 23. Zehntes Projektionsbild.

mmetrieachse; das Projektionsnetz ist dasselbe, wie das des unten Projektionsbildes, Fig. 22, § 59. Der zirkumaxiale harakter der Anordnung der Polarisationsrichtungen ist hier enfalls ganz unverkennbar, doch sind hier etwas stärkere Abeichungen zu bemerken, welche jedoch den allgemeinen Typus er Erscheinung nicht verändern können.

Tabelle XIIIa.

Asymmetrische, partielle zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mi
Einfallsebene den Winkel $\Theta = -45°$.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der
Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm
0,001 160 mm reflektiert gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ'_2	ω'_2	$\overset{\#}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\cdot\#}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\#}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\#}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\cdot\#}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\#}{\dot{\varphi}}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 50,0	160,0	156,0	63,6	175,8	172,2	174,0	171,2	178,5	172,3
+ 25,0	160,0	157,0	55,2	194,4	192,7	193,5	193,3	196,6	195,0
0,0	160,0	160,8	47,2	214,3	214,8	214,6	214,6	214,5	214,5
— 25,0	160,0	169,9	41,6	240,0	238,9	239,5	241,8	237,9	239,9
— 50,0	160,0	182,6	40,1	274,3	269,0	271,7	274,6	271,8	273,2
+ 70,0	145,0	122,0	78,5	156,1	153,3	154,7	160,5	157,6	159,0
+ 18,0	145,0	138,6	46,9	193,2	191,6	192,4	191,1	191,8	191,4
— 18,0	145,0	139,8	32,6	221,3	221,7	221,5	222,3	219,4	220,8
— 70,0	145,0	— 151,7	59,3	293,7	295,2	294,4	297,5	301,6	299,5
+ 70,0	127,5	116,6	89,2	152,9	151,9	152,4	160,9	161,9	161,4
+ 50,0	127,5	121,9	75,9	163,5	161,8	162,6	166,6	165,1	165,8
+ 25,0	127,5	107,7	57,4	178,7	175,3	177,0	176,1	177,1	176,6
0,0	127,5	113,7	52,2	190,3	189,9	190,1	184,6	187,2	185,9
— 25,0	127,5	119,6	18,2	207,1	211,3	209,2	207,7	203,2	205,4
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
+ 18,0	109,5	97,8	57,5	164,9	163,4	164,1	166,0	168,2	167,1
— 18,0	109,5	78,0	63,4	164,5	164,6	164,5	162,9	159,1	160,9
+ 70,0	87,5	100,8	157,2	159,2	159,1	159,1	169,5	168,0	168,8
+ 50,0	87,5	90,3	84,4	155,3	155,9	155,6	163,3	163,6	163,5
+ 25,0	87,5	77,5	74,1	155,4	153,4	154,4	155,4	156,7	156,0
0,0	87,5	61,0	53,8	145,7	145,1	145,4	141,4	142,6	142,0
— 25,0	87,5	38,4	37,7	134,6	129,6	132,1	118,2	117,6	117,9
— 50,0	87,5	— 9,2	32,9	107,1	110,6	108,8	96,6	98,1	97,3
— 70,0	87,5	— 40,7	40,3	84,7	87,8	86,2	67,2	50,8	59,0
+ 70,0	57,5	69,4	125,3	168,6	167,8	168,7	171,1	160,6	165,9
+ 50,0	57,5	63,4	99,4	159,7	158,9	159,3	159,3	160,5	159,9
+ 25,0	57,5	52,5	91,1	147,4	145,6	146,5	146,2	147,0	146,6
0,0	57,5	38,0	76,1	133,2	133,9	133,5	128,9	127,5	128,2
— 25,0	57,5	18,5	65,3	116,0	106,7	111,4	104,7	104,9	104,8
— 50,0	57,5	— 4,8	62,7	93,2	93,8	93,5	79,8	75,9	77,9
— 70,0	57,5	— 22,8	66,8	77,5	79,9	78,7	65,4	70,5	68,0
+ 70,0	27,5	75,2	127,8	180,2	178,7	179,5	178,8	177,2	178,0
+ 50,0	27,5	67,8	118,6	166,0	164,6	165,3	163,5	162,6	163,1
+ 25,0	27,5	56,5	107,7	151,9	147,5	149,7	141,2	141,5	141,4
0,0	27,5	41,3	99,3	129,6	129,3	129,4	122,3	122,1	122,2
— 25,0	27,5	20,4	93,9	112,7	109,0	110,9	104,4	98,2	101,3
— 50,0	27,5	— 5,3	92,6	83,4	83,0	83,2	80,8	74,7	77,8
— 70,0	27,5	— 25,1	94,7	65,9	65,7	65,8	57,2	56,0	56,6

* Diese beiden Strahlen gaben wegen ihrer Nähe zur supp
Symmetrieachse und zum Rande der Gitterebene und wegen ihre
Lichtschwäche ganz unsichere Resultate, die deshalb hier fortgelassen

Tabelle XIIIb.

Asymmetrische, partielle zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80°$.

'olarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel $\Theta = -45°$.

titative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisa-zimute der vom Pᴀʟᴀᴛɪɴschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen u und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen lerungen der zirkumaxialen Anordnung. — Winkelkoordinaten supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -45°$, $\omega_1 = i + i_r = 120°$.

ϑ'_2	ω'_2	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \ddot{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \varphi$ calc.
°	°	°	°	°	°
156,9	63,0	164,3	— 9,7	— 8,0	— 8,9
157,0	55,2	192,3	— 1,2	— 2,7	— 2,0
160,8	47,2	214,1	— 0,5	— 0,4	— 0,5
169,9	41,6	243,4	+ 3,9	+ 3,5	+ 3,7
182,6	40,1	263,4	— 8,3	— 9,8	— 9,0
122,0	78,5	142,5	— 12,5	— 16,5	— 14,5
138,6	46,9	182,6	— 9,8	— 8,8	— 9,3
139,8	32,6	212,5	— 9,0	— 8,3	— 8,7
— 151,7	59,3	315,8	+ 21,4	+ 16,3	+ 18,8
116,6	89,2	143,5	— 8,9	— 17,9	— 13,4
121,9	75,9	152,0	— 10,6	— 13,8	— 12,2
107,7	57,4	165,1	— 11,9	— 11,5	— 11,7
113,7	52,2	177,8	— 12,3	— 7,1	— 9,2
119,6	18,2	198,4	— 10,8	— 7,0	— 8,9
*	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
97,8	57,5	157,7	— 6,4	— 9,4	— 7,9
78,0	63,4	156,0	— 8,5	— 4,9	— 6,7
100,8	157,2	148,3	— 10,8	— 20,5	— 15,7
90,3	84,4	150,9	— 4,7	— 12,6	— 8,6
77,5	74,1	154,0	— 0,4	— 2,0	— 1,2
61,0	53,8	139,3	— 6,1	— 2,7	— 4,4
38,4	37,7	122,6	— 9,5	+ 4,7	— 2,4
— 9,2	32,9	82,1	— 26,7	— 15,5	— 21,0
— 40,7	40,3	55,6	— 30,6	— 3,4	— 17,1
69,4	125,3	164,0	— 4,7	— 1,9	— 3,3
63,4	99,4	156,1	— 3,2	— 3,8	— 3,5
52,5	91,1	144,5	— 2,0	— 2,1	— 2,0
38,0	76,1	129,2	— 4,3	+ 1,0	— 1,7
18,5	65,3	109,0	— 2,4	+ 4,2	+ 0,9
— 4,8	62,7	85,2	— 8,3	+ 7,3	— 0,5
— 22,8	66,8	66,6	— 12,1	— 1,4	— 6,7
75,2	127,8	160,3	— 19,2	— 17,7	— 18,4
67,8	118,6	154,4	— 10,9	— 8,6	— 9,8
56,5	107,7	144,3	— 5,4	+ 2,9	— 1,2
41,3	99,3	130,2	+ 0,8	+ 8,0	+ 4,4
20,4	93,9	109,9	— 1,0	+ 8,6	+ 3,8
— 5,3	92,6	84,9	+ 1,9	+ 7,1	+ 4,4
— 25,1	94,7	65,5	— 0,3	+ 8,9	+ 4,3

Diese beiden sehr schwachen Strahlen ergaben unsichere Beobach-siehe die *-Fußnote der Tabelle XIIIa.

Anmerkung: Ich versuchte auch die Vergleichung unter Annahme der Richtungskoordinaten der supponierten Symmetrieachse: 1. $\vartheta = -61{,}0^0$, $\omega_1 = i + i_r = 120^0$; ferner: 2. $\vartheta = -50{,}0^0$, $\omega_1 = i + i_r = 120^0$; indes ergaben die numerischen Rechnungen noch größere Abweichungen, wie die in Tabelle XIIIb enthaltenen.

§ 61. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut = 0. Stereographisch-parallele Polarisation. Tabelle XIVa. Elftes Projektionsbild. Vergleichung mit der strengen stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XIVb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung.

Die bei der, in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Einrichtung vollzogenen Beobachtungen enthält Tabelle XIVa. Darin sind, wie bisher ϑ_1 und ω_1 die auf den einfallenden Strahl $\overline{IO}$ und auf die Einfallsebene bezogenen Koordinaten des reflektiert-gebeugten Strahles, während die übrigen Zeichen ebenfalls dieselbe Bedeutung haben, wie in den vorhergehenden Tabellen mit dem Index a.

Die Fig. 24, das elfte Projektionsbild zeigt die räumliche Anordnung der beobachteten Polarisationsrichtungen wie selbe aus der letzten Rubrik der Tabelle XIVa folgen, und macht auf den ersten Blick ersichtlich, daß auch hier, wie bei $i = P$, und dem Einfallsazimut = 0, § 54, das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation Geltung hat. In unserem Bilde bedeutet I den Eintrittspunkt des einfallenden, R_0 den Austrittspunkt des regelmäßig-reflektierten Strahles.

Die Vergleichung mit der strengen stereographisch-parallelen Anordnung geschah nach dem Vorgange des § 55, nur daß hier der Einfallswinkel $i = 80$, nicht aber $i = P$ auftritt; benützt man also das System (5) des genannten Paragraphen, so wird hier

$$\left.\begin{aligned} \sin\omega_1 \sin\vartheta_1 \operatorname{cotg}\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin i + \cos\omega_1 \cos i, \\ \cos\varphi_c &= -\cos\vartheta_1 - \frac{\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}\tfrac{1}{2} i + \operatorname{cotg} i}. \end{aligned}\right\} \quad (1$$

Die erste Gleichung liefert ε aus ϑ_1, ω_1, i; die zweite φ_c au ϑ_1, i, ε. Die Einrichtung der Tabelle XIVb ist dieselbe, wie di der vorigen mit dem Index b. Die Übereinstimmung der B

Beobachtungsresultate mit dem genauen geometrischen Gesetz ist im allgemeinen etwa so genügend, wie in der Tabelle VII b, § 55.

Auch hier können die wahrnehmbaren Abweichungen, wie in § 48, 53, 54 auf folgende drei Gründe zurückgeführt werden:

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

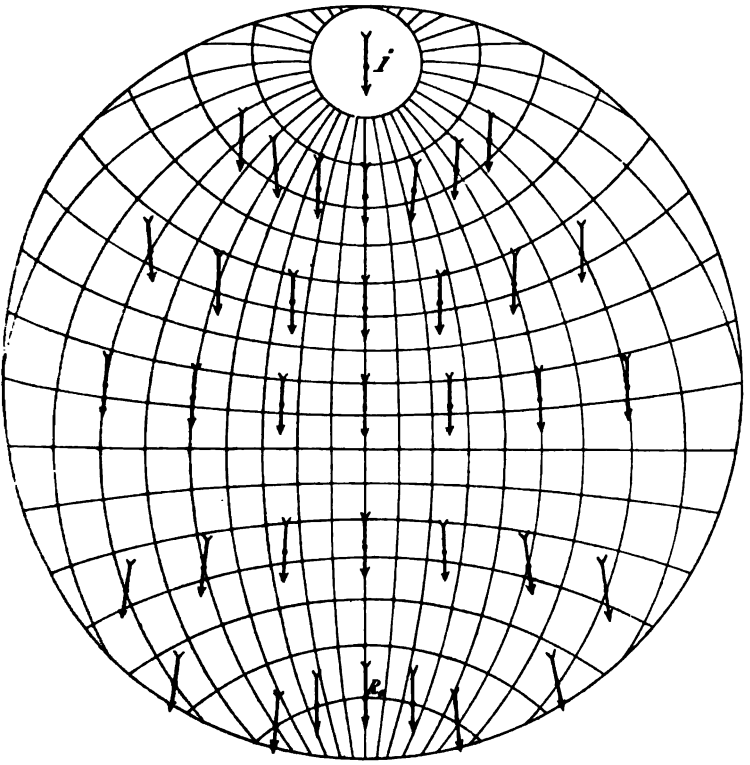


Fig. 24. Elftes Projektionsbild.

1. Auf den Einfluß des jeweiligen Gitterintervalles; derselbe ist indes nur ausnahmsweise beträchtlich; 2. für in der Nähe des einfallenden Strahles fortschreitende gebeugte Strahlen auf das Gesetz der isogonalen Polarisation; 3. für in der Nähe der Polarkegelfläche fortschreitende Strahlen das allgemeine Gesetz des Polarkegels. Der Einfluß der beiden letzteren ist selbst aus der

Tabelle XIVa.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSCHEN gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\dot{\varphi}}}$	$\overset{*}{\overset{*}{\overset{*}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{*}{\overset{*}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{*}{\dot{\varphi}}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 50,0	160,0	145,0	142,7	143,9	138,0	136,5	137,7	140,8
+ 25,0	160,0	163,1	162,7	162,9	162,3	160,5	161,4	162,1
0,0	160,0	180,0	180,0	180,0	179,8	179,9	179,9	179,9
— 25,0	160,0	197,0	198,0	197,5	201,7	201,4	201,6	199,5
— 50,0	160,0	214,0	219,2	216,6	221,9	223,4	222,6	219,6
+ 70,0	145,0	114,4	120,2	117,3	145,9	144,9	145,4	131,3
— 70,0	145,0	243 8	234,1	239,0	216,7	216,8	216,8	227,9
+ 70,0	127,5	136,8	146,4	141,6	158,5	157,8	158,1	149,8
+ 50,0	127,5	154,5	152,0	153,2	162,7	161,4	162,2	157,7
+ 25,0	127,5	172,0	167,8	169,9	171,6	170,6	171,1	170,5
0,0	127,5	179,8	179,2	179,5	179 6	179,4	179,5	179,5
— 25,0	127,5	193,5	189,1	191,3	188,7	187,5	188,1	189,7
— 50,0	127,5	203,0	204,0	203,5	199,7	199,2	199,4	201,5
— 70,0	127,5	216,1	214,6	215,3	204,2	202,1	203,2	209,3
+ 70,0	87,5	183,1	179,7	181,4	192,7	189,0	190,8	186,1
+ 50,0	87,5	179,3	179,0	179,1	185,9	182,7	184,3	181,7
+ 25,0	87,5	179,6	177,6	178,6	182,7	181,7	182,2	180,4
0,0	87,5	179,3	179,7	179,5	179,4	179,3	179,4	179,4
— 25,0	87,5	179 4	179,4	179,4	178,7	177,3	178,0	178,7
— 50,0	87,5	182,7	180,8	181,7	177,6	176,0	176,8	179,3
— 70,0	87,5	182,3	176,0	179,2	175,6	171,9	173,7	176,5
+ 70,0	57,5	207,3	205,2	206,3	207,8	211,9	209,9	208,1
+ 50,0	57,5	199,5	197,2	198,4	201,3	198,5	199,9	199,1
+ 25,0	57,5	191,1	188,1	189,6	190,6	190,3	190,5	190,0
0,0	57,5	179,9	178,3	179,1	178,7	179,6	179,1	179,1
— 25,0	57,5	170,5	169,7	170,1	168,8	167,1	168,0	169,1
— 50,0	57,5	162,3	161,4	161,9	157,4	158,6	158,0	159,9
— 70,0	57,5	150,3	147,7	149,1	145,9	136,5	141,2	145,1
+ 70,0	27,5	231,6	233,2	232,4	234,1	233,1	233,6	233,0
+ 50,0	27,5	218,8	215,5	217,1	216,6	221,7	219,2	218,1
+ 25,0	27,5	202,3	201,2	201,7	201,6	201,0	201,3	201,5
0,0	27,5	182,4	180,4	181,4	180,5	180,8	180,6	181,0
— 25,0	27,5	161,8	166,8	164,3	165,4	164,7	165,0	164,7
— 50,0	27,5	134,3	144,2	139,3	140,6	144,5	142,6	140,9
— 70,0	27,5	131,0	131,3	131,2	132,7	133,5	133,1	132,1

Tabelle XIVb.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforderungen des genauen Gesetzes der stereographisch-parallelen Anordnung.

ϑ_1	ω_1	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ cal.*	$\varphi - \varphi$ calc.
°	°	°	°	°	°
+ 50,0	160,0	146,1	+ 2,2	+ 8,4	+ 5,3
+ 25,0	160,0	162,5	— 0,4	+ 1,1	+ 0,4
0,0	160,0	180,0	0,0	+ 0,1	+ 0,1
— 25,0	160,0	197,5	0,0	— 4,1	— 2,0
— 50,0	160,0	213,9	— 2,7	— 8,7	— 5,7
+ 70,0	145,0	136,3	+ 19,0	— 9,1	+ 5,0
— 70,0	145,0	223,7	— 15,3	+ 6,9	— 4,2
+ 70,0	127,5	159,4	+ 17,8	+ 1,3	+ 9,6
+ 50,0	127,5	166,3	+ 13,0	+ 4,2	+ 8,6
+ 25,0	127,5	173,4	+ 3,5	+ 2,3	+ 2,9
0,0	127,5	180,0	+ 0,5	+ 0,5	+ 0,5
— 25,0	127,5	186,6	— 4,7	— 1,5	— 3,1
— 50,0	127,5	193,8	— 9,7	— 5,6	— 7,7
— 70,0	127,5	200,6	— 14,7	— 2,6	— 8,7
+ 70,0	87,5	188,7	+ 7,3	— 2,1	+ 2,6
+ 50,0	87,5	186,9	+ 7,8	+ 2,6	+ 5,2
+ 25,0	87,5	182,9	+ 4,3	+ 0,7	+ 2,5
0,0	87,5	180,0	+ 0,5	+ 0,6	+ 0,6
— 25,0	87,5	177,1	— 2,3	— 0,9	— 1,6
— 50,0	87,5	173,1	— 8,6	— 3,7	— 6,2
— 70,0	87,5	171,3	— 7,9	— 2,4	— 5,2
+ 70,0	57,5	209,0	+ 2,7	— 0,9	+ 0,9
+ 50,0	57,5	199,5	+ 1,1	— 0,4	+ 0,4
+ 25,0	57,5	189,4	— 0,2	— 1,1	— 0,9
0,0	57,5	180,0	+ 0,9	+ 0,9	+ 0,5
— 25,0	57,5	170,6	+ 0,5	+ 2,6	+ 1,6
— 50,0	57,5	160,5	— 1,4	+ 2,5	+ 0,0
— 70,0	57,5	151,0	+ 2,0	+ 10,0	+ 6,4
+ 70,0	27,5	229,6	2,8	— 4,0	— 3,0
+ 50,0	27,5	213,1	— 4,0	— 6,1	— 5,9
+ 25,0	27,5	196,6	— 5,1	— 4,7	— 4,0
0,0	27,5	180,0	— 1,4	— 0,6	— 1,3
— 25,0	27,5	163,4	— 0,9	— 1,6	— 1,0
— 50,0	27,5	146,9	+ 7,6	+ 4,3	+ 6,6
— 70,0	27,5	130,5	— 0,7	— 2,6	— 1,6

Zeichnung noch eben merklich. Indes bleibt der Grundtypus der Erscheinung dadurch noch unberührt.

In bezug auf die physikalische Deutung dieses Gesetzes gelten die Bemerkungen des § 56 in jeder Beziehung; man sehe auch das Gesetz der reinen isogonalen Polarisation, § 65, 66.

§ 62. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut $= 90°$. Verschobene isogonale und symmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVa. Zwölftes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der isogonalen Anordnung: Tabelle XVb. Übereinstimmung der zum einfallenden näher liegenden, Abweichung der entfernteren Strahlen.

Die Beobachtungen dieses und der folgenden beiden Paragraphen beziehen sich auf die drei Fälle, wo bei dem Einfallswinkel $i = 30°$ die Einfallsazimute $90°$, $45°$, $0°$ gewählt sind, um die Typen der hier auftretenden Polarisationsanordnungen festzustellen. Es zeigte sich sofort, daß hier schon der Charakter der bei normaler Inzidenz sich bildenden Anordnung, nämlich die isogonale, dominiert, § 65 und 66, und der Einfluß der zirkumaxialen Anordnung sich nur in einem geringen Teile des beobachteten Strahlensystems geltend macht.

Auch hier haben die beobachteten Strahlen der in den jetzt erwähnten drei Fällen vorhandenen Systeme in den §§ 62, 63 und 64 dieselben Richtungen, so daß an jedem einzelnen Strahl der Einfluß der Änderung des Einfallsazimutes auf die Polarisationsrichtung des jeweiligen gebeugten Strahles unmittelbar aus den Tabellen XVa, XVIa, XVIIa ersichtlich ist.

Die Einrichtung der Tabelle XVa, welche die in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Beobachtungen enthält, ist mit Ausnahme der ersten zwei Rubriken in jeder Beziehung dieselbe, wie die der vorigen, mit dem Index a versehenen Tabellen; die Winkel ϑ_1 und ω_1 sind die, auf den einfallenden Strahl $I0$ und auf die Einfallsebene bezogenen Koordinaten des beliebigen, reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$.

Das zwölfte Projektionsbild, Fig. 25, zeigt die räumliche Anordnung der Polarisationsrichtungen und zwar ebenfalls in stereographisch-horizontaler Projektion; das Netz derselben mußte für die drei Fälle $i = 30^0$ in ähnlicher Weise wie in § 37 für die

Verschobene isogonale und symmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation.

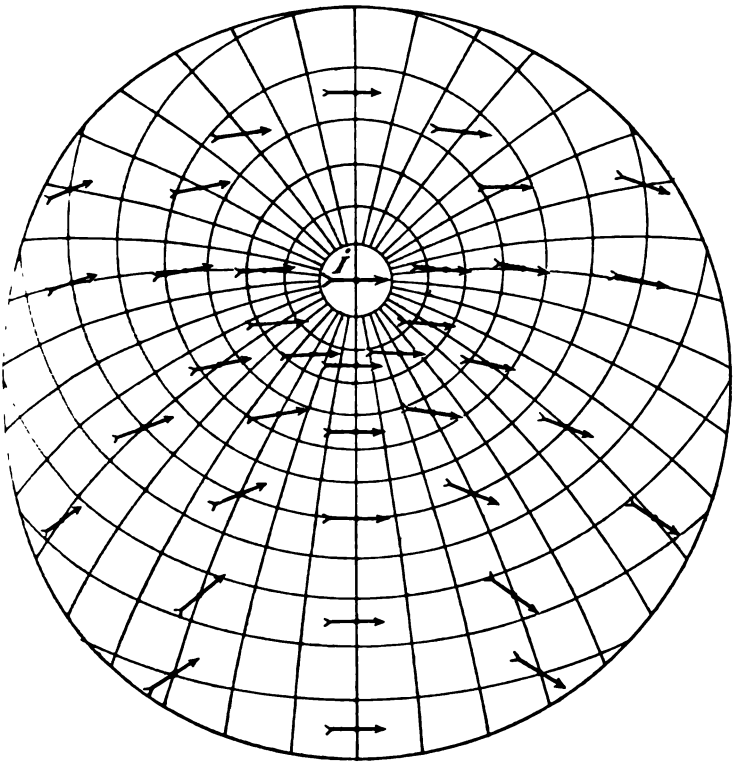


Fig. 25. Zwölftes Projektionsbild.

Fälle $i = P$, und wie in § 59 für die drei Fälle $i = 80^0$, ebenfalls besonders konstruiert werden.

Sofort bemerkt man, daß die um den einfallenden Strahl liegenden gebeugten Strahlen sehr nahezu das Gesetz der isogonalen Polarisation, § 65, erfüllen: verlängert man nämlich die Meridiane bis I, so findet man, daß die Polarisationsrichtungen der längs

Tabelle XVa.

Verschobene isogonale und symmetrische partiell-zirkumaxia Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrec zur Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm u 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\dot{\varphi}}}$	$\overset{\cdot}{\dot{\varphi}}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	Mitt wer φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	89,3	88,7	89,0	88,8	89,7	89,3	8
† + 30,0	110,0	138,4	126,2	132,3	137,0	138,3	137,6	13
† — 30,0	110,0	51,4	29,8	40,1	44,2	35,7	39,9	4
† + 60,0	95,0	159,4	156,6	158,0	166,7	167,7	167,2	16
† + 30,0	95,0	145,1	140,6	142,9	148,4	146,8	147,6	14
0,0	95,0	88,8	89,0	88,9	89,4	89,4	89,4	8
† — 30,0	95,0	35,3	31,5	33,4	33,7	30,2	31,9	3
† — 60,0	95,0	24,8	23,7	24,3	14,0	12,2	13,1	1
+ 120,0	70,0	202,7	201,6	202,1	213,0	213,2	213,1	21
+ 110,0	70,0	189,7	190,8	190,3	203,5	198,7	201,1	19
† + 60,0	70,0	151,8	152,8	152,3	162,0	162,9	162,5	15
† + 30,0	70,0	136,0	133,2	134,6	135,8	136,4	136,1	13
0,0	70,0	90,3	90,2	90,2	90,3	90,2	90,3	9
† — 30,0	70,0	44,4	45,4	44,9	43,6	43,5	43,6	4
† — 60,0	70,0	24,7	26,8	25,7	17,6	17,5	17,5	1
— 100,0	70,0	— 2,4	— 4,7	— 3,5	— 11,4	— 14,5	— 12,9	—
— 120,0	70,0	— 20,9	— 25,5	— 23,2	— 31,0	— 31,0	— 31,0	—
+ 180,0	45,0	269,5	269,1	269,3	269,8	269,7	269,7	26
+ 150,0	45,0	235,6	237,4	236,5	239,7	240,7	240,2	23
+ 130,0	45,0	215,8	213,3	214,6	220,8	220,5	220,7	21
+ 110,0	45,0	194,3	192,8	193,5	200,2	200,8	200,5	19
+ 60,0	45,0	150,2	153,6	151,9	155,9	157,1	156,5	15
+ 30,0	45,0	125,8	125,3	125,5	125,3	127,2	126,2	12
0,0	45,0	89,8	89,9	89,8	90,2	90,0	90,1	9
— 30,0	45,0	54,1	54,6	54,3	52,4	54,3	53,3	5
— 60,0	45,0	28,4	27,0	27,7	22,7	24,2	23,4	2
— 100,0	45,0	— 3,2	— 4,4	— 3,8	— 13,7	— 10,8	— 12,2	—
— 130,0	45,0	— 34,7	— 35,7	— 35,2	— 40,2	— 39,8	— 40,0	—
— 150,0	45,0	— 55,7	— 55,4	— 55,6	— 60,2	— 59,6	— 59,9	—
+ 110,0	25,0	196,9	195,1	196,0	200,9	200,5	200,7	19
+ 60,0	25,0	151,1	152,3	151,7	153,5	154,1	153,8	14
+ 30,0	25,0	121,1	120,7	120,9	122,5	122,1	122,3	11
0,0	25,0	90,0	90,1	90,1	89,4	89,6	89,5	8
— 30,0	25,0	59,2	57,9	58,5	57,2	58,4	57,3	5
— 60,0	25,0	29,1	30,1	29,6	25,8	27,4	26,6	2
— 100,0	25,0	— 6,8	— 6,6	— 6,7	— 11,3	— 11,3	— 11,3	—

* Die mit † bezeichneten Strahlen zeigen schon merklich den s meldenden Einfluß der symmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisati

Tabelle XVb.

rschobene isogonale und symmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

e Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

antitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisa-nsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen erten der genauen, verschobenen isogonalen Anordnung. — Supponierte mmetrieachse der isogonalen Anordnung: Der einfallende rahl. Neigung der supponierten isogonalen Polarisations-richtungen zur Einfallsebene: 90°

ϑ_1	ω_1	φ isog.	$\varphi - \dot{\varphi}$ isog.	$\varphi - \dot{\varphi}^*$ isog.	$\varphi - \varphi$ isog.
0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	90,0	+ 1,0	+ 0,7	+ 0,8
† + 30,0	110,0	120,0	— 12,3	— 17,6	— 15,0
† — 30,0	110,0	60,0	+ 19,9	+ 20,1	+ 20,0
† + 60,0	95,0	150,0	— 8,0	— 17,2	— 12,6
† + 30,0	95,0	120,0	— 22,9	— 27,6	— 25,2
0,0	95,0	90,0	+ 1,1	+ 0,6	+ 0,8
† — 30,0	95,0	60,0	+ 26,6	+ 28,1	+ 27,8
† — 60,0	95,0	30,0	+ 5,7	+ 16,9	+ 11,3
+ 120,0	70,0	210,0	+ 7,9	— 3,1	+ 2,4
+ 110,0	70,0	200,0	+ 9,7	— 1,1	+ 4,3
† + 60,0	70,0	150,0	— 2,3	— 12,5	— 7,4
† + 30,0	70,0	120,0	— 14,6	— 16,1	— 15,3
0,0	70,0	90,0	— 0,2	— 0,3	— 0,3
† — 30,0	70,0	60,0	+ 15,1	+ 16,4	+ 15,7
† — 60,0	70,0	30,0	+ 4,2	+ 12,5	+ 8,3
— 100,0	70,0	— 10,0	— 6,5	+ 2,9	— 1,8
— 120,0	70,0	— 30,0	— 6,8	+ 1,0	— 2,9
+ 180,0	45,0	270,0	+ 0,7	+ 0,3	+ 0,5
+ 150,0	45,0	240,0	+ 3,5	— 0,2	+ 1,6
+ 130,0	45,0	220,0	+ 5,4	— 0,7	+ 2,3
+ 110,0	45,0	200,0	+ 6,5	— 0,5	+ 3,0
+ 60,0	45,0	150,0	— 1,9	— 6,5	— 4,2
+ 30,0	45,0	120,0	— 5,5	— 6,2	— 5,8
0,0	45,0	90,0	+ 0,2	— 0,1	+ 0,1
— 30,0	45,0	60,0	+ 5,8	+ 6,7	+ 6,2
— 60,0	45,0	30,0	+ 2,3	+ 6,6	+ 4,3
— 100,0	45,0	— 10,0	— 6,2	+ 2,2	— 2,0
— 130,0	45,0	— 40,0	— 4,8	+ 0,0	— 2,4
— 150,0	45,0	— 60,0	— 4,4	— 0,1	— 2,2
+ 110,0	25,0	200,0	+ 4,0	— 0,7	+ 1,6
+ 60,0	25,0	150,0	— 1,7	— 3,8	— 2,7
+ 30,0	25,0	120,0	— 0,9	— 2,3	— 1,6
0,0	25,0	90,0	— 0,1	+ 0,5	+ 0,2
— 30,0	25,0	60,0	+ 1,5	+ 2,7	+ 2,1
— 60,0	25,0	30,0	+ 0,4	+ 3,4	+ 1,9
— 100,0	25,0	— 10,0	— 3,3	+ 1,3	— 1,0

* Die mit † bezeichneten Strahlen zeigen schon unverkennbar den sich meldenden Einfluß der symmetrischen, partiellen, zirkumaxialen Polarisation.

je einer Meridianebene liegenden Strahlen, mit inbegriffen auch den einfallenden Strahl, diesen Meridian in unter sich nahezu gleichen Winkeln schneiden. Eine größere Abweichung von dieser Regel zeigen etwa zehn, in der Tabelle mit † bezeichnete Strahlen, die vom einfallenden weit entfernt liegen und daher den beginnenden Einfluß der zirkumaxialen Anordnung anzeigen.*

§ 63. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut 45°. Gedrehte isogonale und asymmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVIa. Dreizehntes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der isogonalen Anordnung: Tabelle XVIb. Übereinstimmung der zum einfallenden näher liegenden-, Abweichung der entfernteren Strahlen.

Die in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Beobachtungen sind in der Tabelle XVIa enthalten, deren Einrichtung und Zeichen in jeder Beziehung mit der vorigen Tabelle XVa übereinstimmen.

Das dreizehnte Projektionsbild, Fig. 26, zeigt die räumliche Verteilung der Polarisationsrichtungen in unserem Falle, in der, im vorigen Paragraphen erwähnten Projektionsart.

Auch hier ist es sofort augenfällig, daß die in der Nähe des einfallenden Strahles um denselben herum liegenden Strahlen in merklicher Annäherung dem Gesetz der um diesen Strahl isogonalen Anordnung Genüge leisten, § 65: setzt man nämlich die Meridiane bis zum Eintrittspunkt des letzteren Strahles fort, so sieht

* Im zwölften Projektionsbild, Fig. 25, sind unter den übrigen auch solche drei Polarisationsrichtungen eingezeichnet, die zu den Strahlen $\vartheta_1 = +100°$, $\omega_1 = 70°$, 45°, 25° gehören sollten; in unserem Falle erlaubte die Konstruktion des Beobachtungsapparates nicht, diese Strahlen zu beobachten, sondern es wurden, wie auch Tabelle XVa zeigt, die denselben nahe-liegenden Strahlen $\vartheta_1 = 110°$, $\omega_1 = 70°$, 45°, 25° beobachtet und deren Resultate in die Tabelle eingeführt. Die Polarisationsrichtungen der oben erwähnten eingezeichneten drei Strahlen, welche eine etwas bessere räumliche Verteilung der Strahlenrichtungen in der Zeichnung ergeben, wurden mittels Interpolation geschätzt und dürften ihren tatsächlichen Werten sehr nahe liegen.

man, daß die Polarisationsrichtungen der in je einer Meridianebene liegenden Strahlen, mit inbegriffen auch den einfallenden Strahl, diesen Meridian in unter sich nahezu gleichen Winkeln schneiden.

Auch hier ist eine Anzahl vom einfallenden Strahl ent-

Gedrehte isogonale und asymmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation.

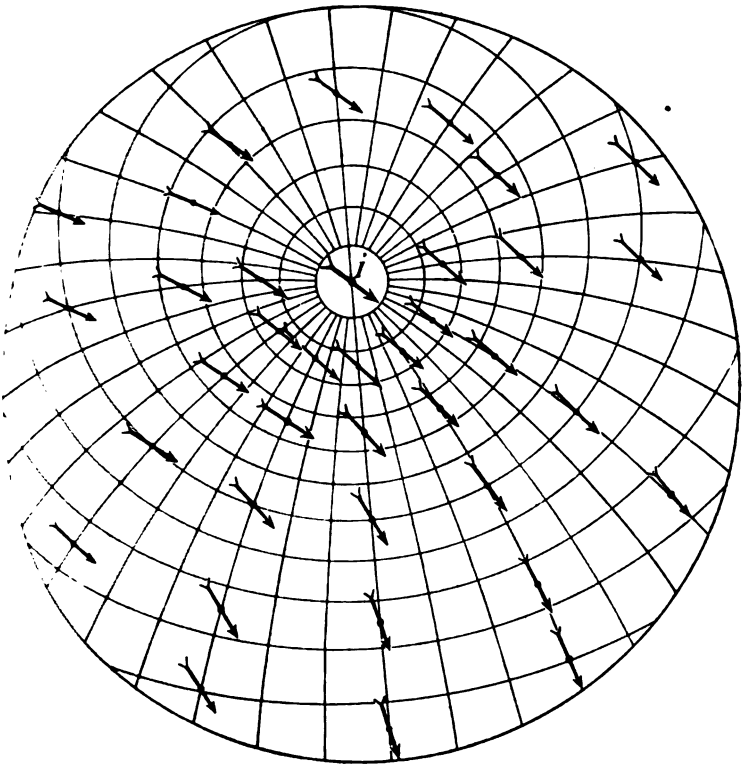


Fig. 26. Dreizehntes Projektionsbild.

fernterer Strahlen vorhanden, welche von der soeben erwähnten Regel abweichen und unzweifelhaft den deutlich erkennbaren Einfluß der beginnenden asymmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisation andeuten.*

* In bezug auf die drei Strahlen $\vartheta_1 = +100°$, $\omega_1 = 70°, 45°, 25°$ gilt die Fußnote am Ende des vorigen § 62.

Tabelle XVIa.

Gedrehte isogonale und asymmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45°.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

	ϑ_1	ω_1	$\overset{\uparrow\uparrow}{\varphi}$	$\overset{\dot{\uparrow}\dot{\uparrow}}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\uparrow\uparrow}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\dot{\uparrow}\dot{\uparrow}}{\varphi}$	$\overset{\dot{\uparrow}\dot{\uparrow}}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\uparrow\uparrow}{\dot{\varphi}}$	Mittelwert φ
	0 °	0	0	0	0	0	0	0	0
†	0,0	115,0	160,1	168,4	164,3	168,0	164,5	166,3	165,3
†	+ 30,0	110,0	178,0	172,5	175,2	178,1	176,1	177,1	176,2
†	— 30,0	110,0	130,0	133,9	131,9	136,0	138,9	137,4	134,7
†	+ 60,0	95,0	181,0	181,9	181,4	193,0	194,3	193,7	187,6
†	+ 30,0	95,0	173,4	173,3	173,4	177,0	178,7	177,9	175,6
†	0,0	95,0	166,3	166,6	166,4	162,8	162,7	162,8	164,6
†	— 30,0	95,0	134,1	131,3	132,7	136,5	132,8	134,7	133,7
†	— 60,0	95,0	99,8	96,7	98,2	89,3	89,8	89,6	93,9
†	+ 120,0	70,0	236,7	237,7	237,2	236,7	238,4	237,5	237,4
†	+ 110,0	70,0	224,5	224,9	224,7	229,4	228,6	229,0	226,8
†	+ 60,0	70,0	184,4	181,9	183,1	190,6	191,6	191,1	187,1
†	+ 30,0	70,0	171,3	171,0	171,1	172,1	173,8	173,0	172,1
†	0,0	70,0	152,0	152,3	152,2	152,3	151,9	152,1	152,1
†	— 30,0	70,0	120,5	116,7	118,6	118,4	117,4	117,9	118,2
	— 60,0	70,0	85,6	85,0	85,3	74,6	74,7	74,6	80,0
	— 100,0	70,0	39,8	37,8	38,8	34,9	35,7	35,3	37,1
	— 120,0	70,0	14,7	16,2	15,4	13,7	16,4	15,1	15,2
	+ 180,0	45,0	— 50,0	— 49,5	+ 50,0	— 52,9	— 53,3	+ 53,1	— 51,0
	+ 150,0	45,0	— 80,7	— 83,0	— 81,8	— 83,9	— 84,8	— 84,3	— 83,1
†	+ 130,0	45,0	256,1	253,3	254,7	254,5	253,2	253,8	254,3
†	+ 110,0	45,0	232,7	232,6	232,6	234,1	233,8	233,9	233,5
	+ 60,0	45,0	188,4	186,2	187,3	191,3	190,7	191,0	189,1
	+ 30,0	45,0	166,9	167,0	167,0	167,7	168,2	168,0	167,5
	0,0	45,0	141,7	142,0	141,9	141,4	141,3	141,4	141,6
	— 30,0	45,0	109,4	109,5	109,5	108,6	108,7	108,7	109,1
	— 60,0	45,0	78,8	78,7	78,8	71,4	72,7	72,0	75,4
	— 100,0	45,0	37,2	36,6	36,9	31,7	32,5	32,1	34,5
	— 130,0	45,0	+ 3,5	+ 5,5	+ 4,5	+ 0,8	0,0	+ 0,4	+ 2,4
	— 150,0	45,0	— 15,3	— 15,2	— 15,2	— 21,1	— 17,7	— 19,4	— 17,3
	+ 110,0	25,0	238,1	237,9	238,0	238,3	237,5	237,9	237,9
	+ 60,0	25,0	189,9	190,1	190,0	190,9	190,8	190,9	190,5
	+ 30,0	25,0	164,3	165,0	164,7	164,4	163,7	163,8	164,3
	0,0	25,0	136,9	135,8	136,4	135,3	135,6	135,4	135,9
	— 30,0	25,0	107,3	107,2	107,2	105,8	104,8	105,3	106,3
	— 60,0	25,0	77,5	77,2	77,4	71,9	72,3	72,1	74,7
	— 100,0	25,0	38,0	35,9	36,9	33,6	32,9	33,2	35,1

Die mit † bezeichneten Strahlen zeigen schon merklich den beginnenden Einfluß der sich meldenden asymmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisation.

Tabelle XVIb.

edrehte isogonale und asymmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

e Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit de Einfallsebene den Winkel: 45°.

uantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisa- nsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen erten der genauen, gedrehten, isogonalen Anordnung. — Supponierte mmetrieachse der isogonalen Anordnung: Der einfallende rahl. Neigung der supponierten isogonalen Polarisations- richtungen zur Einfallsebene: 45°.

	ϑ_1	ω_1	φ isog.	$\varphi - \dot{\varphi}$ isog.	$\varphi - \dot{\varphi}^*$ isog. *	$\varphi - \varphi$ isog.
	0	0	0	0	0	0
†	0,0	115,0	135,0	— 29,7	— 31,3	— 30,5
†	+ 30,0	110,0	165,0	— 10,2	— 12,1	— 11,2
†	— 30,0	110,0	105,0	— 26,9	— 32,4	— 29,6
†	+ 60,0	95,0	195,0	+ 13,6	+ 1,7	+ 7,7
†	+ 30,0	95,0	165,0	— 8,4	— 12,9	— 10,7
†	0,0	95,0	135,0	— 31,4	— 27,8	— 29,6
†	— 30,0	95,0	105,0	— 27,7	— 29,7	— 28,8
†	— 60,0	95,0	75,0	— 23,2	— 14,6	— 18,9
†	+ 120,0	70,0	255,0	+ 17,8	+ 17,5	+ 17,6
†	+ 110,0	70,0	245,0	+ 20,3	+ 16,0	+ 18,2
†	+ 60,0	70,0	195,0	+ 11,9	+ 3,9	+ 7,9
†	+ 30,0	70,0	165,0	— 6,1	— 8,0	— 7,1
†	0,0	70,0	135,0	— 17,2	— 17,1	— 17,2
†	— 30,0	70,0	105,0	— 13,6	— 12,9	— 13,3
	— 60,0	70,0	75,0	— 10,3	+ 0,4	— 4,9
	— 100,0	70,0	35,0	— 3,8	— 0,3	— 2,0
	— 120,0	70,0	15,0	— 0,4	— 0,1	— 0,2
	+ 180,0	45,0	315,0	+ 5,0	+ 8,1	+ 6,0
†	+ 150,0	45,0	285,0	+ 6,8	+ 9,3	+ 8,1
†	+ 130,0	45,0	265,0	+ 10,3	+ 11,2	+ 10,7
†	+ 110,0	45,0	245,0	+ 12,4	+ 11,1	+ 11,7
	+ 60,0	45,0	195,0	+ 7,7	+ 4,0	+ 5,9
	+ 30,0	45,0	165,0	— 2,0	— 3,0	— 2,5
	0,0	45,0	135,0	— 6,9	— 6,4	— 6,6
	— 30,0	45,0	105,0	— 4,5	— 3,7	— 4,1
	— 60,0	45,0	75,0	— 3,8	+ 3,0	— 0,4
	— 100,0	45,0	35,0	— 1,9	+ 2,9	+ 0,5
	— 130,0	45,0	5,0	+ 0,5	+ 4,6	+ 2,6
	— 150,0	45,0	— 15,0	+ 0,2	+ 4,4	+ 2,3
	+ 110,0	25,0	245,0	+ 7,0	+ 7,1	+ 7,0
	+ 60,0	25,0	195,0	+ 5,0	+ 4,1	+ 4,5
	+ 30,0	25,0	165,0	+ 0,3	+ 1,2	+ 0,7
	0,0	25,0	135,0	— 1,4	— 0,4	— 0,9
	— 30,0	25,0	105,0	— 2,2	— 0,3	— 1,3
	— 60,0	25,0	75,0	— 2,4	+ 2,9	+ 0,3
	— 100,0	25,0	35,0	— 1,9	+ 1,8	— 0,1

Die mit † bezeichneten Strahlen deuten schon merklich den be- enden Einfluß der sich meldenden asymmetrischen, partiell-zirkum- en Polarisation an.

Die Anordnung der Polarisationsrichtungen der ersteren Strahlen im geometrischen Verhältnis zu denselben Strahlen des vorigen Falles, zwölftes Projektionsbild, Fig. 25, läßt sich am einfachsten dadurch erreichen, daß man den isogonalen Teil des Anordnungssystemes im zwölften Projektionsbild um die Richtung des einfallenden Strahles als Achse rechtssinnig um 45° dreht.

Man sieht demnach, daß die Drehung des Polarisators eine ebensolche Drehung des isogonalen Systems nach sich zieht, immer bei Beachtung der erwähnten Beschränkungen.

Es ist dies, wie in § 65 gezeigt werden wird, eine große Annäherung an den Fall der normalen Inzidenz, bei welchem das isogonale System und die letztere Drehung ganz strenge stattfindet.

§ 64. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut $= 0°$. Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Tabelle XVIIa. Vierzehntes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der genauen stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XVIIb. Genügende Übereinstimmung. Anmerkung: Tabelle XVIIc.

Die in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Beobachtungen sind in der Tabelle XVIIa enthalten, deren Einrichtung und Zeichen mit derjenigen der Tabelle XVIa des vorigen Paragraphen in jeder Beziehung übereinstimmen.

Das vierzehnte Projektionsbild, Fig. 27, gibt einen Überblick über die räumliche Verteilung der Polarisationsrichtungen der beobachteten Strahlen; man bemerkt sofort, daß das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation auch hier zur Geltung kommt, aber ohne daß irgend ein anderes Gesetz hier merklich störend auftreten würde (siehe die „Anmerkung“ weiter unten, Ende dieses Paragraphen und Tabelle XVIIc).

Auch hier ist diese Verteilung im Verhältnis zur G[illegible]tter-normale und der Einfallsebene eine isogonale, wie [illegible] die § 54 u. 55, sechstes Projektionsbild, Fig. 17; § 56; ferner i[illegible] § elftes Projektionsbild, Fig. 24, und schließlich § 65, fünf[illegible]ehn Projektionsbild, Fig. 28.

Die Vergleichung der Beobachtungen mit den strenge[illegible]n

ten der genau stereographisch-parallelen Anordnung geschah ganz in derselben Weise, wie in den Paragraphen 55 und 61; das System (1) des letzteren Paragraphen dient zur Berechnung von $\varphi_{ster} = \varphi_s$, wobei indeß hier $i = 30^0$ zu setzen ist.

Die so entstandene Tabelle XVIIb, deren Einrichtung in

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

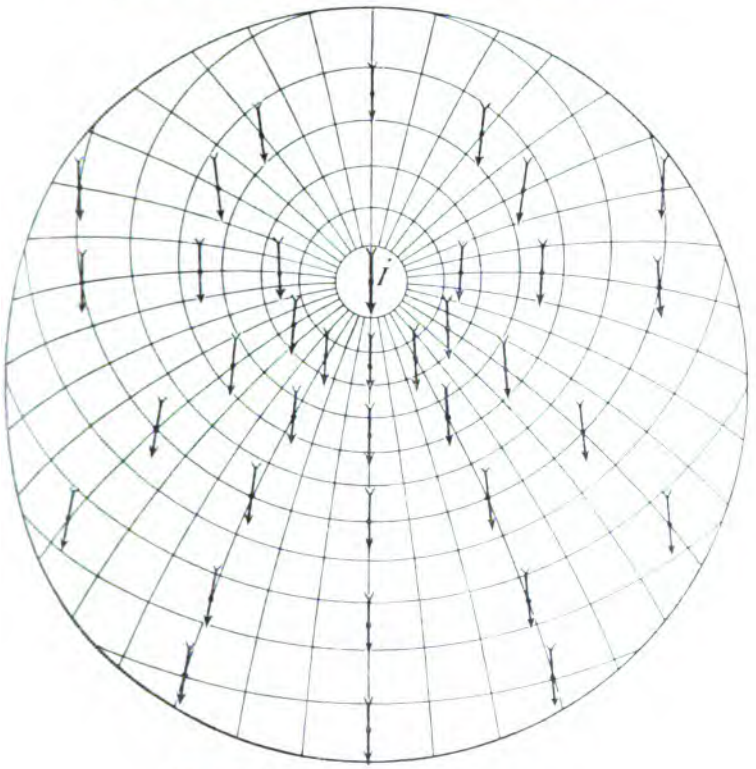


Fig. 27. Vierzehntes Projektionsbild.

jeder Beziehung mit derjenigen der Tabelle XIVb, § 61, übereinstimmt, zeigt, daß die beobachteten Polarisationsrichtungen den gemäß der stereographisch-parallelen Anordnung berechneten im allgemeinen genügend, in den meisten Fällen sogar sehr nahe kommen.

Der Einfluß des Gitterintervalles tritt nur in einzelnen Fällen

Tabelle XVIIa.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen von 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\dot{\varphi}}}$	$\dot{\dot{\dot{\varphi}}}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\dot{\varphi}}}$	$\dot{\dot{\dot{\varphi}}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	181,0	180,6	180,8	179,7	180,4	180,1	180,4
+ 30,0	110,0	189,3	187,1	188,2	192,8	194,7	193,7	191,0
− 30,0	110,0	172,7	174,8	173,7	168,2	169,8	169,0	171,4
+ 60,0	95,0	208,3	213,0	210,7	217,5	215,9	216,7	213,7
+ 30,0	95,0	189,4	189,6	189,5	195,8	195,4	195,6	192,6
0,0	95,0	180,3	180,2	180,2	180,0	180,1	180,0	180,1
− 30,0	95,0	172,6	170,4	171,5	167,0	168,3	167,7	169,6
− 60,0	95,0	155,1	153,1	154,1	147,0	146,7	146,9	150,5
+ 120,0	70,0	− 75,1	− 81,6	− 78,4	− 79,6	− 79,0	− 79,3	− 78,9
+ 110,0	70,0	259,9	262,9	261,4	268,2	266,5	267,4	264,4
+ 60,0	70,0	218,0	218,1	218,1	222,1	222,0	222,1	220,1
+ 30,0	70,0	197,5	196,1	196,8	197,6	198,2	197,9	197,4
0,0	70,0	180,1	180,1	180,1	180,0	180,0	180,0	180,1
− 30,0	70,0	162,2	162,4	162,3	161,9	162,0	162,0	162,1
− 60,0	70,0	141,1	144,2	142,7	138,5	138,5	138,5	140,6
− 100,0	70,0	101,0	100,0	100,5	100,2	98,8	99,5	100,0
− 120,0	70,0	78,8	77,0	77,9	75,5	78,1	76,8	77,4
180,0	45,0	− 0,9	− 0,1	− 0,5	− 0,1	− 0,5	− 0,3	− 0,4
+ 150,0	45,0	− 35,7	− 34,3	− 35,0	− 34,5	− 33,4	− 34,0	− 34,5
+ 130,0	45,0	− 56,3	− 54,7	− 55,5	− 57,1	− 55,4	− 56,2	− 55,9
+ 110,0	45,0	281,9	277,8	279,8	281,1	280,3	280,7	280,3
+ 60,0	45,0	226,8	226,8	226,8	229,5	229,7	229,6	228,2
+ 30,0	45,0	204,0	203,4	203,7	203,7	202,7	203,2	203,5
0,0	45,0	180,3	180,2	180,2	180,7	180,4	180,6	180,4
− 30,0	45,0	157,3	156,5	156,9	157,2	156,3	156,7	156,8
− 60,0	45,0	130,2	131,3	130,8	131,0	129,5	130,3	130,5
− 100,0	45,0	89,8	89,4	89,6	88,8	88,6	88,7	89,2
− 130,0	45,0	55,6	54,4	55,0	54,8	54,1	54,5	54,7
− 150,0	45,0	30,1	33,5	31,8	32,5	33,7	33,1	32,5
+ 110,0	25,0	285,5	287,6	286,5	286,4	285,9	286,2	286,3
+ 60,0	25,0	235,1	234,9	235,0	235,3	234,7	235,0	235,0
+ 30,0	25,0	205,3	206,7	206,0	207,0	206,1	206,6	206,3
0,0	25,0	180,2	179,6	179,9	180,0	180,1	180,1	180,0
− 30,0	25,0	151,4	152,8	152,2	153,0	153,7	153,4	152,8
− 60,0	25,0	125,5	124,3	124,9	124,6	124,8	124,7	124,8
− 100,0	25,0	82,3	83,7	83,0	83,0	84,1	83,5	83,2

Tabelle XVIIb.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforderungen der genau stereographisch-parallelen Polarisation.

ϑ_1	ω_1	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	180,0	− 0,8	− 0,1	− 0,4
+ 30,0	110,0	193,6	+ 5,4	− 0,1	+ 2,6
− 30,0	110,0	166,4	− 7,3	− 2,6	− 4,9
+ 60,0	95,0	205,1	− 5,6	− 11,6	− 8,6
+ 30,0	95,0	194,6	+ 5,1	− 1,0	+ 2,0
0,0	95,0	180,0	− 0,2	0,0	− 0,1
− 30,0	95,0	165,5	− 6,0	− 2,2	− 4,1
− 60,0	95,0	144,9	− 9,2	− 2,0	− 5,6
+ 120,0	70,0	279,7	− 1,9	− 1,0	− 1,4
+ 110,0	70,0	269,9	+ 8,5	+ 2,5	+ 5,5
+ 60,0	70,0	224,0	+ 5,9	+ 1,9	+ 3,9
+ 30,0	70,0	201,3	+ 4,5	+ 3,4	+ 3,9
0,0	70,0	180,0	− 0,1	0,0	− 0,1
− 30,0	70,0	158,8	− 3,5	− 3,2	− 3,3
− 60,0	70,0	136,0	− 6,7	− 2,5	− 4,6
− 100,0	70,0	100,3	− 0,2	+ 0,8	+ 0,3
− 120,0	70,0	80,3	+ 2,4	+ 3,5	+ 2,9
180,0	45,0	0,0	+ 0,5	+ 0,3	+ 0,4
+ 150,0	45,0	323,0	− 2,0	− 3,0	− 2,5
+ 130,0	45,0	299,5	− 5,0	− 4,3	− 4,6
+ 110,0	45,0	278,2	− 1,6	− 2,5	− 2,1
+ 60,0	45,0	229,6	− 2,8	0,0	+ 1,4
+ 30,0	45,0	204,2	+ 0,5	+ 1,0	+ 0,7
0,0	45,0	180,0	− 0,2	− 0,6	− 0,4
− 30,0	45,0	155,8	− 1,1	− 0,9	− 1,0
− 60,0	45,0	130,4	− 0,4	+ 0,1	− 0,1
− 100,0	45,0	92,7	+ 3,1	+ 4,0	+ 3,5
− 130,0	45,0	60,5	+ 5,5	+ 6,0	+ 5,7
− 150,0	45,0	37,0	+ 5,2	+ 3,9	+ 4,5
+ 110,0	25,0	283,5	− 3,0	− 2,7	− 2,8
+ 60,0	25,0	233,6	− 1,4	− 1,4	− 1,4
+ 30,0	25,0	206,8	+ 0,8	+ 0,2	+ 0,5
0,0	25,0	180,0	+ 0,1	− 1,0	0,0
− 30,0	25,0	153,3	+ 1,1	− 0,1	+ 0,5
− 60,0	25,0	126,4	+ 1,5	+ 1,7	+ 1,6
− 100,0	25,0	88,3	+ 5,3	+ 4,8	+ 5,0

Tabelle XVIIc.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation, versuchsweise aufgefaßt als verschobene isogonale Polarisation

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten der genauen, verschobenen isogonalen Anordnung. — Supponierte Symmetrieachse der isogonalen Anordnung: Der einfallende Strahl. Neigung der supponierten isogonalen Polarisationsrichtungen zur Einfallsebene: 0°.

ϑ_1	ω_1	φ isog.	$\varphi - \dot{\varphi}$ isog.	$\varphi - \dot{\bar{\varphi}}$ isog.	$\varphi - \varphi$ isog.
0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	180,0	− 0,8	− 0,1	− 0,4
+ 30,0	110,0	210,0	+ 21,8	+ 16,3	+ 19,0
− 30,0	110,0	150,0	− 23,7	− 19,0	− 21,4
+ 60,0	95,0	240,0	+ 29,3	+ 23,3	+ 26,3
+ 30,0	95,0	210,0	+ 20,5	+ 14,4	+ 17,4
0,0	95,0	180,0	− 0,2	0,0	− 0,1
− 30,0	95,0	150,0	− 21,5	− 17,7	− 19,6
− 60,0	95,0	120,0	− 34,1	− 26,9	− 30,5
+ 120,0	70,0	300,0	+ 18,4	+ 19,3	+ 18,9
+ 110,0	70,0	290,0	+ 28,6	+ 22,6	+ 25,6
+ 60,0	70,0	240,0	+ 21,9	+ 17,9	+ 19,9
+ 30,0	70,0	210,0	+ 13,2	+ 12,1	+ 12,6
0,0	70,0	180,0	− 0,1	0,0	− 0,1
− 30,0	70,0	150,0	− 12,3	− 12,0	− 12,1
− 60,0	70,0	120,0	− 22,7	− 18,5	− 20,6
− 100,0	70,0	80,0	− 20,5	− 19,5	− 20,0
− 120,0	70,0	60,0	− 17,9	− 16,8	− 17,4
180,0	45,0	0,0	+ 0,5	+ 0,3	+ 0,4
+ 150,0	45,0	330,0	+ 5,0	+ 4,0	+ 4,5
+ 130,0	45,0	310,0	+ 5,5	+ 6,2	+ 5,9
+ 110,0	45,0	290,0	+ 10,2	+ 9,3	+ 9,7
+ 60,0	45,0	240,0	+ 13,2	+ 10,4	+ 11,8
+ 30,0	45,0	210,0	+ 6,3	+ 6,8	+ 6,5
0,0	45,0	180,0	− 0,2	− 0,6	− 0,4
− 30,0	45,0	150,0	− 6,9	− 6,7	− 6,8
− 60,0	45,0	120,0	− 10,8	− 10,3	− 10,5
− 100,0	45,0	80,0	− 9,6	− 8,7	− 9,2
− 130,0	45,0	50,0	− 5,0	− 4,5	− 4,7
− 150,0	45,0	30,0	− 1,8	− 3,1	− 2,5
+ 110,0	25,0	290,0	+ 3,5	+ 3,8	+ 3,7
+ 60,0	25,0	240,0	+ 5,0	+ 5,0	+ 5,0
+ 30,0	25,0	210,0	+ 4,0	+ 3,4	+ 3,7
0,0	25,0	180,0	+ 0,1	− 0,1	0,0
− 30,0	25,0	150,0	− 2,2	− 3,4	− 2,8
− 60,0	25,0	120,0	− 4,9	− 4,7	− 4,8
− 100,0	25,0	80,0	− 3,0	− 3,5	− 3,3

hervor; derjenige der isogonalen Polarisation für in der Nähe des einfallenden Strahles um denselben liegende gebeugte Strahlen ist ebenfalls sehr gering (s. Anmerkung); das Gesetz des Polarkegels ist für sehr weit vom einfallenden liegende Strahlen eben nur erkennbar; und so läßt unser Projektionsbild das schöne Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation fast in seiner ganzen Reinheit erkennen.*

Anmerkung: Wollte man auch hier, ähnlich wie in § 62, eine, jedoch nicht zur Einfallsebene senkrechte, sondern derselben parallele, verschobene isogonale Anordnung annehmen, deren Symmetrieachse der einfallende Strahl $\overline{IO}$ ist, Fig. 27, vierzehntes Projektionsbild, so würde man für die in der Nähe von $\overline{IO}$, um denselben liegenden Strahlen eine genügende Übereinstimmung mit den strengen Anforderungen der letzteren Annahme finden; die davon entfernter fortschreitenden zeigen indes beträchtlichere Abweichungen, ähnlich wie die in den Tabellen XVb und XVIb ersichtlichen.

Die Resultate dieser versuchsweisen Vergleichung zeigt Tabelle XVIIc; diese hat genau dieselbe Einrichtung, wie die soeben genannten zwei Tabellen. Indes ist Tabelle XVIIc von unvergleichlich geringerer Bedeutung als Tabelle XVIIb.

§ 65 Normale Inzidenz: Einfallendes linear-polarisiertes Licht. Tabelle XVIII. Reine isogonale Polarisation als einfachster Fall des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation. Fünfzehntes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der strengen, isogonalen Anordnung: sehr genügende Übereinstimmung.

Wir kommen nun zu dem einfachsten Fall unserer Beobachtungen im reflektiert-gebeugten Licht, nämlich zu dem des senkrechten Einfalles linear-polarisierten Lichtes. Derselbe ist zugleich einer der wichtigsten Fälle, erstens, weil hier die Richtung des

* Auch für dieses Bild hat in bezug auf die drei Strahlen $\vartheta_1 = +100°$, $\vartheta_1 = 70°, 45°, 25°$, die Fußnote Ende des § 62 volle Geltung.

Tabelle XVIII.

Gesetz der reinen isogonalen Polarisation.

(Einfachster Fall des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation.)

Normale Inzidenz.

Linear-polarisiertes einfallendes Licht.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen; ferner: Quantitative Vergleichung dieser Mittelwerte mit den Anforderungen der genauen isogonalen Anordnung.

ϑ	ω	$\overset{\#}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\dot{\#}}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\#}{\underset{\dot{\cdot}}{\varphi}}$	$\overset{\#}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\dot{\#}}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\#}{\underset{\dot{\cdot}}{\varphi}}$	φ	$\vartheta+\pi-\varphi$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
00,0	26,0	179,8	179,5	179,7	179,3	179,9	179,6	179,7	+0,3
00,0	45,0	180,3	180,3	180,3	179,4	180,2	179,8	180,1	−0,1
00,0	80,0	179,5	180,1	179,8	180,0	180,4	180,2	180,0	0,0
45,0	26,0	223,3	222,8	223,1	223,8	223,2	223,5	223,3	+1,7
45,0	45,0	220,6	219,9	220,3	223,2	219,9	221,6	221,0	+4,0
45,0	80,0	223,7	223,0	223,4	225,3	223,4	224,4	223,9	+1,1
90,0	26,0	270,0	270,2	270,1	270,1	270,4	270,2	270,2	−0,2
90,0	45,0	270,2	270,0	270,1	269,8	270,3	270,1	270,1	−0,1
90,0	80,0	269,3	270,5	269,9	271,2	271,6	271,4	270,7	−0,7
135,0	26,0	316,4	316,6	316,5	315,7	316,3	316,0	316,3	−1,3
135,0	45,0	318,8	320,1	319,5	316,1	320,9	318,5	319,0	−4,0
135,0	80,0	321,4	317,7	319,6	316,8	317,3	317,1	318,4	−3,4
180,0	26,0	359,8	359,7	359,7	359,1	359,4	359,3	359,5	+0,5
180,0	45,0	359,9	359,6	359,8	359,4	359,6	359,5	359,7	+0,3
180,0	80,0	360,9	360,1	360,5	359,8	359,9	359,9	360,2	−0,2
225,0	26,0	44,4	42,7	43,6	43,8	43,4	43,6	43,6	+1,4
225,0	45,0	41,5	40,3	40,9	43,6	40,1	41,9	41,4	+3,6
225,0	80,0	42,3	42,7	42,5	43,9	43,7	43,8	43,2	+1,8
270,0	26,0	90,1	90,3	90,2	90,5	90,5	90,5	90,4	−0,4
270,0	45,0	90,7	90,2	90,5	90,7	89,8	90,3	90,4	−0,4
270,0	80,0	90,7	90,8	90,8	91,0	90,5	90,8	90,8	−0,8
315,0	26,0	137,0	137,5	137,3	135,0	138,5	136,8	137,1	−2,1
315,0	45,0	140,3	139,9	140,1	136,8	140,7	138,8	139,5	−4,5
315,0	80,0	139,2	139,0	139,1	135,7	137,5	136,6	137,9	−2,9

einfallenden Strahles die Symmetrieachse der reflektiert-beugenden Ebene ist, zweitens, weil hier auch die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes die Symmetrieebene der entstehenden Erscheinung ist.

Die hierher gehörigen Beobachtungsresultate enthält Tabelle

Gesetz der reinen isogonalen Polarisation.

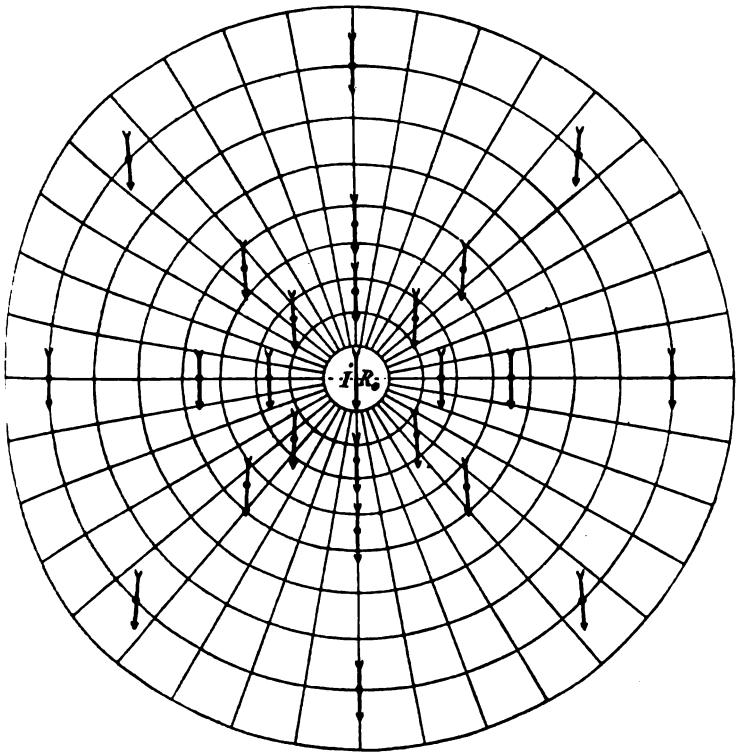


Fig. 28. Fünfzehntes Projektionsbild.

XVIII, in deren erster und zweiter Rubrik ϑ und ω die Winkelkoordinaten des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles bedeuten, bezogen auf den einfallenden Strahl (also auf die positive Gitternormale) und auf die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes; es ist nämlich ϑ der Winkel zwischen letzterer Ebene und der durch die Gitternormale und den jeweiligen gebeugten Strahl

gelegten Meridianebene, ω der Winkelabstand zwischen di
Strahl und der Gitternormale.

Die dritte bis neunte Rubrik ist genau so eingerichtet,
alle vorhergehenden, mit dem Index a versehenen Tabellen;
den Werten der neunten Rubrik wurde Figur 28, das fünfze
Projektionsbild, gezeichnet, welches sowohl wie die Tabelle
fort ersichtlich macht, daß die Beobachtungen dem einfac
reinen Gesetze der isogonalen Anordnung genügen.
anderen Worten: Die Polarisationsebenen aller sol
Strahlen, die in einer und derselben Beugungsel
(Meridianebene) liegen, haben zu dieser Ebene dass
Polarisationsazimut, wie der normal-reflektierte Str

Man bemerkt jedoch sofort, daß dies nichts anderes ist,
der einfachste Fall der stereographisch-parallelen P
risation, denn die Projektionen der Polarisationsrichtungen
hier alle ebenfalls parallel zur Projektion der Polarisationse
des einfallenden Lichtes, und die ausgezeichnete Achse dieser
ordnung, nämlich die Gitternormale, § 56, fällt hier mit
einfallenden Strahl zusammen.

Die Abweichungen der Beobachtungsresultate vom gen
Gesetz der isogonalen Anordnung sind so gering, daß dieselbe
dem fünfzehnten Projektionsbilde mit freiem Auge wohl k
merklich sind. Um indes auch numerische Werte derselbe
geben, wurde die letzte Rubrik der Tabelle XVIII angefüg
welcher für jeden Meridian ϑ, die Summe $\vartheta + \pi$ denjen
Winkel bedeutet, welchen der genauen isogonalen Anordnun
mäß, die Polarisationsrichtung des Strahles (ϑ, ω) mit dem, ge
zu gerechneten Meridian ϑ bildet, Fig. 28. Es ist also $\vartheta + \pi$
die Abweichung des Mittelwertes φ von derjenigen Polarisat
richtung, welche dem Gesetze der strengen isogonalen Anord
gemäß zu erwarten wäre; diese Unterschiede sind durchsch
lich gering, mitunter ganz klein, so daß man die meisten
selben unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben, und
Gesetz der isogonalen Polarisation als geltend betrachten k

§ 66. Normale Inzidenz. Fortsetzung: Physikalische Deutung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Dasselbe ist *nicht* geeignet zur Entscheidung der Lage des Lichtvektors zur Polarisationsebene. Deutung der stereographisch-parallelen Anordnung.

Die Beobachtungen des vorigen Paragraphen gelten für den Fall des aus Luft von Glas in Luft reflektiert-gebeugten Strahlensystems bei normaler Inzidenz linear-polarisierten Lichtes; die dabei gewonnene einfache Erfahrungstatsache scheint neu zu sein, denn ich fand in der Literatur keine Erwähnung davon.

[Doch gibt es noch einen anderen Fall, wo dies Erfahrungsgesetz auftritt, nämlich bei dem aus Glas in Luft gebrochen-gebeugten Strahlensystem, ebenfalls bei normaler Inzidenz linear-polarisierten Lichtes; diese Tatsache war bisher nur in der Form bekannt, daß bei dem Beobachter zugewandter gefurchter Fläche „die polarisierende Wirkung der Beugung" auch bei großen Beugungswinkeln eine kaum merkliche ...; siehe § 5 und 13 dieser Arbeit; insbesonders K. Exner.*

Man übersah, daß hier ein einfaches, leicht zu formulierendes Gesetz zum Ausdrucke kommt, welches man vielleicht folgendermaßen aussprechen kann: Fällt linear-polarisiertes Licht normal auf die glatte Fläche des Glasgitters, so hat die Polarisationsebene eines beliebig gebrochen-gebeugten Strahles zur jeweiligen Beugungsebene dieselbe Neigung, wie die des normal hindurchgehenden Strahles. Man erhält also die Polarisationsebene des gebeugten Strahles, wenn man die des normal durchgehenden Strahles um die durch den Beugungsort gehende Normale der jeweiligen Beugungsebene mit dem Beugungswinkel dreht.

Durch eigens zu diesem Zweck angestellte Beobachtungen überzeugte ich mich noch besonders von der allgemeineren Geltung dieses Gesetzes (§ 76 und 78 dieser Arbeit), so daß die

* K. Exner, Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Ch.* Bd. XLIX, p. 387—391, Leipzig 1893, p. 388.

folgenden, auf das Gesetz der isogonalen Polarisation bezüglichen Bemerkungen für den oben erwähnten Fall des reflektiert-gebeugten und des gebrochen-gebeugten Lichtes gleicherweise gültig sind.

Faßt man die betrachtete Erscheinung als ein isogonales Vektorensystem auf, so läßt dieselbe nach den §§ 14–27 folgende Deutungen zu:

1. Nach der elastisch-festen Theorie:

Im §. 19 wurde erwiesen, daß eine einfallende linear-polarisierte elastische Störung, deren translatorische und rotatorische Oszillationen also aufeinander, und beide auf die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht sind, im elastischen Raume zwei aufeinander orthogonale, isogonale Vektorensysteme erzeugt:

1) Ein isogonales Elongationssystem, dessen ausgezeichnete Achse die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und die Elongation der einfallenden Störung enthält.

2) Ein isogonales Torsionssystem, dessen ausgezeichnete Achse dieselbe Fortpflanzungsrichtung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und die Rotationsachse der einfallenden Störung enthält.

Man sieht, daß man hier vier verschiedene Annahmen machen kann, deren jede mit dem Gesetz der isogonalen Polarisation in Übereinstimmung ist:

a) Nimmt man an, der Lichtvektor sei mit der Elongation zu identifizieren, so kann dieselbe entweder parallel oder senkrecht zur Polarisationsebene vorausgesetzt werden; im ersten Falle ist die Symmetrieebene des isogonalen Elongationssystemes die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes; im zweiten Falle die dazu senkrechte Ebene.

b) Nimmt man an, der Lichtvektor sei mit der elastischen Torsion zu identifizieren, so kann selbe, nämlich deren Rotationsachse, ebenfalls entweder parallel, oder senkrecht zur Polarisationsebene vorausgesetzt werden; im ersten Falle ist die Symmetrieebene des isogonalen Rotationssystemes ebenfalls die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes; im zweiten Falle die dazu senkrechte Ebene.

2. *Nach der elektrisch-magnetischen Theorie:*

Im § 27 wurde erwiesen, daß eine einfallende linear-polarisierte elektro-magnetische Störung, deren elektrische und magnetische Kräfte also aufeinander und beide auf die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht sind, im elektromagnetisch erregbaren Raume zwei, aufeinander orthogonale, isogonale Vektorensysteme erzeugt:

1) Ein isogonales elektrisches Vektorensystem, dessen ausgezeichnete Achse die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und diejenige der einfallenden elektrischen Kraft enthält.

2) Ein isogonales magnetisches Vektorensystem, dessen ausgezeichnete Achse ebenfalls dieselbe Fortpflanzungsrichtung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und diejenige der einfallenden magnetischen Kraft enthält.

Auch hier gibt es vier verschiedene Annahmen, deren jede mit dem Gesetz der isogonalen Polarisation vereinbar ist:

a) Identifiziert man die elektrische Kraft (oder deren Polarisationsmoment) mit dem Lichtvektor, so kann derselbe nach Belieben parallel oder senkrecht zu seiner Polarisationsebene angenommen werden; die Symmetrieebene des zugehörigen elektrischen isogonalen Systemes ist dann entweder die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, oder die dazu senkrechte Ebene.

b) Identifiziert man die magnetische Kraft (oder deren Polarisationsmoment) mit dem Lichtvektor, so kann derselbe ebenfalls nach Belieben parallel oder senkrecht zu seiner Polarisationsebene angenommen werden; die Symmetrieebene des zugehörigen magnetischen isogonalen Systemes ist dann entweder die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, oder die dazu senkrechte Ebene.

Es läßt demnach das Gesetz der isogonalen Polarisation an und für sich keine Entscheidung über die Lage des linear-polarisierten Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene zu, ein Resultat, welches schon ROWLAND aus seinen rein theoretischen Formeln herauslas, § 13 dieser Arbeit.

Die theoretischen Voraussetzungen, welcher wir uns in den §§ 15, 16, 17; 19, 20, 21; ferner in § 27 bedienten, bestehen nur in der Annahme von einfach harmonischen elastischen oder elektro-

magnetischen Kugelwellen und benötigen durchaus keiner besonderen Hypothesen über die näheren Vorgänge an der Beugungsfläche, wo zwei Medien sehr verschiedener optischer Eigenschaft sich begrenzen können.

Hier haben wir noch hinzuzufügen, daß der in der Theorie als ursprünglich gegebene, also der als linear-polarisierte, einfallende Störung vorausgesetzte Strahl hier, bei reflektiert-gebeugtem Strahlensystem als der normal (regelmäßig) reflektierte Strahl aufzufassen ist; hingegen bei gebrochen-gebeugtem System als der normal durchgehende.

Anmerkung: Die Fälle der stereographisch-parallelen Polarisation bei dem Einfallsazimut $= 0^0$, bei den Einfallswinkeln $i = 80^0, 56^0\,15', 30^0$, die in den §§ 54, 55, 56; 61, 64 behandelt wurden, können, wie schon im § 56 erwähnt, geometrisch als solche isogonale Anordnungen aufgefaßt werden, deren ausgezeichnete Achse die Normale der reflektierenden Gitterfläche, deren Symmetrieebene die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist.

Um demnach auch diese Fälle mittels unserer isogonalen Vektorensysteme deuten zu können, braucht man nur anzunehmen, daß an der reflektierenden Gitterfläche eine solche sekundäre Erregung entsteht, deren elastischer Elongations- und Torsionsvektor in diese Ebene selbst, deren Fortpflanzungsrichtung also in die Gitternormale fällt; oder deren elektrischer und magnetischer Vektor in die Gitterebene selbst, deren Fortpflanzungsrichtung ebenfalls in die Gitternormale fällt; dabei bliebe die räumliche Intensitätsverteilung noch ganz beliebig.

Diese Voraussetzungen sind annehmbar, diese Deutung der stereographisch-parallelen Polarisation ist physikalisch nicht unwahrscheinlich; man kann sie ohne Schwierigkeit mittels Hypothesen weiterführen. Doch würde man auch bei dieser Auffassung aus diesem Gesetze allein keine andere Schlußfolgerung ziehen können, als aus dem der reinen isogonalen Polarisation.

Aber wir werden sehen, daß die Gesamtheit der bisher konstatierten Fälle der stereographisch-parallelen Polarisation in bezug auf die Lage des Lichtvektors linear-polarisierten Lichtes zu seiner Polarisationsebene zu einer von jeglicher Hypothese unabhängigen Schlußfolgerung zwingender Natur führt (§ 69).

C) Allgemeine Übersicht des Polarisationszustandes des aus linear-polarisiertem einfallendem Lichte entstandenen, von Glasgittern reflektiert-gebeugten räumlichen Strahlensystems. Zwingender Schluß: Der Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Geltungsbereich von Fresnels Reflexionsformeln. Unzulässigkeit von Stokes' irregulärer Reflexion.

Wir wollen nun daran gehen, die in den §§ 45—66 mitgeteilten Beobachtungsresultate zusammenzufassen und zu ergänzen, um einen allgemeinen Überblick auf den Komplex der hier betrachteten Erscheinungen zu gewinnen, die unter den in dieser Überschrift C) erwähnten Umständen entstehen, wenn dabei Einfallswinkel und Einfallsazimut ganz beliebig sind. Auch sollen nun auch mehrere zwingende Schlußfolgerungen, besonders die schon öfter, und zuletzt am Schlusse des vorigen § 66 erwähnte, gezogen werden (§ 69, 71, 72).

§ 67. **Der Einfallswinkel ist beliebig. Die Polarisationsebenen der in der Einfallsebene gebeugten Strahlen liegen alle in der Einfallsebene oder senkrecht dazu, jenachdem das einfallende Licht in dieser Ebene oder senkrecht dazu polarisiert ist.**

Diese Erfahrung wurde für einige Einfallswinkel schon von ARAGO und FRAUNHOFER, jedoch nur qualitativ festgestellt*; unsere in den §§ 54; 55; 61, 64 mitgeteilten und mittels des sechsten, elften, vierzehnten Projektionsbildes, Fig. 17, 24 und 27, dargestellten Beobachtungen erweisen die Richtigkeit unserer in der Überschrift ausgedrückten Behauptung für den ersten Fall in quantitativer Weise; ebenso erweisen dies für den zweiten Fall unsere in den §§ 46, 47, 48; 58; 59; 62 mitgeteilten und mittels des dritten, achten, neunten, zwölften Projektionsbildes, Fig 12, 21, 22 und 25, dargestellten Beobachtungen, so weit sich diese auf in der Einfallsebene liegende gebeugte Strahlen beziehen.

Indes ergänzte ich die Beobachtung letzterer Strahlen durch direkte Untersuchung derselben zwischen den Grenzen des Ein-

* Man sehe § 1 dieser Arbeit.

fallswinkels $i = 0^0$ bis 85^0, und bei Erstreckung der Beobachtungen bis zu den äußersten Grenzen der in der Einfallsebene liegenden gebeugten Strahlen; es wurden noch solche Strahlen mit dem Beugungswinkel 130^0 beobachtet.

Ich unterlasse hier die Mitteilung von Zahlenangaben; doch sei gestattet, hier zu konstatieren, daß ich überall — mit Ausnahme des schon infolge der Lage des Polarisators ausgelöschten reflektiert-gebeugten Strahles (§§ 40, 42, 43) — die oben ausgesprochene Erfahrung bestätigt fand, und zwar mit demselben Grade der Genauigkeit, welchen die mitgeteilten quantitativen Beobachtungen zeigen.

Die Beobachtungen selbst geschahen mit den verschiedensten Glasgittern; unter anderen auch mit dem PALATINschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm; dabei wurde jede Gitterteilung in beiden Lagen benützt, § 33 u. 36, 3 u. 4.

Man muß demnach die in der Überschrift ausgedrückte Erfahrung als ein vom Gitterintervall und vom Brechungsindex der Glassubstanz des Gitters unabhängiges allgemeines Gesetz betrachten.

§ 68. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 90^0$. Stufenweiser Übergang der vollständigen symmetrisch-zirkumaxialen Polarisation in partiell-symmetrisch-zirkumaxiale und schließlich in isogonale Polarisation.

Fällt senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht auf die reflektierende Gitterfläche, so entstehen bei den Einfallswinkeln $i = 80^0$, $56^0\,15'$, $68^0\,45'$, $50^0\,00'$; $43^0\,45'$, 30^0 Strahlensysteme, deren Polarisationsrichtungen die Tabellen der §§ 46, 47, 48, 58, 59, 62 enthalten und die Projektionsbilder Nummer drei, acht, neun, zwölf, Fig. 12, 21, 22, 25, graphisch darstellen. Schon die Betrachtung dieser Bilder genügt, um sich eine Vorstellung darüber zu machen, wie sich der Polarisationszustand des Strahlensystems unter sonst gleichen Umständen bei Änderung des Einfallswinkels ändert; es tritt in der Tat die in der Überschrift genannte sukzessive Änderung ein; der Schluß ist das Auftreten der isogonalen Polarisation bei $i = 0$, § 65 u. 66, fünfzehntes Projektionsbild, Fig. 28.

Um nun die Grenzwerte des Einfallswinkels festzustellen, bei welchen noch vollständige Zirkumpolarisation auftritt, oder wenigstens noch beobachtet werden kann, erstreckte ich die Beobachtungen auf die hier möglichen weitesten Grenzen.

Es zeigte sich, daß selbst bei $i = 85^0$ in der Tat vollständige Zirkumpolarisation vorhanden war, deren Symmetrieachse in der Einfallsebene lag und mit dem einfallenden Strahl ungefähr den Winkel $2P + 13^0 = 125{,}5^0$, also mit der reflektierenden Fläche den Winkel von etwa $49{,}5^0$ bildete. Diese Beobachtung war eine qualitative: nämlich bei Untersuchung der um diese Symmetrieachse liegenden Strahlen konnte wie in § 45 konstatiert werden, daß das dieselben der Reihe nach stets auslöschende Nicol, während eines ganzen Umganges um diese Achse sukzessive ebenfalls um 360^0 gedreht werden mußte; wodurch eben die Zirkumpolarisation festgestellt wurde.

Bei Benützung der beiden Gitterintervalle des im vorigen Paragraphen erwähnten PALATINschen gekreuzten Glasgitters schien die Richtung der Symmetrieachse einen nur geringen Unterschied aufzuweisen.

Bei sukzessive kleinerem Einfallswinkel traten der Reihe nach die zu Anfang dieses Paragraphen erwähnten, quantitativ beobachteten Erscheinungen der zirkumaxialen Polarisation auf; der kleinste Einfallswinkel, bei welchem es mir noch gelang, in der oben erwähnten Weise eine vollständige zirkumaxiale Polarisation zu konstatieren, war $i = 40^0$; die in der Einfallsebene liegende Symmetrieachse bildet hier mit dem einfallenden Strahl ungefähr den Winkel $2P - 5^0 = 107{,}5^0$; also mit der reflektierenden Fläche den Winkel von etwa $22{,}5^0$. Die in letzterem Winkelintervall liegenden Strahlen haben sehr geringe Intensität und erschweren die Beobachtung ungemein.

Bei noch kleinerem Einfallswinkel kann keine vollständige, sondern nur eine partiell-symmetrische Zirkumpolarisation beobachtet werden, wie dies für $i = 30^0$ im § 62 das zwölfte Projektionsbild, Fig. 25, zeigt.

Es wäre ein Irrtum, anzunehmen, daß bei $i = 35^0$ und noch kleineren Einfallswinkeln eine Symmetrieachse der Anordnung der Polarisationsrichtungen noch vorhanden wäre, daß selbe etwa

noch näher zur reflektierenden Fläche gelegen wäre oder gar, wenigstens geometrisch, auf die andere Seite dieser Fläche treten würde, so daß also die rückwärtige Fortsetzung dieser Achse in der Einfallsebene, in dem zwischen dem einfallenden Strahl und der reflektierenden Fläche liegenden spitzen Winkelintervall aus dieser Fläche heraustreten würde. Aber weder das zwölfte, noch weniger das fünfzehnte Projektionsbild, Fig. 25 und 28, § 62 und 65, zeigt eine Spur einer solchen Symmetrieachse.

Es ist demnach, bei kleinerem Einfallswinkel als $i = 40^0$, ausgeschlossen, daß vollständige Zirkumpolarisation entstehe.

Zusammenfassung: Ändert man den Einfallswinkel des stets senkrecht zur Einfallsebene polarisierten, einfallenden Strahles von $i = 90^0$ bis 0^0, so zeigt der Polarisationszustand des reflektiert-gebeugten Strahlensystems anfänglich das allgemeine Gesetz der vollständigen symmetrischen zirkumaxialen Polarisation in der Weise, daß, wenn P den Polarisationswinkel der Gittersubstanz bedeutet, deren Symmetrieache mit dem einfallenden Strahl bei $i = 90$ den Winkel $2P + 15^0$ bildet, welcher nun stets kleiner und bei $i = P$ gleich $2P$ wird und etwa bei $i = 40^0$ den Grenzwert $2P - 5^0$ erreicht. Bei allen Werten $90^0 \geqq i \gtreqless 40^0$ tritt vollständige, zirkumaxiale Polarisation auf. Bei noch kleiner werdendem i öffnet sich die bisher um die Symmetrieachse geschlossene Anordnung der Polarisationsrichtungen gegen den, dem regelmäßig reflektierten Strahle näher liegenden Teil der reflektierend-beugenden Fläche, und es kann sich nur partiell-symmetrische Polarisation bilden, die sich von der vollständigen Zirkumpolarisation immer mehr und mehr unterscheidet, und schließlich bei normaler Inzidenz in die isogonale Polarisation übergeht.

Man bemerkt, daß in diesem allgemeineren Fall meine im § 45 ausgesprochene Vermutung nicht so genau zutrifft, wie dort; die Vermutung war nämlich, daß die Symmetrieachse in die Richtung desjenigen reflektiert-gebeugten Strahles falle, welcher bei der zur Einfallsebene senkrechten Lage der Polarisationsebene des Polarisators ausgelöscht oder doch sehr verdunkelt er-

scheint. Es müßte dann, gemäß dem Gesetze des Extinktionskegels, §§ 40—43, diese Achse mit dem einfallenden Strahl stets den Winkel $2P$ bilden; indes weicht derselbe von diesem Wert um die von $+15^0$ bis -5^0 abnehmende Differenz ab.

Andrerseits, wenn man die Richtung des unter dem Einfallswinkel $i = P$ regelmäßig reflektierten Strahles mit den soeben erwähnten Grenzwerten der Richtung der Symmetrieachse vergleicht, so erhält man folgende Differenzen:

$$\tfrac{1}{2}\pi + P - (2P + 15^0) = \tfrac{1}{2}\pi - P - 15^0,$$
$$40^0 + P - (2P - 5^0) = 45^0 - P.$$

Für $P = 56^0 15'$ werden dieselben $+18^0 45'$ und $-11^0 15'$, welche also zeigen, daß während des Intervalles $i = 90^0$ bis 40^0 die Symmetrieachse in der Einfallsebene mit der reflektierenden Fläche die Winkel von $52{,}5^0$ bis $22{,}5^0$ bildet. Da jedoch die hier gegebenen Grenzwerte nur ungenaue Annäherungen sein können, kann man wenigstens so viel sagen, daß die Regel des Extinktionskegels, auch hier, wenigstens im allgemeinen eine Orientierung in bezug auf die jeweilige Lage der Symmetrieachse gestattet.

§ 69. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 0^0$. Allgemeine Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation. Zwingende Schlußfolgerung: Der erregende Lichtvektor kann nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene gerichtet zein.

Fällt in der Einfallsebene polarisiertes Licht auf die reflektierende Gitterfläche, und ändert man bei dieser Anordnung nur den Einfallswinkel und zwar von $i = 90^0$ bis $i = 0$, so zeigt das dabei entstehende reflektiert-gebeugte Strahlensystem in bezug auf seine Polarisationsverhältnisse in sehr genügender Annäherung das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Dasselbe ist im allgemeinen äquivalent einem auf die Gitternormale und auf die einfallende Polarisationsebene bezogenem isogonalem Richtungssystem, welches für $i = 0$ in das Gesetz der isogonalen Polarisation übergeht.

Diese Erfahrungstatsache findet in den Tabellen der §§ 54, 55, 61, 64, 65, ferner im sechsten, elften, vierzehnten und fünfzehnten Projektionsbild, Fig. 17, 24, 27 und 28 ihren Ausdruck.

Dieselbe ist wohl eine der merkwürdigsten und einfachsten Eigenschaften des Polarisationszustandes der unter den obenerwähnten Umständen entstandenen Strahlensysteme; dieselbe drückt aus, daß dieser Zustand vom Einfallswinkel des in der Einfallsebene polarisiert einfallenden Lichtes und vom Furchenintervall der reflektierend-beugenden Gitterfläche unabhängig ist.

Aus dieser Erfahrungstatsache, welche von jeglicher hypothetischen Anschauung völlig unabhängig ist, folgt mit zwingender Notwendigkeit eine interessante Schlußfolgerung, zu welcher wir in folgender einfacher Weise gelangen:

A) Der Lichtvektor eines linear-polarisierten Strahles kann infolge der Erfahrungsgesetze der Interferenz polarisierten Lichtes nur normal zur Fortpflanzungsrichtung des Strahles angenommen werden; der Vektor liegt entweder in seiner Polarisationsebene oder senkrecht dazu; dies ist eine bekannte zwingende Schlußfolgerung ganz ausschließender Natur.

B) Der Lichtvektor eines in der Einfallsebene polarisierten, auf die reflektierend-beugende Glasfläche fallenden Strahles erzeugt im reflektiert-gebeugten Strahlensystem eine stereographisch-parallele Anordnung der Polarisationsrichtungen, welche vom Einfallswinkel unabhängig ist.

C) Der an der reflektierend-beugenden Fläche einfallende, erregende Lichtvektor muß daher bei dieser Erscheinung in bezug auf diese Fläche eine solche Lage und Richtung haben, welche vom Einfallswinkel unabhängig, also für alle Einfallswinkel dieselbe ist.

Dieser Bedingung ganz zwingender Natur kann man nur in einer einzigen Weise Genüge leisten: nämlich nur unter der Voraussetzung, daß in allen hier vorkommenden Fällen gleicher Polarisationsanordnungen des reflektiert-gebeugten Strahlensystems der einfallende, erregende Vektor stets

allel der reflektierend-beugenden Fläche, also stets dieser Fläche selbst liegen müsse.

Es ist daher nur so möglich, unabhängig von jeg-her besonderen Hypothese, ein allgemeines physika-ches Bild dieser merkwürdigen charakteristischen scheinungen zu konstruieren, wenn man annimmt, daß Licht erregende Ursache im Falle linear-polarisier- einfallenden Lichtes ein zu diesem Strahl und zu ssen Polarisationsebene senkrechter Vektor ist.

Will man den Lichtvektor mit einer elastischen Elongation r einer elastischen Rotation identifizieren; oder mit einer trischen oder einer magnetischen Störung, dann sind die in 6 angeführten Überlegungen zu beachten. —

[Anmerkung in bezug auf die analoge Erscheinung gebrochen-gebeugten Licht: Dieselbe zwingende hlußfolgerung.

1. Im § 80 werde ich diejenigen qualitativen Untersuchungen teilen, die sich auf gebrochen-gebeugte Strahlensysteme be-ien, welche aus in der Einfallsebene polarisiertem Lichte stehen, wenn die Beugung aus Glas in Luft vor sich geht. tritt hier dieselbe Erscheinung auf: nämlich stereographisch-allele Polarisation, die vom Einfallswinkel unabhängig daraus folgt dieselbe zwingende Schlußfolgerung wie oben.

2. In §§ 91—94 wird von denjenigen qualitativen Unter-hungen die Rede sein, welche ich mit Beugung in nahezu nselben optischen Mittel anstellte, welche gewissermaßen eine z wesentliche Verallgemeinerung der diesbezüglichen Beob-tungen K. Exners* bilden: fällt nämlich in der Einfalls-ene polarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel eine Gitterfläche, zu deren Seiten Medien von nahezu dem-ben mittleren Brechungsindex sich befinden, so erweisen meine obachtungen an dem so entstandenen reflektiert-gebeugten und brochen-gebeugten räumlichen Strahlensystem, daß dessen larisationsrichtungen stets eine solche zirkumaxiale

* K. Exner: Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung. *Wiede-nns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XLIX, p. 387—391; Leipzig 1893.

Anordnung besitzen, deren Symmetrieachse für beide Strahlensysteme immer dieselbe ist, nämlich die durch den Beugungsort gehende, zur einfallenden Polarisationsebene senkrechte Gerade, die also bei jedem Einfallswinkel in der Gitterfläche liegt.

Auch hieraus muß dieselbe zwingende Schlußfolgerung wie oben folgen, § 91 u. 93.]

§ 70. Der allgemeinste Fall: Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig. Stufenweiser, im allgemeinen nicht symmetrischer Übergang der vollständigen zirkumpolaren Polarisation in die Erscheinungen der stereographisch-parallelen Polarisation.

Um den Verlauf der nun ganz allgemeinen Erscheinung besser übersehen zu können, wollen wir die Resultate unserer Beobachtungen in der Reihenfolge betrachten, welche sich ergibt, wenn man vom Falle des § 45 ausgeht, wo nämlich senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel des Glases einfällt; nun verändere man Einfallswinkel und Einfallsazimut.

Ändert man nur den Einfallswinkel, dann gelten die in § 68 zusammengefaßten Erfahrungen; ändert man nur das Einfallsazimut, dann haben die in den §§ 50—57 mitgeteilten Erfahrungen Geltung. Würde man nun beide Argumente gleichzeitig ändern, so müßte man auf solche Erscheinungen gefaßt sein, welche die erwähnten beiden Erfahrungen miteinander verbunden zeigen.

Die direkten quantitativen Beobachtungen der §§ 60, 63 bestätigen diese Erwartung. Man kann den Verlauf der entstehenden Erscheinungen etwa in folgender Weise beschreiben:

I. Ändert man den Einfallswinkel in stetiger Weise, dann entfernt sich die Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation langsam von der Richtung des unter dem Polarisationswinkel regelmäßig reflektierten Strahles, wie schon in § 68 erwähnt; bleibt aber unterdessen stets in der Einfallsebene, so lange überhaupt eine solche Symmetrieachse zustande kommt.

Wenn man nun von der Lichtquelle aus auf die Ebene unserer stereographischen Zeichnungen blickt und dabei den Pola-

risator rechtsinnig (in der Richtung des Uhrenzeigerganges) langsam dreht, so bemerkt man, daß auch die erwähnten Symmetrieachsen, von der Lichtquelle aus gesehen, eine um den einfallenden Strahl rechtsinnige Drehung vollziehen, so wie dies für die Fälle $i = P$ und $i = 80^0$ in § 50, 52 und 60, das vierte und fünfte, und das zehnte Projektionsbild, Fig. 14, 15 und 23, darstellt.

(Diese Regel gibt uns auch, wenigstens in den allgemeinsten Zügen, das Gesetz des Extinktionskegels; nämlich derjenige reflektiert-gebeugte Strahl, welcher bei beliebigem Einfallswinkel und beliebigem Einfallsazimut, mit freiem Auge betrachtet, ausgelöscht oder am meisten verdunkelt erscheint, liegt in der Richtung der zu diesem Falle gehörenden Symmetrieachse der Anordnung der Polarisationsrichtungen).

Setzt man die Drehung des Polarisators fort, so hört die bisher noch vollständige zirkumaxiale Polarisation auf, vollständig zu sein, und die immer dem näheren Rande der Gitterfläche zu geöffnete partiell-zirkumaxiale Polarisation geht schließlich in die stereographisch-parallele Polarisation über, wenn das Einfallsazimut gleich Null geworden ist.

II. Wenn der Einfallswinkel kleiner ist als 40^0, wenn also bei zur Einfallsebene senkrecht polarisiertem einfallenden Strahl vollständige zirkumaxiale Polarisation nicht entstehen kann, § 68, dann ist die Anordnung der Polarisationsrichtungen eine partiell-zirkumaxiale, welche eine Zwischenstufe zwischen der vollständigen zirkumaxialen und der stereographisch-parallelen Anordnung bildet.

Dreht man nun die ursprünglich zur Einfallsebene senkrechte Polarisationsebene des Polarisators in der, unter I. erwähnten Weise und zwar stufenweise, bis dieselbe in die Einfallsebene zu liegen kommt: so zeigt bei der dabei ebenso auftretenden Drehung der Erscheinung dieselbe nacheinander die partielle, asymmetrische zirkumaxiale Polarisation (siehe z. B. das dreizehnte Projektionsbild, § 63, Fig. 26), und zwar in immer größerer Annäherung zur stereographisch-parallelen Polarisation, und schließlich diese selbst.

Dies sind die allgemeinen Züge unserer Erscheinungen; dieselben genügen, um sich eine allgemeine Vorstellung über deren

Verlauf machen zu können. Etwaige spätere Untersuchungen und Ergänzungen werden den so erkannten allgemeinen Charakter der Polarisation dieser Strahlensysteme nicht ändern können.

§ 71. Die Polarisationsazimute der von Glasgitterflächen regelmäßig reflektierten Strahlen stimmen bis an die äußerste Grenze des Gitterintervalles mit FRESNELs Reflexionsformeln überein und bilden keine Ausnahme im reflektiert-gebeugten Strahlensystem. Tabelle XIXa und XIXb.

Die in der Überschrift dieses Paragraphen angedeuteten Beobachtungen und deren Vergleichung mit der gewöhnlichen FRESNELschen Reflexionsformel ist in den Tabellen XIXa und XIXb enthalten.

In denselben bedeuten die Zeichen ♯, bezüglich ♯♯, daß in den so bezeichneten Rubriken bei Benutzung des gekreuzten PALATINschen Glasgitters, § 33, das Furchensystem mit dem Intervalle 0,5 mm, bezüglich mit dem Intervalle 0,001 160 mm parallel zur Einfallsebene gerichtet ist; jedes System wurde in zwei voneinander um 180° verschiedenen Lagen benützt.

Ferner bedeutet hier ψ das von der Einfallsebene ab gerechnete Polarisationsazimut des einfallenden Strahles und φ das ebenso gerechnete beobachtete Azimut des regelmäßig reflektierten Strahles; φ_{calc} das nach FRESNELs Formel:

$$\operatorname{tg} \varphi_{calc} = - \operatorname{tg} \psi \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$$

zu erwartende Azimut des letzteren Strahles, wobei i der Einfalls-, r der Brechungswinkel ist und

$$\sin i = n \sin r; \qquad n = \operatorname{tg} P.$$

Die Beobachtungen konnten infolge der beträchtlichen Intensität der untersuchten Strahlen mit großer Schärfe angestellt werden; sie zeigen, daß bei den um je 180° verschiedenen Lagen der Furchensysteme, ebenso wie bei den verschiedenen Furchensystemen selbst, die Polarisationsazimute der regelmäßig-reflektierten Strahlen untereinander keine wesentlichen Unterschiede aufweisen, so lange der Einfallswinkel derselbe ist. In jedem

Tabellen XIXa und XIXb.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm regelmäßig reflektierten Strahlen bei verschiedenen Einfallswinkeln. Vergleichung derselben mit FRESNELS gewöhnlicher Reflexionsformel.

Brechungsindex: $n = \operatorname{tg} P = \operatorname{tg} 56°15' = 1{,}4963$;
Einfallsazimut: $\psi = 44°20'$.

Tabelle XIXa. Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute.

i	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	Mittelwert φ
15°	− 41°26′	− 41°32′	− 41°29′	− 41°59′	− 42°01′	− 42 00′	− 41°45′
25	− 36 11	− 35 37	− 35 54	− 36 47	− 36 56	− 36 52	− 36 23
35	− 28 10	− 27 46	− 27 58	− 28 18	− 28 47	− 28 33	− 28 16
45	− 16 31	− 16 05	− 16 18	− 16 49	− 16 53	− 16 51	− 16 35
55	− 2 02	− 1 37	− 1 50	− 1 53	− 2 11	− 2 02	− 1 56
65	+ 13 19	+ 13 25	+ 13 22	+ 13 10	+ 13 16	+ 13 13	+ 13 18
75	+ 26 57	+ 27 00	+ 26 59	+ 26 47	+ 27 04	+ 26 56	+ 26 58
85	+ 38 50	+ 39 04	+ 38 57	+ 38 54	+ 39 00	+ 38 57	+ 38 57

Tabelle XIXb. Vergleichung der Mittelwerte mit FRESNELS Reflexionsformel.

i	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_{calc.} - \dot{\varphi}$	$\varphi_{calc.} - \overset{*}{\dot{\varphi}}$	$\varphi_{calc.} - \varphi$
15°	− 41°39′	− 0°10′	+ 0°21′	+ 0°06′
25	− 36 34	− 0 40	+ 0 18	− 0 11
35	− 28 14	− 0 16	+ 0 19	+ 0 02
45	− 16 26	− 0 08	+ 0 25	+ 0 09
55	− 1 54	− 0 04	+ 0 08	+ 0 02
65	+ 13 12	− 0 10	− 0 01	− 0 06
75	+ 26 52	− 0 07	− 0 04	− 0 06
85	+ 38 44	− 0 13	− 0 13	− 0 13

Falle aber stimmen sie in genügender Weise mit FRESNELS Reflexionsformel überein; ja es muß die Übereinstimmung der aus den je vier reflektierten Strahlen gleicher Richtung gewonnenen Mittelwerte als eine sehr gute bezeichnet werden.

Damit ist nicht nur eine von mir schon vor nahezu dreißig

Jahren gefundene Tatsache aufs neue erhärtet*, sondern es ist damit auch der Geltungsbereich derselben bis auf die äußersten Grenzen der herstellbaren Glasgitterintervalle erweitert. Nun ist aber hier 0,001160 mm die untere Grenze des Intervalles für Glasgitter, und da die eigentlichen Furchen selbst doch noch eine, im Verhältnis zu diesem Intervall nicht zu vernachlässigende Breite haben, so kann man hier ganz bestimmt behaupten, daß FRESNELs Reflexionsformel selbst noch für so schmale Flächenstreifen reflektierenden Glases gilt, die nicht breiter als 0,001 mm sind.

Anmerkung. Wir haben hier noch eine einfache, wichtige Eigenschaft der regelmäßig-reflektierten Strahlen zu erwähnen, nämlich die, daß ihr Polarisationszustand im reflektiert-gebeugten Strahlensystem durchaus keinen Ausnahmefall bildet. Schon aus meinen oben erwähnten Beobachtungen, ebenso aus den Untersuchungen W. KÖNIGS**, in welchen in der Reihenfolge der beobachteten gebeugten Strahlen auch die regelmäßig-reflektierten untersucht wurden, erhellt diese, auch dort schon erwähnte Tatsache; meine in vorliegender Arbeit mitgeteilten Beobachtungsreihen und Projektionsbilder lassen es ganz deutlich erkennen, daß die Polarisationsrichtungen des reflektiert-gebeugten Strahlensystems nirgends Diskontinuität zeigen, und daß der regelmäßig-reflektierte Strahl, vorausgesetzt seine Intensität ist von Null verschieden, sich in dieser Beziehung ganz und gar wie jeder andere Strahl des gebeugten Systems verhält.

Man kann daher sagen: Der regelmäßig-reflektierte Strahl, wie groß oder wie gering seine Intensität auch sein möge, bildet in bezug auf seinen Polarisationszustand durchaus keine Ausnahme im System der gesamten reflektiert-gebeugten Strahlen, sondern fügt sich den Polarisationsverhältnissen dieses Systems dem Erfahrungsprinzipe der Kontinuität gemäß ein.

---

* I. FRÖHLICH, Die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. I, p. 332, 1877.

** W. KÖNIG, Über die elliptische Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XVII, p. 1016—1036, 1882; p. 1027, 2).

§ 72. Experimentelle Darstellung von reinen regelmäßigen Reflexionserscheinungen, die analoge Polarisationsverhältnisse zeigen, wie die von Glasgittern reflektiert-gebeugten Strahlen. Unzulässigkeit der STOKESschen „irregulären Reflexion".

1. Ein von einer intensiven Lichtquelle herrührendes Bündel nahezu paralleler Strahlen ging durch den Polarisator und passierte ein dahinter aufgestelltes kleines Diaphragma mit kreisförmiger Öffnung. Der von hier aus schwach divergierende Strahlenkegel fiel in einiger Entfernung auf ein starkes, achromatisches Kondensorsystem und trat aus demselben als stark konvergierender, polarisierter Strahlenkegel aus.

Wir nennen den längs der geometrischen Achse dieses Kegels fortschreitenden Strahl den Hauptstrahl dieses Kegels.

Untersucht man nun das Polarisationsazimut der einzelnen Strahlen dieses Kegels, so findet man, daß in bezug auf eine den Hauptstrahl und einen beliebigen Strahl enthaltende Ebene die Azimute beider Strahlen nahezu gleich sind; diese Erfahrung ist selbst bei einer Kegelöffnung von 45° in Geltung.

Man bemerkt sofort, daß diese einfache Eigenschaft nichts anderes als das Gesetz der reinen isogonalen Polarisation ausdrückt, so, wie selbe bei normaler Inzidenz auf die reflektierende Gitterfläche auftritt, § 65; der Gitternormale, also dem dort regelmäßig reflektierten Strahle entspricht hier der Hauptstrahl; die Symmetrieebene der isogonalen Anordnung ist in beiden Fällen die Polarisationsebene des Polarisators.

2. Läßt man den wie unter 1. hergestellten Strahlenkegel auf eine eben geschliffene schwarze Glasplatte und zwar in der Weise fallen, daß die Spitze des Kegels an die reflektierende Fläche komme, ferner daß der Einfallswinkel des Hauptstrahles gleich sei dem Polarisationswinkel der Glassubstanz der reflektierenden Platte und daß schließlich die Polarisationsebene dieses Hauptstrahles senkrecht sei zu dessen Einfallsebene: dann ist der mittlere Teil des reflektierten Strahlenkegels sehr dunkel, während die in der Nähe des Kegelrandes liegenden Strahlen, mit dem Analysator untersucht, alle Eigenschaften der voll-

ständigen zirkumpolaren Polarisation (§ 45, 46 und 47, drittes Projektionsbild, Fig. 12) aufweisen.

Es muß hier sofort bemerkt werden, daß dies zu erwarten war. Ich überzeugte mich durch direkt zu dem Zwecke angestellte Versuche, daß hier die gewöhnlichen FRESNELschen Reflexionsformeln für jeden einzelnen regelmäßig-reflektierten Strahl Geltung haben. Berechnet man nun in der gewöhnlichen Weise die Lage der Randstrahlen des hier reflektierten Strahlenkegels, so findet man bei Strahlen, die vom reflektierten Hauptstrahl keinen sehr großen Winkelabstand haben, für die Lage der Polarisationsrichtungen einen Ausdruck, welcher zu dem des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation große Analogie hat und ebenfalls eine im allgemeinen zirkumaxiale Anordnung ergibt.

3. Stellt man den in 2 erwähnten Versuch bei anderem Einfallswinkel und anderem Einfallsazimut des Hauptstrahles an, so weist die Polarisation der einzelnen Strahlen des reflektierten Kegels im allgemeinen dieselben Eigenschaften auf, welche die in der Umgebung des regelmäßig-reflektierten Strahles fortschreitenden reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen.

Damit ist die in der Überschrift dieses Paragraphen angezeigte Anologie experimentell dargestellt; die Wiedergabe der algebraischen Berechnung nach FRESNELS Reflexionsformeln würde hier etwas mehr Raum beanspruchen; dieser Grund, und auch der im folgenden Punkt 4 erwiesene Umstand, daß zwischen den in diesem Paragraphen betrachteten Erscheinungen nur eine beschränkte Analogie, aber durchaus keine Identität bestehen kann, veranlaßt mich, die angedeuteten Rechnungen hier fortzulassen.

4. Die STOKESsche „irreguläre Reflexion“ ist unzulässig.

Die unter 1., 2. und 3. angeführten Versuche wecken unwillkürlich die Vermutung, daß die mit Reflexion verbundene Beugung ein dem obigen identischer oder doch wenigstens sehr analoger Vorgang sei: nämlich, daß, nach STOCKES' Auffassung, § 3 und 46, Fußnote, das einfallende Licht, bevor es die reflektierend-beugende Gitterfläche erreicht, infolge der Beugung in divergierende Partialstrahlen zerfällt, deren Polarisation entweder gleichförmig bleibt oder sich dem STOKESschen Kosinusgesetze an-

schmiegt, § 3; diese Partialstrahlen werden dann von der reflektierend-beugenden Fläche in regelmäßiger Weise reflektiert.

Unseren in den Punkten 1, 2 und 3 dieses Paragraphen erwähnten Versuchen zufolge kann eine derartige Auffassung nur für in der nahen Umgebung des regelmäßig reflektierten Strahles fortschreitende reflektiert-gebeugte Strahlen gelten und auch für solche nur in der ersten Annäherung; aber für Strahlen, die vom ersterwähnten Strahl größeren Winkelabstand haben, widerspricht diese Auffassung völlig den Erfahrungstatsachen: Dies erweisen insbesondere die Fälle der normalen Inzidenz, § 39, 43 u. 65.

Es wurde nämlich dort ganz speziell festgestellt, daß bei linearpolarisiertem, normal einfallendem Licht (§ 43 u. 65) von den reflektiert-gebeugten Strahlen, dieselben mit freiem Auge betrachtet, kein einziger verschwindet (ausgelöscht erscheint), ferner daß nur die in der Polarisationsebene des einfallenden Strahles liegenden reflektiert-gebeugten Strahlen in dieser Ebene polarisiert sind. Wäre jedoch die STOKESsche Auffassung richtig, so müßte jeder reflektiert-gebeugte Strahl der jeweilige regulär-reflektierte Strahl eines derjenigen Partialstrahlen sein, in welche der einfallende zerfällt, bevor er die reflektierende Fläche erreicht; es müßte also jeder reflektiert-gebeugte Strahl, der mit dem normaleinfallenden den Polarisationswinkel P bildet, im allgemeinen in seiner eigenen Beugungsebene (Meridianebene) polarisiert sein, oder wenn er in der zur Polarisationsebene des einfallenden, Strahles senkrechten Ebene liegt, ausgelöscht erscheinen; aber weder das eine noch das andere tritt ein.

Ebenso wurde in § 39 erwiesen, daß bei normal einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte kein einziger der reflektiert-gebeugten Strahlen auch nur eine Spur von Polarisation zeigt; wäre hier STOKES' Hypothese richtig, so müßten alle reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit der Gitternormale den Winkel P bilden, aus Reflexion solcher Partialstrahlen entstehen, welche mit dieser Normale ebenfalls den Winkel P bilden; es müßten demnach alle diese gebeugten Strahlen, jeder in seiner Beugungsebene (Meridianebene) polarisiert sein;

dem widerspricht aber die soeben genannte Erfahrung vollständig.

Man kann daher den Polarisationszustand des reflektiert-gebeugten Lichtes streng genommen durchaus nicht nach der Auffassung der STOKESschen irregulären Brechung (§ 3; § 46 Fußnote), als „irreguläre Reflexion" betrachten, sondern als einen solchen, gewiß komplizierten Vorgang, bei welchem der Erregungszustand der sekundären Erregungsräume durch die Natur des einfallenden Lichtes, durch den Einfallswinkel und durch die optischen Konstanten der reflektierend-beugenden Substanz bestimmt wird; man kann diesen Vorgang wohl die allgemeinere Brechung und die allgemeinere Reflexion nennen.

Dieser Erregungszustand entsteht gleichzeitig bei jeder Refraktion und bei jeder Reflexion und zwar ebenso an der brechenden wie an der reflektierenden Seite der beugenden Grenzfläche; der Zustand selbst kann wohl nur indirekt, durch Beobachtung des Polarisationszustandes der von solchen sekundären Erregungszentren ausgehenden Lichtstrahlen untersucht werden.

Bei der gewöhnlichen regelmäßigen Reflexion und Refraktion durch eine glatte ebene Grenzfläche offenbart sich die Wirkung dieses Erregungszustandes nur längs des regulär reflektierten und des regulär gebrochenen Strahles; erfahrungsgemäß bleibt der Polarisationszustand dieser Strahlen ungeändert, wenn auch die regelmäßige Reflexion von so enggefurchten Gittern geschieht, deren reflektierende Streifen nicht breiter als etwa 0,001 mm sind, § 71. Aber durch die Furchung entsteht Beugung, welche in den in § 35—70 mitgeteilten Erscheinungen in bezug auf den erzeugten Polarisationszustand der gebeugten Strahlen, vom Gitterintervall und von der Intensität der gebeugten Strahlen im allgemeinen unabhängig sind: aber die Intensität dieser gebeugten Strahlen ist bei größerer Ausdehnung der reflektierenden Fläche unmerklich, und eben die Furchung macht den in den verschiedenen Strahlungsrichtungen immer vorhandenen Polarisationszustand dadurch erkennbar und beobachtbar, daß die durch die Furchung so hervorgerufene Beugung in geeigneter Weise in jeder Richtung einen gebeugten Strahl von genügender Intensität zustande bringt.

4. Qualitative Untersuchungen des Polarisationszustandes der an der Grenzfläche von Glas und Luft in Glas innen reflektiert-gebeugten, in Luft gebrochen-gebeugten und in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensysteme.

§ 73. Über die an der Grenzfläche von Glas und Luft möglichen Beugungen überhaupt. Bedingungen zu deren einwandfreien Beobachtung: Halbkugel aus Glas.

I. Die Beugung an einer Glasgitterfläche kann vier verschiedene Strahlensysteme hervorufen:

1. und 2. Bei aus Luft auf die Gitterfläche fallendem Lichte entsteht 1. ein in Luft reflektiert-gebeugtes, 2. ein in Glas gebrochen-gebeugtes Strahlensystem;

3 und 4. Bei aus Glas auf die Gitterfläche fallendem Lichte entsteht 3. ein in Glas innen reflektiert-gebeugtes, 4. ein in Luft gebrochen-gebeugtes Strahlensystem.

Die Untersuchung des Systems 1 geschah in den §§ 28—72 vorliegender Arbeit. Zur genaueren, quantitativen Kenntnis der übrigen Strahlensysteme dürften ebenfalls nur ähnliche umfassende Beobachtungen führen; indes übersteigt die Ausführung derartiger messender Untersuchungen dieser übrigen drei Systeme 2, 3 und 4, sowie die mit deren Reduzierung verbundenen Rechnungen jedenfalls die Kräfte eines einzelnen Forschers.

Trotzdem schien es mir dringend wünschenswert, wenigstens vorläufig eine qualitative Orientierung in diesen Erscheinungen zu besitzen, einesteils weil das System 2 mit System 1 unmittelbar dadurch zusammenhängt, daß beide gleichzeitig infolge derselben erregenden Ursache auftreten; andernteils um bei System 3 und 4 im Gegensatz zu 1 und 2 den Einfluß der Vertauschung der Medien Luft und Glas konstatieren zu können.

Ich entschloß mich daher, vorerst eine qualitative Untersuchung der Systeme 2, 3 und 4 zu vollziehen, um damit auch darüber Einsicht zu gewinnen, in welcher Weise eine künftige ausführliche, quantitative Erforschung einzurichten sei.

II. Soll der Polarisationszustand des durch reine Beugung bei Wechsel des Mittels entstandenen Strahlensystems einwand-

frei untersucht werden können, so muß man dafür Sorge tragen, daß die Strahlen vor und nach der Beugung keinen solchen optischen Nebeneinwirkungen ausgesetzt seien, welche ihre Polarisation ändern können.

Bei dem oben erwähnten System 1 waren in dieser Beziehung keine besonderen Vorkehrungen nötig, da dort das Licht aus Luft auf die Gitterfläche fiel und von dort aus in Luft reflektiert-gebeugt wurde; bei den übrigen drei Systemen, nämlich bei System 2, 3 und 4 traten jedoch, planparallele Glasgitter vorausgesetzt, stets, und zwar entweder vor oder nach der Beugung, oder in beiden Fällen derartige störende Einwirkungen auf. Um dieselben überhaupt zu vermeiden oder auf ein Minimum herabzudrücken, benutzte ich eine von den Werkstätten Zeiss in Jena besonders zu diesem Zwecke angefertigte Halbkugel aus Borosilikatkronglas von etwa 4,5 cm im Durchmesser, dessen mittlerer Brechungsindex nahezu 1,50 betrug, dessen Dispersion jedoch für mittlere Strahlen den geringen Wert $\frac{n-1}{\Delta n} = 66$ hatte.*

Fig. 29.

Ursprünglich hatte ich die Absicht, die ebene Fläche dieser Halbkugel mittels Diamantspitze mit Gitterfurchen zu versehen oder versehen zu lassen; indes behielt ich dies einem späteren Zeitpunkte vor, um vorher wenigstens die in den folgenden §§ 74—86 beschriebenen Versuche machen zu können.

Sollten die Systeme 2, 3 und 4 beobachtet werden, so wurden der Reihe nach verschiedene, dünnplattige Glasgitter mit ihrer ebenen, glatten Fläche mit Bein- oder Terpentinöl an die ebene Fläche der Halbkugel geklebt (Fig. 29): Halbkugel, Öl und Glasgitter hatten fast den gleichen mittlern Brechungsindex** und

* Genauere Angaben hierüber z. B. im Produktions- und Preisverzeichnis über optisches Glas, Glaswerk Schott und Genossen Jena, 1902.

** Das hier meistenteils benutzte Glasgitter hatte ein Intervall von 0,001 840 mm; der mittlere Brechungsexponent seiner Substanz betrug 1,5176; der der Glaskugel 1,5023, der des Terpentinöles etwa 1,48; die ersteren drei Daten bestimmte Herr P. Selényi.

gefurchte Fläche des Gitters ging so nahe an dem Kugel-
telpunkte vorbei, daß die vom Mittelpunkte der Gitterfläche
an die Kugelfläche gezogenen Strahlen nur unmerklich von
Richtung der vom Kugelmittelpunkte an die Kugelfläche ge-
enen Strahlen abwichen.

In optischer Beziehung kann also diese Anordnung sehr nahezu
eine solche gelten, als ob die ebene Fläche der Halbkugel
rcht wäre und als ob die gegen den Gittermittelpunkt zu
ch die Kugelfläche, ebenso wie die von diesem Mittelpunkt
gehenden, durch die Kugelfläche dringenden Strahlen nahezu
mal zu dieser Fläche fortschreiten würden, und daher beim
chschreiten derselben keine merkliche Änderung ihres Polari-
onszustandes erleiden.

Die Halbkugel wurde nun auf einen ebenso konstruierten Zu-
apparat montiert, wie der in § 31, Fig. 7, beschriebene; derselbe
de genau in derselben Weise in das Polarisatorrohr des Haupt-
arates geschoben; dadurch konnte man in jeder gewünschten
htung einen gebeugten Strahl genügender Intensität erhalten
genau so wie im reflektiert-gebeugten Lichte beobachten.

Es ist kaum nötig, ausdrücklich zu bemerken, daß bei den
bachtungen der störende Einfluß des falschen Lichtes ganz
mieden wurde, und daß die Beobachtungen fast ausschließlich
Sonnenlicht geschahen.

Im Folgenden beschränke ich mich nur auf die Wiedergabe
ganz unzweifelhaft festgestellten Erfahrungstatsachen, soweit
elben zur allgemeinen Orientierung notwendig erscheinen. Man
d aber unter ihnen auch Gesetzmäßigkeiten sehr allgemeiner
ur und von großer Wichtigkeit finden.

4. Das bei dem Grenzwinkel der totalen Reflexion tstehende reflektiert-gebeugte und gebrochen-ge-ugte Strahlensystem. Experimentum crucis, daß ge-ochen-gebeugtes Licht nicht aus dem regelmäßig ge-brochenen Strahl entsteht.

I. Bevor ich die übrigen Versuche beschreibe, muß ich hier
en einfachen, wichtigen Versuch erwähnen, der die in der Über-

schrift dieses Paragraphen genannte Tatsache erhärtet. Der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist bei unsern Glabsubstanzen zwischen 42° und 42,5°. Läßt man nun bei unserer Vorrichtung, Fig. 29, unter einem größern innern Einfallswinkel als diesem Grenzwinkel unpolarisiertes oder beliebig polarisiertes Licht auf die Gitterfläche fallen, so kann kein regelmäßig gebrochener Strahl entstehen, sondern nur ein regelmäßig, jetzt total reflektierter; trotzdem konnte man stets nicht nur im innen reflektiert-gebeugten Lichte, sondern auch im austretenden, gebrochen-gebeugten Lichte regelmäßig gebildete Spektra beobachten. Insbesondere war wahrzunehmen, daß die Intensität der reflektiert-gebeugten Spektra beträchtlich stärker wurde, die der gebrochen-gebeugten Spektra hingegen beträchtlich schwächer, wenn der innere Einfallswinkel den Grenzwinkel der totalen Reflexion überschritt.

II. Ich wiederholte nun diesen Versuch in verschiedener Anordnung, indem ich, um jedem Einwurf zu begegnen, die Hypotenusenfläche mehrerer rechtwinkliger Glasprismen mittels Diamantspitze furchte und dieselben dadurch in Gitterflächen von den verschiedensten Intervallen verwandelte; die Erscheinung selbst stellte ich sowohl subjektiv als auch objektiv dar; es fand sich aber stets die oben beschriebene Erfahrung.

III. Diese Tatsachen erweisen ganz unzweifelhaft, daß das in unserem Falle vorhandene durchgehend-gebeugte Licht unmöglich aus dem regelmäßig gebrochenen Strahl entstehen könne; es kann also diese Beugung unmöglich nach der Brechung zustandekommen.

Demnach kann die mit Brechung verbundene Beugung nur ein derartiger Vorgang sein, bei welchem die Brechung nicht vor der Beugung stattfinden kann, also entweder ein solcher, bei dem die Beugung und die damit verbundene Veränderung des Polarisationszustandes vor der Brechung vor sich geht, oder ein solcher allgemeinerer Brechungsvorgang, bei dem Brechung und Beugung gleichzeitig miteinander auftritt.

Wir werden bei Behandlung der Refraktionsbeugung aus Glas in Luft, § 81, Tatsachen anführen, die gegen die hier als erster Alternativfall erwähnte STOKESsche „irreguläre Brechung" (§ 3 und 46, Fußnote, dieser Arbeit) sprechen.

75. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Art er Geltung der Gesetze des Polarkegels und des Extinkonskegels. Bemerkungen bei normaler Inzidenz. Art er Geltung des Gesetzes der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation.

I. Unpolarisiertes (natürliches) Licht fiel normal durch e Kugelfläche auf den mittlern Teil der Gitterfläche und litt dort mit innerer Reflexion verbundene Beugung. Der infallswinkel betrug $P' = 90^0 - P$, wenn P den Polarisationsinkel der Glassubstanz bedeutet, in unserm Falle etwa $P' = 33{,}5^0$; es ist also der innere Polarisationswinkel, welcher zu dem ußern P große Analogien aufweist. Die reflektiert-gebeugten, stretenden Strahlen wurden nun bei unverändertem Einfallsinkel, wie in § 35—39, mit Analysator beobachtet. Der regelßig reflektierte Strahl bildete hier mit dem einfallenden den Winkel von etwa 67,0°; nennt man nun Hauptpolarkegel diejenige Kegelfläche, deren Generatrix mit dem einfallenden Strahl n Winkel von 67,0°, mit seiner Fortsetzung den Winkel von 3,0° bildet, so merkt man, daß derselbe seine äußere Kegelecke gen diese Fortsetzung, seinen innern Körperwinkel gegen die chtquelle zu kehrt, also in dieser Beziehung sich umgekehrt rhält wie der Polarkegel bei äußerer Reflexion, § 35—37.

Es zeigten nun die Beobachtungen, daß im gegenwärtigen ll dieser innere Polarkegel folgende Eigenschaften besitzt:

Die längs der Mantelfläche des innern Polarkegels fortschreitenden, innen reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen sich um mehr linear-polarisiert, je näher ihre Richtung zu der des gelmäßig reflektierten Strahles kommt; letzterer ist vollständig der Einfallsebene polarisiert. Umgekehrt: je weiter diese rahlen von dieser Richtung entfernt sind, um so weniger verhwinden sie beim Drehen des Analysators, sondern sie zeigen ch, wie die direkte Untersuchung mit dem BABINETschen Kompensator ergab, stets partiell (nicht elliptisch) polarisiert.

Man kann daher hier das Gesetz der innern Hauptlarfläche nur mit den erwähnten Beschränkungen lten lassen.

Bei allen andern Einfallswinkeln unpolarisierten Lichtes sind alle innen-reflektiert-gebeugten Strahlen mehr oder minder partiell polarisiert.

Bei normaler Inzidenz zeigen die um die Gitternormale liegenden innen reflektiert-gebeugten Strahlen keine merkliche Intensitätsänderung bei Drehung des Analysators, hingegen war bei größern Beugungswinkeln dieselbe schon wahrnehmbar; auch wurden diese Strahlen mittels BABINETs Kompensator untersucht, so daß man nun sagen kann:

Bei normaler Inzidenz natürlichen Lichtes auf ein Glasgitter sind vom innen reflektiert-gebeugten Strahlensystem die in der Nähe der Gitternormale fortschreitenden Strahlen unmerklich polarisiert; die stärker gebeugten Strahlen zeigen eine merkliche partielle Polarisation, während die rasant-gebeugten Strahlen fast ganz unpolarisiert sind.

II. Linear polarisiertes Licht fiel normal durch die Kugelfläche auf den mittlern Teil der Gitterfläche und zwar wieder unter dem innern Polarisationswinkel $P' = 33{,}5°$ als Einfallswinkel. Die Beobachtung der nun ebenfalls innen-reflektiert-gebeugten Strahlen geschah wie in den §§ 40–43 mit freiem Auge. Nennt man hier die oben unter I. erwähnte Fläche den innern Extinktionskegel, so kann man als experimentell festgestellt betrachten:

Die längs der innern Extinktionsfläche fortschreitenden gebeugten Strahlen lassen sich durch Drehung des Polarisators umso besser auslöschen, je näher der jeweilige gebeugte Strahl dem regelmäßig reflektierten Strahle kommt; letzterer wird ganz ausgelöscht. Umgekehrt: Je weiter diese Strahlen vom regelmäßig reflektierten verlaufen, umso weniger können sie durch Drehung des Polarisators verdunkelt werden. Die direkte Untersuchung derselben mit BABINETs Kompensator zeigte ganz bestimmt, daß diese Strahlen elliptisch (nicht partiell) polarisiert sind, und zwar um so mehr, je größer der oben erwähnte Abstand ist.

Man kann demnach hier das Gesetz der Hauptextinktionsfläche nur unter den oben angegebenen Beschränkungen gelten lassen.

Bei allen andern Einfallswinkeln linear polarisierten Lichtes sind sämtliche, innen reflektiert-gebeugten Strahlen mehr oder minder elliptisch polarisiert.

Bei normaler Inzidenz linear polarisierten Lichtes auf ein Glasgitter zeigen die in der Nähe der Gitternormale verlaufenden Strahlen des innen reflektiert-gebeugten Strahlensystems bei Drehung des Polarisators keine Intensitätsänderung, hingegen ist selbe bei großen Beugungswinkeln schon merklich, doch tritt nirgends eine vollständige Auslöschung der gebeugten Strahlen ein; die rasant-gebeugten Strahlen zeigen indes keine merkliche Intensitätsänderung.

In bezug auf den Polarisationszustand dieser Strahlen siehe § 77. 2 und 79, 1.

III. Die unter I und II erwähnten Erfahrungen ließen es als wahrscheinlich erscheinen, daß in diesem Falle der Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas das Gesetz der zirkumaxialen Polarisation auftreten dürfte. Die bei dem Einfallsazimute 90° und dem innern Einfallswinkel $P' = 33{,}5°$ entstandenen, innen reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen bei der Untersuchung um den regelmäßig reflektierten (jetzt ausgelöschten) Strahl in dessen Umgebung vollständige zirkumpolare Polarisation; entferntere Strahlen sind, wie oben in II erwähnt, elliptisch polarisiert.

Ändert man den Einfallswinkel und das Einfallsazimut in geeigneter Weise, so erhält man ohne Schwierigkeit Strahlensysteme, welche in der nahen Umgebung einer jeweiligen Symmetrieachse gute, vollständige oder partielle, symmetrische oder asymmetrische zirkumaxiale Polarisation zeigen.

Der Verlauf und die Polarisationsverhältnisse dieser Systeme sind sehr analog denjenigen der in Luft reflektiert-gebeugten Strahlen [§ 45—50, 58, 59 usw.], im übrigen siehe § 83.

§ 76. Normale Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Übereinstimmung mit denselben Fällen bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft.

I. Einfallendes natürliches Licht. Beobachtung mit Analysator.

Die gewölbte Fläche der Glashalbkugel ist gegen den normal einfallenden Strahl unpolarisierten Lichtes gerichtet; derselbe gelangt nahezu ungebrochen bis an die Gitterfläche der Vorrichtung, Fig. 29, und tritt dann aus Glas unmittelbar als System gebeugter Strahlen in Luft.

Die besonders zu diesem Behufe mit Sorgfalt angestellten Beobachtungen ergaben mit voller Sicherheit, daß bei Drehung des Analysators kein einziger der so entstandenen gebrochen-gebeugten Strahlen, selbst nicht die rasant-gebeugten, auch nur eine Spur von Intensitätsänderungen zeigten; es bestehen also alle diese in Luft gebrochen-gebeugten Strahlen ausnahmslos aus unpolarisiertem (natürlichem) Licht.

Diese Erfahrungstatsache steht in völliger Übereinstimmung mit der in Punkt 2 des § 39 konstatierten Erfahrung, die bei normaler Inzidenz natürlichen Lichtes und Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft so charakteristisch auftritt.

Anmerkung: Auch bei schiefer Inzidenz natürlichen Lichtes gilt hier im allgemeinen dasselbe Gesetz.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung mit freiem Auge.

Die Lage der Vorrichtung, Fig. 29, ist dieselbe wie oben unter I, nur daß hier der einfallende Strahl linearpolarisiert ist.

Beobachtet man hier die Strahlen des in Luft austretenden gebrochen-gebeugten Systems mit freiem Auge, so kann man bei Drehung des Polarisators bei keinem einzigen dieser Strahlen eine Intensitätsänderung bemerken, selbst nicht bei den rasant-gebeugten Strahlen, obwohl dieselben im allgemeinen beträchtliche Intensität haben. Es ist demnach hier die Intensität der gebrochen-gebeugten Strahlen dieses Systems von der Rich-

tung der zur Gitterfläche normalen Polarisationsebene des einfallenden Strahles unabhängig.

Auch diese Erfahrungstatsache stimmt mit derjenigen völlig überein, die wir in Punkt 2 des § 43 ausdrücklich konstatierten, die nämlich bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes und Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft so bestimmt auftritt.

Anmerkung: Auch bei schiefer Inzidenz linearpolarisierten Lichtes gilt hier dasselbe Gesetz.

Die Polarisationsverhältnisse des Strahlensystems II entsprechen der genau isogonalen Anordnung [§ 78].

§ 77. Normale Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Partielle Polarisation. Von der einfallenden Polarisationsebene unabhängige Intensität gebrochen-gebeugter Strahlen.

I. Einfallendes natürliches Licht. Beobachtung mit Analysator.

Die Gitterfläche der Vorrichtung, Fig. 29, ist normal dem einfallenden Strahl unpolarisierten Lichtes zugewendet; das an dieser Fläche in Glas gebrochen-gebeugte Licht dringt durch die Glassubstanz der Halbkugel und tritt normal zu deren Fläche, also ohne Änderung des Polarisationszustandes in Luft aus.

Die Beobachtungen ergaben nun, daß bei Drehung des Analysators nur diejenigen Strahlen des in Glas gebrochen-gebeugten Systemes eine mäßige, jedoch merkliche Intensitätsänderung zeigten, welche von der Gitternormale um etwa 30 bis 60° abwichen; die übrigen Strahlen, selbst die rasant-gebeugten, behielten während dieser Drehung ihre Intensität unverändert.

Die nähere Untersuchung der ersteren, merklich verdunkelbaren Strahlen ergab, daß dieselben nicht elliptisch, sondern partiell polarisiert sind, und zwar ist der polarisierte Teil des Lichtes dieser gebeugten Strahlen stets in der jeweiligen Beugungsebene polarisiert.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz gilt auch die Erfahrungstatsache, daß bei Drehung des Analysators kein einziger

der gebeugten Strahlen völlig oder auch nur angenähert vollständig ausgelöscht wird; doch gibt es solche, die eine sehr merkliche Verdunkelung zeigen.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung mit freiem Auge.

Die Orientierung der Vorrichtung, Fig. 29, war dieselbe wie oben unter I; es zeigte sich auch hier, bei sehr sorgfältiger Beobachtung, daß bei Drehung des Polarisators kein einziger Strahl des gebeugten Systems, selbst die rasant-gebeugten nicht, merkliche Intensitätsänderung zeigten.

Es ist demnach hier die Intensität dieser gebeugten Strahlen vom Einfallsazimut zur jeweiligen Beugungsebene unabhängig.

In bezug auf den Polarisationszustand dieses Systems siehe den § 79, 1; derselbe kann lineare, elliptische, auch zirkulare Polarisation sein.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ist die hier unter II. erwähnte Tatsache ebenfalls in Geltung: kein einziger der gebeugten Strahlen zeigt bei Drehung des Polarisators eine konstatierbare Intensitätsänderung.

§ 78. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Bei Refraktionsbeugung aus Glas in Luft gilt das Gesetz der isogonalen Polarisation. Zusammenfassung mit demselben Gesetz bei aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugtem Lichte.

Die Halbkugelfläche ist gegen den Polarisator gerichtet; der aus diesem austretende Strahl trifft die Mitte der Gitterfläche normal; der ungebeugte Strahl tritt aus dieser Fläche normal in Luft; die gebrochen-gebeugten Strahlen unter schiefen Winkeln ebenfalls in Luft. Die Furchenrichtung des Gitters ist senkrecht zum Hauptkreis des Apparates.

Es liegen dann alle gebeugten Strahlen in der zur Furchenrichtung senkrechten Ebene, der Beugungsebene, welche also hier der Ebene des Hauptkreises parallel ist.

Die Beobachtungen ergaben nun sofort, daß alle diese Strahlen, anz unabhängig vom Beugungswinkel, parallel zur Furchenrichung oder senkrecht dazu, also senkrecht zur Beugungsebene oder arallel zu derselben polarisiert sind, je nachdem das normal infallende Licht senkrecht oder parallel zur Beugungsebene polaisiert ist.

Bildet jedoch die Polarisationsebene des einfallenden (und omit auch die des ungebeugt durchgehenden) Strahles einen bebigen Winkel mit der Beugungsebene, so ergeben die Beobachngen, daß die in derselben liegenden Strahlen nicht nur linearolarisiert sind, sondern daß deren Polarisationsazimut, unabhängig om Beugungswinkel, immer nahezu dasselbe ist, wie das des ormal einfallenden Strahles.

Diese Tatsachen drücken also für diesen Fall das Getz der isogonalen Polarisation aus, § 65 und 66.

Anmerkung: Um diese Erfahrungsumstände festzustellen, t die in Fig. 29 angegebene Anordnung nicht unbedingt nötig; genügt auch ein gewöhnliches plan-paralleles Glasgitter, auf essen glatte Seite das vom Polarisator kommende Licht normal nfällt; man hat diese Beobachtung schon vor einem halben Jahrndert gemacht [§ 65, § 13 und deren Fußnoten], jedoch nicht emerkt, daß dieselbe ein Ausdruck der oben erwähnten Getzmäßigkeit ist.

Um meinerseits jeden Zweifel auszuschließen, stellte ich die er beschriebenen Versuche mit den verschiedensten Glasgittern, ich mit Kreisgittern an und fand das obige Gesetz der isogolen Polarisation innerhalb der Grenzen der hier zu erwartenden enauigkeit in jedem Falle bestätigt.

Wir dürfen also das in § 65 für in Luft reflektiert-gebeugtes icht und im gegenwärtigen Paragraphen für in Luft gebrochenebeugtes Licht geltende gemeinsame Gesetz wie folgt ausdrücken:

Wenn bei normaler Inzidenz linearpolarisierten ichtes auf Glasgitter das reflektiert-gebeugte oder das ebrochen-gebeugte Strahlensystem unmittelbar von der eugenden Fläche aus in Luft tritt: dann zeigt der Polasationszustand dieses Systems das Gesetz der isogo alen Polarisation.

§ 79. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Elliptische Polarisation. Zusammenfassung beider Fälle.

Die Furchen der Gitterfläche waren bei den Beobachtungen dieses Paragraphen stets senkrecht zum Hauptkreis des Apparates gerichtet; also die Beugungsebene stets parallel zur Ebene dieses Kreises.

1. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Die gefurchte Fläche der Vorrichtung, Fig. 29, ist dem aus dem Polarisator austretenden Strahle normal zugewendet; die gebeugten Strahlen gehen nach der Beugung durch die Glasgittersubstanz und durch das Glas der Halbkugel und treten mit ungeändertem Polarisationszustand normal aus deren Fläche aus.

a) Die Beobachtungen ergaben bei sorgfältiger Wiederholung stets, daß alle in der Beugungsebene liegenden Strahlen, ganz unabhängig vom Beugungswinkel, senkrecht zur Beugungsebene oder parallel dazu polarisiert sind, je nachdem das einfallende Licht senkrecht oder parallel zu dieser Ebene polarisiert ist.

b) Bildet jedoch das Azimut des linear-polarisierten einfallenden Strahles einen von 0°, 90°, 180° abweichenden Winkel mit der Beugungsebene: dann sind nur diejenigen gebrochen-gebeugten Strahlen, die vom ungebrochen hindurchgehenden nur wenig abweichen, linearpolarisiert, und weicht auch deren Polarisationsazimut nicht sehr ab von dem des einfallenden Strahles.

Je größer indes der Beugungswinkel, umso mehr sind diese Strahlen elliptisch-polarisiert und nähert sich die große Achse der Polarisationsellipse immer mehr und mehr der Beugungsebene. Bei sehr großen Beugungswinkeln und geeigneten Einfallsazimuten kann jedoch die Polarisation der gebeugten Strahlen eine zirkulare sein.

2. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Die Kugelfläche der Vorrichtung, Fig. 29, ist dem aus dem Polarisator austretenden Strahl zugewendet, der also normal durch diese Fläche eintritt, durch die Glassubstanz der Halbkugel normal bis

die gefurchte Fläche dringt und von dort aus teils in Form es gebrochen-gebeugten Strahlensystems in Luft tritt, teils in rm eines innen reflektiert-gebeugten Systems in die Glas- stanz zurück und aus deren Kugelfläche zentral austritt. Letz- Strahlen bilden nun das Untersuchungsobjekt.

a) Auch hier ergaben die Beobachtungen bei vielfältiger ederholung immer in gleicher Weise, daß alle in der Beugungs- ne liegenden Strahlen, ganz unabhängig vom Beugungswinkel, krecht zu dieser Ebene oder parallel zu derselben polarisiert , je nachdem das einfallende Licht senkrecht oder parallel zu er Ebene polarisiert ist.

In dieser Beziehung ist also die Übereinstimmung mit 1. a) es Paragraphen vorhanden.

b) Bildet jedoch die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes n von 0°, 90°, 180° verschiedenen Winkel mit der Beugungs- ne, dann sind nur die in der Nähe des regelmäßig normal- ktierten Strahles fortschreitenden gebeugten Strahlen linear- risiert, und ihr Polarisationsazimut ist nahezu gleich demjenigen ersterwähnten Strahles.

Bei wachsendem Beugungswinkel werden diese Strahlen sehr klich elliptisch-polarisiert; auch hier nähert sich die große se der Polarisationsebene immer mehr der Beugungsebene; geht bei großen Beugungswinkeln und bei geeigneten Ein- azimuten der Zustand dieser Strahlen selbst in zirkulare Pola- ion über.

Es findet also auch in dieser Beziehung eine Übereinstimmung 1. b) dieses Paragraphen statt. —

Wir wollen nun die unter 1 und 2 erwähnten Erfahrungs- chen wie folgt zusammenfassen:

1 und 2. Wenn bei normaler Inzidenz linearpolari- rten Lichtes auf Glasgitter das gebrochen-gebeugte er das reflektiert-gebeugte Strahlensystem unmittel- r von der beugenden Fläche aus in Glas tritt, dann gt der Polarisationszustand der zur Gitternormalen he fortschreitenden gebeugten Strahlen sehr nähe- ngsweise das Gesetz der isogonalen Polarisation. erner sind alle in der Polarisationsebene des einfallenden

Lichtes gebeugte Strahlen ebenfalls in dieser Ebene polarisiert, und alle in der dazu senkrechten Ebene gebeugten Strahlen senkrecht zur letzterer Ebene. Alle gebeugten Strahlen anderer Richtung zeigen elliptische Polarisation.

Anmerkung: Letztere allgemeine Erfahrungstatsache scheint dahin zu deuten, daß die beiden, zur jeweiligen Beugungsebene parallelen und senkrechten Komponenten des Lichtvektors des gebeugten Strahles gegeneinander eine vom Einfallsazimut zur Beugungsebene und vom Beugungswinkel abhängige Phasendifferenz erhalten. — Die Darstellung solcher Vektoren mittels Kugelwellen kann in der von W. KÖNIG bei Reflexionsbeugung in Luft versuchten formalen Weise [§ 9 dieser Arbeit] ohne Schwierigkeit geschehen, indes wäre damit noch nicht eine physikalische Vorstellung über die mögliche Art der Vorgänge im sekundären Erregungsraum gewonnen.

80. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0. Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation, wie bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft. Dieselbe zwingende Schlußfolgerung.

Die gewölbte Kugelfläche sei gegen den aus dem Polarisator tretenden Strahl gewendet; derselbe dringt normal durch diese Fläche bis zur Gitterebene und erleidet dort Beugung. Wir betrachten das in Luft austretende gebeugte Strahlensystem, das sich bei beliebigem Einfallswinkel bildet, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes in die Einfallsebene fällt.

Die oft wiederholten Beobachtungen ergaben:

a) Alle in der Einfallsebene liegenden gebeugten Strahlen sind bei jedem Einfallswinkel in dieser Ebene polarisiert.

b) Alle Strahlen, welche in der zur Einfallsebene senkrechten, die Gitternormale enthaltenden Ebene gebeugt sind, sind senkrecht zu dieser Ebene polarisiert.

c) Untersucht man die rasant austretenden gebeugten Strahlen und geht dabei längs der beugenden Gitterebene von

dem in der Einfallsebene liegenden rasant-gebeugten Strahle aus bis zu dem senkrecht zu dieser Ebene rasant-gebeugten Strahl, indem man dieselben mit dem Nicol stets auslöscht, so findet man, daß man dabei den Nicol sukzessive um 90° drehen muß.

Die unter a), b) und c) konstatierten Tatsachen können nur in eine bestimmte Gesetzmäßigkeit vereinigt werden: nämlich in eine isogonale Anordnung, deren ausgezeichnete Achse die Gitternormale, deren Symmetrieebene die Einfallsebene ist. Es ist dies also nichts anderes als das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation [§ 54 und 56], die bei normaler Inzidenz in das der isogonalen Polarisation übergeht [§ 65 u. 66].

Ich änderte hier den Einfallswinkel von 0° bis zu der hier experimentell möglichen Grenze 82°, und fand obige Tatsachen stets bestätigt.

Man bemerkt, daß diese Anordnung genau dieselbe ist wie die bei der Beugung aus Luft an Glas in Luft gefundene [§ 69]; man darf also die beiden Erfahrungstatsachen wie folgt vereinigt aussprechen:

Tritt bei beliebiger Inzidenz in der Einfallsebene polarisierten Lichtes auf ein Glasgitter das reflektiert-gebeugte oder das gebrochen-gebeugte Strahlensystem unmittelbar von der beugenden Fläche in Luft, so gilt für dessen Polarisationszustand das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Die zwingende Schlußfolgerung des § 69, nämlich daß der erregende Lichtvektor nur normal zu seiner Polarisationsebene sein kann, hat auch hier vollkommene Geltung.

§ 81. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 90° und beliebig. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Elliptische Polarisation aus senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht. STOKES' „irreguläre Brechung" in Widerspruch mit der Erfahrung. Ergänzung.

Die Versuchsanordnung ist dieselbe wie im vorigen Paragraphen, mit dem Unterschiede, daß die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes senkrecht ist zur Einfallsebene.

Hier ergaben die ebenfalls oft wiederholten Versuche:

a) Alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen sind bei jedem Einfallswinkel stets senkrecht zu dieser Ebene polarisiert.

b) Alle diejenigen gebeugten Strahlen, die sehr nahe zur Fortsetzung der Richtung des einfallenden Strahles fortschreiten, sind nahezu linearpolarisiert und zeigen in diesem beschränkten Gebiete das Gesetz der isogonalen Polarisation in der Weise, daß der in der Richtung der Fortsetzung des einfallenden Strahles fortschreitende gebrochen-gebeugte Strahl als ausgezeichnete Achse, die durch denselben senkrecht zur Einfallsebene gehende Polarisationsebene des einfallenden Strahles als Symmetrieebene dient. Auch diese Tatsache gilt für jeden Einfallswinkel.

c) Alle andern, in a) und b) nicht genannten gebeugten Strahlen zeigen deutlich erkennbare elliptische Polarisation, die im allgemeinen umso mehr sich der zirkularen Polarisation nähert, je größer der Einfallswinkel, je größer der Beugungswinkel, und je mehr der gebeugte Strahl von der Einfallsebene abweicht.

Die Gesetzmäßigkeit der Polarisation des hier betrachteten in Luft gebrochen-gebeugten Strahlensystems ist also durchaus nicht einfach; nur die unter a) und b) erwähnten Strahlen zeigen diesbezüglich einfachere Verhältnisse; nicht so die übrigen unter c) angeführten Strahlen, welche die merkwürdige Tatsache erhärten, daß aus zur Einfallsebene senkrecht polarisiertem einfallenden Lichte durch Beugung aus Glas in Luft elliptisch polarisierte Strahlen entstehen können.

Man bemerkt sofort, daß diese Erfahrung sich mit der Stokesschen Auffassung von der „irregulären Brechung“ nicht vereinigen läßt [§ 3 und 46, Fußnote]. Würde nämlich der auffallende Strahl, bevor er die Gitterfläche erreicht, etwa nach dem Stokesschen Kosinusgesetz in Elementarwellen zerfällt, so müßte jede derselben noch linearpolarisiert bleiben und auch nach Austritt in Luft diese Natur beibehalten, weil durch einfache Brechung aus Glas in Luft wohl die Lage der Polarisationsebene, nicht aber die lineare Polarisation in elliptische geändert werden kann.

Es besteht demnach Widerspruch zwischen Erfahrung und OKES' „irregulärer Brechung". Siehe auch folgenden § 82.

Ergänzung. Wenn im Falle dieses und des vorigen Paraphen das Einfallsazimut 45° beträgt, so zeigen die Beobachgen bei einem Einfallswinkel, der kleiner ist als der Grenzkel der totalen Polarisation, daß die in der Nähe der Fortzung des einfallenden Strahles gebeugten Strahlen genügend earpolarisiert sind; die übrigen zeigen mehr oder minder ellipche Polarisation. Ist der Einfallswinkel größer, so bleibt der pus der Erscheinung zwar ungeändert, nur wird die elliptische larisation mit zunehmendem Einfallswinkel stets stärker, weicht o von der linearen Polarisation stets mehr und mehr ab. Das here bringt § 84.

82. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Einfallsnkel beliebig. Einfallsazimut 0° bis 90°. Die isogole Anordnung ist nur in sehr beschränktem Gebiete ltig. Elliptische Polarisation aus parallel oder senkcht zur Einfallsebene polarisiertem Lichte. Zirkumaxiale Polarisation kann nicht entstehen.

Die gefurchte Ebene der Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, sei gen den aus dem Polarisator tretenden Strahl gewendet; derbe erleidet an dieser Gitterfläche Beugung direkt aus Luft in s; die gebeugten Strahlen durchlaufen dann die Glassubstanz r Halbkugel und treten normal durch deren Oberfläche, ohne rch diesen Austritt erlittene Änderung ihres Polarisationstandes in Luft aus.

Wiederholt angestellte vielfache Beobachtungen ergaben:

a) Die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen sind rallel oder senkrecht zu dieser Ebene polarisiert, je chdem das einfallende Licht parallel oder senkrecht r Einfallsebene polarisiert ist; der Einfallswinkel und er Beugungswinkel kann dabei ganz beliebig sein.

b) Diejenigen gebeugten Strahlen, welche sehr nahe zur ichtung der Fortsetzung des einfallenden Strahles fortschreiten, ind nahezu linearpolarisiert und zeigen sehr näherungsweise das

Gesetz der isogonalen Anordnung, wobei die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles die ausgezeichnete Achse, die Polarisationsebene dieses Strahles die Symmetrieebene bildet. Auch diese Erfahrung gilt für beliebige Einfallswinkel.

c) Alle andern gebeugten Strahlen als die in a) und b) erwähnten zeigen im allgemeinen elliptische Polarisation, die um so größer ist, je größer der Beugungswinkel und je mehr der gebeugte Strahl von der Einfallsebene abweicht.

Man findet also auch hier dieselbe merkwürdige Tatsache wie im vorigen Paragraphen; jedoch ist diese auch für in der Einfallsebene polarisiertes einfallendes Licht gültig, nämlich daß aus einer einzigen Komponente parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisierten einfallenden Lichtes durch Refraktionsbeugung aus Luft in Glas elliptisch polarisierte Strahlen entstehen können. Auch diese Erfahrung wie die des vorigen Paragraphen widerspricht aus den dort angeführten Gründen STOKES' irregulärer Brechung, § 3, 46, Fußnote und § 81.

Anmerkung: Es tritt hier von selbst die Frage auf, ob im Falle dieses Paragraphen, wenn das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisiert ist, das aus Luft in Glas gebrochen gebeugte Strahlensystem bei verschiedenen Einfallswinkeln immer dieselbe Polarisationsanordnung zeigt? Bei aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugten, und aus Glas in Luft gebrochen-gebeugten Strahlen ist dies stets der Fall [§ 69 und 80], es gilt dort immer das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Indes läßt sich diese Frage im Falle dieses § 82 nur auf Grund quantitativer Untersuchungen entscheiden, weshalb wir hier darauf nicht näher eingehen.

Erfahrung: Zirkumpolare oder zirkumaxiale Polarisation entsteht hier nicht.

Wenn bei der Anordnung dieses Paragraphen der Einfallswinkel der äußere Polarisationswinkel P der Glassubstanz ist, dann entsteht bei dem beim Einfallsazimut von 90° in Luft reflektiert-gebeugten Lichte die zirkumpolare Polarisation [§ 45—49], bei andern, von diesen nicht sehr verschiedenen Einfallswinkeln die allgemeinere symmetrisch-zirkumaxiale Polarisation [§ 58 und 59].

Die Erfahrungen dieses Paragraphen ergaben jedoch, daß in dem, dabei gleichzeitig entstehenden aus Luft in Glas gebrochengebeugten Strahlensystem keine Spur einer derartigen zirkumpolaren Anordnung vorhanden ist.

Fortgesetzte Beobachtungen ergaben, daß z. B. bei dem Einfallsazimut von 45° ein großer Teil der in der Einfallsebene gebeugten Strahlen nahezu linearpolarisiert ist, und dabei, besonders bei großen Einfallswinkeln eine bis über 100° gehende negative Drehung der Polarisationsebene zeigt; hingegen sind die außerhalb dieser Ebene liegenden gebeugten Strahlen fast ausnahmslos elliptisch polarisiert.

Dasselbe ist im allgemeinen auch bei den übrigen, zwischen 0° und 90° liegenden Einfallsazimuten der Fall. Näheres gibt § 85.

§ 83. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Verallgemeinerung.

Hier mögen die in § 75, III und § 79, 2 erwähnten Erfahrungen durch Resultate weiterer Beobachtungen ergänzt werden; es ergab sich:

a) Alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen sind parallel oder senkrecht zu dieser Ebene polarisiert, je nachdem das einfallende Licht parallel oder senkrecht zu dieser Ebene polarisiert ist, und zwar ganz unabhängig vom Einfallswinkel.

b) Schon in § 75, III wurde erwähnt, daß bei dem innern Polarisationswinkel P' als Einfallswinkel, bei dem Einfallsazimut 90°, innere zirkumpolare Polarisation entsteht und daß bei geeigneter Änderung des Einfallswinkels und des Einfallsazimutes vollständige oder partielle, symmetrische oder asymmetrische zirkumaxiale Polarisation auftritt.

Ist das Einfallsazimut = 0, dann zeigt sich im allgemeinen keine vollständige isogonale Anordnung, sondern nur die in § 79, 2 angeführte Erscheinung gewissermaßen in verschobener Weise: dort war nämlich die Gitternormale die Richtung des

einfallenden Strahles, und diese bildete die Symmetrieachse der nur für deren nähere Umgebung auftretenden isogonalen Anordnung.

Hier erweisen nun die Beobachtungen, daß die in die Nähe des einfallenden Strahles innen reflektiert-gebeugten Strahlen in bezug auf diese einfallende Richtung als ausgezeichnete Achse und die Einfallsebene als Symmetrieachse eine ganz deutlich erkennbare isogonale Polarisationsanordnung zeigen; die entfernteren gebeugten Strahlen, die nicht in der Einfallsebene liegen, sind mehr oder minder elliptisch polarisiert.

c) Verallgemeinerung. Fortgesetzte Beobachtungen ergaben, daß hier bei ganz beliebigem Einfallswinkel, ganz unabhängig davon, ob derselbe kleiner oder größer ist als der innere Polarisationswinkel $P' = 33{,}5^0$ oder als der Grenzwinkel der totalen Reflexion $42{,}5^0$ oder gleich einem derselben, und bei ganz beliebigem Einfallsazimut die in die Nähe des einfallenden Strahles innen reflektiert-gebeugten Strahlen in bezug auf diese einfallende Richtung als ausgezeichnete Achse und in bezug auf die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes als Symmetrieachse, die isogonale Anordnung zeigen.

Die übrigen innen reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen mehr oder minder elliptische Polarisation. Ist der (innere) Einfallswinkel kleiner als der Grenzwinkel der totalen Reflexion, so sind beim Einfallsazimut 45^0 eine Reihe von in der Nähe des einfallenden liegenden Strahlen sehr gut linearpolarisiert, die in der Einfallsebene liegenden entfernteren Strahlen jedoch vorerst elliptisch, dann wieder linear und schließlich die rasant-gebeugten wieder elliptisch polarisiert. Ist der Einfallswinkel größer als der erwähnte Grenzwinkel, dann ist die Erscheinung analog, aber nicht identisch mit der vorigen; nur die in der Nähe des einfallenden fortschreitenden gebeugten Strahlen sind linearpolarisiert und anfänglich auch die rasant-gebeugten, die übrigen sind elliptisch polarisiert; bei noch größeren Einfallswinkeln auch die letzteren.

§ 84. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Fortsetzung: Einfallswinkel in der Nähe des Grenzwinkels der totalen Reflexion, und beliebig. Einfallsazimut beliebig.

In Ergänzung der in § 80 und 81 erwähnten Tatsachen ergaben weitere Beobachtungen mehrere erwähnenswerte Beziehungen:

Ist das Einfallsazimut = 45°, so zeigen die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen einige bemerkenswerte Eigenschaften:

a) Bei dem innern Einfallswinkel $i = 38°$, bei welchem bei unserer experimentellen Anordnung eben noch ein beobachtbarer, in Luft regelmäßig-gebrochener Strahl entstehen kann, sind die in Luft austretenden gebeugten Strahlen alle fast genau linearpolarisiert.

Beginnt man nun die Beobachtung des Polarisationsazimutes bei dem regelmäßig-gebrochenen Strahle, der hier also sehr nahe zur Gitterfläche fortschreitet, und setzt sie sukzessive fort bis zu dem von diesem fast um 180° rasant-gebeugten Strahl, so findet man, daß das Azimut zuerst langsam, dann immer mehr abnimmt und schließlich bei diesem rasanten Strahl eine vom ersten Azimut ab gerechnete negative Drehung von etwa 100° erlitten hat.*

Dabei ist es einerlei, ob bei Herstellung der Erscheinung die gebrochen-gebeugten Strahlen alle dem Beobachter rechts vom regelmäßig-gebrochenen Strahle liegend erscheinen oder links davon: der Sinn und die Größe der Drehung der Polarisationsebene sind stets die gleichen.

b) Bei einem etwas größeren inneren Einfallswinkel, bei welchem schon kein in Luft regelmäßig-gebrochener Strahl entstehen kann, sondern nur ein regelmäßig, total reflektierter, sind die in Luft austretenden gebeugten Strahlen fast alle genau linearpolarisiert, nur die von mittlern Beugungswinkeln zeigen eine, jedoch sehr geringe elliptische Polarisation. Die Polarisationsebene dieser Strahlen zeigt genau dieselbe Drehung

* Der Sinn der Drehung ist hier so zu verstehen, daß die Polarisationsebene für das Auge des Beobachters eine dem Uhrenzeigergange entgegengesetzte Rotation zeigt.

wie oben unter a); ebenso ist die dort erwähnte Bemerkung in bezug auf rechts- oder linksseitige Lage des gebeugten Strahlensystems auch hier gültig.

c) Wächst der innere Einfallswinkel noch mehr, so bleibt der Typus der Erscheinung im allgemeinen derselbe, jedoch sind die gebrochen-gebeugten Strahlen schon weniger linearpolarisiert, ja bei großen Einfalls- und Beugungswinkeln schon fast zirkular polarisiert.

d) Kommt das Einfallsazimut den Grenzen 0° oder 90° nahe, so geht die Anordnung der Polarisationsebenen stufenweise in die zur Einfallsebene parallele oder dazu senkrechte Anordnung über, § 80 und 81.

§ 85. Gebrochen-gebeugtes Strahlensystem. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Direkte Verifizierung des Gesetzes der isogonalen Polarisation für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles gebeugten Strahlen.

I. Beobachtung des in der Fortsetzung des einfallenden Lichts liegenden Strahles.

a) Die Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, wurde vorerst mit ihrer gewölbten Fläche so gegen den aus dem Polarisator tretenden Strahl gerichtet, daß derselbe die Gitterfläche normal traf und sein regelmäßig gebrochener Teil unabgelenkt in Luft austrat. Das mit Analysator versehene Beobachtungsrohr wurde nun auf diesen Strahl eingestellt. Die Richtung dieses Strahles fiel also in die Fortsetzung des einfallenden, und seine Polarisationsebene in diejenige des einfallenden Strahles.

Die Furchen des Gitters standen senkrecht zum Hauptkreis des Apparates; das Beobachtungsrohr blieb hier unverrückt in seiner Lage; das Einfallsazimut betrug zuerst 45°, ebenso viel also das des ungebrochen durchgehenden Strahles.

1. Nun wurde unter sonst unverändert beibehaltener Anordnung der Einfallswinkel zwischen den Grenzen 0° und $\pm 90°$ geändert; dies geschah mittels Drehung um die Achse K der Montierungsvorrichtung wie in § 31, Fig. 7, S. 195; es zeigte sich,

daß bei dieser Änderung des Einfallswinkels die Polarisationsebene des im fixen Beobachtungsrohre erscheinenden gebeugten Strahles fast ganz unverändert das Azimut 45° beibehielt; nur bei den rasant-gebeugten Strahlen zeigte sich eine kleine Unsicherheit, weil dieselben nicht genau linearpolarisiert erschienen.

2. Wurde nun bei sonst unverändert beibehaltener Anordnung obigen Punktes a), 1. durch Drehen des Polarisators das Einfallsazimut zwischen den Grenzen 0° und $\pm$ 90° geändert, so zeigte sich, daß bei dieser Änderung des Einfallsazimuts die Polarisationsebene des im fixen Beobachtungsrohre erscheinenden jeweiligen in Luft gebrochen-gebeugten Strahles stets sehr nahezu zusammenfiel mit derjenigen des jeweilig einfallenden Lichtes, und zwar unabhängig vom Einfallswinkel.

Es gilt also die in a), 1. konstatierte Tatsache nicht nur bei beliebigen Einfallswinkeln, sondern auch bei beliebigen Einfallsazimuten.

b) Es wurde nun die in a) benutzte Versuchsanordnung in der Weise modifiziert, daß die Gitterfläche der Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, gegen den aus dem Polarisator austretenden Strahl gewendet war; die jetzt beobachteten Strahlen wurden aus Luft in Glas gebeugt, durchliefen dann die Glassubstanz der Halbkugel und traten normal aus der Kugelfläche in das fixe Beobachtungsrohr.

Die auch hier 1. bei Änderung des Einfallswinkels, 2. bei Änderung des Einfallsazimutes angestellten sorgfältigen Beobachtungen ergaben genau dasselbe Gesetz wie oben unter a).

a) und b) Man kann sich experimentell sehr leicht von der Richtigkeit des konstatierten Gesetzes überzeugen, wenn man entweder von der Einstellung a) oder von derjenigen b) ausgeht und bei einem bestimmten Einfallsazimut den in der Verlängerung des einfallenden Strahles gebeugten Strahl mit dem Analysator auslöscht. Ändert man nun den Einfallswinkel sukzessive von 0° bis $\pm$ 360°, so ändert sich dabei die Lage des auslöschenden Nikols nur in fast unmerklicher Weise. Ändert man hingegen bei beliebigem Einfallswinkel das Einfallsazimut von 0° bis $\pm$ 360°, so muß das auslöschende Nikol stets um denselben Winkel gedreht werden wie der Polarisator.

Wir fassen daher diese Erfahrungen in folgendem Ausspruch zusammen:

Fällt linearpolarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel und bei beliebigem Einfallsazimut auf ein Glasgitter und findet reine Refraktionsbeugung aus Glas in Luft oder aus Luft in Glas statt, dann fällt die Polarisationsebene des in der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes gebeugten Strahles stets mit derjenigen des einfallenden Lichtes zusammen.

Anmerkung: Es wäre ein großer Irrtum, zu erwarten, daß dieses Gesetz sich ohne weiteres auch bei einem planparallelen Glasgitter allein zeigen würde: hier treten störende Brechungen ein, die in unserer Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, vermieden sind.

Man bemerkt nämlich, unter Voraussetzung eines planparallelen Glasgitters allein, sofort, daß wenn, wie bei Anordnung a), der einfallende Strahl, bevor er an die eigentliche Gitterfläche gelangt, zuerst die Gitterplattensubstanz zu durchlaufen hat, also vorher an der glatten Fläche des planparallelen Gitters Brechung erleidet; ebenso wenn, wie bei Anordnung b), wo nach der Beugung aus Luft in Glas das in Glas fortschreitende Strahlensystem in Luft auszutreten hat, dasselbe hier an derselben glatten Fläche gebrochen wird.

Um diesen störenden Einfluß festzustellen, beobachtete ich die oben beschriebene Erscheinung mit einem planparallelen Glasgitter allein, und fand, mit Ausnahme von $i = 0$ und den Einfallsazimuten 0^0 und 90^0, stets, mitunter ganz erhebliche Abweichungen von obigem Gesetz. Ihr Maximum erreichte dieselbe bei einem Einfallswinkel von etwa 80^0 und dem Einfallsazimut von 45^0; dasselbe betrug etwa 15^0; dabei war es einerlei, ob das einfallende Licht zuerst die glatte oder die gefurchte Fläche des Gitters traf.

II. Beobachtung der in der Nähe der Verlängerung der Einfallsrichtung liegenden gebeugten Strahlen.

Die im obigen Punkt I ausgeführten Versuche wurden nun in der Weise verallgemeinert, daß nicht nur der in der Fortsetzung des jeweilig einfallenden Lichtes gebrochen-gebeugte

Strahl, sondern die nahe um diesen herum liegenden Strahlen beobachtet wurden. Es mußte dabei das Gitter, wie in § 30, 31 und 32 erörtert, in seiner Ebene gedreht werden, um auch außerhalb der Einfallsebene fortschreitende gebeugte Strahlen zu erhalten. Bei diesen Versuchen wurde nun wieder Einfallswinkel und Einfallsazimut zwischen den weitesten Grenzen geändert und beide Fälle, nämlich wo der einfallende Strahl erst nach Durchdringung der Halbkugel oder direkt aus Luft auf die gefurchte Fläche fällt, untersucht. In letzterem Falle war die Auslöschung der beobachteten Strahlen nicht so ganz vollständig wie im ersteren.

Wir können nun diese Erfahrungstatsachen in folgender Weise ausdrücken:

Fällt linearpolarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel und bei beliebigem Einfallsazimut auf ein Glasgitter und findet reine Refraktionsbeugung aus Glas in Luft oder aus Luft in Glas statt, dann zeigt der nahe um die Verlängerung des einfallenden Strahles liegende Teil des gebrochen-gebeugten Strahlensystems das Gesetz der isogonalen Polarisation, und zwar in bezug auf die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles als ausgezeichnete Achse und dessen Polarisationsebene als Symmetrieebene.

Man kann diese merkwürdige Eigenschaft des Lichtes wohl so auffassen, daß man sagt, die nahe zur einfallenden Richtung gebeugten Strahlen zeigen unter allen Umständen mit großer Energie das Bestreben, die Polarisationsebene des einfallenden Strahles unverändert beizubehalten.

Die Anmerkung des Punktes I in bezug auf planparallele Glasgitter allein, hat auch hier volle Geltung.

Da wir nun auch dieses letztere Gesetz sowohl für Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft, als auch bei Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas fanden [§ 65, 69 und 83], und zwar als entweder für das ganze gebeugte Strahlensystem gültig, oder jedenfalls wenigstens für die dem einfallenden Strahle nahe liegenden reflektiert-gebeugten Strahlen; und oben dasselbe Gesetz für die gebrochen-gebeugten Strahlensysteme [§ 78—82 und 85] und zwar ebenfalls entweder für das ganze gebeugte Strahlensystem gültig,

oder jedenfalls wenigstens für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes gebeugten Strahlen: so kann man dasselbe wohl in bezug auf die Verteilung des Polarisationszustandes der aus sekundären Erregungszentren sich fortpflanzenden Strahlen als eines der wichtigsten allgemeinen Gesetze betrachten und dasselbe vielleicht mit dem Namen der Erhaltung der Polarisationsebene bezeichnen.

§ 86. Einfaches allgemeines Gesetz, Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig: Die Polarisationsebene des normal zur Gitterfläche in Luft reflektiert-gebeugten, und des in Glas gebrochen-gebeugten Strahles hat zur Einfallsebene stets dasselbe Azimut wie das einfallende Licht.

I. Man lasse den aus dem Polarisator tretenden Strahl unmittelbar aus Luft auf die gefurchte Fläche der Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, fallen; es entsteht ein aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugtes und ein aus Luft in Glas gebrochen-gebeugtes Strahlensystem.

Der Einfallswinkel sei beliebig, die Furchenrichtung sei senkrecht zur Einfallsebene; das Einfallsazimut sei ebenfalls beliebig; die zwei gebeugten Strahlen, welche in der Gitternormale liegen, schreiten in entgegengesetzter Richtung fort. Stellt man nun, bei festgehaltenem Einfallswinkel und Einfallsazimut das Beobachtungsrohr mit dem Analysator nacheinander auf diese beiden Strahlen ein, so findet man sofort, daß dieselben linearpolarisiert sind, und daß ihre Polarisationsebenen zur Einfallsebene nahezu dieselbe Neigung besitzen wie die Polarisationsebene des einfallenden Strahles.

Da nun hier die erwähnten beiden normal-gebeugten Strahlen stets gleichzeitig und immer längs einer Geraden auftreten, so kann man auch mit großer Annäherung sagen, daß dieselben in ein und derselben Ebene polarisiert sind, deren Polarisationsazimut sehr nahezu gleich dem des einfallenden Lichtes ist.

Dies Erfahrungsgesetz wurde innerhalb der weitesten Grenzen es Einfallswinkels und des Einfallsazimutes geprüft und stets in enügender Annäherung für richtig befunden.

Man bemerke, daß hier das einfallende Licht unmittelbar aus uft die Gitterfläche traf.

II. Der aus dem Polarisator tretende Strahl fiel normal auf ie gewölbte Fläche der Halbkugel, Fig. 29, S. 340, drang durch ieselbe und erreichte die Gitterfläche. Dort entstand nun ein a Glas innen reflektiert-gebeugtes und ein in Luft gebrochen-ebeugtes Strahlensystem.

Untersucht man nun den zur Gitterfläche normal reflektiert-ebeugten und den ebenso normal gebrochen-gebeugten Strahl, o findet man im allgemeinen das oben unter I. konstatierte esetz nicht bestätigt:

a) Der normal gebrochen-gebeugte Strahl, welcher bei nor-naler Inzidenz dasselbe Polarisationsazimut hat wie der ein-allende, zeigt bei wachsendem Einfallswinkel zwar noch lineare olarisation; sein Azimut wird jedoch stets kleiner, und st bei etwa $i = 45^0$ gleich Null, also ist dieser Strahl in der Ein-allsebene polarisiert. Bei weiterem Anwachsen von i zeigt dieser trahl schon erhebliche elliptische Polarisation, deren größere chse in der Einfallsebene liegt; und nur diejenigen gebeugten trahlen, die in der Nähe der Fortsetzung der Richtung des ein-llenden fortschreiten, zeigen lineare isogonale Polarisation [§ 85].

b) Der normal innen reflektiert-gebeugte Strahl zeigt ganz naloge Eigenschaften wie der normal gebrochen-gebeugte in a), och ist hier schon bei kleineren Einfallswinkeln die elliptische olarisation ganz erheblich. Auch hier sind nur die nahe um e Fortsetzung des einfallenden Lichtes fortschreitenden Strahlen nearpolarisiert und zeigen isogonale Polarisation [§ 85].

Man bemerke, daß hier das einfallende Licht unmittelbar aus as die Gitterfläche traf.

5. Qualitative Untersuchungen des Polarisationszustandes der im Innern des Mediums, bei geringer optischer Änderung des Mittels gebeugten Strahlen.

§ 87. Über Beugung an Gitterflächen, die beiderseits an optisch nahezu gleiche Medien stoßen, überhaupt. Bedingungen der einwurfsfreien Beobachtung. Halbkugel aus Glas.

I. Beobachtungen, die sich auf den in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Fall beziehen, wurden, wie es scheint, nur von L. LORENZ und K. EXNER ausgeführt [§ 3 und 5 dieser Arbeit]; erstere geschahen bei schiefer, letztere bei normaler Inzidenz; beide erstreckten sich nur auf eine Reihe von in ein und derselben Ebene gebeugter Strahlen.

Hier haben K. EXNERS Versuche mehr Interesse; wie schon in § 5 erwähnt, fand er bei normaler Inzidenz und bei dem zur Furchenrichtung mit dem Azimut von 45° polarisierten einfallenden Lichte, für die in der zur Furchenrichtung normalen Ebene gebeugten Strahlen das STOKESsche Kosinusgesetz ziemlich gut bestätigt.

Dies würde also auf eine zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen deuten, § 7; die Symmetrieachse liegt hier in der Beugungsfläche, also in der Fläche des Gitters, und zwar unter dem Winkel von 45° gegen die Furchenrichtung.

Es erschien nun ganz unabweislich wünschenswert, K. EXNERS Beobachtungen bei verschiedenen Einfallsazimuten zu wiederholen, um selbst für normale Inzidenz mehr Erfahrungstatsachen zur Verfügung zu haben; ferner war es ebenso wünschenswert, auch in diesem wichtigen Falle die Untersuchung ebenso auf räumliche gebeugte Strahlensysteme, bei verschiedenen Einfallswinkeln und Einfallsazimuten, bei gebrochen- und reflektiert-gebeugtem Lichte auszuführen. Daher entschloß ich mich, vorläufig wenigstens einige qualitative Beobachtungsreihen anzustellen, um einen allgemeineren Einblick in die merkwürdigen Beziehungen des

Polarisationszustandes der so im Innern eines Mediums entstehenden gebeugten Strahlensysteme zu gewinnen.

II. Um auch hier einwandfrei beobachten zu können, wurde die schon im § 73 erwähnte Zeisssche Halbkugel aus Borosilikatkronglas benutzt und das jeweilig gebrauchte Glasgitter mit seiner gefurchten Fläche mittels einiger Tropfen Terpentinöles an die ebene Fläche der Halbkugel geklebt. Der mittlere Brechungsexponent des Öles war nur ganz unerheblich geringer als der des Glases der Halbkugel und der Gittersubstanzen.

Man kann also in erster Annäherung behaupten, daß die Furchen sich an der Grenzfläche zweier solcher Medien befinden, deren optische Eigenschaften, besonders aber deren Brechungsindizes, kaum voneinander verschieden sind.

Indes muß bei dieser Vorrichtung, Fig. 30, bemerkt werden: je näher der Brechungsexponent des Öles dem des Glases kommt, umso geringer wird im allgemeinen die Intensität des gebrochen- oder reflektiert-gebeugten Strahles; das Öl dringt nämlich selbst in die Furchen des Gitters und macht das Gitter dadurch, wie allgemein bekannt, in bezug auf die Intensität des gebeugten Lichtes, minder wirksam. Man kann aber bei Terpentinöl, dessen Brechungsindex etwa nur um 0,7 % geringer ist als derjenige der Glassubstanz der Halbkugel, nur mit intensiven Lichtquellen arbeiten; ich benutzte daher ausschließlich Sonnenlicht.

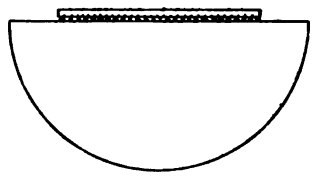


Fig. 30.

Man bemerkt, daß die von der Gitterfläche ausgehenden gebeugten Strahlen bei ihrem Durchgang durch die Glassubstanz und normalem Austritte aus der Kugelfläche durch diese letzteren Fortpflanzungsvorgänge selbst keine Änderung ihres Polarisationszustandes erleiden.

Auch hier soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die weiter unten mitgeteilten Beobachtungen das „falsche" Licht stillig beiseite ließen, § 34; dieses zeigte sich besonders bei der ohnehin nicht sehr intensiven, mit innerer Reflexion verbundenen Beugung, wo das falsche Licht oft intensiver war als das zu beobachtende. Wurde jedoch ein an der Rückseite mattgeschliffenes

und auf der matten Fläche geschwärztes Glasgitter auf die Halbkugel geklebt, so war das falsche Licht bei Reflexionsbeugung überhaupt nicht vorhanden, § 34.

Im gebrochen-gebeugten Strahlensystem machte sich das falsche Licht viel weniger störend bemerklich und konnte ebenfalls leicht vermieden oder unschädlich gemacht werden.

Eine fernere Bemerkung scheint hier nicht überflüssig zu sein: In dem Falle, wo das einfallende Licht zuerst normal durch die gewölbte Kugelfläche tritt und dann durch die Glassubstanz gegen die Mitte der Gitterfläche zu dringt, gelangt sie vorher an die dünne Ölschicht zwischen der Durchschnittsebene der Halbkugel und der Gitterfläche. Da nun das Öl einen etwas geringeren Brechungsindex als die Halbkugel hat, so findet bei etwa 80° innerem Einfallswinkel schon totale Reflexion statt: der einfallende Strahl kann dann nicht bis an die Gitterfläche gelangen und Beugung kann überhaupt nicht eintreten.

Ich teile nun im Folgenden kurz die Resultate meiner diesbezüglichen, zwar qualitativen, doch ganz bestimmten und verbürgten Beobachtungen mit; es finden sich darunter ebenso wichtige wie in den Abschnitten 3 und 4 des III. Teiles dieser Arbeit.

§ 88. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes auf die glatte Fläche der Gitterplatte, Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der gewölbten Kugelfläche: Die rasant-gebeugten Strahlen erfüllen das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz.

Die beugende Vorrichtung, Fig. 30, S. 367, sei mit der glatten Fläche gegen den normal einfallenden Strahl gerichtet; derselbe tritt durch diese Ebene, durchdringt mit unverändertem Polarisationszustand die Gitterplatte bis zur gefurchten Ebene, erleidet dort eine mit sehr geringer Brechung verbundene Beugung; das gebeugte Strahlensystem dringt durch die dünne Ölschicht und durch die Glassubstanz der Halbkugel und tritt normal aus deren gewölbter Fläche in Luft, ohne durch diesen Austritt eine Änderung des Polarisationszustandes erlitten zu haben. Die Furchenrichtung ist dabei senkrecht zum Hauptkreise des Apparates.

Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Die in der angedeuteten Weise gebeugten Strahlen zeigten, mit snahme des in ungeänderter Richtung fortschreitenden Strahles, r aus natürlichem Lichte besteht, stets partielle (nicht ellip- che) Polarisation; der polarisierte Teil war in der jeweiligen ugungsebene polarisiert. Je größer nun der Beugungswinkel, so stärker war die partielle Polarisation, und bei dem größten r beobachtbaren Beugungswinkel, wo die Beugung also eine t rasante war, zeigten sich die rasant-gebeugten Strahlen sehr gut in der Beugungsebene polarisiert. Die In- sität dieser Strahlen war ziemlich erheblich, ihre Farbe ein haftes Blau-Grün.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ist dies Gesetz für inere Einfallswinkel bis etwa $i = 45^0$ noch gültig; doch ist rjenige rasant-gebeugte Strahl, welcher mit der Fort- anzungsrichtung des einfallenden den stumpfen Winkel det, vollständiger linearpolarisiert als der andere. Bei größeren fallswinkeln wird die Erscheinung unscharf; aber der erst- nannte rasant-gebeugte Strahl ist stets in der Beu- ngsebene polarisiert.

Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Dreht man in diesem Falle den Polarisator, so zeigt der in veränderter Richtung fortschreitende Strahl keine merkliche ensitätsänderung; alle andern gebeugten Strahlen zeigen jedoch e partielle Verdunkelung, wenn die Polarisationsebene des Pola- tors senkrecht zur jeweiligen Beugungsebene steht.

Je größer der Beugungswinkel, umso größer die Verdunkelung; rasant-gebeugten Strahlen werden bei der erwähnten ge des Polarisators ganz ausgelöscht. Die Intensität selben ist übrigens im allgemeinen erheblich, ihre Farbe ein haftes Blau-Grün.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz, wobei jedoch das fallende Licht stets polarisiert ist, hat dies Gesetz für kleinere

Einfallswinkel, bis etwa $i = 45^0$ noch mit genügender Schärfe Geltung; bei Drehung des Polarisators wird von den beiden rasant-gebeugten Strahlen derjenige ganz verdunkelt, welcher mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles einen stumpfen Winkel bildet, der andere weniger vollständig. Bei größeren Einfallswinkeln wird die Erscheinung unscharf; doch wird auch hier immer der ersterwähnte rasant-gebeugte Strahl völlig verdunkelt, wenn die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur Beugungsebene ist. —

Erinnert man sich an die Untersuchungen STOKES' und Lord RAYLEIGHS in bezug auf die Beugung des an kleinen Partikelchen diffus zerstreuten Lichtes, § 12, so bemerkt man sofort, daß unsere hier mitgeteilten Beobachtungen mit dem dort erwähnten Gesetze in völliger Übereinstimmung sind; sogar mit der dort konstatierten Tatsache, daß unter Umständen in den, mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles einen stumpfen Winkel bildenden Richtungen die intensivste blaue Färbung und eine nahezu lineare Polarisation auftritt.

Man sehe die nächsten zwei Paragraphen, in welchen ganz ähnliche Erfahrungstatsachen erwähnt werden, ferner § 97, 98, 99.

§ 89. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes auf die innere Gitterfläche; Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der glatten Gitterfläche: Das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz gilt für die sehr stark gebeugten Strahlen.

Die beugende Vorrichtung, Fig. 30, S. 367, ist mit der gewölbten Kugelfläche gegen den einfallenden Strahl zu gewendet; derselbe tritt normal durch die Fläche ein, durchdringt die Kugelsubstanz und die dünne Ölschicht, erreicht die gefurchte Fläche normal, erleidet dort mit innerer, sehr geringer Brechung verbundene Beugung; das so entstandene Strahlensystem tritt dann unter gewöhnlicher Brechung aus der glatten Gitterfläche in Luft. Die Furchenrichtung ist senkrecht zum Hauptkreise des Apparates.

Es tritt zwar bei dieser letzten Brechung eine Änderung des Polarisationsazimutes der austretenden Strahlen ein, doch ist selbe, wie die in § 85, I in der Anmerkung erwähnten Beobachtungen zeigen, nicht sehr bedeutend; es kann dabei eine Änderung der Natur des Polarisationszustandes nicht stattfinden.

I. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Die unter den obbezeichneten Umständen austretenden Strahlen zeigten nun bei Drehung des Analysators keine merkliche Intensitätsänderung und zwar selbst die rasant-austretenden Strahlen nicht; dieselben bestehen somach aus natürlichem Licht. Nun ist es zwar richtig, daß letztere Strahlen, bevor sie austreten, mit der Gitternormale den Beugungswinkel von höchstens nur etwa 42,5° bilden können; indes könnte man, dem I. Abschnitt des vorigen Paragraphen zufolge, wenigstens bei größern Beugungswinkeln eine merkliche partielle Polarisation erwarten; diese tritt nun in der Tat ein.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ändert sich der Charakter der beobachtbaren Erscheinung: nämlich bei kleinen Einfallswinkeln stimmt sie mit der oben erwähnten überein. Wird der Einfallswinkel größer, dann zeigt von den beiden rasant austretenden Strahlen derjenige, welcher mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles den stumpfen Winkel bildet, stets sehr merkliche partielle Polarisation, der andere besteht ganz überwiegend aus natürlichem Licht. Bei sehr großen Einfallswinkeln ist der ersterwähnte rasant austretende Strahl vollständig linearpolarisiert, und zwar in der Beugungsebene. Der Beugungswinkel dieses Strahles im Glas ist sehr groß, jedenfalls 90° und darüber.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Untersuchung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Die unter den obgenannten Umständen austretenden Strahlen zeigten beim Drehen des Polarisators keine merkliche Intensitätsänderung, auch nicht die rasant austretenden;

die Intensität derselben ist also vom Einfallsazimut unabhängig.

Indes haben die hier beobachtbaren Strahlen der oben unter I. erwähnten Bemerkung zufolge einen inneren Beugungswinkel von nur höchstens etwa 42,5°.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz, wobei jedoch das einfallende Licht stets polarisiert ist, und bei kleineren Einfallswinkeln bleibt die Erscheinung fast unverändert; bei größeren Einfallswinkeln zeigt derjenige rasant austretende Strahl, der mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Stahles den stumpfen Winkel bildet, beim Drehen des Polarisators stets eine sehr merkliche Verdunkelung.

Ist der Einfallswinkel groß genug, dann ist auch dieser Strahl vollständig ausgelöscht, wenn die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur Beugungsebene liegt. Auch hier ist der Beugungswinkel dieses Strahles sehr groß, jedenfalls 90° und darüber. —

Man bemerkt, daß das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz für die sehr stark gebeugten Strahlen auch hier Geltung hat.

§ 90. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes auf die beugende Fläche. Innen reflektiert-gebeugtes Strahlensystem: Die sehr stark gebeugten Strahlen erfüllen das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz, wenn dabei die an der Gitterfläche liegende Ölschicht durchsetzt wird.

In diesem Paragraphen ergänze ich die in den beiden vorhergehenden Paragraphen für innen gebrochen-gebeugtes Licht angestellten Beobachtungen mit der Beobachtung der dabei stets gleichzeitig auftretenden innen reflektiert-gebeugten Strahlensysteme.

A) Die glatte Fläche der beugenden Vorrichtung, Fig. 30, S. 367, sei, wie in § 88 gegen den einfallenden Strahl zugewendet; derselbe durchdringt die Glasplatte, erleidet an der Grenzfläche derselben mit der Ölschicht eine mit innerer Reflexion verbun-

ene Beugung. Das so entstandene gebeugte Strahlensystem urchdringt wieder die Substanz der Glasplatte und tritt nach littener gewöhnlicher Brechung in Luft aus. Diese Brechung ann wohl die Lage der Polarisationsebene etwas ändern, aber cht die Natur des Polarisationszustandes.

Man bemerkt, daß nur solche gebeugte Strahlen austreten önnen, die, wie im vorigen Paragraphen erwähnt, mit der Gitterormale im Innern keinen größern Winkel als etwa 42,5°, den renzwinkel der totalen Reflexion bilden; doch kann bei schiefer zidenz der von der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden trahles gerechnete Beugungswinkel 90° und darüber erreichen.

Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Die in der oberwähnten Weise innen reflektiert-gebeugten, ustretenden Strahlen zeigen bei Drehung des Analysators keine erkliche Intensitätsänderung; selbst die rasant austretenden nicht.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ergab sich genau asselbe: kein einziger Strahl zeigte während der Drehung des nalysators irgendwelche Intensitätsänderung. Es sind demnach n diesem Falle alle innen reflektiert-gebeugten Strahen unpolarisiert.

I. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Die in der bezeichneten Weise entstandenen, innen reflektiertebeugten, austretenden Strahlen zeigen bei Drehung des Polariators keinerlei merkliche Intensitätsänderung, selbst die rasant ustretenden nicht.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz gilt ganz dasselbe. Es hängt also hier die Intensität der innen reflekert-gebeugten Strahlen nicht vom Einfallsazimut ab.

Diese hier unter A) erwähnten Erfahrungen stehen mnach in Widerspruch mit dem STOKES-RAYLEIGHhen Gesetz; es scheinen hier die Bedingungen, unter welchen se Strahlen zustandekommen, wesentlich andere zu sein als in

den vorhergehenden beiden Paragraphen; nämlich dort mußten die Strahlen, entweder bevor oder nachdem sie die beugende Gitterfläche erreichten, stets durch die dünne Ölschicht schreiten; hier in A) ist dies nicht der Fall. —

B) Die gewölbte Fläche der Halbkugel, Fig. 30, S. 367 war gegen den einfallenden Strahl gerichtet; derselbe dringt durch die Glassubstanz und durch die Ölschicht bis an die Gitterfläche, von welcher nun auch ein innen reflektiert-gebeugtes Strahlensystem entsteht. Dasselbe dringt nun zurück durch die Glassubstanz der Halbkugel und tritt normal aus letzterer wieder in Luft zurück. Hier können also auch solche gebeugte Strahlen austreten, die im Innern mit der Gitternormale einen Winkel von fast 90° bilden; bei schiefer Inzidenz kann jedoch der von der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles gerechnete Beugungswinkel weit über 90° betragen.

I. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Bei normaler Inzidenz zeigten die austretenden Strahlen genau dieselben Eigenschaften wie in dem entsprechenden (jedoch nicht zugehörigen) gebrochen-gebeugten Systeme, § 88, I; nur bei schiefer Inzidenz, wobei $i > 45^0$ war, konnte der rasant-gebeugte Strahl mit dem stumpfen Winkel, durch Drehung des Analysators nicht völlig ausgelöscht werden.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Bei normaler Inzidenz zeigten die austretenden Strahlen genau dieselben Eigenschaften wie in dem entsprechenden (jedoch nicht zugehörigen) gebrochen-gebeugten Systeme, § 88, II; nur bei schiefer Inzidenz, mit dem Einfallsazimut 0^0, wobei $i > 45^0$ war, konnte der rasant gebeugte Strahl mit dem stumpfen Winkel, durch Drehung des Polarisators nicht völlig ausgelöscht werden.

Diese hier unter B) erwähnte Erfahrung stimmt mit dem STOKES-RAYLEIGHschen Gesetz völlig überein.

§ 91. Innere, mit geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0°. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene.

Der Beugungsapparat, Fig. 30, S. 367, ist gegen den einfallenden Strahl so gerichtet, daß derselbe auf die glatte Ebene der Gitterplatte fällt, dieselbe und die Glassubstanz der Platte durchschreitet, an der Grenzfläche derselben mit der dünnen Ölschicht Beugung erleidet. Das gebrochen-gebeugte Strahlensystem drang durch diese Schicht und durch die Glassubstanz der Halbkugel und trat durch deren gewölbte Fläche in Luft.

War nun, wie in der Überschrift dieses Paragraphen angedeutet, die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes stets parallel zum Hauptkreise des Apparates, also hier parallel zur Ebene des Einfallswinkels, so zeigte die Untersuchung mit dem Analysator, daß alle so austretenden gebeugten Strahlen linearpolarisiert sind.

Außerdem waren alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen in dieser Ebene, also parallel zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles polarisiert.

I. Bei normaler Inzidenz untersuchte ich nun das ganze austretende räumliche Strahlensystem in der in § 31 und 32 angegebenen Art, und fand, daß die Polarisationsebenen dieser Strahlen sich sehr gut durch eine solche zirkumaxiale Anordnung darstellen lassen, deren Symmetrieachse die in der Gitterfläche senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegende Gerade ist.

Es ist also hier diejenige Hälfte der ganzen sphärischen zirkumaxialen Anordnung vorhanden, die auf der dem einfallenden Strahl abgewendeten Seite der Gitterfläche liegt; man kann dieselbe vielleicht semi-zirkumaxial nennen.

Dieser Anordnung entspricht auch das STOKESsche Gesetz, § 2 und 7, wenn man nämlich mit STOKES annimmt, daß die Oszillation senkrecht zur Polarisationsebene geschieht.

Dieses Gesetz wurde unter ähnlichen, jedoch einfacheren

Umständen von K. EXNER, § 5, in engerem Geltungsbereiche verifiziert: er ließ linearpolarisiertes Licht normal auf eine der Fig. 30 analoge beugende Vorrichtung auffallen; dieselbe hatte statt unserer Halbkugel eine Halbzylinderlinse und war daher nur zur Beobachtung solcher Strahlen geeignet, welche senkrecht zur Achse des Zylinders, also senkrecht zur Furchenrichtung des angeklebten Gitters verlaufen. Das Einfallsazimut gegen diese Furchenrichtung betrug 45°; EXNERS Resultate beziehen sich auf die Strahlen dieser einen Beugungsebene und dieses einen Azimutes, und sind im allgemeinen in genügender Übereinstimmung mit STOKES' Gesetz, also ebenfalls mit der zirkumaxialen Anordnung.

Seine Resultate kann ich hier nur bestätigen, jedoch ihren Geltungsbereich auf das hier entstehende ganze, räumliche Strahlensystem erweitern, oder, was dasselbe bedeutet: das Gesetz der semi-zirkumaxialen Polarisation ist bei normaler Inzidenz für jedes, von der Furchenrichtung ab gerechnete Einfallsazimut gültig.

II. Bei schiefer Inzidenz, unter beliebigem, zwischen den möglichen Grenzen $i = 0^0$ und 90^0 geänderten äußeren Einfallswinkel, jedoch immer bei dem, von der Einfallsebene ab gerechneten Einfallsazimut 0^0, wurde das Einfallsazimut durch die reguläre Brechung des einfallenden Strahles an der glatten Gitterfläche nicht geändert, sondern nur der innere Einfallswinkel vermindert. Ich fand bei sorgfältiger Untersuchung des jeweilig entstehenden ganzen räumlichen Strahlensystems, daß auch hier dasselbe Gesetz der semi-zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen Geltung hat. Auch hier ist die Symmetrieachse der Anordnung die in der Gitterfläche, senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles liegende Gerade.*

* Die ausführliche quantitive Messung dieser Polarisationsverhältnisse versuchte auf meine Veranlassung Herr Kandidat STEFAN JAKUCS im Sommer des Jahres 1905; indes erstrecken sich seine Beobachtungen nur auf zwei Einfallswinkel und bilden noch keine solche Reihe, wie etwa die im Abschnitt B) und C), § 58—72, mitgeteilten Resultate, so daß deren ausführliche Mitteilung hier noch nicht zweckmäßig erscheint. Doch bestätigen die bisher erhaltenen Resultate in jeder Beziehung das oben gefundene Gesetz.

Man merkt sofort, daß die Lage dieser Geraden durch die Änderung des Einfallswinkels nicht geändert wird; die Hälfte des unendlichen Raumes, in welcher unser gebrochen-gebeugtes Strahlensystem enthalten ist, wird stets durch die Ebene der gefurchten Gitterfläche begrenzt.

Diese wichtige Erfahrungstatsache steht nun mit unseren übrigen, bei dem Einfallsazimut 0° gewonnenen Tatumständen insofern in völliger Übereinstimmung, daß auch hier die Anordnung der Polarisationsebenen der Strahlen des gebeugten Systemes vom Einfallswinkel unabhängig ist, wie bei der stereographisch-parallelen Anordnung, § 54, 56, 69 u. 80. Es gilt also auch hier, wie an den genannten Stellen, ganz unabhängig von jeder Hypothese, die zwingende Schlußfolgerung, daß der erregende Lichtvektor nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein kann.

Man sehe auch § 93, 94 und die Schlußbemerkung des § 99.

§ 92. Innere, mit geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 90° und 45°. Symmetrische und asymmetrische partielle zirkumaxiale Polarisation. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Der zur Gitterfläche normalgebeugte Strahl.

I. Der Beugungsapparat war wie im vorigen Paragraphen dem einfallenden Strahl zugewendet; jedoch war letzterer stets zur Einfallsebene senkrecht polarisiert. Dieses Azimut wurde durch die gewöhnliche Brechung des einfallenden Strahles an der äußeren, glatten Fläche der Gitterplatte nicht geändert.

Es fand sich auch hier, daß alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen senkrecht zur Einfallsebene polarisiert sind.

Auch die übrigen Strahlen sind alle gut linearpolarisiert; aber die Anordnung ihrer Polarisationsebenen ist hier vom Einfallswinkel abhängig. Außerdem fand ich, im Gegensatz zu der im vorigen Paragraphen konstatierten semi-zirkumaxialen Anordnung, daß hier diejenigen gebeugten Strahlen, die in der zur

Einfallsebene des einfallenden Strahles senkrechten, die Gitternormale enthaltenden Ebene liegen: zu dieser Ebene ganz wesentlich verschiedene Azimute besitzen, welche auf eine zur Einfallsebene symmetrische partielle zirkumaxiale Anordnung hindeuten.

Eine vollständige zirkumaxiale Anordnung konnte ich in diesem Falle nicht finden, obwohl ich zwischen $i = 0°$ und $90°$ sorgfältigste Beobachtungen anstellte. Bei normaler Inzidenz tritt der schon im vorigen § 91 unter I. behandelte Fall ein.

II. Bildete die Polarisationsebene mit der Einfallsebene das Azimut 45°, so änderte sich zwar die Polarisationsebene des durch die äußere, glatte Fläche der Gitterplatte eindringenden einfallenden Strahles infolge der regulären Brechung in mäßiger Weise, indes waren hier ebenfalls alle gebeugten Strahlen sehr gut linearpolarisiert. Der Einfallswinkel wurde dabei von 0° bis 90° geändert; das räumliche Strahlensystem zeigte nicht das im vorigen Paragraphen konstatierte semi-zirkumaxiale Gesetz, sondern wich von dieser Anordnung ganz beträchtlich ab. Doch konnte ich nirgends, trotz sorgfältigsten Bemühens eine geschlossen zirkumaxiale Polarisation konstatieren; vielmehr schien die Anordnung eine asymmetrisch-partiell zirkumaxiale zu sein. —

Hingegen fand ich auch hier zwei einfache, schon bei den Beobachtungen in den §§ 80, 81, 82, 83 und besonders im § 85, ferner § 86, festgestellte Beziehungen, nämlich:

1. Diejenigen innen gebrochen-gebeugten Strahlen, die in genügender Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles fortschreiten, befolgen sehr näherungsweise das Gesetz der isogonalen Anordnung, und zwar inbezug auf diese Richtung als ausgezeichnete Achse, und der Polarisationsebene des einfallenden Strahles als Symmetrieebene.

2. Der in der jeweiligen Gitternormale gebeugte Strahl hat zur Beugungsebene stets dasselbe Polarisationsazimut, wie der einfallende Strahl; also genau wie in § 86.

§ 93. Innere, mit geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallsazimut 0°. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene.

Der Beugungsapparat, Fig. 30, S. 367, ist mit der gewölbten Kugelfläche gegen den eintretenden Strahl gerichtet; derselbe durchläuft die Glassubstanz der Halbkugel, ferner die dünne Ölschicht und gelangt so an die Gitterfläche, wo er Beugung erleidet. Das reflektiert-gebeugte Strahlensystem durchdrang nun wieder die Ölschicht und die Halbkugel und trat normal zu deren Fläche in Luft aus, und wurde so beobachtet.

Lag die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, wie bei allen in diesem Paragraphen beschriebenen Versuchen in der Einfallsebene, dann waren auch bei jedem Einfallswinkel die in dieser Ebene gebeugten Strahlen in derselben Ebene polarisiert. Ferner ergab sich:

I. Bei normaler Inzidenz zeigt das so innen reflektiert-gebeugte räumliche Strahlensystem eine ebensolche semi-zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen, wie im hierhergehörigen Falle des innen gebrochen-gebeugten Strahlensystems, § 91; es ist auch hier die Symmetrieachse dieser Anordnung die in der Gitterfläche, senkrecht zur Polarisationsebene liegende Gerade, genau wie in dem soeben erwähnten Falle der Refraktionsbeugung.

II. Bei schiefer Inzidenz und festgehaltenem Einfallsazimut 0° zeigt das innen reflektiert-gebeugte Strahlensystem dieselbe semi-zirkumaxiale Anordnung wie unter I.; auch hier begrenzt die Ebene des Gitters diejenige Hälfte des unendlichen Raumes, in welchem dieses System und seine Polarisationsanordnung auftritt, und bleibt die Symmetrieachse der letzteren dieselbe wie in I dieses Paragraphen.

Es ist demnach auch hier, bei dem Einfallsazimut 0°, die Polarisationsanordnung des innen reflektiert-gebeugten Strahlensystems vom Einfallswinkel unabhängig; also gilt auch hier, unabhängig von jeder Hypothese, die

zuletzt im § 91 erwähnte zwingende Schlußfolgerung: Der erregende Lichtvektor kann nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein.

§ 94. Vereinigung der Resultate der §§ 91 und 93: Das an der Grenzfläche von Glas und Öl entstandene ganze System gebeugter Strahlen zeigt bei einem Einfallsazimut 0° die räumlich vollständige zirkumaxiale Anordnung seiner Polarisationsebenen. Derselbe zwingende Schluß.

Die in den §§ 91 und 93 betrachteten, mit geringer innerer Brechung und mit geringer innerer Reflexion verbundenen beiden gebeugten Strahlensysteme treten im Innern des Mediums gleichzeitig auf: die Symmetrieachsen ihrer Polarisationsanordnungen fallen in eine und dieselbe Gerade; daher zeigen diese Strahlensysteme bei jedem Einfallswinkel zusammen rings um diese, senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes in der Beugungsfläche liegende Gerade eine einzige, räumlich vollständige, zirkumaxiale Polarisationsanordnung.

Es ist dies eines der einfachsten und schönsten Gesetze der Polarisation des gebeugten Lichtes im Innern eines optisch homogenen Mediums oder richtiger, an der Grenzfläche zweier optisch sehr wenig voneinander verschiedener Mittel.

Indes muß betont werden, daß dies Gesetz in seiner Allgemeinheit für innen reflektiert-gebeugte Stahlen nur dann gültig ist, wenn dieselben die Ölschicht passierten; bei den gebrochengebeugten Strahlen muß dies stets der Fall sein; bei den ersteren nur dann, wenn der einfallende Strahl zuerst die Ölschicht durchdringt und dann die Gitterfläche trifft. Diese Bedingung ist eine wesentliche; die sorgfältigen Beobachtungen des § 90, Abschnitt A) erweisen dies; andererseits stehen die Beobachtungen der §§ 88, 89 und 90 B) mit unserem hier konstatierten Gesetze in völliger Übereinstimmung und zeigen zugleich, daß die Intensität des längs der Symmetrieachse der zirkumaxialen Anordnung gebeugten Strahles verschwindend ist.

Betrachtet man also dieses für den, den Erregungsort umschließenden, ganzen Kugelraum experimentell festgestellte Gesetz als Grundlage von Schlußfolgerungen, so findet man sofort, daß der erregende Vektor des linearpolarisierten einfallenden Lichtes, welcher also diese räumlich symmetrische Anordnung hervorruft, nur längs dieser Symmetrieachse gerichtet sein kann, also senkzu seiner Polarisationsebene sein muß.

Dieser Schluß ist ebenso zwingend wie der des § 91 und 93 und ist ebenso wie diese von jeder hypothetischen Auffassung über die Natur des Lichtes unabhängig; man sehe auch den zwingenden Schluß und die Schlußbemerkung im § 99.

§ 95. Innere, mit geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 90°. Vollständige symmetrische, zirkumpolare, ferner symmetrische vollständige und partielle zirkumaxiale Polarisation.

Der Beugungsapparat, Fig. 30, S. 367, hatte dieselbe Anordnung wie in § 93, nur daß hier das Einfallsazimut 90° betrug.

Es fand sich sofort, daß hier alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen senkrecht zu dieser Ebene polarisiert sind.

Aber die Untersuchung des räumlichen, innen reflektiertgebeugten Strahlensystems ergab auch sofort das Vorhandensein der zirkumpolaren Polarisation.

Da hier die Brechungsexponenten der an der gefurchten Fläche sich berührenden Medien, nämlich Glas und Öl, sehr wenig voneinander verschieden sind, also der relative Brechungsindex sehr wenig von der Einheit abweicht, so konnte der Polarisationswinkel der reflektierend-beugenden Fläche nur um ein Geringes größer oder kleiner sein als 45°.

Fiel nun das Licht unter diesem Winkel mit dem Einfallsazimut 90° auf diese Gitterfläche, so war der regelmäßig reflektierte Strahl fast ganz ausgelöscht, und man konnte nach den Überlegungen und Erfahrungen der §§ 45—49 erwarten, daß die

Richtung dieses Strahles die Symmetrieachse der zirkumpolaren Anordnung der Polarisationsebenen des innen reflektiert-gebeugten Strahlensystems sei.

Die Beobachtung bestätigte diese Erwartung in vollem Maße: es trat vollständige, um die Richtung des regelmäßig reflektierten, ausgelöschten Strahles symmetrische, zirkumpolare Polarisation auf.

Bei Änderung des Einfallswinkels, unter sonst festgehaltenem Einfallsazimut 90° blieb die Anordnung noch immer eine vollständige symmetrisch-zirkumaxiale, und zwar konnte ich selbe innerhalb der Grenzen $i = 35°$ bis $i = 80°$ auf das bestimmteste konstatieren.

Es findet also in diesem Falle eine allgemeine Übereinstimmung mit denjenigen Strahlensystemen statt, die bei demselben Einfallsazimut 90° aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugt werden, § 45—49, 58 und 59.

Auch hier kann man aus der zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen auf elastisch-fester und elektromagnetischer Grundlage dieselbe nicht zwingende Schlußfolgerung ziehen, wie in § 49; siehe auch § 94.

Bei normaler Inzidenz tritt der Fall des § 93, Abschnitt I und der des § 94 ein.

Es muß bemerkt werden, daß hier alle innen reflektiert-gebeugten Strahlen ohne Ausnahme, sehr vollständig linearpolarisiert sind; auch ist ihre Intensität genügend erheblich, um eine sichere Beobachtung zu gestatten.

§ 96. Innere, mit geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 45° und beliebig. Asymmetrische zirkumaxiale Polarisation.

Wird bei der Anordnung der vorigen beiden Paragraphen das Einfallsazimut 45°, so tritt keine der in den erwähnten zwei Paragraphen konstatierten Verteilungen der Polarisationsebenen ein, sondern solche, welche bei denselben Einfallswinkeln und Einfallsazimuten im allgemeinen dieselben Typen zeigen, wie die der aus Luft an Glas in Luft bei demselben Einfallsazimute

eflektiert-gebeugten Strahlensysteme, § 52, 60 und 63. Insbesonere fand ich noch:

Diejenigen innen reflektiert-gebeugten Strahlen, welche in großer Nähe des einfallenden Strahles fortschreiten, erfüllen in genügender Annäherung das Gesetz der isogonalen Anordnung ihrer Polarisationsebenen und zwar in bezug auf dessen Richtung als ausgezeichnete Achse und der Polarisationsebene des einfallenden Strahles als Symmetrieebene; so wie etwa in § 92.

Hingegen ergaben die Beobachtungen, daß der längs der Normalen der Gitterfläche gebeugte Strahl nicht dasselbe Polarisationsmoment besitze, wie der einfallende, sondern: je größer der Einfallswinkel, umso mehr nähert sich die Polarisationsebene des in der Gitternormale gebeugten Strahles der Einfallsebene.

Es gilt also hier nicht das einfache, in § 86 konstatierte Gesetz, welches bei in Luft reflektiert-gebeugten und in Glas gebrochen-gebeugten, in der Gitternormale fortschreitenden Strahlen sich zeigt, und das auch in § 92 konstatiert wurde.

Doch waren auch hier alle gebeugten Strahlen sehr gut linearpolarisiert.

§ 97. Ergänzung: H. SIEDENTOPFs Beobachtung der Polarisation der durch einzelne ultramikroskopische Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme zeigen qualitativ das Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

H. SIEDENTOPFs Versuche über die Polarisation des durch ultramikroskopische Teilchen gebeugten Lichtes sind in der in Gemeinschaft mit R. ZSIGMONDY veröffentlichten, in den letzten Jahren vielgenannten Abhandlung enthalten.*

* H. SIEDENTOPF und R. ZSIGMONDY, Über Sichtbarmachung und Größenbestimmung ultramikroskopischer Teilchen, mit besonderer Anwendung auf Goldrubingläser, *Drudes Annalen der Physik*, vierte Folge, Bd. X, p. 1—39, Leipzig 1903.

Die Beobachtungen beziehen sich auf Beugungserscheinungen von ungefähr derselben Natur, wie die in § 12 erwähnte, von STOKES und Lord RAYLEIGH beobachtete Polarisation des „falsch zerstreuten" Lichtes und der Zerstreuung des Lichtes durch trübe Medien, und sind der Hauptsache nach mit diesen in völliger Übereinstimmung, weisen schon in viel deutlicherer, ja sogar ganz unverkennbarer, jedoch nur qualitativer Weise auf das Gesetz der Anordnung der Polarisationsebenen hin, welches bei Beugung ohne Wechsel des Mediums durch kleine Partikelchen Geltung hat.

Indem ich die allgemeine Anordnung der experimentellen Hilfsmittel dieser merkwürdigen Versuche als bekannt voraussetze, beschränke ich mich hier vorerst nur auf die wort- und bildgetreue Wiedergabe des auf die Polarisation des gebeugten Lichtes bezüglichen Teiles der Abhandlung*, um daran einige Erörterungen zu knüpfen. Jedoch möge zuerst daran erinnert werden, daß die Richtung des auf die im Medium fein zerteilten winzigen Teilchen einfallenden Lichtes stets senkrecht ist auf die Achse des Beobachtungsmikroskops, und daß diese beiden Richtungen die Lage der „Hauptbeugungsebene" festlegen.

„Der Polarisationszustand ist bei Anwendung eines Polarisators und stärkerer Systeme innerhalb der einzelnen Beugungsscheibchen, wie in der ganzen hinteren Brennebene des Mikroskopobjektivs in den nachstehenden Figuren 7—10 [in unserer Reproduktion Fig. 31—34] erläutert. Bei denselben bezeichnet *PE* die Polarisationsebene des Polarisators, *EE* die Ebene, welche die Achsen des wirksamen Beleuchtungs- und Beugungskegels enthält (Hauptbeugungsebene). Die Strichelung in den großen Kreisen gibt die Richtung der Polarisationsebene in der hinteren Brennebene des Mikroskopobjektives. Das darunter gezeichnete Scheibchen stellt schematisch das Aussehen des entsprechenden Beugungsscheibchens dar. Vorausgesetzt sind hierbei Teilchen, die erheblich kleiner als ca. 0,1 μ sind. Die Figuren lassen erkennen, was bei Anwendung eines Analysators zu erwarten ist. Erwähnt sei hier nur die bemerkenswerte Spaltung der runden

* L. c. p. 11—13.

gungsscheibchen durch einen in der Hauptbeugungsebene enden dunklen Balken in zwei längliche Scheibchen, wenn Polarisationsebene des einfallenden Lichtes parallel der Achse

$\perp P.E.$ $\perp E.E.$

Fig. 31.

$/\ P.E.$ 45° g. $E.E.$ n. r.

Fig. 32.

$\backslash\ P.E.$ 45° g. $E.E.$ n. l.

Fig. 33.

$|\ P.E.$ $\|\ E.E.$

Fig. 34.

beleuchtenden Strahlen und senkrecht zur Hauptbeugungs- ne (Fig. 10) und die Polarisationsebene des Analysators parallel Hauptbeugungsebene liegt."

Diesen Beobachtungen fügt SIEDENTOPF keinen Kommentar

hinzu; und auch während der seither verflossenen wenigen Jahre scheint man diesem Teil der von SIEDENTOPF gefundenen Resultate nicht überall die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt zu haben.*

Man erkennt nämlich aus den Zeichnungen, Fig. 31—34, S. 385, sofort, daß hier ganz deutlich eine schöne zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen auftritt, deren jeweilige Symmetrieachse die durch das beugende Partikelchen gehende Normale der Polarisationsebene des auf das Partikelchen fallenden Lichtes ist.

In Fig. 31 fällt diese Achse in die Achse des Beobachtungsmikroskops, also in die Hauptbeugungsebene; in Fig. 32 läßt das durch das Mikroskop verkehrte Bild die Rechtsdrehung der Symmetrieachse um den einfallenden Strahl erkennen, ebenso Fig. 33 die Linksdrehung; in Fig. 34 liegt diese Achse senkrecht zur Mikroskopachse und senkrecht zur Hauptbeugungsebene.

Soweit diese im beschränkten Beugungskegel angestellten Versuche sich erstrecken, stellen sich dieselben als, wenn auch nur qualitativ, so doch ganz unverkennbare bestimmte Anzeichen des Gesetzes der zirkumaxialen Polarisation dar (§ 47, 48, 49, 58, 59, 91, 93, 94 und 95).

Obige Beobachtungen gestatten jedoch noch andere Folgerungen:

Die Form und die Dimensionen der die Beugung verursachenden Goldpartikelchen im Rubinglase sind jedenfalls voneinander sehr verschieden, ebenso in den beobachteten kolloidalen Lösungen des Goldes; doch sagt SIEDENTOPF nirgends, daß die oben beschriebene Anordnung der Polarisationsebenen für verschiedene Partikelchen eine verschiedene sei, ebenso wenig erwähnt er einen hierauf bezüglichen Einfluß der Lichtgattung des gebeugten Strahles.

Man darf also schließen, daß die Anordnung der Polarisationsebenen des gebeugten Lichtes auch in diesem Falle von der Form und den Dimensionen des beugenden, sehr kleinen Goldpartikelchens und von der Wellenlänge des gebeugten Strahles unabhängig

* Eine Ausnahme bildet J. C. MAXWELL GARNETTS Arbeit, von welcher im folgenden Paragraphen die Rede sein wird.

sei. Wir haben in den §§ 91, 93, 94 und 95 gesehen, daß diese Erfahrungen mit den mittels Glasgittern, jedoch ohne optisch merklichen Wechsel des Mittels erzeugten Beugungserscheinungen in voller Übereinstimmung sind; man sehe auch die wichtige Anmerkung am Schlusse des § 99.

In einer spätern Mitteilung gibt H. SIEDENTOPF einen kurzen Bericht seiner Untersuchungen über ultramikroskopische Teilchen im Steinsalz*. Hier findet er nun, daß eine große Anzahl der Beugungsscheibchen, die von den färbenden ultramikroskopischen Teilchen im Steinsalze im Mikroskop erzeugt werden, wie er es nennt, anomal, d. i. nicht nach der Hauptbeugungsebene polarisiert sind, sondern daß viele ihr Intensitätsmaximum in irgend einem anderen Azimut besitzen können, und daß jedes Teilchen vollkommen unabhängig vom benachbarten, im allgemeinen aber anders als dieses polarisiert ist. Ergänzungsweise möge bemerkt werden, daß H. SIEDENTOPF bei Flüssigkeiten niemals anomale Polarisation beobachten konnte; dieselbe scheint ihm für die festen Körper charakteristisch zu sein.**

Diese Erscheinungen dürften von komplizierterer Natur sein, als die Beugung an ultramikroskopischen Teilchen in Rubinglas, zum Teil auch deshalb, weil die im kristallinischen Medium eingelagerten Natriumteilchen auch selbst kristallinisch sind oder sein können. Indes macht H. SIEDENTOPF auch in dieser Mitteilung noch keine präzise Äußerung über die von J. C. MAXWELL GARNETT, und unabhängig auch von mir erkannte, oben erwähnte Gesetzmäßigkeit der Polarisation des Beugungskegels bei Rubinglas, wenn er sagt hier: „Feinere Unterschiede können schließlich noch in der Verteilung der Polarisation innerhalb des Beugungsscheibchens selbst[2]) und in dem Intensitätsverlauf nach den Nebenbeugungsringen hin vorhanden sein.“ „2) Ann. d. Phys. 10, 12, 1903.“ Die angezogene Stelle bezieht sich auf die auch hier in diesem Paragraphen reproduzierten Abbildungen, Fig. 31—34,

* H. SIEDENTOPF, Ultramikroskopische Untersuchungen über Steinsalzfärbungen [Vorträge und Diskussionen von der 77. Naturforscherversammlung zu Meran], *Phys. Zeitschr.* Jahrg. 6, Nr. 24 vom 1. Dezember 1905, p. 855—866; insbesondere p. 861, zweite Spalte, erster Absatz bis p. 863.

** L. c. p. 865.

die eben die zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen qualitativ ganz zweifellos erkennen lassen. —

Die diesem Vortrag H. SIEDENTOPFs folgende interessante Diskussion* möge hier nur insofern Erwähnung finden, inwiefern durch dieselbe diejenigen theoretischen Versuche der Aufmerksamkeit gewürdigt wurden, welche in Ergänzung zu der in § 12 und 26 erörterten Lord RAYLEIGHschen Theorie, die Untersuchung der durch Anwesenheit von kleinen leitenden Kugeln im homogenen Dielektrikum entstandenen sekundären Wellen zum Zwecke haben.

Die Berufung auf diese Theorien, insbesondere auf Lord RAYLEIGHS neuere Theorie, hat deshalb Berechtigung, weil bei den bisher angestellten Beobachtungen der durch ultramikroskopische Teilchen hervorgerufenen sekundären Lichtwellen diese Teilchen fast ausschließlich metallischer Natur waren; andrerseits kann aber nicht mit Bestimmtheit behauptet werden, daß diese Teilchen regelmäßige Kugelform oder andere regelmäßige, symmetrische Form hätten.

§ 98. Ergänzung: Lord RAYLEIGHS neuere Theorie und J. C. MAXWELL GARNETTS Erklärung. J. J. THOMSONS Theorie der Zerstreuung der Wellen durch kleine metallische Kugeln. Fr. HASENÖRLS und F. EHRENHAFTS Theorien. F. POCKELS Bemerkungen. M. PLANCKS Theorien erregender Zentra. R. W. WOODS Beobachtungen.

J. C. MAXWELL GARNETT** geht von einer Arbeit Lord RAYLEIGHS*** aus, in welcher mit bezug auf dessen frühere Unter-

* *Physikalische Zeitschrift*, l. c. p. 864—866.

** J. C. MAXWELL GARNETT, Colours in Metal Glasses and in Metallic Films, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*; Series A. Vol. 203 [19. April, 2. Juni 1904], p. 385—420, London 1904. Einen kurzen Auszug davon gibt R. W. WOOD, *Physical Optics* p. 491—497, Newyork und London 1905.

*** Lord RAYLEIGH, On the Incidence of Aerial and Electric Waves upon Small Obstacles in the Form of Ellipsoids or Elliptic Cylinders, and on the Passage of Electric Waves through a Circular Aperture in a Conducting Screen, *Philosophical Magazine* (5), vol. XLIV, p. 28—52, 1897; Scientific *Papers* vol. IV, p. 305—326, Cambridge 1903.

uchungen* dasjenige meridionale elektrische Vektorensystem dar-
estellt ist, welches in großer Entfernung von einer linear-oszilla-
orischen elektrischen Erregungsquelle entsteht, wenn letztere da-
urch hervorgerufen wird, daß ein einfacher, ebener, elektrischer
Wellenzug durch ein kleines, kugelförmiges Hindernis im homo-
enen, isotropen Dielektrikum eine Störung erleidet [Formel (106),
. 321 der hier in der Fußnote S. 388 angeführten Arbeit], soweit
ieselbe von der Verschiedenheit des Dielektrizitätskoeffizienten
es Mediums und des Hindernisses abhängt.

Mit dieser meridionalen Vektorenanordnung vergleicht nun
GARNETT die auch von ihm bildlich reproduzierten Lagen der
Polarisationsebenen in den Beugungsscheibchen, welche durch
ltramikroskopische Partikelchen von geringerer Dimension als
,1 μ hervorgerufen werden; er nimmt dabei an, daß der Licht-
ektor des linearpolarisierten Strahles ein zu dessen Polarisations-
bene senkrechter elektrischer Vektor sei und interpretiert also
ie beobachteten zirkumaxialen Systeme der Polarisationsebenen
s solche, die zu obigem meridionalen, elektrischen Vektoren-
stem gehören.

Auf Grundlage der von ihm benutzten RAYLEIGHschen Theorie
hließt GARNETT, daß die im Gold- und Kupfer-Rubinglas und
Silberglas vorhandenen kleinen Metallteilchen, welche von be-
utend kleinerer Dimension als 0,1 μ sind und welche zugleich
bige Erscheinung hervorrufen, genau kugelförmig sind.
ieser Schluß wird nach GARNETT durch die Erfahrungstatsache
ausibel, daß solches Glas nach Herausnahme aus dem Schmelz-
en und nach schneller Abkühlung ganz durchsichtig ist und
eine Färbung zeigt, sondern erst nach langsamer Wiedererwär-
ung, während welcher also die Metallteilchen, die sich im durch-
chtigen Glase wahrscheinlich in glasiger Lösung vorfanden, nun
sgeschieden werden und Zeit und Gelegenheit haben, sich zu
ügelchen zu formieren. Bei dieser Formierung wirkt auch die
berflächenspannung mit, welche die Metallmoleküle zu Klümpchen
llt; die Kräfte dieser Spannungen sind hier bei sehr kleinen
mensionen der Teilchen stärker als die der Kristallisierung;

* Siehe § 12 und 26 dieser Arbeit.

letztere überwiegen erst dann, wenn die Größe der Partikelchen eine gewisse Grenze überschritten hat. Die übrigen Teile der GARNETTschen Arbeit beziehen sich auf andere Partien der SIEDENTOPF-ZSIGMONDYschen Arbeit, auf die hier nicht weiter eingegangen wird.

In J. J. THOMSONS Theorie* sind auf Grund der elektromagnetischen Auffassung die Komponenten der durch leitende Kugeln entstehenden elektrischen Polarisation und magnetischen Kraft mittels sehr komplizierter, durch Kugelfunktionen verschiedener Art gebildeter Ausdrücke dargestellt, die für jeden Wert des Kugelradius gelten; doch beschränkt sich der Verfasser auf die Ausrechnung des Falles, wo dieser Radius gegen die Wellenlänge sehr klein ist.

J. J. THOMSONS Resultat läßt sich in diesem Falle folgendermaßen aussprechen: Fällt ein ebener Wellenzug linearpolarisierten Lichtes auf eine solche Kugel, so verschwindet das sekundär erregte Licht in einer bestimmten Richtung, nämlich in derjenigen, welche in der zur magnetischen Induktion der einfallenden Welle senkrechten Ebene liegend, mit dem einfallenden Strahl den Winkel von 120° bildet. Ebenso ist bei einfallendem unpolarisierten Licht jeder sekundäre Strahl, der mit dem einfallenden den Winkel von 120° bildet, in der den einfallenden und den gebeugten Strahl enthaltenden Ebene polarisiert.

Diese Resultate zeigen nun gegenüber den in den §§ 12 und 26 dieser Arbeit, sowie gegenüber den hier soeben erwähnten Ergebnissen Lord RAYLEIGHS für dielektrisch verschiedene Kugeln den Unterschied, daß bei letzteren die Richtungen der verschwindenden Strahlen mit dem einfallenden nicht 120°, sondern 90° bilden.

J. J. THOMSON scheint keinen Versuch gemacht zu haben, seine theoretisch gefundenen Werte experimentell zu verifizieren. Seine Theorie verallgemeinerte Fr. HASENÖRL**, indem er die

---

* J. J. THOMSON, Notes on recent Researches in Electricity and Magnetism. Intended as a sequel to professor Clerk-Maxwell's Treatise on Electricity and Magnetism. gr. 8°, XVI und 578 S., Oxford, Clarendon Press 1893; p. 437—451: On the Scattering of Electric Waves by Metallic Spheres.

** FRITZ HASENÖRL, Über die Absorption elektrischer Wellen in einem Gas. Vorgelegt in der Sitzung am 5. Juni 1902. *Sitzungsberichte d. k. Ak.*

eränderungen berechnet, welche eine ebene, geradlinig polari-
erte Welle elektrischer Kraft erfährt, wenn sie ein Medium
rchsetzt, das aus im Mittel gleichförmig verteilten Kugeln be-
eht, deren elektromagnetische Konstanten von denen des um-
benden Äthers verschieden sind. Für ein solches Medium be-
tzt der Verfasser zur Kürze den Terminus Gas; er untersucht
e angedeuteten Veränderungen, um eine Theorie der spektralen
sorption zu begründen.

Aus dieser Arbeit sei für die Zwecke vorliegender Schrift nur
s Ergebnis ihres dritten Abschnitts erwähnt*: es wird darin näm-
h das System der Komponenten derjenigen elektrischen Kraft-
lle ausgedrückt, welche eine durch die erwähnte einfallende
elle erregte kugelförmige, vom umgebenden Medium abweichende
sse, als sekundäre Erregungsstelle nach außen hin ausstrahlt.

Diese Ausdrücke benutzt nun F. EHRENHAFT** als Grundlage
n Entwicklungen zum Zwecke der Verallgemeinerung von
J. THOMSONS oben erwähnten Resultaten für den Fall, wenn
r Radius der leitenden Kugeln zwar kleiner ist als die Wellen-
ge der Strahlung im freien Raume, aber doch nicht sehr klein.

Indem er sehr große Leitfähigkeit des Kugelmaterials voraus-
zt, entwickelt er die Komponenten der von einer solchen Kugel
gestrahlten elektromagnetischen sphärischen Welle, wenn die
gel durch eine linear-polarisierte, ebene elektrische Welle in
tionärer Erregung erhalten wird. Dadurch bestimmen sich die
ensitäts- und Polarisationsverhältnisse der so entstandenen kugel-
migen sekundären Lichtwelle, sowie die Beziehungen der Farbe
cher Strahlen.***

Hier mögen nur die Ergebnisse in bezug der Polarisations-
hältnisse Erwähnung finden: Der Verfasser behandelt zuerst

ie der Wissensch. zu Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. I. Bd., Abteilung IIa, p. 1229—1263, Wien 1902.

* L. c. p. 1243.

** FELIX EHRENHAFT, Die diffuse Zerstreuung des Lichtes an kleinen geln. Ultramikroskopische Studie. Vorgelegt in der Sitzung am 18. Mai 5. *Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien.* Mathe-isch-naturwissenschaftliche Klasse. CXIV. Bd., Abt. IIa, p. 1115—1141, n 1905.

*** L. c. p. 1127—1129.

den von J. J. THOMSON betrachteten Fall, bei dem der Kugelradius a gegen die Wellenlänge λ sehr klein ist und kommt zu dem schon oben angedeuteten Resultate; hierauf nimmt er für das Verhältnis a/λ der Reihe nach die Werte an: 0,01, 0,05, 0,1, 0,2 und findet, daß in diesen Fällen das Polarisationsmaximum der sekundären Strahlen eintritt, wenn dieselben mit dem einfallenden Strahl die jeweiligen Winkel bilden: 120°, 116,5°, 115°, 109°.

F. EHRENHAFT bemerkt hierzu, daß nach seinen zu Anfang des Jahres 1903 angestellten Beobachtungen das Polarisationsmaximum des kolloidalen Goldes, mit dem CORNUschen Photopolarimeter gemessen unter 118° bis 120° liegt; das des kolloidalen Platins unter 115°; des kolloidalen Silbers unter 110° gegen den einfallenden Strahl; er zieht aus diesen Werten Schlüsse auf die Größenordnung der Teilchen. Auch konnte er wiederholt bei ein und derselben Suspension der Partikelchen das Wandern des Polarisationsmaximums gegen kleinere Winkel beobachten, welche Tatsache er als unverkennbar mit dem fortschreitenden Zusammenflocken der Teilchen zu größeren Gruppen zusammenhängend betrachtet.*

In bezug auf die von H. SIEDENTOPF in der ersten Abhandlung mitgeteilten Beobachtungen, die sich auf die Polarisationsverhältnisse der vom Einzelteilchen ausgestrahlten sekundären Lichtwelle beziehen, die wir in § 97 im vollen Wortlaute und getreuer Abbildung anführten, behauptet EHRENHAFT, daß dieselben durch seine Diskussionen vollkommene Erklärung finden. Dies scheint indes wenigstens für die in der Abbildung S. 385 versinnlichten Polarisationsverhältnisse nicht der Fall zu sein, denn dieselben zeigen nicht nur das Polarisationsmaximum in der zum einfallenden Strahl senkrechten Richtung, sondern auch ganz ausgesprochen, wenigstens qualitativ das einfache Gesetz der zirkumaxialen Polarisation.

Jedenfalls aber sind genauere Beobachtungen dieser Einzelwellen erwünscht; sobald mir die Umstände günstig sind, werde ich solche anstellen oder veranlassen; man sehe auch den folgenden § 99 dieser Arbeit.

---

* L. c. p. 1135.

Nicht unerwähnt sei hier auch der interessante kritische
tel F. POCKELS*, in welchem derselbe die Ansicht ausspricht,
die eigentümlichen optischen Eigenschaften von Metallen in
feiner Zerteilung nur in ganz unwahrscheinlicher Weise
h optische Resonanz erklärt werden können, wenn man
ich die ganzen Metallteilchen als wirkende Resonatoren be-
ten würde; ebenso findet er es für unzulässig, darauf eine
mmung der Größenordnung dieser Teilchen zu gründen. Auch
rt er seine Meinung nicht, trotz einer energischen Erwide-
F. EHRENHAFTS.** Dabei will er jedoch in keiner Weise
Zulässigkeit der Annahme intramolekularer Resonanz be-
ten.

Letztere Bemerkung bezieht sich auf eine interessante theo-
che Untersuchung M. PLANCKS***, die sich jedoch ausschließ-
mit der Berechnung der Extinktion im optisch homogenen
el von normaler Dispersion beschäftigt und in bezug auf die
risation des gebeugten Lichtes nichts Neues enthält; während
lbe Verfasser an anderer Stelle ein elektrisches meridionales
ein magnetisch zirkumaxiales Kräftesystem zum Ausgangs-
t fernerer Untersuchungen nimmt.† —

In einer vor kurzem erschienenen Mitteilung erwähnt R. W.
OD†† eine Erscheinung, die mit den bisherigen Erfahrungen
Polarisation des von kleinen Partikelchen gebeugten Lichtes
Widerspruch zu stehen scheint.

---

* F. POCKELS, Zur Frage der „optischen Resonanz" feinzerteilter
lle, *Physikalische Zeitschrift* Jahrg. 5, p. 152—156, 1904; auch *Winkel-
s Handbuch der Physik* 2. Aufl., Bd. VI, Optik, p. 1118, Leipzig 1906.

** F. EHRENHAFT, Zur optischen Resonanz, *Physikalische Zeitschrift*
g. 5, p. 387—390, 1904 und F. POCKELS, Entgegnung hierzu, ebenda,
0—461, 1904.

*** M. PLANCK, Über die Extinktion des Lichtes in einem optisch
genen Mittel von normaler Dispersion, *Sitzungsber. der k. pr. Akademie
Wissensch. zu Berlin*, p. 740—750, 1904.

† M. PLANCK, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung p. 106,
tig 1906; siehe auch die Fußnote des § 22 dieser Schrift, S. 168.

†† R. W. WOOD, Abnormal Polarization and Colour of Light scattered
nall Absorbing Particles, *Philosophical Magazine* (6), vol. 12, p. 147—149,

Bildet sich in einer Glaskugel ein Niederschlag aus Joddampf und wird dieser Dampf, der wie Nebel aussieht, von intensivem, unpolarisiertem Lichte erleuchtet, so zeigt sich kräftig zerstreutes Licht von tiefroter Farbe, welches, wenn es senkrecht zum einfallenden Lichte fortschreitet, in einer zum einfallenden Strahl senkrechten Ebene polarisiert ist; also im Gegensatz zum gewöhnlichen Falle, wo solches Licht in der Beugungsebene polarisiert ist. Der Versuch gelingt am besten, wenn man je ein Stück Siegelwachs und Jod, von der Größe eines Stecknadelkopfes in eine kleine Glasretorte bringt, und letztere nun mittels einer sehr kleinen Flamme erwärmt; der rote Nebel hält einige Zeit an, wenn er einmal entstanden ist.

Besonders gute Resultate erzielt man mit Dimethyl-Anilinnitrat; eine geringe Menge davon auf den Boden eines größeren Probierglases gebracht und mit kleiner Flamme erwärmt, gibt plötzlich einen gelblichen Nebel, welcher dieselben optischen Eigenschaften zeigt wie der Joddampf.

WOOD versucht diese Erscheinung dadurch zu erklären, daß er die etwa 0,003 mm großen Nebelteilchen kugelförmig und durchsichtig annimmt und voraussetzt, daß ein Teil der rechtwinkelig abgelenkten Strahlen von der Oberfläche direkt, regulär reflektiert wird, während der andere Teil eine einmalige innere Brechung, eine einmalige innere Reflexion und eine einmalige äußere Refraktion erleidet. Der erste Teil ist in der Ablenkungsebene, der zweite senkrecht dazu polarisiert.

Schließlich erwähnt er eine andere, von ihm schon etwa zwei Jahre früher gefundene Erscheinung*: Fällt ein Bündel intensiven, unpolarisierten Lichtes senkrecht auf eine über eine Silberfläche gelagerte dünne Kollodiumschicht, so zeigt das rasant zur Fläche zerstreute (gebeugte) Licht die ganz merkwürdige Eigenschaft, daß die eine Hälfte des sichtbaren Spektrums parallel zur Fläche, die andere Hälfte senkrecht dazu polarisiert ist. WOOD schreibt die Erscheinung der Kräuselung des Films zu, dessen granulare Struktur mit den stärksten Vergrößerungen eben

* R. W. WOOD, On some New Cases of Interference and Diffraction, *Phil. Mag.* (6), vol. 7, p. 376, 1904.

erkennbar wird. Aber alle diese Erscheinungen sind experimentell noch nicht genügend untersucht; insbesondere scheint die letztere einer eingehenden Erforschung wert zu sein.

§ 99. Ergänzung: Polarisation der durch in der leuchtenden Hülle und im Rauche heller Flammen schwebenden Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme. Quantitative Beobachtungen: Tabelle XXa und XXb. Sehr genügende Geltung des Gesetzes der räumlich vollständigen zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Anmerkung: Dieselbe Erscheinung mittels einer vollen Glaskugel.

Eine der interessantesten hierhergehörigen Erscheinungen ist jedenfalls die in der Überschrift dieses Paragraphen genannte, die in bezug der Polarisationsverhältnisse der von sekundären Erregungszentren ausgehenden Lichtstrahlen zweifellos von großer Wichtigkeit ist.

Die Erscheinung selbst scheint zuerst von G. J. BURCH experimentell festgestellt worden sein*; indes dürfte sie trotz ihrer Mitteilung in einer angesehenen Zeitschrift nicht genügend bekannt geworden sein, da sie G. G. STOKES** sechs Jahre später ganz unabhängig wieder entdeckte, jedoch nachher BURCHS Priorität bereitwilligst anerkannte.

Trotz STOKES' Publikation scheint die Erscheinung noch immer nicht die gebührende Beachtung gefunden zu haben; so fand ich z. B. auch in der II. Auflage von WINKELMANNS Handbuch der Physik, Optik, Bd. VI_{II}, 1906, keine Erwähnung davon. Dieser Umstand dürfte eine kurze Reproduktion der bisherigen tatsächlichen Kenntnisse hier gestatten, ebenso die Mitteilung der Resultate einiger hier direkt angestellten Beobachtungsreihen.

* GEORGE J. BURCH, Some experiments on flame, *Nature*, Vol. XXXI, 1885, p. 272—275.

** G. G. STOKES, On an optical proof of the existence of suspended matter in flames [1891], *Mathematical and Physical Papers*, Vol. V, p. 232—234. On the reactions occurring in flames [1892], ebenda, p. 234—237. Cambridge 1905.

I. Fällt konzentriertes Licht einer intensiven Lichtquelle auf die leuchtende Hülle einer Kerzenflamme, so sieht man deutlich auf derselben zwei hellere Flecken, die die Eintritts- und Austrittsstelle des Lichtkegels an der Flammenhülle bezeichnen; dieselben sind in fast jeder Sehrichtung gut sichtbar.

a) Ist das einfallende Licht unpolarisiert, dann ist jeder zum einfallenden senkrecht gebeugte (zerstreute) Strahl in seiner Beugungsebene vollständig linear polarisiert; in jeder andern Richtung ist der gebeugte Strahl in seiner Beugungsebene partiell polarisiert und zwar umso stärker, je mehr sich der gebeugte Strahl der zur Einfallsrichtung senkrechten Ebene nähert.

b) Ist das einfallende Licht linearpolarisiert, dann ist die Intensität desjenigen gebeugten (zerstreuten) Strahles, der gleichzeitig normal zur Polarisationsebene und senkrecht zum einfallenden Strahl fortschreitet, gleich Null; dieser Teil der Erscheinung scheint von beiden obgenannten Forschern nicht genügend hervorgehoben worden zu sein.

Die erwähnten Eigenschaften der so entstandenen gebeugten Strahlen sind von der Gattung und von der Zusammensetzung des einfallenden Lichtes ganz unabhängig. —

Genau dieselbe Erscheinung findet statt, wenn konzentriertes Licht auf den heißen rötlichen oder auf den kalten, fast farblosen und kaum sichtbaren Rauch heller Flammen fällt; doch scheint es, muß der Rauch von einem tatsächlichen Verbrennungsprozeß herrühren, denn bei ohne Verbrennung entstandenem Rauche findet unter a) keine merkliche Polarisation des zerstreuten Lichtes statt und verschwindet der unter b) erwähnte Strahl nicht.

Die Erscheinung kann man wohl mit Recht der Zerstreuung des Lichtes durch die an den Stellen der genannten hellen Flecken vorhandenen Kohlenstoffteilchen zuschreiben; dieselben entstanden infolge der Dissoziation der Moleküle des Brennstoffes in Atome und zwar durch den Verbrennungsprozeß. Diese Teilchen befinden sich in der hellen Hülle der Flammen in heftigem Glühen, im warmen Rauche in schwachem Selbstleuchten, im kalten Rauche vielleicht nur im Zustande der Wärmestrahlung. In jedem Falle aber haben diese Teilchen infolge der vorhandenen Luftströmung noch eine erhebliche translatorische Bewegung nach aufwärts; dieselbe be-

einflußt aber den optischen Teil des Phänomens in keiner Weise.

Die hier erwähnten qualitativen Polarisationsverhältnisse sind also dieselben wie diejenigen der durch in Luft, in Flüssigkeiten, in Glas oder in Kolloiden suspendierten Körperchen verursachten Beugungserscheinung [§ 12, 97 u. 98]; auch hier sind diese Eigenschaften als erste Anzeichen einer möglichen zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen zu betrachten, deren Polarachse die Richtung des verschwindenden Strahles, also die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist; indes scheinen bisher diesbezüglich weitere genauere Erfahrungen zu fehlen.

II. Um jedoch die Verhältnisse auch quantitativ feststellen zu können, wurden im Laufe des Sommers 1906 von mir und von dem Lehramtskanditaten Herrn PAUL SELÉNYI folgende Messungen angestellt:

Ein vom Heliostatenspiegel [§ 30] reflektiertes Lichtbündel paralleler Sonnenstrahlen gelangte durch eine kreisrunde Öffnung von etwa 8 cm Durchmesser auf eine Kondensorlinse, wurde dann in passender Entfernung mittels einer geeigneten Zerstreuungslinse in ein etwa 1 cm Durchmesser haltendes Bündel paralleler Strahlen verwandelt, die nach Durchdringung des Polarisators des in § 30 erwähnten Apparates eine kleinere Kondensorlinse passierten und in der vertikalen Achse des horizontalen Hauptkreises ein Sonnenbildchen von etwa 2,5 mm Durchmesser erzeugten. Dieses fiel nun auf die Flamme einer kurzen Kerze von etwa 3,5 cm Durchmesser, deren Achse in die vertikale Achse des genannten Hauptkreises fiel, deren Höhe beliebig verändert werden konnte. Später erwies sich die Zerstreuungslinse und der kleinere Kondensor als überflüssig und der unmittelbar aus der größeren Kondensorlinse tretende Strahlenkegel genügte vollkommen.

Nachdem nun die unter I. erwähnten qualitativen Beziehungen ohne weiteres erhärtet waren, wurde ein gewöhnliches leichtes horizontales Messingdrahtgeflecht zungenförmiger Gestalt in die Kerzenflamme geschoben, deren oberer Teil dadurch fast ganz abgeschnitten wurde; an seiner Stelle entstand eine kleine, gewöhnlich kaum sichtbare, etwas kältere Rauchsäule, von welcher sich nun das darauffallende, linearpolarisierte Sonnenbildchen als

gut begrenzter, verhältnismäßig sehr heller bläulich-weißlicher Fleck abhob. Derselbe konnte mittels des im Beobachtungsrohre befindlichen Analysators stets fast ganz ausgelöscht werden und so wurde die Lage der Polarisationsebene des jeweiligen, beobachteten sekundären (gebeugten oder zerstreuten) Strahles festgestellt.

Im sonstigen war die Beobachtungsordnung des ganzen gebeugten (zerstreuten) Strahlensystems im allgemeinen ähnlich derjenigen des im § 65 beschriebenen Falles normaler Inzidenz auf die Gitterfläche, nur daß hier kein Einfallswinkel vorhanden ist, weil die Natur der Erscheinung keinen solchen enthalten kann.

Durch Drehung des Polarisators konnte das Polarisationsazimut des einfallenden Strahlenbündels zur Ebene des horizontalen Hauptkreises, also zur jeweiligen Beugungsebene beliebig gewählt werden; in dieser Ebene konnte mittels des Beobachtungsrohres jeder beliebige Strahl untersucht werden, so daß in dieser Weise das hier um die Auffallsstelle des Sonnenbildchens als sekundäre Erregungsstelle entstandene ganze gebeugte Strahlensystem beobachtet werden konnte, soweit dies nämlich die Konstruktion des Apparates gestattete.

Die Anzahl der Ablesungen der Lage des auslöschenden Analysators betrug für jeden einzelnen Strahl 10 bis 20; diejenigen Strahlen, die nahe zur Polarachse lagen, hatten geringere Intensität und erforderten mehr Ablesungen.

III. Die folgenden Zahlentabellen XXa und XXb enthalten nun die Resultate der, wie oben erwähnt, im Laufe des Sommers 1906 mit Sonnenlicht angestellten Untersuchungen; ferner deren Vergleichung mit dem einfachen Gesetze der zirkumaxialen Polarisation, wenn man, wie schon oben bemerkt, voraussetzt, daß die Polarachse des zerstreuten (gebeugten) Strahlensystems die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Strahles sei.

Zur Erläuterung der benutzten Abkürzungen und sonstiger Überlegungen diene Fig. 35. Darin bedeutet O die Auffallsstelle des Sonnenbildchens im Flammenrauche; $\overline{OI}$ den einfallenden-durchgehenden Strahl; $\overline{OR}$ einen beliebig zerstreuten, gebeugten Strahl; $HRIH$ die zum großen Horizontalkreis des Apparates parallele, jeweilige Beugungsebene; ON deren Normale; PIP die

olarisationsebene des jeweiligen einfallenden Strahles $\overline{OI}$; $\overline{OZ}$ ren Normale; diese wird nun hier als Symmetrieachse der zirkum- ialen Polarisation vorausgesetzt. Ferner sei $\sphericalangle(HIP) = \vartheta$ das n der Horizontalebene ab gerechnete Polarisationsazimut des nfallenden Strahles und $\sphericalangle(HRS) = \varphi_c$ das von derselben Ebene gerechnete, zirkumaxiale Polarisationsazimut des jeweiligen ge- ugten Strahles $\overline{OR}$, dessen theoretische Polarisationsrichtung

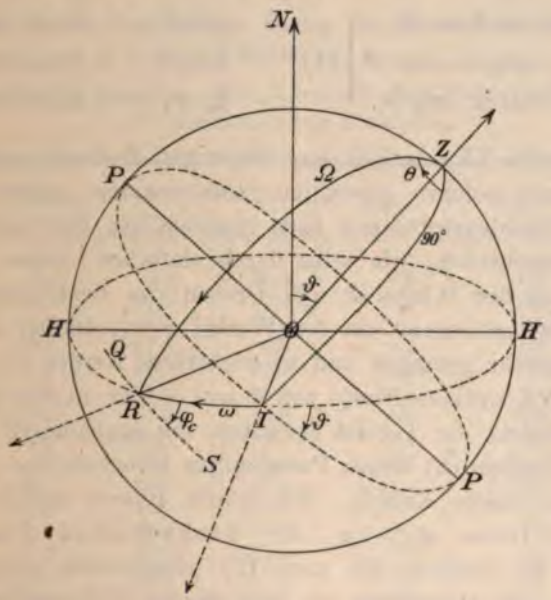


Fig. 35.

so in die Tangente des zu PP parallelen Kreises QRS fällt, n man also senkrecht zur Achse OZ durch R ziehen kann.

Wie aus der Figur ersichtlich, kann die Lage des gebeugten erstreuten) Strahles $\overline{OR}$ in verschiedener Weise festgestellt erden: 1. Es sind ω und ϑ die auf den einfallenden Strahl $\overline{OI}$ d auf dessen Polarisationsebene PP bezogenen sphärischen ordinaten von $\overline{OR}$. 2. Es sind Ω und Θ die auf die Nor- le Z der Polarisationsebene des einfallenden Strahles und auf durch diese und durch den einfallenden Strahl $\overline{OI}$ gehenden

Meridian $\widehat{ZI}$ bezogenen zirkumaxialen Koordinaten desselben Strahles $\overline{OR}$.

Die hier nötigen trigonometrischen Beziehungen liefert das sphärische Dreieck (ZIR); darin ist, wie aus Fig. 35 ersichtlich, $\sphericalangle(\widehat{ZI}) = \frac{1}{2}\pi$; $\sphericalangle(RIZ) = \vartheta + \frac{1}{2}\pi$; $\sphericalangle(ZRI) = \frac{1}{2}\pi - \varphi_c$; man erhält somit sofort folgende Transformationsformeln für die zwei Koordinatensysteme und Bestimmungsgleichungen für φ_c:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega &= +\cos\Theta\sin\Omega, \\ \operatorname{tg}\vartheta &= -\operatorname{cotg}\Omega\operatorname{cosec}\Theta, \\ \operatorname{tg}\varphi_c &= -\cos\Omega\operatorname{cotg}\Theta. \end{aligned}\right\} (1) \qquad \left.\begin{aligned} \cos\Omega &= -\sin\vartheta\sin\omega, \\ \operatorname{cotg}\Theta &= +\operatorname{cotg}\omega\sec\vartheta, \\ \operatorname{tg}\varphi_c &= +\operatorname{tg}\vartheta\cos\omega. \end{aligned}\right\} (2)$$

Tabelle XXa enthält nun diejenigen Beobachtungsresultate, die zu einem solchen gebeugten Strahlensystem gehören, dessen einzelne Strahlenrichtungen nach regelmäßigen Intervallen von ω und ϑ fortschreiten, wie selbe durch einfaches Drehen des Polarisators um den Winkel ϑ und Drehen des Beobachtungsrohres in der Horizontalebene um den Winkel ω unmittelbar in das Beobachtungsrohr gelangen und so beobachtet werden können.

Diese Koordinatenwerte von ϑ und ω sind in der ersten und zweiten Rubrik der Tabelle enthalten; die zugehörigen Θ und Ω sind aus System (2) dieses Paragraphen berechnet und bilden die dritte und vierte Rubrik. Die fünfte Rubrik enthält die zugehörigen Werte $\varphi_{obs} = \varphi_o$ der beobachteten Polarisationsazimute, die sechste die nach (2) gerechneten zirkumaxialen Werte φ_c der theoretisch zu erwartenden Polarisationsazimute; schließlich die siebente Rubrik die Differenz $\varphi_o - \varphi_c$.

Die in der Tabelle enthaltenen 128 verschiedenen Strahlenrichtungen sind um den einfallenden Strahl und über die ganze Kugeloberfläche (also über den ganzen Raum) symmetrisch und gleichmäßig verteilt; ihre Polarisationsrichtungen stimmen nun mit dem einfachen Gesetz der zirkumaxialen Polarisation im allgemeinen sehr gut überein, wenn man, wie schon bei vorher betrachteten Erscheinungen, als Polarachse des gebeugten (zerstreuten) Strahlensystems diejenige Richtung OZ annimmt, welche gleichzeitig senkrecht ist zur Richtung des einfallenden Strahles und senkrecht zu dessen Polarisationsebene.

Tabelle XXa.

Gesetz der räumlich vollständigen symmetrischen, zirkumaxialen Polarisation.

Einfallendes linearpolarisiertes Licht.

Beobachtete Polarisationsazimute der von im Rauche leuchtender Flammen suspendierten Teilchen symmetrisch zerstreuten (gebeugten) Lichtstrahlen.

Vergleichung mit den strengen Werten des Gesetzes der zirkumaxialen Polarisation.

Supponierte Polarachse: Die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Strahles.

ϑ	ω	Θ	Ω	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
°	°	°	°	°	°	°
0,0	0,0	0,0	90,0	0,0	0,0	0,0
0,0	22,5	22,5	90,0	— 0,8	0,0	— 0,8
0,0	45,0	45,0	90,0	+ 0,1	0,0	+ 0,1
0,0	67,5	67,5	90,0	+ 0,4	0,0	+ 0,4
0,0	90,0	90,0	90,0	— 1,9	0,0	— 1,9
0,0	112,5	112,5	90,0	— 2,7	0,0	— 2,7
0,0	135,0	135,0	90,0	— 2,6	0,0	— 2,6
0,0	153,0	153,0	90,0	— 2,4	0,0	— 2,4
22,5	0,0	0,0	90,0	+ 22,3	+ 22,5	— 0,2
22,5	22,5	20,9	98,4	+ 20,4	+ 20,9	— 0,5
22,5	45,0	42,7	105,7	+ 15,2	+ 16,3	— 1,1
22,5	67,5	65,8	110,7	+ 8,2	+ 9,0	— 0,8
22,5	90,0	90,0	112,5	+ 0,6	0,0	+ 0,6
22,5	112,5	114,1	110,7	— 9,0	— 9,0	0,0
22,5	135,0	137,3	105,7	— 16,7	— 16,3	— 0,4
22,5	153,0	154,8	100,0	— 23,8	— 20,3	— 3,5
45,0	0,0	0,0	90,0	+ 44,6	+ 45,0	— 0,4
45,0	22,5	16,3	105,7	+ 41,9	+ 42,7	— 0,8
45,0	45,0	35,3	120,0	+ 34,5	+ 35,3	— 0,8
45,0	67,5	59,6	130,7	+ 20,0	+ 20,9	— 0,9
45,0	90,0	90,0	135,0	— 2,4	0,0	— 2,4
45,0	112,5	120,4	130,7	— 23,7	— 20,9	— 2,8
45,0	135,0	144,7	120,0	— 35,5	— 35,3	— 0,2
45,0	153,0	160,2	108,7	— 41,5	— 41,7	+ 0,2
67,5	0,0	0,0	90,0	+ 67,1	+ 67,5	— 0,4
67,5	22,5	9,0	110,7	+ 65,8	+ 65,9	— 0,1
67,5	45,0	20,9	130,8	+ 59,8	+ 59,6	+ 0,2
67,5	67,5	42,7	148,4	+ 44,1	+ 42,7	+ 1,4
67,5	90,0	90,0	157,5	— 1,9	0,0	— 1,9
67,5	112,4	137,3	148,4	— 45,6	— 42,7	— 2,9
67,5	135,0	159,1	130,8	— 63,0	— 59,6	— 3,4
67,5	153,0	169,0	114,8	— 67,4	— 65,1	— 2,3

Tabelle XXa (Fortsetzung).

ϑ	ω	Θ	Ω	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
°	°	°	°	°	°	'
90,0	0,0	0,0	90,0	+ 89,6	+ 90,0	−0,4
90,0	22,5	0,0	112,5	+ 89,8	+ 90,0	−0,2
90,0	45,0	0,0	135,0	+ 90,2	+ 90,0	+0,2
90,0	67,5	0,0	157,5	+ 90,0	+ 90,0	0,0
90,0	90,0	0,0	180,0	Richtung der Polarachse		
90,0	112,5	0,0	202,5	+ 85,3	+ 90,0	−4,7
90,0	135,0	0,0	225,0	+ 87,2	+ 90,0	−2,8
90,0	153,0	0,0	243,0	+ 87,3	+ 90,0	−2,7
112,5	0,0	0,0	90,0	+ 112,3	+ 112,5	−0,2
112,5	22,5	— 9,0	110,7	+ 114,2	+ 114,1	+0,1
112,5	45,0	— 20,9	130,8	+ 121,5	+ 120,4	+1,1
112,5	67,5	— 42,8	148,4	+ 137,9	+ 137,3	+0,6
112,5	90,0	— 90,0	157,5	+ 176,2	+ 180,0	−3,8
112,5	112,5	— 137,3	148,4	+ 221,4	+ 222,7	−1,3
112,5	135,0	— 159,1	130,8	+ 238,3	+ 239,6	−1,3
112,5	153,0	— 169,0	114,8	+ 243,1	+ 245,1	−2,0
135,0	0,0	0,0	90,0	+ 134,9	+ 135,0	−0,1
135,0	22,5	— 16,3	105,7	+ 137,2	+ 137,3	−0,1
135,0	45,0	— 35,3	120,0	+ 145,3	+ 144,7	+0,6
135,0	67,5	— 59,6	130,7	+ 160,9	+ 159,1	+1,8
135,0	90,0	— 90,0	135,0	+ 180,8	+ 180,0	+0,8
135,0	112,5	— 120,4	130,7	+ 202,5	+ 200,9	+1,6
135,0	135,0	— 144,7	120,0	+ 216,0	+ 215,3	+0,7
135,0	153,0	— 160,2	108,7	+ 224,0	+ 221,7	+2,3
157,5	0,0	0,0	90,0	+ 157,7	+ 157,5	+0,2
157,5	22,5	— 20,9	98,4	+ 160,5	+ 159,1	+1,4
157,5	45,0	— 42,7	105,7	+ 166,8	+ 163,7	+3,1
157,5	67,5	— 65,8	110,7	+ 171,9	+ 171,0	+0,9
157,5	90,0	— 90,0	112,5	+ 181,7	+ 180,0	+1,7
157,5	112,5	— 114,1	110,7	+ 189,6	+ 189,0	+0,6
157,5	135,0	— 137,3	105,7	+ 198,1	+ 196,3	+1,8
157,5	153,0	— 154,8	100,0	+ 200,4	+ 200,3	+0,1
180,0	0,0	0,0	90,0	+ 180,0	+ 180,0	0,0
180,0	22,5	— 22,5	90,0	+ 180,4	+ 180,0	+0,4
180,0	45,0	— 45,0	90,0	+ 181,6	+ 180,0	+1,6
180,0	67,5	— 67,5	90,0	+ 181,2	+ 180,0	+1,2
180,0	90,0	— 90,0	90,0	+ 181,1	+ 180,0	+1,1
180,0	112,5	— 112,5	90,0	+ 181,3	+ 180,0	+1,3
180,0	135,0	— 135,0	90,0	+ 180,3	+ 180,0	+0,3
180,0	153,0	— 153,0	90,0	+ 180,7	+ 180,0	+0,7
202,5	0,0	0,0	90,0	+ 202,6	+ 202,5	+0,1
202,5	22,5	— 20,9	81,6	+ 201,8	+ 200,9	+0,9
202,5	45,0	— 42,7	74,3	+ 197,1	+ 196,3	+0,8
202,5	67,5	— 65,8	69,3	+ 189,1	+ 189,0	+0,1
202,5	90,0	— 90,0	67,5	+ 179,8	+ 180,0	−0,2
202,5	112,5	— 114,1	69,3	+ 171,5	+ 171,0	+0,5
202,5	135,0	— 137,3	74,3	+ 163,7	+ 163,7	0,0
202,5	153,0	— 154,8	80,0	+ 160,0	+ 159,7	+0,3

Tabelle XXa (Fortsetzung).

ω	Θ	Ω	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
°	°	°	°	°	°
0,0	0,0	90,0	+ 225,3	+ 225,0	+ 0,3
22,5	— 16,3	74,3	+ 222,9	+ 222,7	+ 0,2
45,0	— 35,3	60,0	+ 215,0	+ 215,3	— 0,3
67,5	— 59,6	49,3	+ 201,2	+ 200,9	+ 0,3
90,0	— 90,0	45,0	+ 180,9	+ 180,0	+ 0,9
112,5	— 120,4	49,3	+ 158,2	+ 159,1	— 0,9
135,0	— 144,7	60,0	+ 142,4	+ 144,7	— 2,3
153,0	— 160,2	71,3	+ 136,3	+ 138,3	— 2,0
0,0	0,0	90,0	+ 247,4	+ 247,5	— 0,1
22,5	— 9,0	69,3	+ 245,6	+ 245,9	— 0,3
45,0	— 20,9	49,2	+ 238,3	+ 239,6	— 1,3
67,5	— 42,7	31,6	+ 217,8	+ 222,7	— 4,9
90,0	— 90,0	22,5	+ 180,6	+ 180,0	+ 0,6
112,5	— 137,3	31,6	+ 137,2	+ 137,3	— 0,1
135,0	— 159,1	49,2	+ 121,9	+ 120,4	+ 1,5
153,0	— 169,0	65,2	+ 114,7	+ 114,9	— 0,2
0,0	0,0	90,0	+ 270,0	+ 270,0	0,0
22,5	0,0	67,5	+ 269,9	+ 270,0	— 0,1
45,0	0,0	45,0	+ 270,2	+ 270,0	+ 0,2
67,5	0,0	22,5	+ 271,4	+ 270,0	+ 1,4
90,0	0,0	0,0	Richtung der Polarachse.		
112,5	180,0	22,5	+ 90,6	+ 90,0	+ 0,6
135,0	180,0	45,0	+ 89,7	+ 90,0	— 0,3
153,0	180,0	63,0	+ 89,8	+ 90,0	— 0,2
0,0	0,0	90,0	+ 292,5	+ 292,5	0,0
22,5	9,0	69,3	+ 296,7	+ 294,1	+ 2,6
45,0	20,9	49,2	+ 304,6	+ 300,4	+ 4,2
67,5	42,7	31,6	+ 319,4	+ 317,3	+ 2,1
90,0	90,0	22,5	+ 359,3	+ 360,0	— 0,7
112,5	137,3	31,6	+ 405,4	+ 402,7	+ 2,7
135,0	159,1	49,2	+ 420,4	+ 419,6	+ 0,8
153,0	169,0	65,2	+ 424,6	+ 425,1	— 0,5
0,0	0,0	90,0	+ 314,9	+ 315,0	— 0,1
22,5	16,3	74,3	+ 317,9	+ 317,3	— 0,6
45,0	35,3	60,0	+ 326,8	+ 324,7	+ 2,1
67,5	59,6	49,3	+ 339,1	+ 339,1	0,0
90,0	90,0	45,0	+ 357,5	+ 360,0	— 2,5
112,5	120,4	49,3	+ 381,0	+ 380,9	+ 0,1
135,0	144,7	60,0	+ 400,5	+ 395,3	+ 5,2
153,0	160,2	71,3	+ 407,8	+ 401,7	+ 6,1
0,0	0,0	90,0	+ 337,5	+ 337,5	0,0
22,5	20,9	81,6	+ 340,6	+ 339,1	+ 1,5
45,0	42,7	74,3	+ 344,5	+ 343,7	+ 0,8
67,5	65,8	69,3	+ 351,3	+ 351,0	+ 0,3
90,0	90,0	67,5	+ 360,5	+ 360,0	+ 0,5
112,5	114,1	69,3	+ 368,9	+ 369,0	— 0,1
135,0	137,3	74,3	+ 376,6	+ 376,3	+ 0,3
153,0	154,8	80,0	+ 382,5	+ 380,3	+ 2,2

Tabelle XXb. **Gesetz der räumlich vollständigen symmetrischen, zirkumaxialen Polarisation.**

Einfallendes linearpolarisiertes Licht.

Beobachtete Polarisationsazimute der von im Rauche leuchtender Flammen suspendierten Teilchen zerstreuten (gebeugten) Lichtstrahlen. Vergleichung mit den strengen Werten des Gesetzes der zirkumaxialen Polarisation. Supponierte Polarachse: Die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes.

Ω	Θ	ω	ϑ	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
°	°	°	°	°	°	°
22,5	0,0	67,5	— 90,0	— 89,4	— 90,0	+ 0,6
22,5	22,5	69,3	— 81,0	— 67,3	— 65,8	— 1,5
22,5	45,0	74,3	— 73,7	— 43,2	— 42,7	— 0,5
22,5	67,5	81,6	— 69,1	— 25,2	— 20,9	— 4,3
22,5	90,0	90,0	— 67,5	— 1,0	0,0	— 1,0
22,5	112,5	98,4	— 69,1	+ 18,9	+ 20,9	— 2,0
22,5	135,0	105,7	— 73,7	+ 42,4	+ 42,7	— 0,3
22,5	157,5	110,7	— 81,0	+ 65,4	+ 65,8	— 0,4
22,5	180,0	112,5	— 90,0	+ 90,3	+ 90,0	+ 0,3
22,5	222,5	110,7	— 99,0	+ 114,9	+ 114,2	+ 0,7
22,5	225,0	105,7	— 106,3	+ 137,5	+ 137,3	+ 0,2
22,5	247,5	98,4	— 110,9	+ 160,3	+ 159,1	+ 1,2
22,5	270,0	90,0	— 112,5	+ 176,9	+ 180,0	— 3,1
22,5	292,5	81,6	— 110,9	+ 203,7	200,9	+ 2,8
22,5	315,0	74,3	— 106,3	+ 226,4	+ 222,7	+ 3,7
22,5	337,5	69,3	— 99,0	+ 246,6	+ 245,8	+ 0,8
45,0	0,0	45,0	— 90,0	— 89,8	— 90,0	+ 0,2
45,0	45,0	59,9	— 54,7	— 35,5	— 35,3	— 0,2
45,0	90,0	90,0	— 45,0	— 0,2	0,0	— 0,2
45,0	135,0	120,1	— 54,7	+ 35,4	+ 35,3	+ 0,1
45,0	180,0	135,0	— 90,0	+ 90,1	+ 90,0	+ 0,1
45,0	225,0	120,1	— 125,3	+ 142,4	+ 144,7	— 2,3
45,0	270,0	90,0	— 135,0	+ 178,6	+ 180,0	— 1,4
45,0	315,0	59,9	— 125,3	+ 216,9	+ 215,3	+ 1,6
90,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90,0	45,0	45,0	0,0	+ 0,1	0,0	+ 0,1
90,0	90,0	90,0	0,0	— 1,9	0,0	— 1,9
90,0	135,0	135,0	0,0	— 2,6	0,0	— 2,6
90,0	153,0	153,0	0,0	— 2,4	0,0	— 2,4
90,0	207,0	207,0	0,0	— 0,7	0,0	— 0,7
90,0	225,0	225,0	0,0	— 0,3	0,0	— 0,3
90,0	270,0	270,0	0,0	— 1,1	0,0	— 1,1
90,0	315,0	315,0	0,0	— 1,6	0,0	— 1,6
135,0	0,0	45,0	90,0	88,6	90,0	— 1,4
135,0	45,0	59,9	54,7	34,0	35,3	— 1,3
135,0	90,0	90,0	45,0	2,0	0,0	+ 2,0
135,0	135,0	120,1	54,7	— 33,9	— 35,3	+ 1,4
135,0	180,0	135,0	90,0	— 88,9	— 90,0	+ 1,1
135,0	225,0	120,1	54,7	— 144,0	— 144,7	+ 0,7
135,0	270,0	90,0	45,0	— 179,2	— 180,0	+ 0,8
135,0	315,0	59,9	54,7	+ 215,2	— 215,3	+ 0,1

Tabelle XXb enthält Beobachtungen solcher 41 Strahlen, deren Koordinaten Ω und Θ nach bestimmten Intervallen fortschreiten, die also um die Polarachse OZ, und über die ganze Kugeloberfläche, also ebenfalls über den ganzen Raum um O symmetrisch und gleichmäßig verteilt sind. Die zugehörigen ω und ϑ, mittels welcher die Einstellung des Apparates auf den jeweiligen gebeugten Strahl geschieht, wurden nach System (1) dieses Paragraphen, S. 400, berechnet; ebenso φ_c; die Differenz $\varphi_o - \varphi_c$ zeigt hier ebenfalls eine schöne Übereinstimmung mit dem Gesetz der zirkumaxialen Polarisation.

IV. Die gefundenen quantitativen Tatsachen führen in bezug auf die Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene zu einer einfachen zwingenden Schlußfolgerung, und zwar in folgender Reihenfolge:

A) Der Vektor des einfallenden, erregenden linearpolarisierten Lichtstrahles muß erfahrungsgemäß stets senkrecht sein zur Fortpflanzungsrichtung dieses Strahles und kann nur entweder in dessen Polarisationsebene oder senkrecht dazu liegen.

B) Die räumliche Erscheinung, welche dieser erregende Vektor in einem um das sekundäre Erregungszentrum homogenen und isotropen Medium erzeugt, kann nur symmetrisch zur fixen Richtung dieses Erregungsvektors sein.

C) Die Erfahrung lehrt nun, daß in diesem Falle die Polarisationsebenen des um dies Erregungszentrum entstandenen sekundären Strahlensystems räumlich symmetrisch um die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Strahles geordnet sind.

D) Der erregende Vektor des einfallenden Strahles kann daher nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein.

Auch dieser Schluß ist ganz unabhängig von jeglicher besonderen Hypothese in bezug auf die Natur des Lichtes; man sehe die §§ 69, 80, 91, 93 und 94. —

Anmerkung: Dieselbe Erscheinung mittels einer vollen Glaskugel.

Der einfachste Versuch, im homogenen, isotropen Medium das Gesetz der räumlich vollständigen symmetrischen, zirkum-

axialen Polarisation festzustellen, dürfte der folgende sein, welcher stets ohne weiteres gelingt:

Man nehme eine volle Glaskugel, wie man eine solche z. B. bei jedem Sonnenschein-Registrierapparat im Durchmesser von etwa 10 cm vorfindet, setze davor eine kleine, nicht zu stark konvergierende Kondensorlinse, deren ein Fokus in den Kugelmittelpunkt fällt und beleuchte denselben mittels einer intensiven Lichtquelle: die Spitze des Lichtkegels ist hier das sekundäre Erregungszentrum und ist von jeder Richtung aus sichtbar; die von ihm ausgehenden sekundären Strahlen treten überall normal zur Kugelfläche in Luft aus, erleiden durch den Austritt weder Richtungs- noch Polarisationsänderung.

Ist das einfallende Licht unpolarisiert, dann ist jeder zum einfallenden senkrecht gebeugte, zerstreute Strahl in seiner jeweiligen Beugungsebene linear polarisiert; jeder anders gebeugte Strahl ist in seiner Beugungsebene partiell polarisiert. Ist das einfallende Licht linear polarisiert, dann zeigen die von der Spitze des Lichtkegels ausgehenden sekundären Strahlen genau das Gesetz der räumlich vollständigen, symmetrischen zirkumaxialen Polarisation, deren Symmetrieachse durch die Kegelspitze senkrecht zu deren geometrischer Achse geht und zugleich normal zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist. Es zeigt sich hier genau dieselbe Erscheinung wie in § 91, 93, 94, 97 und 99; nur ist ihre, auch quantitative, Beobachtung sehr bequem.

§ 100. Einfache Darstellung der typischen Polarisationsgesetze mittels bewegter Elektronen. Rückblick auf die theoretischen Deutungen. Ausblick in künftige Forschungen. Kristallinische Medien.

I. Es sei hier noch gestattet, einiges über die Stellung der Elektronentheorie zur Deutung der in dieser Arbeit betrachteten und beobachteten Erscheinungen zu sagen; diese Theorie kann auch hier als eine spezielle Art der elektromagnetischen Auffassung betrachtet werden.

1. Nimmt man als einfachste Lichtquelle ein einzelnes, einfach linear-harmonisch schwingendes Elektron an, so läßt sich

durch ein solches Erregungszentrum in großer Entfernung von erzeugte Störung mit Leichtigkeit darstellen: man findet, nau so wie in § 23 und 25 dieser Arbeit, ein einfach-meridio-les elektrisches und ein dazu orthogonales einfach-zirkumaxiales gnetisches Vektorensystem, deren gemeinsame Symmetrieachse Verlängerung der Geraden ist, längs welcher das Elektron wingt.*

Diese Vorstellung ist also zur Darstellung der vielfach be-achteten vollständigen zirkumaxialen Polarisation ganz geeignet; gelten dann die in § 49 auseinandergesetzten Überlegungen.

2. Würde man, analog den Elektronen, Magnetionen an-men, also solche kleine Teilchen, die nur positive oder nur gative magnetische Ladung enthalten, so könnte man als physi-isches Bild einer einfachen Lichtquelle auch ein einfach linear-monisch schwingendes Magnetion betrachten, welches nun, wie § 24 und 25 dieser Arbeit gezeigt wurde, in großen Ent-nungen vom Erregungszentrum ein einfach-meridionales magne-hes und ein dazu orthogonales einfach-zirkumaxiales elektrisches ktorensystem hervorruft, deren gemeinsame Symmetrieachse Fortsetzung der Geraden ist, längs welcher das Magnetion wingt.

Auch diese Vorstellung ist zur Darstellung der zirkum-

* Man sehe z. B. H. A. Lorentz, Maxwells elektromagnetische Theorie; iterbildung der Maxwellschen Theorie, Elektronentheorie: Enzyklopädie Mathematischen Wissenschaften, Bd. V_2, p. 63—144, 145—280, Leipzig 4; insbesondere p. 180—187. Ferner M. Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd.: Elektromagnetische Theorie der Strahlung, p. 59—72, Leipzig 1905. ch hier wird die Wellenstrahlung einer bewegten Punktladung behandelt l sowohl eine einfache lineare, erregende Schwingung des Elektrons als h drei zueinander senkrechte Komponenten einer solchen Erregung voraus-etzt; das Resultat ist für große Entfernungen vom Erregungsorte dasselbe oben im Texte erwähnt. — A. H. Bucherer, Mathematische Einführung in Elektronentheorie p. 90—94, Leipzig 1904. Hier wird a) eine einfache are Schwingung, b) eine elliptische, c) eine kreisförmige Schwingung s Elektrons behandelt und im Falle a) für größere Entfernungen von em Erreger ein meridionales elektrisches und ein dazu orthogonales netisches Vektorensystem dargestellt; die Fälle b) und c) geben die reinanderlagerung solcher Systeme, die durch die erregenden linearen ponenten von b) und c) entstehen.

axialen Polarisation gut geeignet; auch hier gelten die Überlegungen des § 49.

3. Würde man annehmen, im Erregungsraume schwinge ein Elektron und ein Magnetion senkrecht zueinander, mit gleicher Periode und Phase und mit gleicher Energie, so würde man durch geeignete Kombinierung der Resultate des Punktes 1 und 2, gerade so wie im § 27 dieser Arbeit, zueinander orthogonale Systeme isogonaler elektrischer und magnetischer Vektoren erhalten, die zur Darstellung der hier so oft beobachteten reinen isogonalen und der allgemeineren stereographisch-parallelen Polarisation geeignet sind.

Es bleibt nun noch zu erörtern, wie die hier vorausgesetzten Magnetionen vom Standpunkte der Elektronentheorie aufzufassen sind. Ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um seine Achse rotierender elektrischer Ring ist in bezug auf seine äußeren magnetischen Wirkungen einem konstanten magnetischen Moment äquivalent, welches längs dieser Achse gerichtet ist und welches dem auf diese Achse bezogenen Rotationsmoment der rotierenden Ladung proportional ist.

Wäre diese Winkelgeschwindigkeit eine oszillatorische, so würde auch das zugehörige magnetische Moment alternierend sein.

Man kann sich demnach mittels Elektronen das einfachste Bild eines der Größe nach einfach-harmonisch alternierenden, der Richtung nach unveränderlichen magnetischen Moments bilden, wenn man annimmt, ein mit symmetrischer Ladung versehenes Elektron oszilliere rotatorisch in einfach harmonischer Weise um seine fix gerichtete Symmetrieachse.

Dann wird ein dieserart rotierend-oszillierendes Elektron in großer Entfernung die Wirkung des hier unter 2. erwähnten alternierenden Magnetions darstellen und die dort genannten beiden Vektorensysteme erzeugen.

Demnach läßt sich nach 3. ohne weiteres mittels eines einzigen Elektrons ein elektrisches und ein magnetisches isogonales Vektorensystem herstellen: man hat dazu nur anzunehmen, daß an der Auftreffstelle des einfallenden homogenen Strahles das Elektron gleichzeitig: a) eine lineare, translatorische einfach-harmonische Schwingung vollführe, und zwar senkrecht

zum einfallenden Strahl; b) um die eigene Symmetrieachse eine rotatorisch-oszillatorische einfach-harmonische Drehung vollziehe, deren Achse sowohl zum einfallenden Strahl als auch zur translatorischen Schwingung senkrecht ist. Wenn die durch diese beiden gleichzeitigen Schwingungsarten hervorgerufenen Vektorensysteme in bezug auf ihre Energieverhältnisse den in § 27 erörterten Bedingungen genügen, dann kann selbst ein einziges, in der erwähnten Weise bewegtes Elektron als sekundäres Erregungszentrum zur Darstellung der allgemeinen stereographisch-parallelen Polarisation dienen.

Die Analogie dieser Darstellung mit derjenigen mittels einer sowohl translatorisch als auch rotatorisch schwingenden kleinen, festen Kugel im homogenen, isotropen elastischen Medium, wie dies in § 15, 16, 17 und 21 besonders ausgeführt wurde, ist sehr nahe liegend. —

II. Im experimentellen Teil dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf den gewonnenen zahlreichen neuen Erfahrungstatsachen, während den theoretischen Deutungen nur insofern Wichtigkeit beizumessen ist, als dieselben geeignet sind, uns ein physikalisch mögliches Bild des so sehr komplizierten, uns gewiß ganz unbekannten eigentlichen Erregungsvorganges der Beugung zu konstruieren.

Ich glaube, man kann die aus unseren Erfahrungen gezogenen theoretischen Folgerungen etwa wie folgt zusammenfassen:

Die Polarisationszustände der von Glasgittern und von sehr kleinen Partikelchen im homogenen Medium gebeugten Strahlensysteme können sowohl auf elastisch fester, als auf elektromagnetischer Grundlage, mittels Systemen von Kugelwellen verhältnismäßig einfacher Art dargestellt werden.

Insbesondere gilt dies bei mit Reflexion verbundener Beugung aus Luft an Glas in Luft; ferner bei mit Brechung verbundener Beugung aus Glas in Luft und ebenso bei mit sehr geringer Brechung und sehr geringer Reflexion verbundener Beugung an der Grenzfläche von Glas und Öl; schließlich bei Beugung an ultramikroskopischen Teilchen und bei Beugung im genau selben Mittel.

Eine Entscheidung zwischen der elastisch-festen und der elektromagnetischen Auffassung lassen jedoch die untersuchten Beugungserscheinungen nicht zu.

Man sieht ferner, daß zur theoretischen Herstellung der benutzten Kugelwellen keine langwierigen, mit verschiedenen, unkontrollierbaren Hypothesen verquickte Theorien nötig sind, sondern daß dazu die elementarsten Bedingungen genügen.

Doch ist damit durchaus nicht gesagt, daß wir in diesen Wellensystemen eine allgemeine Theorie der Beugungserscheinungen besitzen: dazu ist unsere bisherige Erfahrung vielleicht noch nicht genügend. Man kann den Polarisationszustand jedes einzelnen gebeugten Strahlensystems, der bei irgend einem bestimmten Einfallswinkel und Einfallsazimut entsteht, mittels je einer Kugelwelle mit bestimmten Parametern darstellen; aber die Abhängigkeit der letzteren vom Einfallswinkel, vom Einfallsazimut und von den optischen Konstanten der bei der Beugung mitwirkenden Mitteln ist noch genauer festzustellen.

Einen Fingerzeig in dieser Beziehung bieten uns die Eigenschaften des Polarkegels und des Extinktionskegels in bezug auf die Richtung der jeweiligen Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation; ebenso das ziemlich allgemeine, jedoch in vielen Fällen nur in beschränktem Bereiche gültige Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene in bezug auf die Kontinuität der Polarisationszustände an beiden Seiten einer Gitterfläche; doch ist es noch nicht gewiß, ob diese Erfahrungen zur befriedigenden Kontrollierung einer allgemeinen Theorie genügen werden.

Indes möge beachtet werden, daß die vollständig ausgebildete Anordnung der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation der Erfahrung gemäß bei mit wesentlichem Wechsel des Mittels verbundener Beugung auftritt. Man kann nun die theoretischen Anschauungen mit diesem Gesetze in Übereinstimmung bringen, wenn man bei der elastisch-festen Auffassung annimmt, daß sowohl die translatorisch-, als auch die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles wirksam sei: bei der elektromagnetischen ebenso dessen magnetisch- wie elektrisch-oszillatorische Erregung.

Andrerseits gilt das schöne Gesetz der räumlich vollstän-

digen symmetrischen, zirkumaxialen Polarisation bei Beugungen im genau demselben Mittel oder mit nur ganz unwesentlichem optischen Wechsel des Mittels. Dies Gesetz läßt sich mit den genannten Anschauungen nur so in Einklang bringen, wenn man annimmt, daß bei der elastisch-festen Auffassung nur die translatorisch- oder nur die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles wirksam sei, bei der elektromagnetischen Auffassung aber nur dessen magnetisch- oder elektrisch-oszillatorische Erregung.

Dieselbe Schlußfolgerung gilt auch für die anderen Fälle der vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Die Unabhängigkeit vom Einfallswinkel und die Abhängigkeit vom Wechsel des Mittels an der Beugungungsfläche tritt nun in den beiden letztgenannten Erfahrungen sehr deutlich und gesetzmäßig hervor. Betracteht man etwa das gebrochen-gebeugte System, bei beliebigem Einfallswinkel, jedoch bei dem Einfallsazimut 0^0, so zeigt dasselbe bei Beugung aus Glas in Luft stets dieselbe stereographisch-parallele Anordnung; bei Beugung aus Glas in Öl und Glas stets dieselbe, die einfach-zirkumaxiale Anordnung. Derselbe Unterschied gilt für das in Luft, bezüglich in Öl reflektiert-gebeugte System.

Die Unabhängigkeit der Polarisationsanordnung der soeben erwähnten vier Reihen von räumlich-gebeugten Strahlensystemen vom Einfallswinkel, ebenso wie die räumlich vollständige zirkumaxiale Polarisation der an ultramikroskopischen Teilchen und der im genau selben Mittel gebeugten Strahlensysteme führte uns fünfmal zu demselben, von jeder hypothetischen Auffassung des Lichtvektors unabhängigen, zwingenden Schluß, daß dieser Vektor nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein kann; ich halte diesen Schluß für ebenso fest begründet, wie den, daß der Lichtvektor nur senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung seines Strahles gerichtet sein kann. —

Die Abhängigkeit der Erscheinung vom Wechsel des Mittels führt ferner unmittelbar zu der Überlegung: würde man bei Beugung aus Glas in Öl und Glas statt des Öles und der Halbkugel aus Glas nacheinander verschiedene Medien benutzen, so

würden ähnliche Beobachtungen den stufenweisen Übergang der zirkumaxialen Anordnung in die stereographisch-parallele und damit auch die nähere Art und Weise des Einflusses des Wechsels des Mediums dartun.

Es scheint nun, daß Untersuchungen, welche die in dieser Schrift mitgeteilten ergänzen und sie in der letztgenannten Weise verallgemeinern würden, das nächste Ziel solcher Forschungen bilden dürften; auch hier würden die so sehr vorteilhaften Eigenschaften der Glasgitter zur Geltung kommen, nämlich daß der Polarisationszustand des gebeugten Lichtes vom Gitterintervall, von der Intensität und von der Lichtgattung unabhängig ist.

Aus diesen Gründen veranlaßte ich die Ausführung der angedeuteten Untersuchung, und ist selbe nun hierorts, im physikalischen Institut der Universität Budapest in vollem Zuge. –

III. Noch möge hier die Frage der Lichtausbreitung aus sekundären Erregungszentren kristallinischer Medien erwähnt werden; es genüge, folgende Erfahrungen und Überlegungen anzudeuten:

Der Kristall sei einachsig; das erregende Licht sei beliebiger Natur; liegt das Erregungszentrum im Innern oder an der Oberfläche des Kristalles, so schreitet im Innern desselben die ordentliche Welle als Kugelfläche, die außerordentliche Welle als Ellipsoidfläche fort.* Alle Strahlen des ordentlich gebrochen-gebeugten (zerstreuten) Strahlensystems haben Polarisationsebenen, welche die Richtung der optischen Achse enthalten; hingegen sind die Polarisationsebenen des außerordentlich gebrochen-ge-

* Die Theorien der Kristalloptik beschäftigen sich gewöhnlich nur mit der Herleitung der Gesetze der Fortpflanzung ebener Wellen im Kristallinnern, nicht aber mit der Ausbreitung von Erregungen aus einem leuchtenden Punkte in einem solchen Mittel. Wie es scheint bietet selbst die einfachste theoretische Darstellung dieser aus einer punktförmigen Erregungsstelle im Kristallinnern entstandenen Wellensysteme beträchtliche mathematische Weitläufigkeiten, man sehe etwa: G. Lamé, Leçons sur la Théorie mathématique d l'Élasticité des corps solides, Deuxième édition, Paris 1866, p. 295—335: Recherches sur la possibilité d'un seul centre d'ébranlement, wo eine derartige Untersuchung ausführlich ausgearbeitet ist.

beugten (zerstreuten) Strahlensystems alle senkrecht zum jeweiligen Hauptschnitt.

Demnach zeigen hier, wie zu erwarten war, die Polarisationsrichtungen des ersteren Strahlensystems eine in bezug auf die optische Achse meridionale, des letzteren Strahlensystems eine um diese Achse zirkumaxiale Anordnung. Befindet sich jedoch die sekundäre Erregungsstelle an der Oberfläche des Kristalles und treten die an dieser Stelle gebeugten Strahlensysteme in ein homogenes, isotropes Medium, so bilden sich andere Polarisationsverhältnisse, deren Untersuchung keine besonderen Schwierigkeiten zu bieten scheint, besonders dann, wenn man die einfache Einrichtung trifft, daß im isotropen Medium nur eine reflektierte und nur eine gebrochene Welle entstehen kann. Man würde in dieser Weise die Polarisation der aus Erregungsstellen kristallinischer Struktur in isotrope Medien fortschreitenden Strahlensysteme erkennen.

So eröffnet sich hier dem forschenden Geiste ein neues wichtiges Arbeitsgebiet, dessen Erschließung und Pflege das allgemeine, so abwechslungsreiche Problem der Ausbreitung der Lichtwellen und der Eigenschaften der Erregungszentren gewiß ganz wesentlich fördern dürfte.

Anhang.

Modelle und Zeichnungen.

Die Anschauungsbehelfe, welche ich gelegentlich der in der Fußnote auf S. 65 und 66 erwähnten Vorträge und Demonstrationen benutzte, sind die folgenden:

1. Großes Modell einer Kegelfläche aus hartem Karton, zum Teil mit Kolophonium ausgegossen, mit gläserner Achse und auf die äußere Mantelfläche gezeichneten rotfarbenen Strahlen, zur Darstellung des Hauptpolarkegels und des Hauptextinktionskegels, §35—43, Fig. 8, S. 207. Lineare Öffnung des Mantelfläche etwa 55 cm; Höhe des Kegels etwa 25 cm. Das Modell fertigte ich selbst an.

2. Sieben große ebene Projektionszeichnungen, welche zur Darstellung des Gesetzes des Hauptpolarkegels, des Hauptextinktionskegels, des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation, der vollständigen asymmetrischen Zirkumpolarisation, der partiellen asymmetrischen Zirkumpolarisation, der stereographisch-parallelen Polarisation und der isogonalen Polarisation dienen; siehe das erste, zweite, dritte, vierte, fünfte, sechste und fünfzehnte Projektionsbild, Fig. 9, 10, 12, 14, 15, 17 und 28, S. 217, 229, 245, 255, 261, 269 und 317. Diese Zeichnungen sind auf Millimeterpapier ausgeführt; der Durchmesser des Projektionskreises beträgt je 1 m und sind darin alle Teile der Figuren in linear zehnfach größerem Maße eingezeichnet, wie in den hier im Texte eingedruckten Projektionsbildern. Die ursprünglichen Zeichnungen hatte ich vorher selbst im Durchmesser von 50 cm auf Pauspapier, mit unterlegbarem Projektionsnetze angefertigt; die linear doppelt so großen Bilder wurden von den Herren Kandidaten Ernst Homor und Stefan Jakus mit großer Sorgfalt ausgeführt; siehe auch Fußnote S. 218.

3. Acht kleinere Projektionszeichnungen auf Pauspapier, mit unterlegbaren Projektionsnetzen, Durchmesser 20 cm, zur Darstellung des Gesetzes der asymmetrischen stereographisch-parallelen Polarisation, der symmetrischen vollständigen zirkumaxialen Polarisation in zwei Fällen, der asymmetrischen, partiellen Zirkumpolarisation; der stereographisch-parallelen Polarisation, der verschobenen isogonalen und symmetrisch-partiellen zirkumaxialen Polarisation, der gedrehten isogonalen und asymmetrischen partiell-zirkumaxialen Polarisation und wieder der stereographisch-parallelen Polarisation; siehe das siebente bis vierzehnte Projektionsbild, Fig. 20—27, S. 281, 287, 292, 295, 299, 303, 307 und 311; ebenso auch die Fußnote S. 218.

4. Eine große Zeichnung zur Versinnlichung derjenigen translatorischen Oszillation und rotatorischen Oszillation, welche ein kleiner kugelförmiger Teil eines elastisch-festen Mediums erleidet, wenn dasselbe einem stationären, ebenen, linearpolarisierten Wellenzug ausgesetzt ist; siehe auch § 20 und 21, S. 161–168.

5. Zehnfach linear vergrößerte Zeichnungen der Fig. 29 und 30, S. 340 und 367, zur Versinnlichung der Art der Anklebung des Glasgitters an die Zeiss'sche Halbkugel.

6. Fünfzehnfach linear vergrößerte Zeichnungen der Fig. 31—34, S. 385, zur Darstellung der H. Siedentopff'schen Versuche über die Polarisation der an ultramikroskopischen Teilchen gebeugten Strahlen.

Die hier unter 4., 5. und 6. erwähnten Zeichnungen fertigten die Herren Kandidaten Vazul Micula, Daniel Nádasdi und Zoltán Szénfy an.

7. Bifilar aufgehängte, farbig bestrichene Kugel von 10 cm Durchmesser, deren translatorische und rotatorische Schwingungsdauer gleich gemacht war, zur Versinnlichung der Oszillation des hier unter 4. erwähnten kugelförmigen Teiles eines elastischen Mittels.

8. Modell zur Versinnlichung eines elektrischen oder magnetischen Oszillationszustandes: Ein langer, in Form einer vertikalen Gabel gebogener Stahlstreifen trug an jedem Ende eine gleichgroße Blechplatte von etwa 10 cm Durchmesser; die eine Platte ist rot, die andere grün bestrichen; im Ruhestand der Gabel fielen die geometrischen Achsen der Platten in eine Gerade; vor diesen Platten stand nun eine ebenso große, fix befestigte weiße Platte, so daß ein in deren gemeinsamer Achse befindliches Auge nur die fixe Platte sah. Wurden nun die Gabelenden in Oszillation gebracht, so sah das Auge oszillierende sichelförmige Teile der rückwärtigen Platten, wodurch der elektrische oder magnetische Schwingungszustand eines polarisierbaren kugelförmigen Teiles des Mediums versinnlicht wurde; man sehe auch § 25—27, S. 176—186.

Die hier unter 7. und 8. erwähnten Modelle fertigte der hierortige Institutsmechaniker Johann Györi an.

9. Sechs große Kugelmodelle mit darauf gezeichneten Kurvenscharen zur räumlichen Veranschaulichung der theoretisch konstruierbaren Vektorensysteme und der beobachteten räumlichen Anordnungen der Polarisationsebenen.

Jede Kugel besteht aus solidem Globusmaterial, ist mit dunkler Kreidemasse überzogen, auf breitem, tellerförmigem Fußgestell drehbar und neigbar montiert und hat einen Durchmesser von 51 cm. Dieselben wurden in den Werkstätten von Emanuel Kogutowicz & Komp., Ungarisches geographisches Institut, A.-G. zu Budapest, in vorzüglicher Weise ausgeführt. Die auf die Kugeln zu zeichnenden Kreissysteme konstruierte und zog ich unter werktätiger Beihilfe der Lehramtskandidaten und Internisten des Baron Józsi Eötvös-Kollegiums, Herren Vazul Micula, Daniel Nádasdi und Zoltán

Szénfy, mittels eines besonders hierzu angefertigten Metallzirkels, mit farbiger Kreide sorgfältig auf die Kugelflächen; die so entstandenen Kurven fixierte dann der Budapester Schildermaler Eduard Fabinyi mit ebensolcher Ölfarbe auf diese Flächen.

Die in dieser Weise hergestellten Kurvensysteme sind nun ihrer wirklichen räumlichen Gestalt und Anordnung gemäß richtige Bilder der in dieser Mitteilung behandelten und beobachteten typischen Vektorensysteme und sind daher auch zu deren weiterer Untersuchung geeignet.

Die einzelnen Kugelflächen bedecken folgende Kurvenscharen:

α) Die erste Kugelfläche versinnlicht die zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen; sie zeigt ein orangefarbenes System von zirkumaxialen Parallelkreisen, deren Symmetrieachse die Drehungsachse der Kugel ist; die Erregungsstelle liegt hier im Zentrum der Kugel.

β) Die zweite Kugelfläche dient zur Versinnlichung der bei Beobachtung der zirkumaxialen Polarisation sich ergebenden Lagen der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen zu ihren jeweiligen Beugungsebenen. Die Kugelfläche zeigt nun ebenfalls ein orangefarbenes System von zirkumaxialen Parallelkreisen um die Drehungsachse der Kugel; ferner ein System von weißfarbenen Meridianen, deren gemeinsame Achse im größten Parallelkreis, also im Äquator liegt; die Eintritts- und Austrittsstelle dieser Meridianenachse ist besonders bezeichnet.

Es bedeutet diese Achse den einfallenden Strahl, das Kugelzentrum dessen Auffallsstelle, also den Erregungsort; die Meridiane die jeweiligen Beugungsebenen der vom erregenden Zentrum aus nach jeder räumlichen Richtung hin gebeugten Strahlen. Man kann also mittels dieser Kurven sofort konstatieren, welchen Winkel die jeweilige Polarisationsebene irgendwelchen gebeugten Strahles mit seiner zugehörigen Beugungsebene bildet, vorausgesetzt, wie dies auch in einer großen Anzahl von Fällen zutrifft, daß die Anordnung der Polarisationsebenen eine zirkumaxiale ist, deren Symmetrieachse senkrecht zum einfallenden Strahl liegt. Man sehe z. B. § 91—94 und § 99.

γ) Die dritte Kugelfläche dient zur Versinnlichung der bei Beobachtung der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation sich ergebenden Lagen der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen zu ihren jeweiligen Beugungsebenen. Die Kugelfläche zeigt daher ein orangefarbenes System solcher Kreise, welche sämtlich eine einzige Tangente der Kugelfläche enthalten; der einfallende Strahl geht nun durch den Berührungspunkt dieser Tangente gegen den Kugelmittelpunkt zu, welcher die sekundäre Erregungsstelle vertritt. Durch die Richtung dieses einfallenden Strahles ist nun, ebenso wie bei der zweiten Kugelfläche unter β), ein System von weißfarbenen Meridianen gelegt; dieselben versinnlichen also die jeweiligen Beugungsebenen der von der Erregungstelle ausgehenden gebeugten Strahlen. Diese Beugungsebenen

also diese Meridiane schneiden nun das System der orangefarbigen Kreise immer isogonal, nämlich je ein Meridian schneidet alle diese Kreise unter einem und denselben Winkel; dieser Winkel ist aber für jeden Meridian verschieden. Man sehe z. B. § 65, 66 und 78; ferner § 54, 55, 56, 57, 61 und 64; dann § 69 und 80.

δ) Die vierte Kugelfläche versinnlicht ein solches Vektorensystem, welches entsteht, wenn im unendlichen, homogenen, isotropen, elastischen Medium eine kleine starre Kugel um eine ihrer Achsen, die jedoch zur Drehungsachse des großen Modells parallel sei, stationäre, rotatorische Oszillationen vollzieht; oder, wenn im unendlichen homogenen isotropen Dielektrikum ein kleiner kugelförmiger Teil des Mediums längs der Richtung obiger Achse stationäre magnetische Oszillationen vollführt. Der Mittelpunkt der großen Kugelfläche vertritt diese Erregungsstelle.

Es entstehen dann je zwei zueinander orthogonale Vektorensysteme:

Im ersten Falle zeigen die um die Drehungsachse der Kugel gelegten rotfarbenen Parallelkreise das entstandene System translatorischer elastischer Oszillationen, und die dazu orthogonalen, diese Drehungsachse enthaltenden grünfarbenen Meridiane, das mitentstandene System rotatorischer elastischer Oszillationen; § 14 Abschnitt I, § 15 und 19.

Im zweiten Falle bedeuten die grünfarbenen Meridiane das entstandene System magnetischer Oszillationen, die rotfarbenen Parallelkreise das mitentstandene System elektrischer Oszillationen; § 24—26.

In beiden Fällen pflanzt sich die einfallende Störung senkrecht zur Drehungsachse der großen Kugel fort; ihre Fortpflanzungsrichtung liegt also im größten Parallelkreis.

ε) Die fünfte Kugelfläche versinnlicht ein solches Vektorensystem, welches entsteht, wenn im unendlichen, homogenen, isotropen, elastischen Medium eine kleine starre Kugel längs einer durch ihren Mittelpunkt gehenden fixen Geraden, die jedoch zur Drehungsachse des großen Modells senkrecht sei, stationäre, translatorische Oszillationen vollzieht; oder wenn im unendlichen, homogenen, isotropen Dielektrikum ein kleiner, kugelförmiger Teil des Mediums längs der erwähnten Richtung stationäre elektrische Oszillationen ausführt. Der Mittelpunkt der großen Kugelfläche vertritt diese Erregungsstelle.

Es entstehen dann je zwei zueinander orthogonale Vektorensysteme:

Im ersten Fall bedeuten die den zur Drehungsachse der großen Kugel senkrechten Durchmesser, also die fixe Gerade enthaltenden rotfarbenen Meridiane das entstandene System translatorischer elastischer Oszillationen, und die dazu orthogonalen, um den erwähnten Durchmesser liegenden grünfarbenen Parallelkreise das mitentstandene System rotatorischer elastischer Oszillationen; § 14 Abschnitt II, § 15 und 19.

Im zweiten Fall bedeuten die rotfarbenen Meridiane das entstandene System elektrischer Oszillationen, die grünfarbenen Parallelkreise das mitentstandene System magnetischer Oszillationen; § 23, 25 und 26.

Auch hier ist die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht zur Meridianachse und liegt also im größten Parallelkreise.

ζ) Die sechste Kugelfläche zeigt nun zwei solche zueinander orthogonale Systeme von Kreisen, wie die dritte Kugelfläche unter γ) ein solches System zeigt, und versinnlicht also isogonale und stereographisch-parallele Vektorenanordnungen.

Dieselben stellen hier diejenigen Vektorensysteme dar, welche entstehen, wenn im unendlichen, homogenen, isotropen, elastischen Medium eine kleine starre Kugel gleichzeitig um eine durch ihren Mittelpunkt gehende erste fixe Richtung rotatorische Oszillationen und senkrecht dazu, längs einer zweiten fixen Richtung translatorische Oszillationen von derselben Energie, Periode und Phase vollführt; oder wenn im unendlichen, homogenen, isotropen Dielektrikum ein kleiner, kugelförmiger Teil des Mediums gleichzeitig längs der ersten fixen Richtung elektrische und in der dazu senkrechten zweiten fixen Richtung magnetische Oszillationen von derselben Energie, Periode und Phase ausführt. Der Mittelpunkt der großen Kugelfläche ist hier ebenfalls der Ort der Erregungsstelle.

Auch hier entstehen je zwei zueinander orthogonale Vektorensysteme als geometrische Summe der auf der vierten und fünften Kugelfläche unter δ) und ε) dargestellten Systeme.

Es ergeben sich nämlich zwei Systeme von Kreisen: alle Kreise je eines Systems gehen durch eine einzige Tangente der Kugelfläche wie auf der dritten Kugelfläche unter γ); die zu den beiden Kreissystemen gehörigen zwei Tangenten gehen durch denselben Punkt der Kugelfläche und sind senkrecht zueinander; die eine ist zur ersten, die andere zur zweiten fixen Richtung parallel.

Im ersten Falle bedeutet das die zweite Tangente enthaltende rotfarbene Kreissystem das entstandene translatorische elastische, das die erste Tangente enthaltende grünfarbene Kreissystem das mitentstandene rotatorische elastische Oszillationssystem; § 15, 16, 17, 19 und 21.

Im zweiten Falle bedeutet das obige rotfarbene Kreissystem das entstandene elektrische, das grünfarbene Kreissystem das mitentstandene magnetische Oszillationssystem; § 27.

Auch hier ist die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht zu den beiden fixen Richtungen, also auch hier senkrecht zur Drehungsachse der großen Kugelfläche. —

Ich ergreife auch hier gern die Gelegenheit, um den genannten mitwirkenden Herren meinen besten Dank auszusprechen.

Sachregister.*

ɣen 69, 198, 204, 398.
ıle Polarisation 393, 394.
ɔor 194, 203—205, 206, 223,
35, 238, 343, 346, 347, 369,
73, 374, 385, 398.
Polarisation 387.
ungsbehelfe, Zeichnungen
lodelle 65, 66, 207, 218, 414

h gebrochen-gebeugtes Strah-
tem 73.

ter, bei den zum Zwecke
Schrift angestellten Unter-
ıgen 205.
tungen, ältere,
ın Arago 81, 82, 83, 84.
ɔn Ditscheiner 96, 97, 98—100.
ɔn Exner 101, 102.
ɔn Fraunhofer 81, 84, 85, 86.
ɔn Fröhlich 102, 103.
ɔn Gouy 125, 126, 127.
ɔn Holtzmann 94, 95.
ɔn König 115, 116, 117.
ɔn Lorenz 93.
ɔn Mascart 96, 97.
ɔn Quinke 100, 101.
ɔn Strutt, Lord Rayleigh
31.
ɔn Stokes 86, 91—94, 127,
31, 139.
ɔn Tyndall 127, 130.

Beobachtungen, neue, angestellt zum Zwecke dieser Arbeit 202—413.
— —, Anzahl der, 204.
— —, angestellt zum Zwecke dieser Arbeit: Ort der, 202, 205.
— —, Zeit der, 202, 204, 205.
Beobachtungen, neuere, von Siedentopf 383—388.
— — von Wood 388, 393, 394.
— — von Burch 395, 396.
— — von Stokes 395, 396.
Beobachtungsapparat 192—197, 397, 398.
Beugung im selben Mittel 74, 75, 405, 406, 410, 411.
— im nahezu selben Mittel 366—408, 410, 411.
— in Vollkugel aus Glas 405, 406.
— an Flammen und am Flammenrauche 395—405.
Beugungskegel 384, 387.
Beugungsscheibchen 384, 385, 387, 389
Beugungswinkel 198.

Eben-gebeugtes Strahlensystem 68, 187, 376.
Einstellungen 69, 198, 204.
Elastische Kugelwellen 141—167.
Elektromagnetische Kugelwellen 170—186.
Elektronentheorie und Polarisationsgesetze 406, 407, 408, 409.

*) Die Zahlen geben die Seiten an.

Elliptische Polarisation 73, 125, 234, 345, 350—352, 353, 354, 355, 356, 358, 360.
Elongationsvektor (Kinetischer Vektor) 158—167.
Energiedichte 161, 185.
Energie elastischer Kugelwellen 161—167.
— elektromagnetischer Kugelwellen 176—180, 183, 184, 185, 186.
Energiefluß 185.
Energiestrahlung 186.
Erhaltung der Polarisationsebene 73, 76, 79, 364.
Experimenteller Teil dieser Arbeit 67—77, 187—416.
Experimentum crucis der Reflexionsbeugung 239, 240.
— — der Refraktionsbeugung 341.
Extinktionskegel 70, 78, 205, 230—234, 343, 410.
— innerer, 344.

Falsches Licht, Vermeidung desselben bei Reflexionsbeugung 69, 101, 202, 203, 204.
Falsche Zerstreuung 131, 384.
Fixe Oszillationsrichtung 113, 114, 189, 237.
Fixe Schwingungsrichtung, erste Auffindung derselben 236—242.

Gebeugte Strahlensysteme im allgemeinen 65.
Gebrochen-gebeugtes Strahlensystem 76, 205, 329; siehe Refraktionsbeugung.
Gekreuzte Gitterfurchensysteme 201, 202.
Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene 73, 76, 79, 364.
— des Extinktionskegels 70, 72, 230—234.
— des Hauptextintionskegels 222—230.
Gesetz des Hauptpolarkegels 205—218, 283.
— des Polarkegels 69, 72, 219—222.
— der isogonalen Polarisation 71, 72, 73, 113, 234, 315—322; siehe isogonale Polarisation.
— der stereographisch-parallelen Polarisation 70, 73, 234, 266—278, 283, 298—302, 310—315; siehe stereographisch-parallele Polarisation.
— der zirkumaxialen Polarisation 70, 72; siehe zirkumaxiale Polarisation.
— der zirkumpolaren Polarisation 70, 72; siehe zirkumpolare Polarisation.
— des normal zur Gitterebene gebeugten Strahles 364, 365, 378.
— von Brewster-Malus 70, 209, 215, 260.
— von Stokes 86, 89, 90, 101, 102, 108, 112, 113, 115, 119, 123, 124, 127, 128, 137, 138, 239—242, 366, 378.
— von Stokes-Rayleigh 129, 133, 368, 369, 370, 371, 372—374, 384.
Glasgitter mit gekreuzten Furchensystemen 68, 69, 191, 192, 199—202.
— im optisch nahezu selben Medium 74, 81, 82, 93, 100, 101, 139, 202, 319, 329, 366, 376.
Glaskugel, volle, 405, 406.
Gitterintervalle 68, 192, 199—202.
Goldpartikelchen im Rubinglas 396.
Grenzwinkel der totalen Reflexion. Beugung bei dem, 341, 359.

Halbkugel aus Glas 72, 339—341, 342, 366, 367, 414.
Hauptbeugungsebene 96, 384, 385, 386.
Hauptbilder 91, 92.
Hauptextinktionskegel 222—230, 237, 413.
— Modell dazu 414.
— innerer, 344.
Hauptpolarkegel 205—208, 210—215, 215—218, 249, 283, 414.

tegel, Modell dazu, 414.
343.
335.
dieser Arbeit 192.
3.
Teil dieser Arbeit 66,

reis des Hauptapparates

Prinzip 119—124.

tiert-gebeugtes Licht 72.
Reflexion 71, 92, 94, 323, 337, 338.
Refraktion 71, 92, 93, 240, 354, 355.
ugelwellen und Vektoren-
6, 67, 134—137, 140, 146
—158, 164—167, 183—186, 320, 321.
olarisation 71, 72, 73, 76, 4, 269, 310, 311, 315—319, 326, 335, 347, 348, 349, 415.
hränkte Geltung der, 76, 353, 355, 357, 358, 360, 378, 383, 410.
ehte, 306—310, 413.
chobene, 302—306, 314,

Vektor (Elongationsvek-
-167.
6, 388, 392, 397.
he Medien 412, 413.
le 66, 414—418.
66, 104—113, 188.
ie, 140—167.
nagnetische, 168—186.

Punkte in Huygens'
20—124.
sche Theorie der, 141—167.
ktromagnetische Theorie
-186.

Lichtvektor und Polarisationsebene 71, 73, 76, 80, 132, 133, 135, 136, 138, 250—252, 319—322, 323, 324, 327, 328, 329, 330, 353, 375, 377, 379, 380, 381, 389, 395, 405, 411.
Literatur zum historischen Teil dieser Arbeit 81.
Magnetion 407, 408.
Meridionale Kugelwellen 66, 67, 140, 141, 144—146, 173, 176, 178, 179, 180, 182.
Modelle und Zeichnungen 65, 66, 207, 218, 414—418.

Normale Inzidenz 70, 73, 74, 78, 79, 101, 113, 132, 133, 221, 222, 233, 234, 315—322, 337, 343, 344, 345—352, 368, 370, 371, 372, 374, 375, 376, 379, 382, 398.
Normal zur Gitterfläche gebeugter Strahl 364, 365, 378.

Oberflächenspannung der Metallteilchen im weichen Glase 389.
Optische Resonanz 393.
Oszillation, rotatorische, einer starren Kugel 109, 142—144, 159, 415, 417, 418.
—, translatorische, einer starren Kugel 109, 144—146, 159, 415, 417, 418.
—, gleichzeitig rotatorische und translatorische, einer starren Kugel 146—151, 160, 415, 418.
—, eingeprägte elektrische, 170—173, 177—179, 415, 417.
—, eingeprägte magnetische, 173—176, 179—180, 415, 417.
—, eingeprägte, gleichzeitig elektrische und magnetische, 183—186, 418.
Oszillationsrichtung 90, 95, 96, 107, 108, 110, 114, 151—153.
Oszillationssystem, isogonales, 146—155, 156—158, 160, 164—167, 183—186.

Oszillationssystem, meridionales, 90, 105, 106—108, 144, 145, 146, 165, 173, 176, 178 —180.
—, zirkumaxiales, 105, 106, 107, 140 —144, 165, 173, 176, 178—180.

Physikalisches Bild der beobachteten Erscheinungen 77, 78, 140—186, 409.
Polarachse 105, 106, 108, 111, 189, 237, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405.
Polarachse, erste Auffindung der, 236—242.
Polarisation, abnormale, 393, 394.
—, anomale, 387.
— durch Beugung, erste Beobachtungen 82—86.
—, elliptische, 73, 125, 234, 345, 350, 351, 352—356, 358, 360.
—, isogonale, 71, 72, 73, 76, 78, 113, 133, 138, 234, 269, 310, 311, 315—319, 321, 324, 326, 335, 347, 348, 349, 353, 410, 414, 416, 418.
— —, gedrehte 306—310, 414.
— —, verschobene, 302—306, 314, 315, 414.
— —, beschränkte Geltung der, 72, 73, 76, 350, 351, 353, 355, 357, 358, 360, 363, 377, 378, 383.
—, partielle, 209, 210, 221, 222, 234, 343, 344, 347, 369, 371.
—, semi-zirkumaxiale, 375, 376, 379.
—, stereographisch-parallele, 70, 73, 133, 138, 234, 266—278, 283, 298 —302, 310—315, 318, 319, 327, 330, 331, 352, 353, 410, 411, 414, 415, 416, 418.
—, stereographisch-parallele, asymmetrische, 279—283.
—, zirkumaxiale, 70, 72, 75, 76, 78, 234, 237, 284—289, 290—293, 324, 326, 329, 330, 343, 355, 356, 366, 375, 380, 381, 383, 386, 388, 389, 392, 395, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 41 414, 416, 417.
Polarisation, zirkumaxiale, asy trische, partielle, 294—296 306—310, 331, 377, 378, 382, 41
—, —, symmetrische, partielle —306, 324, 326, 331, 377, 381
—, zirkumpolare, 70, 72, 76, 234 242—250, 251, 262, 326, 330 343, 355, 356, 381, 382, 414.
—, —, asymmetrische, vollstän 252—258, 414.
—, zirkumpolare, asymmetrische tielle, 258—265, 414.
—, —, innere, 345.
Polarisationsrichtung 109, 110,
Polarisationswinkel der Glasg substanz 205—214, 223—226, 236—284.
— — —, innerer, 343—345.
Polarisator 193, 203, 204, 222, 227, 231, 232, 233, 238, 369,
Polarkegel 69, 72, 78, 205—208 —222, 343, 410.
—, innerer, 343.
Potentieller Vektor (Torsionsv 158—167.
Projektion, stereographische, 215
Projektionsbilder 69, 217, 229, 255, 261, 269, 281, 287, 292 299, 303, 307, 311, 317, 414.
Positionskreis
des Analysators 194, 198.
— des Polarisators 194, 198.
— der Einfallsebene 197, 198.
— des Einfallswinkels 196, 1
— der Gitterfurchenrichtung 1

Rasant-gebeugte Strahlen und RAYLEIGHS Gesetz 368, 369, 3 373, 374.
Räumlich-gebeugte Strahlen 65, 68, 74, 75, 76, 189—198, 20 234—416.

gebeugtes Licht 69, 74, 76, 190, 204, 205—338; siehe sbeugung.
eugung in Luft 72, 76, 79, 338, 346, 348, 349, 352.
72, 76, 79, 339, 343, 344, 347, 350, 357.
sch nahezu selben Mittel —374, 379, 380, 381—383.
und Refraktionsbeugung ch nahezu selben Mittel

rmeln, Fresnelsche, Gleich derselben, 72, 103, —334, 336.
beugung in Luft 72, 73, 46, 347, 352—354, 359.
72, 339, 347, 348—350,

us Luft in Glas; aus Glas 60—363.
sch nahezu selben Mittel , 375—378, 380—381.
- und Reflexionsbeugung ch nahezu selben Mittel

reflektierter Strahl im - gebeugten Strahlen- 32, 334.
e Reflexionserscheinungen xionsbeugung 335, 336.
gebrochener Strahl im - gebeugten Strahlen- 53, 354, 359.
ptische, 393.
Goldpartikelchen im, 383, 389.
artikelchen im, 389.

Erregungszentra in Kri- 2, 413.
Erregungs- oder Licht- 5, 71, 76, 77, 80, 123, 134, 150, 176, 177, 180—183, 184, 364, 383, 384, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 395, 405, 406, 407, 408, 409, 412, 413, 415, 416, 417, 418.
Sekundäre Verschiebung, elektrische, 128, 129, 135, 181, 182.
— —, magnetische, 135, 182.
Semi-zirkumaxiale Polarisation 375, 376, 379.
Silberglas 389.
Stereographisch-parallele Polarisation 70, 73, 133, 138, 234, 266—278, 283, 298—302, 310—315, 318, 319, 327, 330, 331, 352, 353, 410, 411, 414, 415—418.
Stereographisch-parallele, asymmetrische Polarisation 279—283, 414.
Stereographische Projektion 215—218.
Strahlenpaare nach Ditscheiner 99.

Theoretische Deutung der beobachteten Erscheinungen 77—80, 250—252, 278, 279, 319—322, 410.
Theoretischer Teil dieser Arbeit 66, 67, 141—186.
Theorie leuchtender Punkte (W. Voigt, I. Fröhlich, Lord Rayleigh, H. A. Rowland, H. v. Helmholtz) 141—186.
Theorie
von Ditscheiner 98, 99.
— von Ehrenhaft 388, 391, 292.
— von Eisenlohr 94, 95.
— von Fröhlich 77, 140—167, 168—186.
— von Glazebrook 113—115.
— von Hasenöhrl 388, 390, 391.
— von v. Helmholtz 168.
— von H. Hertz 77, 168, 181.
— von Kirchhoff 77, 119—125.
— von König 117, 118.
— von Kolaček 119, 123, 124.
— von Lorenz 93.
— von Planck 388, 393.
— von Poincaré 77, 119, 125, 127, 168, 181.

Theorie
von Lord Rayleigh 77, 127—130, 181, 182, 388, 389, 390.
— von Réthy 104—113.
— von Rowland 77, 133—139, 182.
— von Schwarzschild 125.
— von Sommerfeld 77, 125—127.
— von Stokes 77, 86—91, 95, 96, 135, 136.
— von J. J. Thomson 77, 388, 390, 391, 392.
— von Voigt 77, 141—146.
Torsionsvektor (Potentieller Vektor) 158—167.
Totale Reflexion, Beugung in der Nähe derselben 341, 342, 359, 360, 437, 438.

Ultramikroskopische Teilchen 75, 76, 133, 205, 383, 384, 386, 387, 391, 396—408, 411, 415, 437, 438.

Vektorensysteme, zirkumaxiale, 144, 159, 165, 173, 176, 178, 180, 182, 393, 407, 412, 416, 417, 418.
—, meridionale, 137, 146, 159, 165, 173, 176, 178, 180, 182, 389, 393, 407, 412, 417, 418.
—, isogonale, 135, 146—155, 156—158, 164—167, 183—186, 320, 321, 416, 417, 418.
Verdunkelung, totale, 223, 226, 227, 233.
—, partielle, 224, 225, 226, 231, 232—234.
Versuchsanordnung bei Reflexionsbeugung in Luft 192—197, 197, 198.
Vollkugel aus Glas 395, 405, 406.

Wechsel des Mittels 410, 411, 412.
Wellenvektor 66, 67; siehe ferner Vektorensysteme 144—186.

Zeichnungen und Modelle 65, 66, 207, 218, 414—418.
Zerstreuung, diffuse, des Lichtes 391.
Zerstreuung, falsche, des Lichtes 131, 384.
— des Lichtes an Flammen und an Flammenrauche 395—408.
Zirkumaxiale Polarisation 70, 72, 73, 76, 78, 234, 237, 284—289, 290—293, 324, 326, 343, 356, 366, 380, 381, 385, 386, 388, 389, 392, 395, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 410, 411, 414, 416, 417.
— —, asymmetrische, partielle, 294—296, 297, 306—310, 331, 377, 382, 414, 415.
— —, symmetrische, partielle, 302—306, 324, 326, 331, 377, 381, 414.
Zirkumpolare Polarisation 70, 72, 76, 234, 237, 242—250, 251, 252, 325, 330, 336, 343, 355, 356, 381, 382, 414.
— —, asymmetrische, partielle, 258—265, 414.
— —, asymmetrische, vollständige, 252—258, 414.
— —, innere, 345.
Zusatzapparat 194—198.

Namenregister.*

, 407.
200.
, 82, 84, 86, 94, 188, 208,
201.

116, 343, 344.
., 168, 183.
H., 407.
, 70, 208, 209, 215, 224,
395.

., 94.
, 200.
104, 117.
38.
, 392.
., 168, 173.

L., 96, 97, 98, 99, 116,
1, 120, 125, 159, 383, 437.
d Senior, E., 438.
., 388, 391, 392, 393.
, 92, 94, 95.
n Roland, 205.
4, 81, 82, 100, 101, 113,
19, 329, 366, 376.
193.
J., 81, 84, 86, 188, 200,
., 72, 90, 92, 93, 94, 98,
103, 115, 240, 241, 323, 332, 333, 334, 336.
Fröhlich, I., 65, 68, 81, 96, 102, 103, 104, 109, 114, 115, 118, 119, 157, 191, 200, 201, 203, 334, 397, 414.

Garbasso, A., 168, 181.
Glazebrook, R. T., 108, 113, 114, 115, 189, 237, 239, 240, 241, 246, 265.
Garnett, Maxwell, J. C., 386, 387, 388, 389, 390, 407, 437.
Gouy, L. G., 125, 126, 127.
Graetz, L., 137.
Gretschel, H., 277.
Györi, J., 415.

Hasenörl, Fr., 388, 390.
Helmholtz, H. v., 169, 170.
Hensel, K., 120.
Herz, N., 277.
Hertz, H., 77, 161, 168, 181, 183.
Holtzmann, C., 92, 94, 95.
Homor, E., 218, 414.
Huyghens, Ch., 77, 119, 120, 123, 126.

Jakucs, St., 205, 218, 376, 414.
Jamin, J. C., 192.
Jedlik, A., 102, 199, 238.

Kayser, H., 200.
Kirchhoff, G., 77, 109, 119, 120, 123, 126.
König, A., 168.
König, W., 77, 115, 116, 117, 118, 189, 334, 352.

ahlen bedeuten die Seiten.

Kolaček, F., 96, 119, 123, 124.
Kogutowicz, E. & Komp., 415.

Lamé, G., 104, 117, 412.
Lommel, E., 84, 137.
Lorenz, L., 92, 93, 95, 366.
Lorentz, H. A., 407.
Love, A. E. H., 120.

Malus, E., 70, 208, 209, 224, 230.
Markusovszky, L., 239.
Mascart, É., 96.
Maxwell, J. C., 77, 168, 390, 407.
Maxwell Garnett, J. C., s. Garnett.
Micula, V., 415, 416.

Nádasdi, D , 415, 416.

Oberbeck, A., 137.

Palatin, I. G., 199, 200, 201, 202, 211, 214, 219, 226, 228, 242, 244, 248, 254, 257, 260, 263, 264, 268, 276, 280, 282, 286, 288, 290, 291, 296, 297, 300, 301, 304, 305, 308, 309, 312, 313, 314, 316, 324, 325, 333.
Pekár, D., 218.
Perreaux, L. G., 199.
Planck, M., 168, 181, 388, 393.
Pockels, F., 81, 120, 125, 127, 388, 393.
Poincaré, H., 77, 119, 125, 127, 168, 181.
Poisson, S. D., 87, 119, 120.
Poynting, J. H., 185.

Quincke, G., 100, 101.

Rayleigh, W. Strutt, Baron, 74, 77, 92, 95, 96, 124, 127, 129, 130, 131, 132, 133, 168, 181, 182, 368, 370, 372, 373, 374, 384, 388, 389, 390.
Réthy, M., 77, 102, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112, 113, 115, 116, 117, 118, 119, 189, 236, 239, 240, 241, 246, 265.
Rowland, H. A., 67, 77, 113, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 168, 182, 200, 321.
Runge, C., 168.

Schott & Genossen, Glaswerk, 340.
Schwarzschild, K., 125.
Selényi, P., 205, 340, 397.
Sénarmont, H., 192.
Senior, E. und Edser, E., 438.
Siedentopf, H., 76, 383, 385, 386, 387, 388, 390, 392, 415.
Silbermann, J. Th., 193.
Sommerfeld, A., 77, 125, 126, 127.
Stokes, G. G., 72, 74, 77, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 100, 101, 102, 106, 108, 112, 113, 114, 115, 119, 123, 124, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 136, 137, 138, 139, 188, 189, 237, 239, 240, 241, 246, 323, 335, 336, 337, 338, 342, 353, 354, 355, 356, 366, 368, 370, 372, 373, 374, 375, 376, 384, 395.
Süß, F., 194.
Szénfy, Z., 415, 416.

Teubner, B. G., 218.
Than, C. v., 239.
Thomson, J. J., 77, 388, 390, 391, 392.
Tyndall, J., 127, 130.

Voigt, W., 77, 109, 141, 161, 168.

Webster, A. G., 168.
Wien, W., 183.
Winkelmann, A., 81, 395.
Wood, R. W., 388, 393, 394, 438.

Zeiß-Werk 340, 367, 415.
Zsigmondy, R., 383, 390.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort, zugleich auch allgemeine Übersicht 65

I. Historischer Teil.

Darstellung der wesentlichen Resultate der bisherigen diesbezüglichen wichtigeren Erfahrungen und Theorien.

§ 1. Die ersten Erfahrungstatsachen: F. Aragos und J. Fraunhofers Beobachtungen 81

§ 2. G. G. Stokes' Theorie, Gesetz, Beobachtungen. Beugung im selben Medium und an der Grenze zweier verschiedener Medien . . . 86

§ 3. Stokes' Resultate und Absichten. Irreguläre Brechung und Reflexion. Arbeiten von L. Lorenz, C. Holtzmann, F. Eisenlohr. Lord Rayleigh über Stokes' Gesetz 92

§ 4. É. Mascarts Beobachtungen. L. Ditscheiners Beobachtungen und Theorie 96

§ 5. G. Quinkes Untersuchungen. K. Exner erhärtet für eine einzelne Strahlenreihe Stokes' Gesetz bei Beugung in nahezu demselben optischen Medium 100

§ 6. I. Fröhlichs Beobachtungen und Resultate. M. Réthys Interpretation: Elastische Kugelwellen mit „Polarachse" 102

§ 7. Die zirkumaxialen und meridionalen Oszillationssysteme. Formale Übereinstimmung letzterer mit Stokes' Gesetz. Darstellung der Beobachtungen mit denselben 106

§ 8. R. T. Glazebrook bringt Stokes' modifiziertes Gesetz zur Geltung: „Fixe Schwingungsrichtung" 113

§ 9. W. Königs Beobachtungen: Ergänzung der Arbeiten Fröhlichs und Réthys. Kontroverse zwischen den beiden letzteren 115

§ 10. Die strenge Poisson-Kirchhoff'sche Form des Huyghens'schen Prinzips in der Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes: Im Geltungsfalle würde sie zu Stokes' Gesetz führen. Fr. Kolaček's Bemerkungen. Poincaré's Theorie 119

§ 11. A. Sommerfelds Theorie. L. G. Gouys Versuche 125

§ 12. Lord Rayleighs elektromagnetische Theorie der Beugung an kleinen Partikelchen. Beziehung zu Stokes' Gesetz. Stokes', Tyndalls, Lord Rayleighs Beobachtungen 127

§ 13. H. A. Rowlands Theorie: Konstruierung elektromagnetischer isogonaler Kugelwellen. Elastizitätsbeziehungen. Unterlassung der Vergleichung mit der damals bekannten Erfahrung. Wirkungslosigkeit seiner Arbeit 133

II. Theoretischer Teil.

Physikalische Darstellung der zur Beschreibung der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes geeigneten zirkumaxialen, meridionalen und isogonalen Kugelwellensysteme.

1. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elastisch-fester Grundlage.

Seite

§ 14. W. Voigts Theorie der leuchtenden Punkte: Strenge Konstruierung des zirkumaxialen und des meridionalen Oszillationssystems mittels rotatorisch und translatorisch oszillierender Kugeln 141

§ 15. Das isogonale Oszillationssystem. Strenge Darstellung desselben aus der einfach-zirkumaxialen und der einfach-meridionalen Kugelwelle 146

§ 16. Verteilung der Schwingungsrichtungen der isogonalen Welle längs einer Schar von Kugelkreisen, deren Ebenen durch eine einzige Tangente der Kugelfläche gehen 151

§ 17. Zweites, zum ersten orthogonales, isogonales Oszillationssystem 154

§ 18. Andere Darstellung des isogonalen Oszillationssystems: Zusammensetzung aus koaxialen, nicht einfachen zirkumaxialen und meridionalen Kugelwellen 156

§ 19. Der elastische Elongations-(kinetische)Vektor und der zugehörige Torsions-(potentielle)Vektor bilden orthogonale vertauschbare Richtungssysteme in der Kugelwelle. In großer Entfernung vom Erregungszentrum verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystems 158

§ 20. Energieverhältnisse der elastischen Kugelwellen 161

§ 21. Darstellung des isogonalen Systems mittels der Voraussetzung, daß die Energien der von der translatorischen und von der rotatorischen Oszillation der linearpolarisierten einfallenden Welle erzeugten Oszillationssysteme einander gleich sind 164

2. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elektromagnetischer Grundlage.

§ 22. Allgemeines über elektromagnetische Störungen und Wellen . . 168

§ 23. Die elektrischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale elektrische und damit verbundene zirkumaxiale magnetische Kugelwelle. 170

§ 24. Die magnetischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale magnetische und damit verbundene zirkumaxiale elektrische Kugelwelle 17

§ 25. Physikalische Konstruierung der zirkumaxialen und der meridio-

Seite
nalen elektromagnetischen Oszillationssysteme mittels elektrisch-magnetisch oszillierender Kugeln. Energie dieser Wellen . . . 176
§ 26. Andere Auffassung des sekundären Erregungszentrums. In großer Entfernung von diesem verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystems. Resultat: Dieselben Kugelwellen 180
§ 27. Elektromagnetische isogonale Systeme, dargestellt aus der Erregung einer einfallenden, linearpolarisierten elektromagnetischen Welle. Energieverhältnisse dieser Wellensysteme 183

III. Experimenteller Teil.

1. Rückblick auf die bisherigen unbefriedigenden Erfahrungen. Gegenstand und Ziele der vorliegenden Arbeit; ihre allgemeinen experimentellen Einrichtungen und Untersuchungsmethoden.

§ 28. Die bisherigen Beobachtungen beziehen sich auf sehr verschiedene Erscheinungen, können kein einheitliches Gesetz ergeben, erstrecken sich nur auf in der Einfallsebene liegende Strahlen. Gegenwärtiger Stand der Kugelwellentheorie 187
§ 29. Gegenstand, Ausgangspunkt und Ziel vorliegender Arbeit: Untersuchung der in jeder räumlichen Richtung gebeugten Strahlen 189
§ 30. Versuchsanordnung bei Beobachtungen der Reflexionsbeugung in Luft. Einrichtung der Instrumente im allgemeinen 192
§ 31. Montierung des nach jeder Richtung hin frei drehbaren Gitters, um in jeder räumlichen Richtung beobachtbare gebeugte Strahlen herstellen zu können. Die verschiedenen Positionskreise 194
§ 32. Allgemeines über die Beobachtungsweise reflektiert-gebeugter Strahlen. Sechs verschiedene Richtungswinkel 197
§ 33. Die benutzten Gitter; deren Provenienz. Variierung des Gitterintervalls innerhalb der zulässig weitesten Grenzen 199
§ 34. Vollständige Eliminierung des falschen Lichtes bei Reflexionsbeugung in Luft. Zeit, Ort und Anzahl der Beobachtungen. Beobachter. 202

2. Das Gesetz des Polarisationskegels und des Extinktionskegels. Verallgemeinerung dieser Beziehungen.

A) Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Drehung des Analysators.

§ 35. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters. Gesetz des Hauptpolarkegels 205
§ 36. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptpolarkegels. Tabelle I. Sehr genügende Übereinstimmung 211

Seite
§ 37. Graphische Darstellung des Gesetzes des Hauptpolarkegels in stereographisch-horizontaler Projektion: Erstes Projektionsbild 215
§ 38. Der Einfallswinkel ist beliebig; das einfallende Licht sei unpolarisiert (natürliches). Allgemeines Gesetz des Polarkegels 219
§ 39. Zusammenfassung der Resultate der §§ 35—38. Wichtige Bemerkung in bezug auf die normale Inzidenz 221

B) Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mit freiem Auge durch Drehung des Polarisators.

§ 40. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters. Gesetz des Hauptextinktionskegels 222
§ 41. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptextinktionskegels. Tabelle II. Projektive Darstellung des Gesetzes: Zweites Projektionsbild 226
§ 42. Der Einfallswinkel ist beliebig. Das einfallende Licht ist linearpolarisiert. Allgemeines Gesetz des Extinktionskegels 230
§ 43. Zusammenfassung der Resultate der §§ 40—42. Wichtige Bemerkung in bezug auf die normale Inzidenz 233

3. Einfallendes linearpolarisiertes Licht: quantitative Untersuchung des Polarisationsazimutes der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Analysators. Die Gesetze der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation; der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation.

§ 44. Vorbemerkungen: Die räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen sind im allgemeinen linearpolarisiert. Die beobachteten Strahlensysteme. Erkennung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten . . . 234

A) Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz = P.

§ 45. Einfallswinkel = P. Einfallsazimut = 90°. Auffindung der „Polarachse", der „fixen Schwingungsrichtung" 236
§ 46. Fortsetzung. Experimentum crucis: Das reflektiert-gebeugte Licht entsteht nicht aus dem regelmäßig reflektierten Lichte. Formelle Übereinstimmung mit Réthys und Stokes-Glazebrooks Formeln 239
§ 47. Das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation. Dessen Bekräftigung durch quantitative Daten: Tabelle IIIa. Projektive Darstellung des Gesetzes: Drittes Projektionsbild 242
§ 48. Vergleichung der quantitativen Daten der zirkumpolaren Polarisation mit den strengen Bedingungen der einfach-zirkumaxialen Anordnung: Tabelle IIIb. Die Übereinstimmung ist im allgemeinen genügend 246

Seite

§ 49. Physikalische Deutung des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation: Unter Voraussetzung elastischer oder elektromagnetischer Kugelwellen liegt der Lichtvektor senkrecht zu seiner Polarisationsebene 250

§ 50. Einfallswinkel = P. Einfallsazimute 105° und 75°. Asymmetrische, vollständige Zirkumpolarisation. Tabelle IVa und Va. Viertes Projektionsbild 252

§ 51. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabellen IVa und Va mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der Zirkumpolarisation: Tabelle IVb und Vb. Genügende Übereinstimmung 256

§ 52. Einfallswinkel = P. Einfallsazimut 45°. Asymmetrische, partielle Zirkumpolarisation. Tabelle VIa. Fünftes Projektionsbild 258

§ 53. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabelle VIa mit den strengen Bedingungen der Zirkumpolarisation: Tabellen VIb und VIc. Bedeutendere Abweichungen 262

§ 54. Einfallswinkel = P. Einfallsazimut 0°. Das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation, im Gegensatz zur zirkumpolaren Anordnung. Tabelle VIIa. Sechstes Projektionsbild 266

§ 55. Theorie der Vergleichung der Beobachtungsdaten der Tabelle VIIa mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation: Tabelle VIIb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung 271

§ 56. Physikalische Deutung der stereographisch-parallelen Polarisation: Auffassung als eine in bezug auf die Gitternormale isogonale Anordnung 276

§ 57. Einfallswinkel = P. Einfallsazimuth 15°. Tabelle VIIIa. Siebentes Projektionsbild. Abweichung vom Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Vergleichs-Tabelle VIIIb 279

B) Verschiedene Einfallswinkel und verschiedene Einfallsazimute.

§ 58. Einfallswinkel i = 68,75°; 50°; 43,75°. Einfallsazimut = 90°. Vollständige symmetrisch-zirkumaxiale Polarisation. Tabellen IXa, Xa, XIa. Achtes Projektionsbild. Vergleichung mit der genau zirkumaxialen Anordnung: Tabellen IXb, Xb, XIb. Genügende Übereinstimmung 284

§ 59. Einfallswinkel i = 80°. Einfallsazimut = 90°. Vollständige symmetrisch-zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIa. Neuntes Projektionsbild. Vergleichung mit der genauen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIb. Im allgemeinen genügende Übereinstimmung 289

§ 60. Einfallswinkel i = 80°. Einfallsazimut = 45°. Asymmetrische partiale zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIIa. Zehntes Pro-

Seite

jektionsbild. Vergleichung mit der genauen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIIb. Allgemeine Übereinstimmung; erheblichere Abweichungen 294

§ 61. Einfallswinkel $i = 80°$. Einfallsazimut $= 0°$. Stereographisch-parallele Polarisation. Tabelle XIVa. Elftes Projektionsbild. Vergleichung mit der genau stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XIVb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung 298

§ 62. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut $= 90°$. Verschobene isogonale und symmetrisch-partielle zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVa. Zwölftes Projektionsbild. Vergleichung mit der genauen isogonalen Anordnung: Tabelle XVb. Übereinstimmung der einfallenden näheren, Abweichung der entfernteren Strahlen 302

§ 63. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut $= 45°$. Gedrehte, isogonale, und asymmetrisch-partielle zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVIa. Dreizehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der isogonalen Anordnung: Tabelle XVIb. Übereinstimmung der zum einfallenden näheren, Abweichung der entfernteren Strahlen . . 306

§ 64. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut $= 0°$. Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Tabelle XVIa. Vierzehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der genauen stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XVIb. Genügende Übereinstimmung. Anmerkung: Tabelle XVIc 310

§ 65. Normale Inzidenz. Einfallendes linear-polarisiertes Licht. Tabelle XVIII. Reine isogonale Polarisation als einfachster Fall der stereographisch-parallelen Anordnung. Fünfzehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der reinen isogonalen Anordnung: Sehr genügende Übereinstimmung 315

§ 66. Normale Inzidenz. Fortsetzung: Physikalische Deutung der isogonalen Polarisation. Dieselbe ist nicht geeignet zur Feststellung der Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene. Deutung der isogonalen und der stereographisch-parallelen Anordnung. . 319

C) Allgemeine Übersicht des Polarisationszustandes des aus linear-polarisiertem einfallendem Lichte entstandenen, von Glasgittern reflektiert-gebeugten räumlichen Strahlensystems. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Geltung von Fresnels Reflexionsformeln. Unzulässigkeit von Stokes' „irregulärer Reflexion".

§ 67. Der Einfallswinkel ist beliebig. Die Polarisationsebenen der in der Einfallsebene gebeugten Strahlen liegen alle in der Einfallsebene oder senkrecht dazu, jenachdem das einfallende Licht in dieser Ebene oder senkreckt dazu polarisiert ist. 333

§ 68. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 90°$. Stufen-

Seite

weiser Übergang der vollständigen symmetrisch-zirkumaxialen Polarisation in partielle symmetrisch-zirkumaxiale und schließlich in reine isogonale Polarisation 324

§ 69. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut = 0°. Allgemeine Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation. Zwingende Schlußfolgerung: Der erregende Lichtvektor kann nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene gerichtet sein 327

§ 70. Der allgemeinste Fall: Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig. Stufenweiser, im allgemeinen nicht symmetrischer Übergang der vollständigen zirkumaxialen Polarisation in die Erscheinungen der stereographisch-parallelen Polarisation. 330

§ 71. Die Polarisationsazimute der von Glasgitterflächen regelmäßig reflektierten Strahlen stimmen bis an die äußerste Grenze des Gitterintervalls mit Fresnels Reflexionsformeln überein und bilden keine Ausnahme im reflektiert-gebeugten Strahlensystem. Tabelle XIXa und XIXb 332

§ 72. Experimentelle Darstellung von reinen Reflexionserscheinungen, die analoge Polarisationsverhältnisse zeigen wie die von Glasgittern reflektiert-gebeugten Strahlen. Unzulässigkeit der Stokesschen „irregulären Reflexion“ 335

4. Qualitative Untersuchungen des Polarisationszustandes der an der Grenzfläche von Glas und Luft in Glas reflektiert-gebeugten, in Luft gebrochen-gebeugten, und in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensysteme.

§ 73. Über die an der Grenzfläche von Glas und Luft möglichen Beugungen überhaupt. Bedingungen zu deren einwandfreier Beobachtung: Anklebung des dünnen Glasgitters mit seiner glatten Fläche mittels Öls an die Ebene einer Halbkugel aus Glas . . 339

§ 74. Das bei dem Grenzwinkel der totalen Reflexion entstehende reflektiert- und gebrochen-gebeugte Strahlensystem: Experimentum crucis, daß gebrochen-gebeugtes Licht nicht aus dem regelmäßig gebrochenen Strahl entsteht 341

§ 75. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas: Art der Geltung der Gesetze des Polarkegels und des Extinktionskegels. Bemerkungen bei normaler Inzidenz. Art der Geltung des Gesetzes der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation 343

§ 76. Normale Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linearpolarisierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Übereinstimmung mit denselben Fällen bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft, § 39 und 43 346

§ 77. Normale Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linear-polari-

Seite
sierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Im ersten Falle: Partielle Polarisation. Im zweiten Falle: Von der einfallenden Polarisationsebene unabhängige Intensität der gebrochen-gebeugten Strahlen 347

§ 78. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft: Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Zusammenfassung mit demselben Gesetze bei in Luft reflektiert-gebeugtem Lichte, § 65, 66. 348

§ 79. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Elliptische Polarisation. Zusammenfassung beider Fälle 350

§ 80. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 0°. Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation, wie bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft, § 69. Dieselbe zwingende Schlußfolgerung. . . . 352

§ 81. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 90° und beliebig. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Elliptische Polarisation aus senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht. Stokes' „irreguläre Brechung" in Widerspruch mit der Erfahrung. Ergänzung 353

§ 82. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0°— 90°. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Elliptische Polarisation aus parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Lichte. Zirkumaxiale Polarisation kann nicht entstehen 355

§ 83. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Verallgemeinerung 357

§ 84. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Fortsetzung: Einfallswinkel in der Nähe des Grenzwinkels der totalen Reflexion, und beliebig. Einfallsazimut beliebig 359

§ 85. Gebrochen-gebeugtes Strahlensystem. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Direkte Verifizierung des Gesetzes der isogonalen Polarisation für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes gebeugten Strahlen. Allgemeines Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene 360

§ 86. Einfaches allgemeines Gesetz, Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig: Die Polarisationsebene des normal zur Gitterfläche in Luft reflektiert-gebeugten und des normal zur Gitterfläche in Glas gebrochen-gebeugten Strahles hat zur Einfallsebene stets dasselbe Azimut, wie das einfallende Licht 364

5. Qualitative Untersuchung des Polarisationszustandes der bei sehr geringer optischer Änderung des Mittels und der im Innern des Mediums gebeugten Strahlen.

Seite

§ 87. Über Beugung an Gitterflächen, die beiderseits an optisch nahezu gleiche Medien grenzen, überhaupt. Bedingungen der einwandfreien Beobachtung. Anklebung des Glasgitters mit seiner gefurchten Fläche mittels Öles an die Ebene einer Halbkugel aus Glas 366

§ 88. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linear-polarisierten Lichtes auf die glatte Fläche der Gitterplatte, Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der gewölbten Kugelfläche: Die rasant-gebeugten Strahlen erfüllen das Stokes-Rayleighsche Gesetz 368

§ 89. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linear-polarisierten Lichtes aus der Halbkugel auf die Gitterfläche. Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der glatten Fläche der Gitterplatte. Für sehr stark gebeugte Strahlen gilt das Stokes-Rayleighsche Gesetz 370

§ 90. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linearpolarisierten Lichtes auf die beugende Fläche. Innen reflektiert-gebeugtes Strahlensystem. Die sehr stark gebeugten Strahlen erfüllen das Stokes-Rayleighsche Gesetz, wenn dabei die an der Gitterfläche liegende Ölschicht durchsetzt wird 372

§ 91. Innere, mit sehr geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 0°. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene 375

§ 92. Innere, mit sehr geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 90° und 45°. Symmetrische und asymmetrische, partielle zirkumaxiale Polarisation. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Der zur Gitterfläche normal-gebeugte Strahl 377

§ 93. Innere, mit sehr geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 0°. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene 379

§ 94. Vereinigung der Resultate der §§ 91 und 93: Das an der Grenzfläche von Glas und Öl entstandene ganze System gebeugter Strahlen zeigt bei einem Einfallsazimut 0°, unabhängig vom Einfallswinkel, die räumlich vollständige zirkumaxiale Anordnung seiner Polarisationsebenen. Derselbe zwingende Schluß 380

Seite

§ 95. Innere, mit sehr geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 90°. Vollständige symmetrische zirkumpolare, und symmetrische, vollständige und partielle zirkumaxiale Polarisation 381

§ 96. Innere, mit sehr geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 45°, und beliebig. Asymmetrische zirkumaxiale Polarisation 382

Ergänzung
zum theoretischen und experimentellen Teil.

§ 97. Ergänzung: H. Siedentopfs qualitative Beobachtungen der durch einzelne ultramikroskopische Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme zeigen das Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Polarisation 383

§ 98. Ergänzung: Lord Rayleighs neuere Theorie und J. C. Maxwell Garnetts Erklärung. J. J. Thomsons Theorie der Zerstreuung der Wellen durch kleine metallische Kugeln. Fr. Hasenöhrls und F. Ehrenhafts Theorien. F. Pockels Bemerkungen. M. Plancks Theorien erregender Zentra. R. W. Woods Beobachtungen . . . 388

§ 99. Ergänzung: Polarisation der durch in der leuchtenden Hülle und im Rauche heller Flammen schwebenden Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme. Quantitative Beobachtungen: Tabelle XXa und XXb. Sehr genügende Geltung des Gesetzes der räumlich vollständigen zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Anmerkung: Dieselbe Erscheinung mittels einer vollen Glaskugel 395

§ 100. Einfache Darstellung der typischen Polarisationsgesetze mittels bewegter Elektronen. Rückblick auf die theoretischen Deutungen. Ausblick auf künftige Forschungen. Kristallinische Medien 406

Modelle und Zeichnungen 414

Sachregister 419

Namenregister 425

Inhaltsverzeichnis 427

Zusätze und Berichtigungen 437

Zusätze und Berichtigungen.

Das Manuskript dieser Schrift wurde im Dezember 1905 der Redaktion der „Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Berichte aus Ungarn“ druckfertig übergeben.

Verschiedene Umstände verzögerten den Druck, der immer nur in je einigen wenigen Bogen ausgeführt werden konnte, sodaß mehrere unterdessen nötig erscheinende Ergänzungen, wie z. B. Fußnote zu § 10, S. 128, ferner § 97, 98, 99 und der I. und III. Abschnitt des § 100 hinzugefügt werden konnten.

Auch wurden die Literaturangaben bis zum Zeitpunkte des jeweiligen Reindruckes fortgeführt.

Ferner ist zu bemerken:

S. 66, Fußnote, Z. 1 von unten ist hinzuzufügen: Eine zweite Veröffentlichung darüber fand im selben „Értesitö“ (Anzeiger) statt, Bd. XXIV, p. 465—494, Budapest 1906.

S. 76, Fußnote, Z. 9 von oben ist hinzuzufügen: J. C. Maxwell Garnett scheint zuerst im Jahre 1904 diese Gesetzmäßigkeit erkannt zu haben; siehe § 97 und 98 dieser Arbeit.

S. 127, Fußnote, Z. 1 von oben: statt Elektromagnetic lies Electromagnetic.

S. 157, Z. 21 von oben: statt Kosini lies Kosinus.

S. 168, Fußnote: hinzuzufügen sind noch die Literaturangaben der Fußnote des § 100, S. 407 dieser Schrift.

S. 170, Z. 3 von oben: statt mögen lies müssen.

S. 252, 254, 255, 256, 257, 258, 260, 261, 262, 263, 264, also § 50, 51, 52, 53 und Anhang S. 414: das Wort Zirkumpolarisation ist eine Abkürzung für zirkumpolare Polarisation.

S. 342, Z. 15 von oben ist hinzuzufügen: In der zweiten Auflage von P. Drudes Optik, Leipzig 1906, p. 286, Fußnote 2) wird erwähnt, daß die in Abschnitt I des § 74 dieser Arbeit beschriebene Erscheinung schon früher beobachtet wurde:

L. Ditscheiner* klebte auf die Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas ein Glasgitter in ebensolcher Weise, wie dies Fig. 29, S. 340

* Siehe dessen auf S. 97 dieser Arbeit zitierte erste Abhandlung, p. 383 und 384.

dieser Arbeit zeigt; ebenso E. Edser und E. Senior* ein Glasgitter und ein auf Kollodium-Film photographiertes Gitter. Sie fanden die im § 74, Abschnitt I erwähnte Erscheinung.

Berußt man die Hypothenusenfläche des Glasprismas sehr schwach mit einer Flamme, so stellt sich ein ebensolches Phänomen dar;** diese Erfahrung dient in der jüngsten Zeit auch als Grundlage der Sichtbarmachung ultromikroskopischer Teilchen.***

---

* Edwin Edser and Edgar Senior, The Diffraction of Light, from a Dense to a Rarer Medium, when the Angle of Incidence exceeds its Critical Value, *Philosophical Magazine* (6), Vol. IV, p. 346—352, London 1902.

** R. W. Wood, Physical Optics, New York and London 1905, p. 307 und 486. Ebendort.

*** A. Cotton, p. 307 und 491.

SITZUNGSBERICHTE.*

I. In den **Sitzungen der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften** wurden vom Januar 1904 bis Juni 1904 von den nachbenannten Autoren die folgenden Arbeiten vorgelegt:

Sitzung am 18. Januar 1904.

1. Anton Kherndl, o. M.: *Über die graphische Theorie der Gelenkträger mit statisch unbestimmbaren Auflagedrücken.*
2. Gustav Rados, k. M.: *Beitrag zur Theorie der regulären Vielecke.* (S. p. 1—12 dieses Bandes.)
3. Adolf Ónodi, k. M.: *Beiträge zur Kenntnis der Nebenhöhlen der Nase.*

Sitzung am 15. Februar 1904.

1. Ladislaus Hollós, k. M. legt seine Monographie *„Die Gastromyceten Ungarns"* vor.
2. Fritz Konek: *Chemische Mitteilungen.* Vorgelegt vom o. M. Béla Lengyel.
3. Ludwig Bakay: *Untersuchungen an Handwurzeln von Embryos von Menschen und Säugetieren.* Vorgelegt vom o. M. Michael Lenhossék.

Sitzung am 14. März 1904.

1. Isidor Fröhlich, o. M.: *Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes.* (S. p. 65—138 dieses Bandes.)
2. Gustav Rados, k. M.: *Über die Diskriminante der allgemeinen Kreisteilungsgleichung.*

---

* In dieser Abteilung geben wir eine Übersicht der in den Sitzungen der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und der kgl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft vorgelegten Arbeiten, Vorträge und Vorlesungen. Ein Teil derselben ist entweder dem ganzen Umfange nach oder in längerem Auszuge im vorangehenden Teile dieses Bandes enthalten; dieser Umstand ist auch bei den betreffenden, hier der Vollständigkeit wegen angeführten Titeln angedeutet.

3. Leopold Klug: *Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von gewissen Gebilden konstant sind.* Vorgelegt vom k. M. Gustav Rados.
4. Nikolaus Jancsó: *Untersuchungen über die Parasiten der Malaria.* Vorgelegt vom k. M. Andreas Högyes.
5. Hugo Preisz: *Über die feinere Konstruktion der Bazillen des Milzbrandes.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.

Sitzung am 18. April 1904.

1. Rudolf v. Kövesligethy, k. M.: *Die Energie der großen Erdbeben.*
2. Anton Koch, o. M.: *Die geologischen Verhältnisse des Bergzuges von Rudobánya—Szt. András.* (S. p. 13—28 dieses Bandes.)
3. Emerich Lörenthey: *Paläontologische Studien über tertiäre Dekapoden.* Vorgelegt vom o. M. Anton Koch.
4. Karl Bodon: *Die molekularen Konzentrationsverhältnisse krankhafter menschlicher Flüssigkeiten.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.
5. Fritz Konek: *Eine Methode zur Nitrogen-Bestimmung.* Vorgelegt vom o. M. Béla Lengyel.

Sitzung vom 16. Mai 1904.

1. Franz Wittmann, Gast: *Einige Anwendungen des Oszillographen.*
2. Alexander Mágócsy-Dietz: *An Hanf angestellte Zuchtversuche.*
3. Ernst Jendrassik: *Neuere Beiträge zur Physiologie des Ganges.*
4. Irenäus Károly: *Über den Durchgang von Hertzschen Wellen durch Elektrolyte.* Vorgelegt vom k. M. Moritz v. Hoór.
5. Josef Guszmann: *Experimentelle Untersuchungen mit implantierten Hautstücken.* Vorgelegt vom o. M. Michael Lenhossék.
6. Franz Tangl, k. M., und Kolomann Farkas: *Die Entwicklungsarbeit im Ei der Forelle.*
7. Ladislaus Detre und Josef Sellei: *Die hämolytische Wirkung des Sublimats mit besonderer Berücksichtigung der Immunitätsgesetze.* (S. p. 47—54 dieses Bandes.) Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.

Sitzung am 20. Juni 1904.

1. Franz Schafarzik, k. M.: *Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges.*
2. Adolf Onodi, k. M., und Béla Entz: *Keratosis Pharyngis.*
3. Heinrich Auer: *Die Bildung von Hydrogencyanid im elektrischen Bogen.* Vorgelegt vom o. M. Ludwig Ilosvay.
4. Ludwig Schlesinger, k. M.: *Über das Riemannsche Fragment zur Theorie der linearen Differentialgleichungen und daran anschließende neuere Arbeiten.*

II. In den Sitzungen der Königl. Ungarischen Naturwissenftlichen Gesellschaft wurden vom Januar 1904 bis Juni 1904 folgenden Vorlesungen gehalten:

A) Fachsektion für Zoologie.

(Referiert von Alexander von Gorka.)

Sitzung am 8. Januar 1904.

K. Kertész trägt seine eingehenden Untersuchungen über die *Culiiden Ungarns* vor. Den Schwerpunkt seiner Vorlesung bilden jene Forschungen, welche der Vortragende im Auftrage des Königl. Ungar. Ministeriums des Innern vorgenommen hat und deren Zweck war, nachzuweisen, welche Culiciden-Arten in Ungarn sicher vorkommen. Vor Schilderung der diesbezüglichen Resultate bietet der Vortragende eine Anleitung zum Sammeln, Züchten und Präparieren der Culiciden. Hierauf gibt er eine Beschreibung der äußeren Morphologie des Körpers der Culiciden und ihrer Eier, sowie der Larven und Nymphen. Nach dem Sammelergebnisse des Verf. sind in Ungarn 4 Gattungen mit 16 Arten heimisch und zwar: *Anopheles bifurcatus* Grassi, *A. maculipennis* Meig., *A. bifurcatus* L., *Culex salis* Meig., *C. ornatus* Meig., *C. nemorosus* Meig., *C. cantans* Meig., *C. vexans* Meig., *C. pulchritarsis* Rond., *C. lateralis* Meig., *annulatus* Schruk., *C. Richiardii* Ficalbi, *C. pipiens* L., *C. motus* Fic., *C. bicolor* Meig., *Aëdes cinereus* Meig., *Corethra plumicornis* Fabr. Der Vortrag erschien in: „*Állattani Közlemények*" I. Bd., p. 1—75).

Kormos hält einen Vortrag über die *rezente Gastropoden-Fauna von Püspökfürdö*. Bei dieser Gelegenheit teilte er mit, daß in den erwähnten Thermen von Püspökfürdö (Heilbad bei Nagyvárad) außer den schon bekannten Formen noch die folgenden Schneckenarten leben: *Lucena oblonga* Drap., *Gulnaria peregra* Müll., *Limnophysa truncatella* Müll., *Tropodiscus umbilicatus* Müll., *Gyrorbis cfr. vortex* L., *G. rotundus* Poiret, *Valvata cristata* Müll., *Gyraulus albus* Müll., *G. crista* L var. *nautileus* L., *G. crista* L. var. *cristatus* Drap., *Segmentina nitida* Müll., *Velletia lacustris* L., *Melanopsis hungarica* n. sp., *M. parreyssi* (Mühlf.) Phil. forma *depressa* nov. forma. Neu ist hiervon *Melanopsis hungarica*. Der Vortrag erschien in ungarischer Sprache in: *Állattani Közlemények* (III. Bd., 102—111).

Csiki legt in seinem Vortrag *Über Myrmerophila acervorum* ein Männchen und ein Weibchen vor, die in einem Walde bei Rimaszombat gesammelt worden sind. Nach Erwähnung der auf das Vorkommen bezüglichen Daten hebt er besonders die morphologischen Ver-

schiedenheiten hervor, die das neuentdeckte Männchen von dem Weibchen unterscheiden. Die Arbeit erschien in *Állattani Közlemények* (IV. Bd. 1905, p. 97—100).

Sitzung am 5. Februar 1904.

1. Nach Eröffnung der Sitzung beglückwünscht der Vorsitzende Prof. G. Entz sen. mit warmen Worten die Mitglieder Rudolf Kohaut und Josef Mallász, die mit ihren zoologischen Arbeiten den Margó- bezw. Bugát-Preis der Kgl. Ungar. Naturwissensch. Gesellschaft errungen haben. Sodann berichtete er, daß im Sinne der Sektionssatzungen das seit drei Jahren wirkende Präsidium seine Stelle niedergelegt habe. Bei der hierauf angeordneten geheimen Abstimmung wurden Géza Entz sen. zum Vorsitzenden, Kornél Chyzer und Géza v. Horváth zu Vizepräsidenten und Koloman Kertész zum Schriftführer wiedergewählt.
2. R. Kohaut legt eine neue Flohart, *Typhlopsylla monticola* vor, die er im Pelz der in Bosnien und in Herzegovina vorkommenden Blindmaus (*Spalax monticola* Nhrbg.) gefunden hat. Nach seinen Untersuchungen steht diese Art dem *Typhlopsylla typhlus* Motsch., dem Floh der ungarischen Blindmaus (*Spalax hungaricus* Nhrbg.) am nächsten, weicht indessen in der Gestaltung des männlichen Genitalapparates wesentlich von demselben ab. Der Vortrag erschien in ungarischer Sprache in *Annales Musei Nationalis Hungarici* (II. Bd. 1904, p. 8—89).
3. J. Lósy hält einen Vortrag über *Biologische Beobachtungen an der marokkanischen und italienischen Heuschrecke.* Auf Grund eigener Erfahrungen und mit Heranziehung der literarischen Daten schildert er eingehend Lebensweise, Wanderung, Paarung und Eierablage der Heuschrecken, sowie ihre Feinde. Bei der marokkanischen Heuschrecke betont Verfasser, daß dieselbe nicht aus Serbien und nicht in jüngster Vergangenheit nach Ungarn eingewandert ist, wie man bei den großen Heuschreckenschwärmen in den Jahren 1888—90 angenommen hat, sondern daß es ein für den gebundenern Sodaboden der großen ungarischen Ebene charakteristisches, aber spät erkanntes Tier sei, welches mit der Zunahme der Ackerfelder allmälig sein ausgebreitetes Gebiet einbüßt und demzufolge den Saaten näher gerückt und solcherart für dieselben schadenbringend wird. Im vorigen Jahre hat diese Heuschrecke besonders im jaszygischen Gebiete Ungarns ungeheure Schäden angerichtet.

Sitzung am 4. März 1904.

1. Sig. Tóth erläutert im Anschluß seines Vortrages über *Die Morphologie der Nasenkapsel von Bombinator igneus* Laur. das Bornsche

Plattenmodellierungsverfahren. Auf Grund eingehender Studien bestätigt Verf. die Schlußfolgerung, daß die untersuchte Art *Bombinator igneus* auch hinsichtlich der Entwicklung seines Geruchsorgans den Urodelen näher steht als *Rana fusca* und daß der Plan, nach welchem die knorpelige Nasenkapsel derselben aufgebaut ist, auf den Grundtypus der Nasenkapsel der geschwänzten Amphibien, insbesondere der Molche zurückzuführen ist. Die Abhandlung ist, mit 3 Tafeln versehen, in *Állattani Közlemények* (III. Bd. p. 89—98) erschienen.

2. Stefan v. Rátz beschreibt die bisher in Ungarn gesammelten *Mesocestoiden*-Arten. Darnach sind vier Arten dieser von phylogenetischem Gesichtspunkte interessanten Gattung aus Ungarn bekannt. Der Vortragende fand im Jahre 1892 *Mesocestoides lineatus* im Darm des Hundes, seitdem auch im Darm der Wildkatze und des Luchses; *M. litteratus* kommt ziemlich häufig im Darm der Füchse vor; *M. perlatus* fand der Vortragende im Darm von Aquila imperialis; *M. nigropunctatus* wurde zwar von Crety im Darm der Wachtel entdeckt, aber ihre Zugehörigkeit zu *Mesocestoides* wurde erst vom Vortragenden festgestellt.

Sitzung am 15. April 1904.

1. Vizepräsident Géza v. Horváth als Vorsitzender der Sitzung meldet mit tiefem Bedauern das Hinscheiden des Vizepräsidenten der botanischen Sektion Moritz Staub. Der Verewigte hat als Ausschuß mitglied der Königl. Ungar. Naturwissenschaftl. Gesellschaft, als Lehrer und Fachgelehrter eifrig und unermüdlich der Sache der Zoologie und hauptsächlich der Botanik in Ungarn gedient. Seine Forschungen gehören zwar größtenteils in den Bereich der Botanik, allein zu Beginn seiner wissenschaftlichen Laufbahn hat er sich mit phaenologischen Beobachtungen und mit diesbezüglichen Beobachtungen in Ungarn befaßt und seine Aufmerksamkeit auch auf die Phaenologie der Tiere erstreckt. Auf Antrag von G. v. Horváth verewigt die Sektion das Andenken Staubs in seinem Protokoll und beschließt der botanischen Sektion ihr aufrichtiges Beileid durch Übersendung eines Protokollauszuges auszudrücken.

2. Géza Entz sen. setzt seinen Vortrag über *Die Farbe der Tiere und die Mimicry* fort und spricht bei dieser Gelegenheit über die biologischen Farben. Er hält Umschau über die beweisenden Beispiele der Lehre von den biologischen Farben, d. i. jener Lehre, deren Fundamentalsatz ist, daß die Tiere ihre Farben und Zeichnungen dem Prinzip der Nützlichkeit entsprechend im Kampf ums Dasein als Wirkung der natürlichen Zuchtwahl erworben haben; dann analysiert er die daran geknüpften Erklärungen aus folgenden drei

Gesichtspunkten: 1. Hat die Farbe oder die Zeichnung im Kampf ums Dasein in der Tat den großen Nutzen, den man ihr zuschreibt? 2. Liegen in genügender Zahl Beweise vor, um darzutun, daß die Farben aus eventuell gering nüanzierten Veränderungen sich durch die langsame Einwirkung der Selektion herauskristallisiert haben? 3. Läßt sich der Ursprung und die Entwicklung der Farben nicht in befriedigender Weise erklären? Im Verfolge seiner Erörterungen gelangt Verf. zu der Überzeugung, daß bei Entwicklung der biologischen Farben die Selektion nicht jene allvermögende Rolle gespielt haben kann, die ihn von den Anhängern der Mimicrytheorie zugeschrieben wird. Daß die biologischen Farben innerhalb gewisser Grenzen zweifellos von Nutzen sind, gesteht Verf. gerne zu, hält es indessen für ausgeschlossen, daß die Farben in ihren biologischen Beziehungen aus ganz belanglosen Ansätzen durch die Selektion herausgezüchtet worden sind. Nach der Ansicht des Verf. haben sich die Farben und Zeichnungen unter der Einwirkung sehr verschiedenartiger Faktoren als notwendige Postulate und Produkte des Stoffwechsels, ohne Rücksicht auf ihre Nützlichkeit entwickelt und sind nur sekundär nützlich geworden, d. i. daß ihre Nützlichkeit für das Individuum oder für die Art gewissermaßen nur ein Nebenprodukt des verwickelten, in seinen Details ganz unberechenbaren phyletischen Prozesses ist. Die Abhandlung erschien ihrem ganzen Umfange nach in ungarischer Sprache in *Természettud. Közlöny* (XXXVI. Bd., Budapest 1904, p. 417—441 u. 465—486).

Sitzung am 6. Mai 1904.

1. L. Loós spricht *über die Heliciden Ungarns*, erläutert die Gesichtspunkte der neueren systematischen Einteilung der Heliciden und weist nach, daß aus Ungarn 65 Arten und 27 Varietäten dieser Gruppe bekannt sind. Neu sind hiervon: *Xerophila adelpha*, *Xer. homoleuca* Sabljar et Kučik var. *littoralis*, *Fruticicola Erjavecі* Brus. var. *syrmiensis* und *Fruticicola dacica*. Der Vortrag erschien ungarisch in *Állattani Közlemények* (III. Bd., 1904, p. 134—184).
2. E. Csiki spricht *über Scaphidiidae* auf Grund der Sammelergebnisse von L. Biró in Neu-Guinea. Biró sammelte in Neu-Guinea zu fünf Gattungen gehörende 37 Arten; von den Gattungen sind zwei für die Wissenschaft neu und zwar *Birónium* und *Scaphotasocera*, die Arten hingegen insgesamt neu.
3. E. Csiki erörtert im Anschluß an *Rhizotrogus aequinoctialis* Herbst die Paederastie bei Coleopteren.

B) Fachsektion für Botanik.

(Mit Benutzung der in *Növénytani Közlemények* Band II und III erschienenen Sitzungsberichte, referiert von J. Bernátsky.)

Sitzung am 13. Januar 1904.

1. Vorsitzender J. Klein begrüßt die Sektion gelegentlich der ersten Versammlung im neuen Jahre und erwähnt, daß für die in diesem Jahre abzuhaltende 100. Sitzung der Sektion besondere Vorbereitungen getroffen werden.

2. Derselbe hält dann eine Gedenkrede über M. J. Schleiden, aus Anlaß der 100. Jahreswende der Geburt Schleidens, dem in Jena eine Büste errichtet werden soll, weshalb Vorsitzender der Sektion auch einen Sammelbogen vorlegt.

Auf demselben wurden von folgenden Herren Beiträge gezeichnet, als: J. Klein, G. Entz sen., S. Mágocsy-Dietz, K. Schilberszky, J. Fekete, F. Gabnay, G. Entz jun., L. Fialowski, A. Kubacska, B. Kümmerle, B. Lengyel, L. Csopey jun., B. Augusztin, S. Jávorka, A. Cserey, F. Filarszky, J. Gesell, Á. v. Degen und J. Bernátsky.

Im ganzen wurden 90 Kronen gezeichnet, welcher Betrag vom Vorsitzenden der botanischen Sektion an Herrn Gustav Fischer, Verlagsbuchhändler in Jena abzusenden sein wird.

3. J. Bernátsky hält einen Vortrag: *„Farne im Deliblater Sande (Ungarisches Tiefland. Temeser Komitat)"*. In den zentralen, der Kultur weit entrückten Teilen des Deliblater oder Grebenaczer Sandes konnte Vortragender bisher folgende Farne feststellen: *Botychium Lunaria, Asplenum Trichomanes, Polypodium vulgare, Pteridium aquilinum, Ceterach officinarum, Scolopendrium officinarum.* Die ökologischen und sonstigen maßgebenden Faktoren lassen mesophile Farne selbst im Deliblater Sande, also im ungarischen Tieflande erscheinen, was auf unsere bisherige Anschauung über die Vegetationsverhältnisse des ungarischen Tieflandes nicht ohne Einfluß bleiben kann.

4. Á. v. Degen bespricht ein hinterlassenes Werk Dimitri Brandzas: *Plante noue din România* (Annal. Acad. Romane. II. ser. XXV, 1903), das namentlich für ungarische Floristen von Interesse ist. Vortragender bemerkt u. a., daß die als neu angeführte Art *Trifolium romanicum* sicherlich zu *T. Lupinaster* L. var. *albiflorum* Led. zu ziehen ist und daß die *Paeonia banatica* Roch. in gewissen Fällen leicht mit *P. triternata* verwechselt wird.

5. K. Schilberszky legt eine Arbeit G. Fábiáns über *teratologisch ausgebildete Birnen* vor.

6. K. Schilberszky meldet als Schriftführer der Sektion, daß für die

im nächsten Monat abzuhaltende 100. Sitzung ein besond
haltiges Programm vorbereitet wird, so daß womöglichst
dene botanische Disziplinen vertreten sein werden, und
Vorträgen eine Eröffnungsrede des Vorsitzenden vorangel

Sitzung am 10. Februar 1904.

1. Vorsitzender J. KLEIN hält eine Eröffnungsrede, indem er die aus Anlaß der 100. Sitzung erschienenen Vorstände d wissensch. Gesellschaft, die Mitglieder der botanischen Sek überhaupt der Naturwissensch. Gesellschaft begrüßt und hi die Geschichte und Entwicklung der botanischen Sektion im der Gesellschaft einen Rückblick wirft, um hierauf auf die Ziele der Sektion hinzuweisen.

   V. v. WARTHA ergreift als Präses der Königl. Unga wissenschaftl. Gesellschaft das Wort, um seinerseits die b Sektion aus Anlaß ihrer 100. Sitzung zu begrüßen; er sp für ihre erfolgreiche Tätigkeit Dank aus und wünscht ih Zukunft weitere Ausdauer und erfolgreiches Wirken.

   Hierauf liest Vorsitzender J. KLEIN die eingelaufe grüßungstelegramme vor.
2. Es folgen die Vorträge der Mitglieder N. FILARSZKY (*Die A Ungarns*), J. TUZSON (*Über das Bestimmen der Pilze*), M. (*Astomum intermedium,* gelesen von K. SCHILBERSZKY), S. I DIETZ (*Der auf Insektenfang eingerichtete Blütenbau von sericifera BROT.*), M. STAUB (*Die phänologischen Wärmesu Indikatoren der Anpassung der Pflanzen an die Temperatur d* J. BERNÁTSKY (*Zur systematischen Anatomie der Convallarie deae und Polygonateae*), L. SIMONKAI (*Die Vegetation von F Umgebung im Winter,* vorgelegt von J. B. KÜMMERLE) un ISTVÁNFFY (*Untersuchungen über die Mehltaukrankheit des W* und *Über die Überwinterung der Peronospora des Weinstockes* gehend wurde L. HOLLÓS' Monographie *Gasteromycetes H* vorgelegt und besprochen.

Sitzung am 9. März 1904.

1. Wahl des Vorstandes für die nächsten drei Jahre. Es wu wählt: JULIUS KLEIN zum ersten Vorsitzenden, M. STAUB zum Vorsitzenden, J. B. KÜMMERLE zum Schriftführer, K. SCHI zum Redakteur der *Növénytani Közlemények.*
2. J. BORSOS' Arbeit *Ungarische Pflanzennamen* wird vorge L. FIALOWSKI.
3. R. RAPAICS liest seine Arbeit *Beiträge zur Kenntnis der V der Gegend von Szolnok* vor. Bei Szolnok beherrscht d

ıytenvegetation ein großes Terrain, auch die Sumpfvegetation ist ısgiebig vertreten. *A. Tripolium* L. und *A. pannonicus* Jcq. werden ıf Grund der verschieden breiten Blätter als zwei voneinander ohlgetrennte Arten aufgefaßt.

. Róths Arbeit *Über eine eigentümliche Fichtenform in der Hohen átra* wird vorgelegt von J. Bernátsky.

Sitzung am 13. April 1904.

Cserey hält einen Vortrag *Über die Hygroskopizität der Moose*, ren Ursachen er zu erklären versucht und zu deren genauerer nntnis Vortragender Versuche anstellte. Eine Moosdecke vermag va das sechsfache ihres Eigengewichts an Wasser aufzuspeichern d verliert es bei einer Temperatur von 15—18° binnen 6—7 Tagen. f steilen Berglehnen kommt der üppigen Moosvegetation deshalb e große Bedeutung zu, weil sie z. B. gelegentlich eines Wolken- ıches eine große Wassermenge in sich aufnimmt.

Fialowski bespricht mehrere ungarische volkstümliche Pflanzen- men, die sowohl vom Vorsitzenden als auch von J. Györffi neu sammelt wurden.

Kontúr liest seine Arbeit *Die Bibel und die Gramineen* vor.

hriftführer J. B. Kümmerle bringt mehrere Programme bezüglich ıes zu unternehmenden botanischen Ausfluges in Vorschlag; die ktion einigt sich dahin, den Ausflug in den Bakonyer Wald zu ternehmen und betraut den Schriftführer mit der Ausarbeitung ıes detaillierten Programms.

Sitzung am 11. Mai 1904.

rsitzender J. Klein berichtet schmerzvoll über das am 14. April olgte Ableben des zweiten Vorsitzenden der Sektion, Dr. M. Staub. e Sektion ließ der Witwe sogleich nach dem Trauerfall ihr ileid ausdrücken und legte an der Bahre des Verstorbenen ıen Kranz; am Leichenbegängnis nahm sie korporativ teil, wobei r Vorsitzende J. Klein sowohl im Namen der Ungar. Akademie r Wissenschaften, als auch im Namen unserer botanischen Sektion m Dahingeschiedenen in einer tiefempfundenen Rede weihevollen ıschied nahm.

Derselbe widmet nun dem Verblichenen den folgenden Nachruf:

„Geehrte Sektion! In trauriger Pflichterfüllung, tief betroffen ıß ich Ihnen kundgeben, daß Dr. Moritz Staub, der verdienst- che zweite Vorsitzende unserer Sektion, der ausgezeichnete Bota- ıer nicht mehr unter uns weilt.

Wie ein vom Blitz getroffener Baum schied er plötzlich und zu h aus unsern Reihen; anscheinend in voller Kraft und Gesund-

heit verkehrte er unter uns noch einige Tage vor seinem Tode, und so konnten wir nicht daran denken, ihn so schnell seine Laufbahn beendigen zu sehen, eine Laufbahn der ununterbrochenen, ausdauernden Tätigkeit, wert der jüngeren Generation als leuchtendes Beispiel vorgeführt zu werden.

Als Jüngling von 16 Jahren wurde er Lehrer hier in der Hauptstadt und als solcher erwarb er sich nacheinander das Maturitätszeugnis, das Diplom als Mittelschulprofessor und als Doktor der Philosophie. Im Jahre 1867 wurde er zum Oberrealschulprofessor im II. Bezirk ernannt, im Jahre 1874 gelangte er in das Königl. Übungsgymnasium, wo er bis an sein Lebensende gewirkt hat. Neben seiner Lehrtätigkeit befaßte er sich viel und eingehend mit Botanik. Anfangs widmete er sich phytophänologischen Beobachtungen und entfaltete in dieser Richtung eine große literarische Tätigkeit; bald zog ihn die Floristik an und studierte er mit besonderem Erfolg die interessante und abwechslungsreiche Flora von Fiume und seiner Umgegend. Endlich wandte er sich der phytopaläontologischen Erforschung Ungarns zu. Vor allem ging er daran, ein reiches Material aufzusammeln, um es bei günstiger Gelegenheit in Ruhe aufarbeiten zu können, was ihm aber nur teilweise gelang, denn der frühe Tod vereitelte diesen Plan, und so blieb denn der Hauptwunsch seines Lebens unerfüllt. Deswegen bedeutet sein Tod wirklich einen Verlust für die Wissenschaft, denn seine reichen Kenntnisse, die sich auf die Pflanzenwelt vergangener geologischer Perioden in Ungarn bezogen, sind mit ihm ins Grab gesunken und zurzeit ist niemand da, der auf dem von ihm angebahnten Pfad weiterschreiten könnte.

In unserer Sektion war er ein tätiges und hingebendes Mitglied, seit geraumer Zeit auch zweiter Vorsitzender; die Sitzungen wurden von ihm fleißig besucht; er verfolgte alle Vorkommnisse mit großer Aufmerksamkeit, und so fühlen wir am schwersten den Verlust, der uns getroffen hat.

Seine mit seltener Ausdauer und starkem Willen gepaarte Arbeitsamkeit gereichte der ungarischen Wissenschaft zum Nutzen, und so wird sein Andenken von seinen Fachgenossen weihevoll gepflegt werden."

Nach einigen weiteren auf den Trauerfall bezugnehmenden Mitteilungen wird die Sitzung vom Vorsitzenden aufgehoben. Nach Wiedereröffnung der Sitzung folgt:

2. Mágocsy-Dietz' Besprechung teratologischer Fälle von *Zea Mays*; in einem Falle fanden sich im männlichen Blütenstand Maiskörner vor, in einem andern war der männliche Blütenstand, d. i. die Spitze des Stengels in einen reinen weiblichen Blütenstand, Kolben, umgewandelt.
3. Derselbe legt vor und bespricht ferner einen Blütenstand von *Ferula*

Narthex Boiss. aus dem Botanischen Garten der Universität. Nach 12jähriger Pflege erschlossen sich endlich dieses Jahr zum erstenmal die Blüten der selten gezüchteten Pflanze, die gegenwärtig 1,80 m hoch ist und 1,40 m im Umfange mißt.

Derselbe bespricht die Blätter von *Viscum album*, namentlich nach den Abweichungen in den Dimensionen und die darauf begründeten Abarten. Die Abweichungen in den Dimensionen der Blätter hängen sowohl bei *Viscum* als auch bei anderen Pflanzenparasiten von der Wirtspflanze ab. Auf Grund des vorgelegten Materials unterscheidet Vortragender sechserlei Blatt-Typen an *Viscum album*, die aber hin und wieder auch auf ein und demselben Individuum anzutreffen sind. In Anschluß an diesen Gegenstand legt Vortragender auch mehrere teratologische Fälle von *Viscum album* vor.

Derselbe berichtet unter dem Titel *Die Eibe von Késmárk* über seine Untersuchungen, die er an Holzmaterial anstellte, das von den Holzsäulen, Holzgallerien und Holzbänken der Késmárker Kirche stammte. Auf Grund anatomischer Untersuchung der Holzspitter ergibt es sich, daß die betreffenden Holzteile der Kirche nicht von *Taxus baccata* stammen können — wie es allgemeine Ansicht war —, sondern Lärchen- oder Fichtenholz sind. Bei dieser Gelegenheit erwähnt er auch der *Mykorrhiza* von *Taxus baccata* und bemerkt ferner, daß in den primären Tracheiden der Pflanze, in der Nähe der Vegetationsspitze der Achse, lebhafte Rotation des Plasmas wahrzunehmen ist.

Derselbe berichtet über seine Untersuchungen in bezug auf die Hexenbesenbildung von *Robinia Pseudacacia* und *Prunus domestica*. Zweige mit Hexenbesenbildung von Kecskemét auf normal gewachsene Robinienbäume im Botanischen Garten der Universität gepfropft, verhielten sich in ihrer weiteren Entwicklung ebenfalls abnormal.

T. B. Augustin hält einen Vortrag unter dem Titel *Die Fälschung der Blattdrogue von Atropa Belladonna L.* Vom Balkan kommen oft mit *Phytolacca violacea* gefälschte Belladonnablätter in den Verkehr, indem letztgenannte Pflanze dort in großer Masse verwildert vorkommt. Die Blätter der zwei Arten sind zum verwechseln ähnlich, bei näherer Untersuchung finden wir aber, daß das Blatt von *Phytolacca* mit einem Dorn endigt, daß es dichter benervt ist, und die Nerven zweiter Ordnung unter einem spitzeren Winkel vom Hauptnerven abzweigen, als bei *Belladonna*. Die Nerven letzter Ordnung enden blind und in nächster Nähe dieser Nervenenden kommt in der Regel je ein Raphidenbündel oder eine große Gruppe von winzigen Kristallwürfeln zu stehen. Die Seitenwände der oberen Epidermiszellen sind gerade, an der unteren Epidermis etwas gewellt. Die Streifung der Cuticula, für *Belladonna* so charakteristisch, fehlt

hier. Im Blattquerschnitt erscheint die Hauptader eingesenkt, chome sind keine vorhanden, höchstens die Epidermiszellen halb der Hauptader sind etwas gestreckt; unterhalb der Epid finden sich unten wie oben 1—2 Reihen Collenchym.

Das Blatt von *Phytolacca decandra* eignet sich zur Fälsc weniger gut, indem es zu breit und zu rundlich ist, und n sich dadurch bloß dem Blatte von *Atropa Belladonna* c. fruct. das ebenfalls mehr kurz und breit ist.

8. J. Ernyei berichtet über die *Geschichte des Balsamum hungar und Oleum carpaticum.*

Das Öl der Zwergkiefer wurde zum erstenmal von Kris Augustini, Hofarzt der Könige Ferdinand II. und Ferdinand auf dessen Lomnitzer Besitz dargestellt, etwa um 1630, und langte bald als ungarischer Balsam einen Weltruf. Nach dem des Erfinders geriet die Kunst der Bereitung des ungarischen sams in Vergessenheit. Die Einwohnerschaft der Komitate Tu und Liptó befaßte sich allerdings mit dem Handel eines mit pentin gefälschten, schlecht destillierten Öles, das dem Ruf ungarischen Balsams stark schadete. Um 1676 tauchte ein r ungarischer Balsam auf von Georg Buchholtz, evangelischer G licher, Schwiegersohn Augustinis, aus den Zweigen der Zirbelk (arbor libani = *Pinus Cembra*) destilliert. Um 1716 befaßte Fischer, Oberphysikus in Liptó, mit der Herstellung einer Ess carpatica, hungarica, die im wesentlichen den Alkoholauszug Holzes der Zwergkiefer enthielt. In der Gegend des Weißen bei Késmárk besteht gegenwärtig abermals eine kleine Fabrik, mit modernen Mitteln arbeitet. Die verworrene Geschichte Balsamum hungaricum und carpaticum wurde in neuester Zeit Bruckmann, Arzt in Braunschweig, eingehend klargelegt.

9. J. B. Kümmerle bespricht die von ihm bestimmten, gelegentlich der 6. Kaukasusexpedition M. Déchys von L. Hollós gesamme in der botanischen Abteilung des Ung. Nat. Museums befindli Farne.

Sitzung am 8. Juni 1904.

1. Vorsitzender J. Klein begrüßt die Versammelten und drückt Freude darüber aus, daß im Interesse des einen Punktes der Sit diese im Palmenhause des Botanischen Gartens der Universität s findet.
2. S. Mágocsy-Dietz hält einen Vortrag *Der Botanische Garten Universität*, in dem er eingehend die Geschichte des jetzt an Üllöerstraße befindlichen Gartens, sowie die der ersten Anfänge Botanischen Gartens überhaupt bespricht. Das Verdienst, ge wärtig einen allen modernen Anforderungen entsprechenden

deswegen angesehenen Garten geschaffen zu haben, gebührt zum sehr großen Teile dem Garteninspektor Josef Fekete.

2. J. Tuzson hält einen Vortrag unter dem Titel *Mykologische Beobachtungen*, wobei er die Resultate seiner eigenen Untersuchungen und Beobachtungen über *Stereum hirsutum*, *Schizophyllum commune*, *Polyporus annosus*, *Nectria ditissima* und *Nectria cinnabarina* bekannt gibt.

Zum Schlusse besichtigen die Anwesenden unter der Führung des Direktors S. Mágocsy-Dietz den Garten.

C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie.

(Referiert von Dr. Friedrich v. Konek.)*

Sitzung am 26. Januar 1904.

1. Stefan Bugarszky spricht über *die quantitative Bestimmung von Äthylalkohol mit Brom.*

2. Fritz v. Konek hält einen durch Experimente erläuterten Vortrag *über einen einfachen Ersatz der Lassaignéschen Stickstoffprobe.* Der Vortragende hat im Laufe seiner Studien über das Verhalten zahlreicher organischer Verbindungen gegen Natriumsuperoxyd die Beobachtung gemacht, daß organischer Stickstoff durch dieses Agens zu Salpetersäure verbrannt wird, die das überschüssige Alkali als Salpeter bindet; dieser läßt sich in der alkalischen Zersetzungsflüssigkeit mit Diphenylamin- oder Brucin-Schwefelsäure scharf und deutlich nachweisen. Die Lassaignesche Probe versagt bekanntlich bei leicht flüchtigen oder explosiven Körpern. Der Vortragende hat auch mit solchen — und überhaupt bei allen von ihm bisher in dieser Richtung geprüften stickstoffhaltigen organischen Körpern — mit Hilfe von Natriumsuperoxyd immer positive Resultate erhalten. Die Reaktion wird im bedeckten Stahlzylinder durch Zündung ausgeführt. Andere organische Elemente, wie Schwefel und Phosphor, stören die Reaktion nicht im geringsten, nur Halogene sind zu berücksichtigen, da sie von Halogenaten bezw. Perhalogenaten oxydiert werden, welche Säuren, Diphenylamin- oder Brucinreagens ebenfalls färben; man hat also, ehe man die Nitratreaktion anstellt, diese Säuren auf irgend eine Art zu reduzieren. Der Vortragende zeigt das am Beispiele des Kékuléschen Bromdinitrobenzols. Da man diese Farbenreaktion in größern weißen Porzellanschalen ausführen kann und meistens intensive blaue Tinten enthält, so emp-

* Diese Referate sind ursprünglich in der Chemikerzeitung erschienen.

fiehlt der Vortragende diese in der qualitativen organischen Analyse als hauptsächlich für den Hörsaal geeigneten Vorlesungsversuch.

3. Gustav Melczer und Eugen Doby hielten einen Vortrag über *Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisenerze.* Es wurden kristallisierte Vorkommen aus dem Ilmengebirge, von Toedestrand, von Krageroe und von Snarum untersucht; darunter befanden sich sehr gute meßbare Kristalle. Die Verfasser beschreiben hierauf den Gang der chemischen Analyse und die Methode der spezifischen Gewichtsbestimmung und folgern aus ihren Ergebnissen, daß, wie bei isomorphen Mischungen im allgemeinen, so auch hier, die physikalischen Eigenschaften — Achsenverhältnisse und spezifisches Gewicht — eine Funktion der chemischen Zusammensetzung sind.

Sitzung am 23. Februar 1904.

1. Ludwig Vásonyi sprach *über das Amylo-(Pilzmaisch-)Verfahren.* Er schilderte die Entdeckung und Literatur der verzuckernden Pilze, hauptsächlich von *Mucor circinelloides, Mucor alternans, Aspergillus oryzae, Chlamydomucor oryzae, Mucor Rouxii* α, β, γ, sowie deren natürliche Anwendung bei der Darstellung des japanischen Reisweines Saké und des chinesischen Reisbrantweines. Weiter gab der Vortragende eine Beschreibung des 1897 patentierten Collette-Boidinschen Amylo-Verfahrens und legte dessen Vorzüge und Fehler dar. Im Laufe der Besprechung der allmählichen Entwicklung dieses ursprünglichen Verfahrens gedachte der Vortragende hauptsächlich der in der Temesvárer Spiritusfabrik durch deren Direktor K. Somló eingeführten Modifikation, nach welcher die Maische nicht — wie bisher üblich — bei 115°, sondern nur bei 75—85° C. sterilisiert und hierauf mit einer, durch reine Vorgärung vermehrten Amylomyceskultur in großem Überschusse geimpft wird. Diese Modifikation verbilligt das ursprüngliche Verfahren, da sie weniger Heizmaterial erfordert, auch ist der Erfolg ein sicherer, da sie der Eventualität der Infektion Rechnung trägt und auch durch eine tatsächlich erfolgte Infektion nicht zu arg geschädigt wird.
2. Iv. Rózsényi sprach *über die in Kalkwasser konservierten Eier.* Nach Erörterung der einschlägigen Literatur bespricht der Vortragende seine eigenen Versuche, aus denen hervorgeht, daß frische Eier von solchen, die in Kalkwasser konserviert wurden, leicht durch den Kalkgehalt ihrer Eiweißasche unterschieden werden können; während dieser bei frischen Eiern 1,8 % nicht übersteigt, erhöht er sich wesentlich durch stunden- und tagelanges Aufbewahren in Kalkwasser, erreicht nach mehreren Monaten sogar 10—15 %. Der Vortragende gründet auf diesen Befund eine einfache Unterscheidung und Bewertung von Handelsware.

Sitzung am 22. März 1904.

Diese Sitzung fand auf Einladung von Direktor Prof. THOMAS v. KOSUTÁNY in den Räumlichkeiten der chemischen Zentralversuchsstation statt, und der erste Vortrag, unter dem Titel *Weizen, Mehl und Enzyme*, wurde von KOSUTÁNY gehalten. Der Vortragende konstatierte, daß man auf diesem Forschungsgebiete auf Schritt und Tritt Enzymwirkungen antrifft, die je nach den Umständen Weizen und Mehl verderben, aber auch verbessern können. Zur Feststellung dieses Sachverhaltes schlägt er zwei Wege ein: a) Es wurden aus stark verdünnten und Äther, Chloroform, Formalin, Schwefelkohlenstoff, Alkohol, Alaun oder Kochsalz enthaltenden Lösungen Teige bereitet und deren Konsistenz (Festigkeit) mit einer eigens hierfür konstruierten Maschine eingehend untersucht. Hierbei wurde gefunden, daß Chloroform- und Formalinwasser den Teig bedeutend festigen. Der Vortragende deutet diesen Befund dergestalt, daß die Umwandlung des harten Glutenins in das weichere und dehnbare Gliadin auf die Anwesenheit und Wirkung eines Enzyms zurückzuführen ist. Wird dieses abgetötet oder in seiner Entwicklung gehemmt, so muß naturgemäß der Teig härter als bei Anwendung von reinem Wasser werden. b) Bekanntlich erwärmt sich Mehl beim Zusammenkneten mit Wasser, sodaß die Temperatur des resultierenden Teiges höher ist als diejenige von Mehl und Wasser allein. Diese Erwärmung bestimmte der Vortragende, indem er Mehl in einer geeigneten Knetmaschine $^1/_2$ Stunde lang knetete. Wird aber Mehl im geschlossenen Gefäße auf 90^0 erwärmt und nach dem Wiederabkühlen in demselben Apparate unter genau den gleichen Umständen geknetet, so bleibt die hierbei beobachtete Temperatursteigerung wesentlich hinter der zurück, die nicht erwärmtes Mehl ergibt. Hieraus folgert der Vortragende, daß die bei der Teigbereitung wahrnehmbare Erwärmung auf zwei Ursachen zurückzuführen sei: 1. auf die bei Zusammenbringen von Stärke und Wasser eintreffende Temperatursteigerung und 2. auf die Erwärmung, welche die mit dem Wasserzusatze beginnende Enzymwirkung verursacht. Die Erwärmung koaguliert das Eiweiß nicht, somit kann diese niedrige Temperatursteigerung nicht durch eine Änderung des Verhältnisses zwischen Eiweiß und Wasser bedingt sein, denn das trockene Korn behält — selbst auf 100^0 erwärmt — seine Keimfähigkeit noch bei, während bei dieser Temperatur das Enzym abgetötet wird und seine teigerwärmende Wirkung ausbleibt. —

Nach einer Kontroverse *über einheitliche Analysenmethoden*, die sich hauptsächlich um die Bestimmung des Zuckergehaltes der Rübe und der Melassen dreht, nahm die Versammlung eine Besichtigung der Räumlichkeiten und Einrichtungen der Versuchsstation vor.

Sitzung am 26. April 1904.

1. Andreas Leopold spricht *über kristallige Glasuren.*
2. Eugen Márkus spricht *über den Parrschen Kalorimeter* und beweist mit einigen Experimenten dessen Ungenauigkeit.
3. Ludwig v. Ilosvay zeigt den *Büretten-Halter* von Julius Orient vor, der mittels der Cardanischen Aufhängung die Büretten und Eudiometer vertikal hält.
4. Ludwig v. Ilosvay bittet die Sektion, ihre Mitglieder dazu zu bewegen, daß sie in ihren Analysen die Zusammensetzung der Salze nicht nach der alten dualistischen, sondern nach der neueren Auffassung angeben mögen.

Die Sektion beschließt ein internationales Übereinkommen abzuwarten.

D) Fachsektion für Physiologie.

(Mit Benutzung der Protokolle referiert von Dr. Rudolf Picker.)

Sitzung am 19. Januar 1904.

1. Leo v. Liebermann referierte unter dem Titel: „*Mitteilungen aus dem Laboratorium des Hygienischen Instituts*“ über seine Untersuchungen:
   a) Über das *Agglutin.* Wir wissen noch heute nicht, ob physikalische Veränderungen die Agglutination bewirken oder irgendeine spezifische Substanz, die in der agglutinierenden Flüssigkeit vorhanden ist. Vortragender bekräftigt Arrhenius' Erfahrung, daß zwischen der Quantität des im Experimente gebrauchten und dem während der Wirkung verbrauchten Agglutins ein bestimmter Nexus ist, und daß dieser Zusammenhang als ein besonderer Fall des Guldberg-Waageschen Gesetzes betrachtet werden kann.
   b) Weiter referiert derselbe über seine *Untersuchungen mit Enzymen*, und meint, es sei ihm gelungen, die katalytische Wirkung des colloidalen Platins im aktiven Oxygen zu finden. Er untersuchte den Mechanimus der Spaltung von Hydrogenhyperoxyd auch mit Pflanzenenzymen, und fand, daß das H_2O_2 dieses Ferment vorübergehend zu einer losen Verbindung oxydiert. Seiner Erfahrung gemäß verhalten sich tierische Fermente ebenso wie die pflanzlichen, somit ist das Verhalten beider ein anderes als das der anorganischen Fermente.
2. Koloman v. Tellyesniczky sprach in seinem Vortrage: „*Daten zu histologischen Methoden*“:
   a) *Über die rasche Verfertigung von Schnittpräparaten* welche darin besteht, daß man das durch 1—2 Minuten langes Kochen fixierte

Material durch Gefrierung befestigt, so daß man es gleich mit einem Mikrotom schneiden kann.

b) Sodann sprach er *über die Bedeutung der Fette in der Fixiertechnik und bei der Schnittfärbung.* Es ergibt sich, daß die Konservierung der fettartigen Substanzen der Zellen sehr wichtig ist. Diejenigen fixierenden Lösungen nämlich, welche die Fette nicht unlösbar machen, konservieren auch die Substanz der Zellen und Körner nur sehr mangelhaft, während die Osmiumsäure- und Kaliumbichromatlösungen, die auch die Fette konservieren, überhaupt die besten Fixierflüssigkeiten sind. Die Erhaltung der Fette bedingt auch eine gewisse Erschwerung der Färbung, sodaß das Vorhandensein der Fette auf die Art der Färbung nicht nur bei lebenden, sondern auch bei fixierten Zellen eine deutlich wahrnehmbare Wirkung hat.

c) Zum Schluß trug er seine *Methode zum Aufkleben von Colloidinschnittpräparaten* vor, die darin besteht, daß man auf eine mit einer Eiweißlösung (1 : 10 Wasser) bestrichene Unterlage (Gelatine), die flach ausgebreiteten Schnitte der Reihe nach auflegt. Zu bemerken ist, daß man die Eiweißlösung durch Erhitzen zuerst eintrocknet. Die dann darauf gebreiteten, mit mehreren übereinander gelegten Blättern von Löschpapier gut aufgepreßten Schnitte werden sofort in ein Gefäß mit Wasser gebracht.

Sitzung am 16. Februar 1904.

OLTÁN V. VÁMOSSY machte seine Experimente „*Über die Fähigkeit der Leber zur Zurückhaltung von Giften*" bekannt. Er bewies, daß LONTENBACHS „Coma hepatica" nicht existiert, ferner, daß das von den Därmen zur Leber fließende venöse Blut keine für das Tier tödtlichen Toxine enthält. Was die Chemie der Leberzellen anbelangt, fand er, daß diese nur sehr wenig natives Eiweiß enthalten; ihre Hauptbestandteile sind Globulin und Nucleoalbumin, sowie Nuclein. Auf Grund dieser Tatsachen stellte er aus der Leber der vergifteten Tiere immer eine große Fraktion her, und untersuchte dann die Giftquantität der einzelnen Eiweißsubstanzen. Nach mehreren Versuchen fand er, daß Kupfer und Blei von den lösbaren und unlösbaren Nucleoalbuminen der Leber gebunden werden, Quecksilber von den Globulinen, Arsen von Nucleinen und Nucleoalbuminen, und Zink von den Globulinen und lösbaren Nucleoalbuminen.

Sodann untersuchte er die Fähigkeit der Leber, die Metalle zurückzuhalten und fand, daß diese Fähigkeit sich in dem Grade verringert, in dem sich die Eiweißsubstanzen der Leberzellen verringern. Die fettig degenerierte Leber behält wenig zurück, am

wenigsten jedoch die Leber ausgehungerter Kaninchen. G
spielt keine Rolle bei der Retention von Metallen.

Was die alkaloiden Gifte betrifft (Strychnin, Atropin,
besitzt die Leber ebenfalls die Fähigkeit, dieselben zurückzub
Die glycogenarme Leber vollführt diese Funktion fast eb
wie die glycogenreiche. Verminderte Zurückhaltungskraft
nur an der Leber ausgehungerter Kaninchen beobachtet. Au
analytischen Untersuchungen mit Schweinelebern ergab sic
die Alkaloide weder von den isolierten Globulinen, noch v
Nucleoalbuminen zurückgehalten werden können, jedoch v
Nucleinen stark gebunden werden, da sie mit diesen ein
Verbindung eingehen.

Sitzung am 15. März 1904.

Dr. KORNEL PREISICH und PAUL HEIM hielten einen Vortrag
die Entstehung der Blutplättchen". Die Anschauungen über d
stehung der Blutplättchen sind einander sehr widersprechend.
der Autoren hält sie für Zerfallprodukte, für Globulinnieder
die nicht Bestandteile des kreisenden, lebenden Blutes wäre
dern in dem die Gefäße verlassenden toten Blutes entstehe
gegen halten sie einige für ganz eigene, unabhängige, zelli
mente, mit amöboider Bewegung und Kern ausgestattet; ja
auch solche, die in ihnen krayokinetische Teilung gesehen
wollen. Wieder nach andern stammen sie aus dem Plasma
nach andern aus den Kernen der roten Blutzellen, endlich
wieder andere Autoren, sie stammten gar aus den weiße
körperchen.

H. und P. stellten mittels einer Modifikation der ROMA
schen Färbungsmethode solche Präparate her, welche sie
Schlusse führten, daß die Entstehung der Blutplättchen
sammenhange mit den roten Blutzellen steht. Sie sahen
cyten, in deren Zentrum das Blutplättchen lag, dann andere
wo das Blutplättchen schon der Peripherie zugewandert w
Zellwand sozusagen vorgewölbt hatte, aus andern Zellen
war das Blutplättchen schon halb, aus andern schon ga
getreten. Sie sahen auch Zellen, in deren Mitte ein Blutp
war, während ein anderes, in ebenderselben Zelle sich befi
Blutplättchen die Zelle schon halb verlassen hatte.

Nun wandten sie sich zur Untersuchung der kernhaltige
Blutzellen des Knochenmarkes, und fanden mittels ihrer modi
Färbungsmethode Übergangsformen zwischen roten Blutzell
intracellularen Blutplättchen. Aus den Resultaten ihrer
suchungen folgern sie also, daß die Blutplättchen nichts

wären als die degenerierten und ausgestoßenen Kerne der roten Blutzellen. Die kernlosen roten Blutzellen der Säugetiere wären alle kernhaltig gewesen, die alle am Platze ihrer Entstehung verbleiben, bis der Kern eine Metamorphose durchmacht, d. h. bis die Zelle nicht dazu reif ist, den Kern aus sich auszustoßen; zu dieser Zeit gelangt der Erythrocyt in den Blutstrom, und sein Kern, der daselbst schon als Blutplättchen figuriert, verläßt die Zelle.

Unter pathologischen Verhältnissen können die roten Blutzellen schon früher in den Blutstrom gelangen, wie das spezielle Präparate anämischen Blutes bekunden. Die Blutplättchen bleiben im Blutstrome nicht bestehen; ein Teil derselben wird von den weißen Blutzellen „phagocytiert". Vornehmlich in den EHRLICHschen Übergangszellen fanden die Autoren solche phagocytierte Blutplättchen. Nach PREISICH und HEIM stammen die Granulationen der polymorph-kernigen Leukocyten wahrscheinlich von diesen Blutplättchen. Der größte Teil dieser Blutplättchen jedoch verläßt nicht auf diese Weise den Blutstrom, sondern bleibt in der Milz haften. In den Präparaten der Milzpulpa fanden sie in großen Haufen Blutplättchen. Sie sind hier oft sozusagen zusammengeschmolzen, sodaß ihre Konturen gar nicht sichtbar sind und nur die Chromatinkörnchen zu erkennen sind. Der Umstand, daß die Blutplättchen tatsächlich in der Milz zugrunde gehen, findet seine Bekräftigung darin, daß in der Milz viele Purinkörper gefunden werden, die aus dem Nuklein stammen, wie z. B. Harnsäure. Diese Erfahrung nun steht ganz gut im Einklang mit der Tatsache, daß in der Milz rote Blutkörperchen zugrunde gehen.

Doch haben die Kerne der roten Blutzellen auch noch ein anderes Los denn als Blutplättchen die Zelle zu verlassen; dies jedoch ist die gewöhnliche, die öftere Art; aber unter pathologischen Verhältnissen gibt es auch eine andere Art, namentlich diejenige, welche ENGEL „Kernauflösung" nennt.

Sitzung am 19. April 1904.

ÁRPÁD v. BÓKAY hielt einen Vortrag „*Über den Unterricht in der Pharmakologie*". Er erläuterte seine Methode, die er in neuerer Zeit beim Unterrichte der Pharmakologie befolgte. Seit einer langen Reihe von Jahren hat er alle Nachteile erkannt, die die Demonstration von Vivisektionen oder chemischen Experimenten vor großem Auditorium mit sich führt. Einzelne Arznei- oder Giftwirkungen können wegen ihrer langen Dauer während des Vortrages gar nicht demonstriert werden, in anderen Fällen können sämtliche oder nur einzelne charakteristische Eigenschaften bloß aus unmittelbarer Nähe vorgezeigt werden; in jedem Falle stört aber

die Ausführung des Experimentes den Zusammenhang des Vortrages und schließlich, zumal was die entfernter sitzenden Hörer anbelangt, hat das Experiment nicht immer überzeugende Wirkung. Damit also die Hörer sich überzeugen, daß die in den Vorträgen auseinander gesetzten Lehren tatsächlich auf streng naturwissenschaftlichen Basis beruhende Tatsachen sind, und damit die Hörer sich in den Methoden wissenschaftlicher Experimente und Folgerungen übten, befolgt Bokay seit dem vorigen Jahre folgende Methode:

Während der Vorlesungen betraut er je zwei Hörer mit der Aufgabe je einen der vorgetragenen Lehrsätze auf experimentellem Wege zu beweisen. Zu diesem Zwecke machen die Aufgerufenen im pharmakologischen Institute die zur Aufklärung geeigneten Vivisektionen, chemischen oder histologischen Untersuchungen und legen hiernach ihre Erfahrungen in einer schriftlichen Arbeit nieder. Diese Arbeiten gelangen mitsamt den histologischen oder chemischen Präparaten eventuell mit den analytischen Tabellen, graphischen Aufnahmen oder Zeichnungen bei einer kommenden Vorlesung zur Vorzeigung, und werden Gegenstand einer Besprechung. Im Verlaufe des vergangenen $1^1/_2$ Semesters wurden 42 solcher Untersuchungen gemacht.

Die Erfolge dieser Lehrmethode haben den Erwartungen vollständig entsprochen. Die Hörer haben die ihnen erteilte Aufgabe mit großem Interesse und Ausdauer, zuweilen mit überraschendem Verständnis ausgeführt.

Vortragender veröffentlicht seine Lehrmethode in der Hoffnung, daß dieselbe in verwandten Fächern der Universität mit Erfolge angewendet werde.

Sitzung am 3. Mai 1904.

1. Ernst v. Jendrássik zeigte ein *neues Sammellinsensystem aus der Zeissschen Fabrik* vor, und projizierte einige zu diesem Zwecke verfertigte mikroskopische Präparate.
2. Ernst v. Jendrássik berichtete unter dem Titel: „*Neuere Erfolge meiner Studien über das Gehen*“ über seine Versuche, in denen er das Gehen auf horizontalem, auf schräg aufsteigendem und abfallendem Boden, ferner das Treppensteigen auf- und abwärts beobachtete. Seine Experimente beruhen auf photographischen, besonders auf kinematographischen Aufnahmen, aus welchen er die Bahn der einzelnen Gelenke zusammenstellt. Die Kurven liefern Aufklärung über einige Eigenheiten des Gehens, über das Maß der Kraftentfaltung des sich aktiv bewegenden Beines, über die Beugungswinkel der Gelenke usw. Seine wichtigsten Erfolge erzielte er beim Studium des Treppauf- und Treppabsteigens, inso-

fern er nämlich nachweisen konnte, daß bei dieser Bewegung die räumliche Bahn des Schwerpunktes fast eine gerade Linie sei, während die Zeitkurve dieses Ortswechsels fast eine vollkommene Parabel bilde. Daraus folgt, daß bei dieser Bewegung (Auf- und Abstieg einer höheren Stufe) sozusagen nur das den Boden verlassende Bein aktiven Anteil nimmt, während das oben gestützte Bein nur auf das räumliche Ausmaß der Bahn Einfluß hat. An der Diskussion beteiligten sich MICHAEL v. LENHOSSÉK und ALEXANDER v. KORÁNYI.

3. KOLOMAN v. TELLYESNICZKY sprach in einem „*Der ruhende Kern und die Mitose*" betitelten Vortrage über seine diesbezüglichen Untersuchungen. Aus seiner Untersuchung über den ruhenden Kern ergab sich, daß die bisher angenommenen Strukturen der Wahrheit nicht entsprechen. Er fand in vielen Kernen isolierte, selbständige Körperchen, denen er den Namen „Karyosoma" beilegte und die von den Nukleolen sehr leicht zu unterscheiden sind. Ihre Anzahl beträgt 8—10, doch kann sie ausnahmsweise, wenn diese Körperbestandteilchen sehr klein sind, auch sehr bedeutend sein. Sowohl diese Karyosomen wie die Nukleolen sind häufige, doch keineswegs Grundbestandteile des Kernes. Zur Annahme einer Kernmembran haben wir auch meistens keinen Grund. Der wichtigste, einzige und ständige Grundbestandteil des Kernes ist die Kernflüssigkeit.

Bei dem sich der Teilung nähernden, wachsenden Kerne kann man auffallende Veränderungen an den Karyosomen wahrnehmen, die sich vollständig in dem größer gewordenen Kerne auflösen. Was die in den Spermatocyten des Salamandehodens beschriebenen sternartigen Strukturen anbelangt, beweist er, daß sie nur das Kunstprodukt eines Zusammenfließens seien, das zufolge der langsamen Diffusion in den Kernen, in deren zentralen Teilen die Säfte stagnieren, zustande kommt. Er führt aus, daß die derzeitige Auffassung über die Spermatocyten, nach welcher man in denselben ruhende Kerne annimmt, unrichtig ist. Der „Spermatocyt" ist kein ruhender Kern, sondern die erste Phase der Mitose, die man jedoch irrtümlich als einen eigenen Prozeß, allgemein mit der Bezeichnung Entwicklung der „Spermatocyten" beschreibt. Die Entwicklung der „Spermatocyten" ist nichts anderes als die Prophase der gewöhnlichen Teilung.

Sowohl bei der gewöhnlichen als auch bei der Teilung auf dem Wege der Reduktion gelangt er bezüglich der Entstehung der Samenfäden zu folgendem Resultat: 1. Der Samenfaden erscheint im homolog gewordenen vergrößerten Kerne in außerordentlich feinen Formationen; 2. der Samenfaden ist immer ein vollständig neues Gebilde, das mit den vorherigen Formationen absolut nicht im Zusammenhange steht. Es kann weder von Chromatin noch

von einer Chromatinkontinuität die Rede sein. Sowohl die somen als auch die Nukleolen sind Neubildungen, die mit herigen Formationen nicht im Zusammenhang stehen. Der des Chromatins führt auf falsche Bahnen und ist unrichtig sich nur auf geformte Elemente, auf die Karyosomen und somen bezieht, und den Teil der ererbten Substanz, welch diffuse Teilung durchmacht, nicht umfaßt. Die Mangelh des Begriffes „Chromatin" zeigt sich bei den Kernen, be die ganze ererbte Kernsubstanz in diffuser Teilung verbleib wo Karyosomen überhaupt nicht vorhanden sind, wie z. Ei, Ganglien-Zellenkernen usw. Diese sind somit „Chroma Vortragender schlägt als Benennung für die ererbte Kern „Nukleokristallin" vor, weil sie zwei Eventualitäten, die der Teilung und die der geformten Bildung der Kernsubstanz und weil die Ausscheidung der geformten Elemente aus ihre ordentlich feinen Verteilung dem Prozesse der Kristallisation ist, wenngleich dieselbe der Kristallisation anorganischer Su nicht gerade gleichgestellt werden kann.

An der Diskussion beteiligten sich Michael v. Lenhos Anton v. Genersich.

Sitzung am 19. Mai 1904.

1. Michael v. Lenhossék hielt einen Vortrag unter dem Titel *die Neurofibrillen und die Lehre vom Neuron*". Als Ei trägt er uns die Geschichte der Neurofibrillen vor, angefan Remak dem Entdecker des Achsenzylinders (1837) bis Schultze (1867), der zwar die Neurofibrillen nur ahnen od stens nur sehr verschwommen sehen konnte, da er keine g Methode zu deren Vorzeigung besaß, dennoch die Neurofibri Grundlage einer großangelegten Theorie machte. Eine ne dung in der Geschichte der Neurofibrillen bedeutet das Er v. Apáthys (1897) und Bethes, insofern als sie mit ihren M die Bestehung der Neurofibrillen wenigstens bei Wirbellose Zweifel setzten, obzwar die erfolgreiche Anwendung der dieser Autoren der Laune des Zufalls unterworfen ist. Daher es, daß Cajals neuste Methode einen großen Fortschritt auf Gebiete bedeutet, da seine Methode nämlich sowohl bei Wir als auch bei Wirbellosen in gleicher Weise anwendbar großer Vorteil dieser Methode besteht noch darin, daß sie s sicher von Erfolg begleitet ist, und daß die so gewonnenen sehr rein und scharf sind.

Das Wesentliche dieser Methode stammt von dem p phischen Verfahren und besteht darin, daß man aus dem Material kleine Stückchen in eine $AgNO_3$-Lösung legt und

einige Tage in lauwarmer Temperatur hält; dann kommen sie für 1—2 Tage in eine Pyrogallol- oder Hydrochinonlösung, die das Silber reduziert. Nach einer Modifikation des Vortragenden, nämlich daß man die Präparate dann einer Goldchloritbehandlung unterwirft, gewinnen dieselben bedeutend an Klarheit und Schärfe.

Nun macht er uns mit dem Wesen der Neuronlehre bekannt und behandelt alle gegen dieselbe erhobenen Einwendungen der Reihe nach. In erster Reihe kritisiert er die Anschauung v. APÁTHYS — das Neuropilem, das „elementare Gitter" —, welche auf Präparaten von Wirbellosen beruht. Dieser Anschauung gegenüber beweist L., daß sie nicht einmal bei diesen bestehen kann. Die nach CAJALS Methode gewonnenen Bilder, die denen v. APÁTHYS nicht nachstehen, beweisen deutlich, daß nur von einem Geflechte die Rede ist. Die im Darm der *Pontobdella* gefundenen Nervenzellenanastomosen sind eine sporadische, keine typische Erscheinung. Die Anschauung v. APÁTHYS, daß die Neurofibrillen weder Anfang noch Ende hätten, sei eine Hypothese ohne Grundlage; noch weniger Grundlage besäßen v. APÁTHYS neurogenetische Ansichten. Vortragender geht nun zu den Wirbeltieren über und zeigt, daß die Feinde der Neuronlehre auch hier sich nur auf Hypothesen stützen. Bei den Wirbeltieren endigen, wie das auch BETHE und NISEL zugeben, die Dendriten in den Fibrillenpräparaten frei. Das sogenannte „Golginetz" um die Nervenzellen bestehe auf keinem Fall aus Nervenendigungen, sondern sei entweder Gliasubstanz (v. APÁTHY-HELD) oder Kunstprodukt (CAJAL), doch sei das „nervöse Gran" von NISEL eine aus der Luft gegriffene Phantasmagorie, deren Unhaltbarkeit v. LENHOSSÉK mit Hilfe solcher Präparate nachweist, die der menschlichen Gehirnrinde entstammen, wo die zwischen den Zellen liegende Nervenverflechtung in außerordentlicher Dichtigkeit vorkommt. Ferner beweist Vortragender wieder durch die Demonstration von Präparaten auf Grund der Nervenentwicklung die Richtigkeit der Neuroblastlehre von HIS. Zum Schluß hebt Redner auch die pathologischen Gesichtspunkte hervor, indem er uns mit einer neuen Abhandlung DÉJÉRINES über die Neuronlehre bekannt macht, aus welcher der wichtige Umstand hervorgeht, daß die heutige Pathologie ohne die Neuronlehre schon gar nicht bestehen könne; wenn es noch keine Neuronlehre gäbe, so erforderten allein die pathologischen Gesichtspunkte deren Aufstellung.

Zu diesem Vortrage sprach ERNST v. JENDRÁSSIK.

2. LADISLAUS DETRE trägt seine im Vereine mit JOSEF SELLEI gemachten Untersuchungen vor unter dem Titel: „*Die hämolytische Wirkung des Sublimats mit besonderer Berücksichtigung der Immunität*". [Siehe p. 47—54 dieses Bandes.]

BERICHTE ÜBER DIE TÄTIGKEIT, DEN VERMÖGENSSTAND U. A.

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER KGL. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften.

1.

Die LXIV. feierliche Jahresversammlung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 15. Mai 1904 war ganz dem Andenken des im Jahre 1804 geborenen Staatsmannes Franz Deáks gewidmet.

2.

Die Vermögensverhältnisse der Akademie sind aus folgenden Daten ersichtlich:

	Kronen	Heller
Die Akademie besaß am 31. Dezember 1903 ein reines Gesamtvermögen von	5 678 180	78
Davon entfallen auf das Gebäude, die Bibliothek, den Büchervorrat usw.	2 000 000	—
Das Budget der Akademie belief sich im Jahre 1903 auf	440 808	50
Die Ausgaben der III. Klasse beliefen sich im Jahre 1903 auf	35 017	40

3.

Die Anzahl der Mitglieder der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am Ende des Jahres 1903 ist aus folgender Tabelle ersichtlich:

	I. (sprachwissenschaftl. u. ästhetische) Klasse	II. (philosophische und historische) Klasse	III. (mathematische u. naturwissenschaftl.) Klasse	Zusammen
Ehrenmitglieder	6	8	8	22
Ordentl. Mitgl.	12	22	22	56
Korresp. Mitgl.	33	55	54	142
Auswärt. Mitgl.	34	19	28	81
Zusammen	85	104	112	301

Die Vermögensangelegenheit verwaltete der Direktionsrat der Akademie, welcher aus dem Präsidenten und Vizepräsidenten, dem Generalsekretär und 23 Mitgliedern bestand.

Nach den Statuten beträgt der Status der Akademie: Ehrenmitglieder 24, ordentliche Mitglieder 60, korrespondierende Mitglieder 156.

Im Mai 1904 wurden in der III. Klasse die folgenden neuen Mitglieder gewählt:

Zu korrespondierenden Mitgliedern:

Ladislaus Hollós, Botaniker.

Karl Zimányi, Mineralog.

Zum auswärtigen Mitglied:

Sir William Ramsay in London, Chemiker.

4.

Bibliothek. Die Anzahl der geordneten Fächer beträgt 53. Diese enthalten 67 138 Werke. Darunter:

Anthropologie	513
Mathematik und Astronomie	1221
Naturwissenschaft	243
Physik	1009
Chemie	462
Naturgeschichte	137
Zoologie	570
Botanik	458
Mineralogie und Geologie	569
Medizinische Wissenschaften	2573
Ausgaben von Akademien und wissenschaftlichen Gesellschaften	621
Ausgaben der Ungar. Akademie d. W.	385
Ausländische Zeitschriften	203
Inländische Zeitschriften	397
Bolyaiana	39

Der Fachkatalog besteht aus 111 Bänden und 58 Zettelkasten. Angekauft wurden 567 Werke. Als Pflichtexemplare wurden erhalten von 329 Druckereien 8417 Werke. Private und Behörden schenkten 195 Werke.

Im Lesesaal der Bibliothek benutzten 7708 Personen 10733 Werke. Ausgeliehen waren 817 Werke.

5.

Die III. Klasse hat die folgenden Arbeiten mit Preisen gekrönt:

I. Julius König: *Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Größen.* (Großer Preis für das bedeutendste ungarische mathematische Werk aus den Jahren 1897—1903).

II. Maurus Réthy: *Strahlformen schwerer Flüssigkeiten.* (Marcibányi-Nebenpreis des großen Preises).

III. Eugen Bernátsky: *Monographie der ungarischen Asperagoideae.* (Vitéz-Preis.)

II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft.

1.

Die Gesellschaft hielt ihre Generalversammlung am 28. Januar 1904 ab. Nach der Eröffnungsrede des Präsidenten Prof. Vinzenz Wartha folgte der Jahresbericht des Sekretärs Prof. Josef Paszlavszky, aus dem wir folgende Daten entnehmen:

Im April 1903 starb der Kanzleichef und Kassierer der Gesellschaft Stefan Lengyel.

Im verflossenen Jahre sind in die Gesellschaft 670 neue Mitglieder eingetreten. Die Gesellschaft hat jetzt 8747 Mitglieder.

Die Gesellschaft gibt die folgenden ungarischen Zeitschriften heraus:

Természettudományi Közlöny (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) und hierzu *Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz* (Ergänzungshefte der Naturwissenschaftlichen Mitteilungen);
Állattani Közlemények (Zoologische Mitteilungen);
Növénytani Közlemények (Botanische Mitteilungen);
Magyar Chemiai Folyóirat (Ungarische Chemische Zeitschrift).

Ferner hat die Gesellschaft eine Verlagsunternehmung für Pränumeranten, die je einen Zyklus von drei Jahren abonnieren. Aus dem XI. Zyklus (1902—1904) erschienen in dieser Unternehmung im Jahre 1903:

G. Almássy: *Vándorútam Ázsia szivébe* (Meine Reise nach Mittelasien);
G. H. Darwin: *A tengerjárás és rokon tünemények* (Ebbe und Flut, sowie verwandte Erscheinungen), übersetzt von R. v. Kövesligethy.

Außerdem hat die Gesellschaft die folgenden Werke herausgegeben:
Á. Heller: *A fizika története a XIX században* (Geschichte der Physik im XIX. Jahrhundert), Bd. II.
Z. Szilády: *A magyar állattani irodalom ismertetése 1891-től 1900-ig* (Die ungarische zoologische Literatur von 1891 bis 1900).

2.

Aus dem Berichte des Kassierers entnehmen wir die folgenden Daten:

	Kronen	Heller
Die Gesellschaft besaß am 31. Dezember 1903 ein reines Gesamtvermögen von	399 105	36
Davon entfallen auf das Gebäude	220 000	—
auf die Bibliothek	100 000	—
auf den Büchervorrat . . .	40 000	—
Das Budget der Gesellschaft belief sich im Jahre 1903 auf	384 509	1

3.

Aus dem Berichte des Bibliothekars erfahren wir, daß die Bibliothek der Gesellschaft um 738 Bände und 2 Atlanten gewachsen ist, so daß sie mit Ende 1903 insgesamt 25 610 Bände umfaßte. Den Mitgliedern standen im Lesezimmer 138 Zeitschriften zur Verfügung. Auf neue Bücher und Einbände wurden 5963,68 Kronen verwendet. Der Bibliothek wurden im Jahre 1903 von 3513 Mitgliedern 4277 Bände entliehen.

REPERTORIUM
DER UNGARISCHEN MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN ZEITSCHRIFTEN UND JAHRBÜCHER.

Im *„Mathematikai és természettudományi értesitö"* (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger) Bd. XXII (1904) sind die in der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom Dezember 1903 bis Oktober 1904 vorgelegten Abhandlungen erschienen.

In den *„Mathematikai és physikai lapok"* (Mathematische und physikalische Blätter, Zeitschrift der math. und phys. Gesellschaft in Budapest) Bd. XIII (1904) sind die folgenden Originalaufsätze erschienen (nur ungarisch):

Bauer, Michael: Zur Theorie der irreduziblen Gleichungen. p. 92–95, 319—322.

Csorba, Georg: Über zweifache Partition p. 159—190.

Curie, Sklodowska: Untersuchungen über Radioaktivität. (Übersetzung. I. und II. Mitteilung.) p. 228—245, 354—374.

Gruber, Ferdinand: Über die Diskriminante einiger Gleichungen *n*ten Grades. p. 352—353.

Habán, Michael: Anwendung von Poincarés Prinzip auf die Integration von gewissen Fällen der Gaussschen Differentialgleichung. p. 1—29, 55—86.

Harkányi, Br. Béla v.: Die Rolle der anomalen Dispersion in der Astrophysik. p. 143—155.

Juvancz, Irenäus: Über die Unabhängigkeit der formalen Gesetze der Addition und der Multiplikation. p. 309—318.

Klug, Leopold: Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von gewissen Gebilden konstant sind (I. und II. Mitteilung). p. 255—278, 323—351.

KÜRSCHÁK, JOSEF: Eine elementare geometrische Anwendung der komplexen Zahlen. p. 87—91.
— Über den größten gemeinsamen Teiler zweier Formen. p. 307—308.
MAHLER, EDUARD: Die mathematischen und astronomischen Kenntnisse der Ägypter. p. 30—53, 128—142.
RÉTHY, MAURUS: OSTWALDS Prinzip über den Energieumsatz in der Mechanik. p. 111—127.
— Über das Grundprinzip der analytischen Mechanik. (I. Mitteilung.) p. 205—227.
RIESZ, FRIEDRICH: Die Punktkonfigurationen auf der Raumkurve vierter Ordnung erster Spezies mit den Methoden der Geometrie der Lage behandelt. (III. Mitteilung. Schluß.) p. 191—204.
STEINER, LUDWIG: Die tägliche Variation der erdmagnetischen Kraft. p. 279—296.
ZEMPLÉN, GYÖZÖ: Über graphische Interpolation. p. 96—110.

Im XXXVI. Bande (1904) der populären Zeitschrift *„Természettudományi Közlöny"* (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) erschienen die folgenden Originalaufsätze:

Im Januarhefte:

DALMADY, ZOLTÁN: Appetit und Hunger. p. 1—14.
LOVÁCS, JOSEF: Die Wirkung der Blindheit auf den körperlichen und geistigen Zustand des Individuums. p. 15—21.
RÁTZ, STEFAN: Über das Vorkommen von Bothriocephalus latus in Ungarn. p. 22—28.
HANUSZ, STEFAN: Kräuter und Bäume im ungarischen Volksglauben. p. 29—35.
LAKITS, FRANZ: Das magnetische Gewitter am 31. Oktober 1903. p. 41—45.

Im Februarhefte:

FRANCÉ, RAOUL: Die Theorie der „Lebenskraft". p. 97—124.
HERMAN, OTTO: J. SALAMON PETÉNYI und die ungarische Ornithologie. p. 125—136.
RÉTHLY, ANTON: Über seismographische Instrumente. p. 136—149.

Im Märzhefte:

ENTZ, sen., GÉZA: Die Farben der Tiere und die Mimicry. (I. Mitteilung.) p. 201—219.
RÄDE, KARL: Das Treiben der Pflanzen. p. 220—237.

Im Aprilhefte:

ENTZ, sen., GÉZA: Die Farben der Tiere und die Mimicry. (II. Mitteilung.) p. 257—276.

PAPP, KARL: Das Balaenopteridenskelett aus Borbolya. p. 277—283.
GORKA, ALEXANDER: Die Sleeping-Sickness und ihr Verursacher. p. 284—288.

Im Maihefte:

SZALAY, LADISLAUS: Der Blitzableiter. p. 306—323.
AUJESZKY, ALADÁR: Über die physiologische Wirkung der BECQUEREL-Strahlen. p. 324—330.
GRABNER, EMIL: Über neuere bodenbakteriologische Untersuchungen. p. 330—335.

Im Junihefte:

HRABÁR, ALEXANDER: Die Nahrung und Konstitution unserer Raubvögel. p. 362—384.

Im Juli- und im Augusthefte:

ENTZ sen., GÉZA: Die Farben der Tiere und die Mimicry. (III. und IV. Mitteilung.) p. 417—441, 465—486.

Im Septemberhefte:

BORBÁS, VINZENZ: Die Entstehung der Flora in den Höhenregionen des Gebirges. p. 513—523.
MARIKOVSZKY, GEORG: Die Gifte und das Blutwasser. p. 524—534.

Im Oktoberhefte:

HERMAN, OTTO: Geronticus eremita L. p. 561—574.

Im Novemberhefte:

DALMADY, ZOLTAN: Der Ekel. p. 609—615.

Im Dezemberhefte:

KEMPELEN, BÉLA: Über WOLFGANG KEMPELEN. p. 678—696.

In den Nummern LXXIII—LXXVI, Jahrgang 1904, der „*Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz*“ (Ergänzungshefte der Naturwissenschaftlichen Mitteilungen) erschienen die folgenden Aufsätze:

Im Hefte Nr. LXXIII (Februar):

GORKA, ALEXANDER: Dem Gedächtnisse KARL GEGENBAUERS. p. 2—12.
TUZSON, JOHANN: Die Pilze der Gärung und der Vermorschung. p. 12—26.
HEGYFOKI, JAKOB: Die Geschwindigkeit der Wolken. p. 26—29.

Im Hefte Nr. LXXIV und LXXV (Mai—August):

KALECSINSZKY, ALEXANDER: Von der Sonne erwärmte Salzseen. p. 49—76.

DALMADY, ZOLTÁN: Fermentum und Protoplasma. p. 77—88.
SZÉKELY, KARL: Der interplanetare Raum und die Atmosphäre der Individuen unseres planetarischen Systems. p. 88—98.
FRANCÉ, RAOUL: Über die neueren Untersuchungen bezüglich der Struktur der Zelle. p. 98—104.

Im Hefte Nr. LXXVI (November):

FRÖHLICH, ISIDOR: Dem Gedächtnisse AUGUST HELLERS. p. 145—162.
SCHILBERSZKY, KARL: Über die Wurzelknöllchen der Hülsenfrüchte. p. 163—169.
SZABÓ, VALENTIN: Die quantitative Bestimmung der atmosphärischen Elektrizität. p. 170—185.

Im III. Band (1904) der *„Állattani Közlömények"* (Zoologische Mitteilungen) sind die folgenden Originalaufsätze erschienen:

KERTÉSZ, KOLOMAN: Systematische Bearbeitung der Culiciden Ungarns. p. 1—75.
TÓTH, SIGMUND: Beiträge zur Morphologie der Nasenkapsel von Bombinator igneus Laur. p. 89—98.
SCHWALM, A. HERMANN: Die Teichfledermaus (Myotis dasycneme Boie) in Ungarn. p. 98—102.
KORMOS, THEODOR: Neue Beiträge zur rezenten Gastropoden-Fauna von Püspökfürdő. p. 102—111.
ENTZ jun., GÉZA: Die Tintinniden des Quarnero. p. 121—133.
SOÓS, LUDWIG: Die Heliciden Ungarns. p. 134—184.
KORMOS, THEODOR: Über den Ursprung der Succinea (Lucena) oblonga Drp. p. 184.
MÉHELY, LUDWIG v.: Eine neue Eidechse aus Ungarn. p. 192—210.
GORKA, ALEXANDER: Über die physiologische Funktion der Speicheldrüsen von Helix pomatia L. p. 211—226.
MÉHELY, LUDWIG v.: Die herpetologischen Verhältnisse des Mecsekgebirges und der Kapela. 241—289.
CSIKI, ERNEST: Die Verbreitung des Trochosa singorienses Laxm. in Ungarn. p. 290—294.

Im III. Bande (1904) der *„Növénytani Közlemények"* (Botanische Mitteilungen) sind die folgenden Originalaufsätze erschienen:

KLEIN, JULIUS: Eröffnungsrede zur 100. Sitzung der botanischen Fachsektion. p. 1—6.
TUZSON, J.: Über das Bestimmen der Pilze. p. 15—20.
PÉTERFI, MARTIN: Astomum intermedium. p. 21—24.
MÁGOCSY-DIETZ, ALEXANDER: Der auf Insektenfang eingerichtete Blütenbau von Araujia sericifera Brot. p. 24—38.

STAUB, MORITZ: Die phänologischen Wärmesummen als Indikatoren der Anpassung der Pflanzen an die Temperatur der Luft. p. 38—48.
BERNÁTSKY, EUGEN: Zur systematischen Anatomie der Convallarieae, Parideae und Polygonateae. p. 49—60.
SIMONKAI, LUDWIG: Die Vegetation von Fiume und Umgebung im Winter. p. 60—64.
ISTVÁNFFI, JULIUS: Untersuchungen über die Mehltaukrankheit des Weinstockes. p. 74—77.
— Untersuchungen über die Überwinterung der Peronospora des Weinstockes. p. 65—73.
SIMONKAI, LUDWIG: Die im Königreich Ungarn vorkommenden Arten und Varietäten der Gattung Pulmonaria, sowie ihre wichtigeren Lebenserscheinungen. p. 100—115.
SCHERFFEL, ALADÁR: Neuere Beiträge zur Kenntnis der niederen Organismen in Ungarn. p. 116—119.
JÁVORKA, ALEXANDER: Beiträge zur Kenntnis der Flora des Pilis-Gebirges. p. 119—120.
PÉTERFI, MARTIN: Die Torfmoose Ungarns. p. 137—169.
RAPAICS, RAYMUND: Aster pannonicus Jacq. 169—173.
ERNYEY, JOSEF: Slavische Beiträge in der botanischen Bibliographie Ungarns. p. 173—184.

Im X. Bande (Jahrgang 1904) der von der Chemisch-Mineralogischen Sektion der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft herausgegebenen Fachzeitschrift *„Magyar chemiai folyóirat“* (Ungarische Chemische Zeitschrift) erschienen die folgenden Originalabhandlungen:

BALLÓ, MATTHIAS: Die chemische Versuchs- und Nahrungsmittelprüfungs-Anstalt der Residenzstadt Budapest. p. 2—6.
WEISER, STEFAN: Über das Avenin. p. 17—22.
NEUMANN, SIGISMUND: Mineralwasseranalysen. I. Die Artesia-Quelle in Budaörs. II. Die Apollonia-Quelle in Hanva. p. 22—23, 183—185.
HÉRICS-TÓTH, EUGEN: Über die angeblichen Unterscheidungsmerkmale von Unter- und Oberhefe. p. 34—35.
HALÁSZ, ZOLTÁN: Ist das BLONDLOT-DUSSARTsche Verfahren in gerichtlich-chemischen Fällen verläßlich? p. 39—44.
ZAITSCHEK, ARTUR: Ein Beitrag zur Kenntnis der Entstehung und chemischen Zusammensetzung des Hühnerfettes. p. 49—55.
WINDISCH, RICHARD: Die Bestimmung des Fettgehaltes der Büffelmilch. p. 65—67.
BUGARSZKY, STEFAN: Die quantitative Bestimmung von Äthylalkohol mit Brom. p. 81—85.

Loczka, Josef: Ein Gaserzeugungsapparat. p. 86—87.
Doby, Eugen und Melczer, Gustav: Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisenerze. p. 97—102, 113—117, 129—132.
Loczka, Josef: Über die chemische Analyse des Lorandites von Alchar und des Claudetites von Szomolnok. p. 102—106.
Sigmond, Alex: Beiträge zur Bestimmung der in natronhaltigen Böden vorkommenden schädlichen Salze. p. 117—121, 136—142, 153—157.
Orient, Julius: Ein neuer Bürettenhalter. p. 132—133.
Konek, Friedrich: Über einen einfachen Ersatz der Lassaigneschen Stickstoffprobe. p. 145—148.
Korbuly, Michael: Kritische Stndien über die quantitative Bestimmung des Bensoldampfes in Leuchtgas. p. 148—152, 170—175, 185—190.
Kazay, Andreas: Die quantitative Bestimmung der Salpetersäure auf neuem kalorimetrischen Wege. p. 152.
Kosutány, Thomas: Weizen, Mehl und Enzyme. p. 161—165, 177—182.
Windisch, Richard: Die quantitative Bestimmung des Aldehydgehaltes von Formaldehydlösungen. p. 182—183.

In den *„Annales historico-naturales Musei Nationalis Hungarici"* Bd. II (Jahrgang 1904) erschienen die folgenden Aufsätze (sämtlich auch in lateinischer, französischer, englischer, italienischer oder deutscher Sprache):

Bernátsky, Eugen: Die Farne des Deliblater Sandes und ihre pflanzengeographische Erklärung. p. 304—319.
Bezzi, Marius: Empididae novae palaearcticae ex Museo Nationali Hungarico. p. 198—202.
— Empididi indo-australiani raccolti dal signor L. Biró. p. 320—361.
Csiki, Ernest: Description d'une variété nouvelle du Goliathus giganteus Lam. p. 302—303.
— Pholeuon hungaricum. p. 565—566.
— Coleoptera nova e Serbia. p. 591—593.
Ehmke, A.: Beschreibung einiger neuer Lerchenarten aus den Museen von Sarajevo und Budapest. p. 296—303.
Friese, H.: Nachtrag zur Monographie der Bienengattung Centris. p. 90—92.
Györffy, Stefan: Eine neue Gymnadenia-Art aus dem ungarischen Florengebiete. p. 237—252.
Horváth, Géza: Monographia Colobathristinarum. p. 117—172.
— Pentatomidae novae africanae. p. 253—271.

HORVÁTH, GÉZA: Species palaearcticae generis Caliscelis Lap. p. 378–385.
— Insecta Heptapotamica a D. D. Almásy et Stummer-Traunfels collecta. I. Hemiptera. p. 574—590.
— Hydrocorisae tres novae. p. 594—595.
KERTÉSZ, K.: Eine neue Gattung der Sapromyziden. p. 73—75.
KOCH, ANTON: Die fossilen Fische des Beocsiner Zementmergels. p. 1–72.
KOHAUT, RUDOLF: Un Pulicide nouveau de Bosnie. p. 87—89.
KULCZYNSKI, VLAD.: De Opilionibus. p. 76—84.
KÜMMERLE, EUGEN BÉLA: Beiträge zur Kenntnis der Pteridophyten des Kaukasus. p. 570—573.
MADARÁSZ, JULIUS V.: Über neue Formen von Halcyon smyrnensis und Alcedo ispidia. p. 85—86.
— Neue Vogelarten aus Venezuela. p. 115—116.
— Zur Ornis Deutsch-Ostafrikas. p. 203—206.
— An extraordinary discovery in ornithology. p. 400—402.
— Über die Vögel Cyperns. p. 499—561.
MÉHELY, LUDWIG: Investigations on Paraguayan Batrachians. p. 207–232.
— Eine neue Lacerta aus Ungarn. p. 362—377.
MOCSÁRY, A.: Chrysididae in Africa meridionali a D^re^ H. BRAUNS collectae II. p. 303—413.
— Siricidarum species quinque novae. p. 496—498.
— Observatio de Clepte Aurora Smith. p. 567—569.
PÉTERFI, MARTIN: Einige Beiträge zur Moos-Flora des Kaukasus. p. 396—399.
PETRI, KARL: Fünf neue Lixus-Arten. p. 233—236.
SOÓS, LUDWIG: Helicidae novae ex Hungaria. p. 292—295.
SPEISER, P.: Besprechung einiger Gattungen und Arten der Diptera pupipara II. p. 386—395.
STEIN, P.: Die amerikanischen Anthomyiden des Königlichen Museums für Naturkunde zu Berlin und des Ungarischen National-Museums zu Budapest. p. 414—495.
SZÉPLIGETI, VIKTOR: Südamerikanische Braconiden. p. 173—197.
ZIMÁNYI, KARL: Über den Pyrit von Kotterbach in Ober-Ungarn. p. 93—114.
— Über den grünen Apatit von Malmberget in Schweden. p. 272–299.
— Über die Lichtbrechung des Fluorapatits von Pisek. p. 562—564.

In den Publikationen der königl. ungar. Geologischen Anstalt im Jahre 1904 erschienene Originalaufsätze (sämtlich auch in deutscher Sprache):

A) *In den Mitteilungen aus dem Jahrbuch.*

PRINZ, GYULA: Die Fauna der älteren Jurabildungen im nordöstlichen Bakony. Bd. XV, Heft 1, p. 1—142. Mit 38 Tafeln und 30 Textfiguren.

B) *Im Jahresberichte 1902 (erschienen 1904).*

Böckh, Johann: Direktionsbericht. p. 3—39.

Emszt, Koloman: Mitteilungen aus dem chemischen Laboratorium der agrogeologischen Sektion der kgl. ungar. Geologischen Anstalt. p. 185—197.

Gesell, Alexander: Montangeologische Aufnahmen in dem von der Stadt Dobsina (Dobschau) südöstlich gelegenen Gebiete. p. 107—116.

Güll, Wilhelm: Agrogeologische Notizen über die Umgebung von Dömsöd und Tass, sowie über den südlichen Teil der Csepel-Insel. p. 146—152.

Halaváts, Julius v., Über den geologischen Bau der Umgebung von Vajda-Hunyad. p. 83—89.

Horusitzky, Heinrich: Über die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung von Ürmény. p. 166—167.

Illés, Wilhelm: Montangeologische Verhältnisse der westlichen Umgebung von Dobsina (Dobschau). p. 117—126.

Kadić, Ottokár: Die geologischen Verhältnisse des am rechten Begaufer, in der Umgebung von Bálincz, Facset und Dubesty sich ausbreitenden Hügellandes. p. 95—106.

László, Gábor: Über die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung der Gemeinden Érsek-Lék, Kis-Keszi, Nagy-Keszi, Nagytany, Alsó-Gellér, Csicsó, Füss und Kolos-Nána im Komitat Komárom. p. 175—179.

Lippa, Aurél: Bericht über seine agrogeologischen Aufnahmen im Jahre 1902. p. 153—165.

Pálfy, Moritz v.: Geologische Notizen über das Gebiet zwischen der Fehér-Körös und Abrudpatak. p. 53—59.

Papp, Karl, Über die geologischen Verhältnisse der Gegend von Zám. p. 60—82.

Posewitz, Theodor: Über das zwischen Szolyva und Volócz befindliche Bergland im Komitat Bereg. p. 40—49.

Roth v. Telegd, Ludwig: Über den östlichen Rand des siebenbürgischen Erzgebirges bei Csáklya und das entlang der Maros sich anschließende Gebiet. p. 50—52.

Schafarzik, Franz: Über die geologischen Verhältnisse der Umgebung von Román-Gladna. p. 90—94.

Szontagh, Thomas v.: Geologische Untersuchung des Fertö(Neusiedler)-Sees. p. 180—184.

Timkó, Emerich: Die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung von Keszegfalva, Nemes-Ócsa, Aranyos, Marczelház und Martos im Komitat Komárom. p. 168—174.

Treitz, Peter: Über die agrogeologischen Verhältnisse des südlichen Teiles des Mecsekgebirges und der Berggruppe Zengö. p. 127—145.

Im *„Földtani Közlöny"* (Zeitschrift der Ungar. Geologischen Gesellschaft) Jahrg. XXXIV, 1904, erschienene Originalaufsätze (alle in ungarischer und in den Supplementen in deutscher Sprache):

Böckh, Hugo: Über das Fichtelit als das erste monoklin hemimorphe Mineral. p. 335—336, Suppl. 369—370.

Hofmann, Karl und Lóczy, Ludwig v.: Über die Entstehung der Budaer (Ofner) Bitterwasserquellen. p. 317—332, Suppl. 347—365.

Horusitzky, Heinrich: Über einige artesische Brunnen des kleinen ungarischen Alföldes. p. 337—338, Suppl. 370—372.

— Über die Feuchtigkeit der Sandhügel längs der Waag. p. 339—341, Suppl. 373—375.

Koch, Anton: Fossile Haifischzähne und Säugetierreste von Felső Esztergály. p. 190—202, Suppl. 260—273.

— Ergänzungen zur Haifischfauna des untermediterranen Sandsteines von Tarnócz (Notidanus diffusidens n. f.). p. 202—203, Suppl. 274.

— Basaltlakkolith im Várhegy von Ajnácskö. p. 242—244, Suppl. 307—310.

— Kleine paläontologische Mitteilungen. p. 332—335, Suppl. 365—368.

Lackner, Anton: Die Schwefelkiesgrube in Kazanesd, Komitat Hunyad. p. 399—415, Suppl. 469—488.

Lörenthey, Emerich: Über das Alter des Schotters am Sashalom bei Rákos Szt. Mihály. p. 232—241, Suppl. 296—307.

Melczer, Gustav: Daten zur Symmetrie des Aragonites. Mit einer Tafel. p. 203—211, Suppl. 275—276.

— Über Libethenit. Mit einer Tafel. p. 211—216, Suppl. 277—278.

Roth v. Telegd, Szontagh, Papp und Kadić: Vorläufige Mitteilung über den miozenen Balaenopteriden von Borbolya. p. 216—232, Suppl. 278—295.

Schafarzik, Franz: Über einen Mastodonfund in Temerest, Komitat Krassó-Szörény. p. 64, Suppl. 185—186.

Szádeczky, Julius v.: Beiträge zur Geologie des Vlegyásza-Bihar-Gebirges. p. 2—63, Suppl. 115—184.

Vitális, Stefan: Beiträge zur Kenntnis der Basaltgesteine des Balaton-Berglandes. p. 377—399, Suppl. 443—468.

Im Jahrbuche *„Orvos és Természettudományi Egyesület Közleményei"* (Verhandlungen des Vereins für Natur- und Heilkunde) zu Pozsony; neue Folge, Bd. XVI, der ganzen Reihe XXV. Bd., Jahrg. 1904, erschienene Originalaufsätze:

PANTOCSEK, J.: Novarum Bacillariarum descriptio. (Lateinisch.) p. 3—118.

ZAHLBRUCKNER, A.: Neue Beiträge zur Flechtenflora des Pozsonyer Komitates. (Deutsch.) p. 119—131.

In den *„Verhandlungen und Mitteilungen des siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften zu Hermannstadt"* Bd. LIV, Jahrgang 1904, sind erschienen (deutsch):

BOETTGER, O.: Zur Kenntnis der Fauna der mittelmiozänen Schichten von Kostej im Krassó-Szörényer Komitat. p. 1—100.

GOTTSCHLING, A.: Übersicht der Witterungserscheinungen in Hermannstadt in den Jahren 1903 und 1904. p. 101—125.

In der Zeitschrift *„Értesitö az erdélyi Muzeumegylet orvos-természettudományi szakosztályából"* (Sitzungsberichte der medizinisch-naturwissenschaftl. Sektion des siebenbürgischen Museumvereins) erschienen die folgenden Originalaufsätze (in ungarischer Sprache mit deutscher Revue über den Inhalt):

Jahrg. XXIX, Bd. XXIV, 1904.

I. Medizinische Abteilung.

GÖTH, LUDWIG: Über die Anwendung der Curette bei Endometritis. p. 124—139, Rev. 37—36.

HÜFNER, G. v. und REINBOLD, BÉLA: Absorptiometrische Bestimmung der Menge des Stickoxydes, die von der Gewichtseinheit Methämoglobin gebunden wird. p. 105—111, Rev. 33.

JAKABHÁZY, SIGISMUND: Untersuchungen über die Wirkung des Aspirin auf Nerven und Muskeln. p. 37—47, Rev. 4—9.

KOLOSVÁRY, ALEXANDER: Über die Verwendbarkeit des FICKERschen Typhus-Diagnosticums. p. 85—93, Rev. 27—30.

KONRÁDI, DANIEL: Weitere Untersuchungen zur Kenntnis der Symptome und der Abwehr der experimentellen Rabies. p. 77—84, Rev. 73—76.

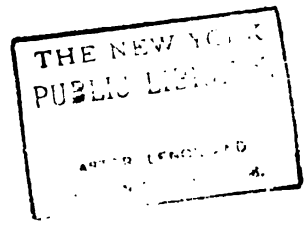
— Vererbt sich die Wut? p. 94—104, Rev. 31—32.

MÁTHÉ, GABRIEL: Der Zusammenhang zwischen den erythematösen Erkrankungen an der Schleimhaut des Halses und Rachens und an der Haut. p. 112—123, Rev. 34—36.

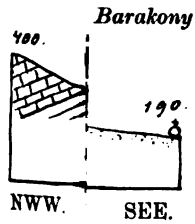
VERESS, ELEMÉR: Über den Verlauf der Muskelstarre. p. 1—20, Rev. 1—3.

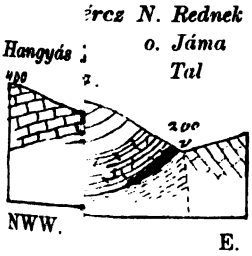
II. Naturwissenschaftliche Abteilung.

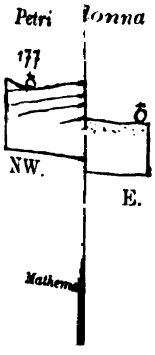
SZÉKY, TIBOR: Nitroderivate des *p*-Diphenylol-dimethyl-methans. p. 37—48, Rev. 1—11.


THE NEW YO
PUBLIC

)der-Abauj Tornaer Kom.).



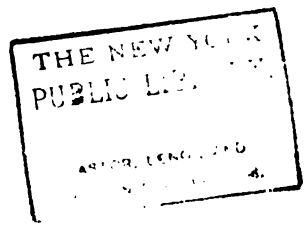




Zeichenerklärung.

- Alluviale Ablagerungen.
- Diluvialer Lehm.
- Diluvialer Kalktuff.
- Jungtertiäre Ablagerungen.
- Obertrias Kalkstein.
- Mitteltrias Kalkstein.
- Untertrias Mergelschiefer u. tafeliger Kalk.
- Werfener Schiefer.
- Quarzporphyr.
- Quarzporphyr-Konglomerat.
- Nachgewiesene Eisenerzlager.
- Spuren von Eisenerzlagern.

v = Verwerfungen.


THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY.
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN.

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS, JULIUS KÖNIG, KARL VON THAN.

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHAK UND FRANZ SCHAFARZIK,
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

1905.

MIT 29 FIGUREN IM TEXT.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1906.

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R 1903 L

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

INHALT DES XXIII. BANDES.

Abhandlungen.

Seite

1. Virgil Klatt und P. Lenard, Über die Erdalkaliphosphore 1
2. Stefan Bugarszky, Eine neue Methode zur quantitativen Bestimmung des Äthylalkohols 35
3. R. v. Kövesligethy, Die Berechnung seismischer Elemente 42
4. Andreas Högyes, Bericht über die Tätigkeit des Budapester Pasteur-Institutes im Jahre 1903 78
5. Leopold Klug, Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von gewissen Gebilden konstant sind 82
6. Alexander Gorka, Über die physiologische Funktion der Speicheldrüsen der Weinbergschnecke (Helix pomatia L.) 156
7. Aladár Visnya, Über ein Kriterium der Intransivität von endlichen Gruppen linearer Substitutionen 178
8. Aladár Visnya, Über die Gesamtheit der Hermiteschen Invarianten einer endlichen Gruppe linearer Substitutionen 188
9. Győző Zemplén, Bestimmung des Koeffizienten der innern Reibung der Gase nach einer neuen experimentellen Methode 202
10. Franz Schafarzik, Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges 225
11. Josef Árkövy, Die Bedeutung des Diverticulum Tomes-Zsigmondyi, des Cingulum an den oberen lateralen Schneidezähnen und des Foramen coecum molarium (Milleri) in phylogenetischer Beziehung 264
12. G. Melczer, Über den Aragonit von Urvölgy 272
13. Anton Koch, Die fossilen Fische des Beocsiner-Zementmergels . . 274
14. Irenäus Károly, Über den Durchgang von Hertzschen Wellen durch Elektrolyte 276

Sitzungsberichte.

I. Der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der ungarischen Akademie 291

II. Der Fachsektionen der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft 293

A) Fachsektion für Zoologie 293

B) Fachsektion für Botanik 300

C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie . . . . . .
D) Fachsektion für Physiologie . . . . . .
E) Konferenz der vereinigten Sektionen . . . . . .
F) Populäre Abendvorlesungen . . . . . .
G) Populäre Kurse . . . . . .

Bericht über die Tätigkeit, den Vermögenstand u. a. der ungarischen Akademie der Wissenschaften und der Kgl. U Naturwissenschaftlichen Gesellschaft.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften 3
II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft. . 8

Bericht über den Bolyai-Preis.

Erstattet von Gustav Rados 31

Bücherschau.

Karl von Than. A kisérleti chemia elemei (Die Elemente der Experimentalchemie) 35

NAMENREGISTER.*

Aigner, L., Neue Formen der ungarischen Lepidopteren-Fauna 299.*

Alexander, B., Die Untersuchung der Knochen in der Hand mittels X-Strahlen 292.*

Arkövy, J., Die Bedeutung des Diverticulum Tomes-Zsigmondyi, des Cingulum an den oberen lateralen Schneidezähnen and des Foramen coecum molarium (Milleri) in phylogenetischer Beziehung 264.*

Augustin, B., Beiträge zur Kenntnis der Entwicklung und der vergleichenden Anatomie der Paprikafrucht 302*. — Untersuchungen über die ungarische Seifenwurz 304.*

Bálint, R., Die Störung der Aufmerksamkeit bei Affektionen der Hemisphären 316.*

Balkányi, K., M. Fazekas als Naturforscher 306.*

Balló, M. und Rózsényi, J., Bestimmung der schwefligen Säure in der atmosphärischen Luft 311.*

Bartal, A. v., Die Darstellung von Indigo 309.* — Elementarsynthese in der organischen Chemie 312.*

Bauer, M., Ein Beitrag zur allgemeinen Theorie der algebraischen Größen 292.* — Über das Puiseux'sche Polygon 293.* — Affektlose Gleichungen 293.*

Bence, J., und Korányi, A. v., Physikalisch-chemische Blutuntersuchungen 323.*

Bernátsky, E., Monographie der heimischen Aspargus-Arten 292.*

Bibó, L., Die Fauna der Höhlen des Komitates Bihar 295.*

Bugarszky, St., Eine neue Methode zur quantitativen Bestimmung des Äthylalkohols 35.

Csiki, E., Die Verbreitung von Trochosa singoriensis Laxm in Ungarn 294.* — Über die blinden Höhlenkäfer 296.* — Die Morphocaraben Ungarns 298.* — Vier neue Coleopteren aus Ungarn und eine aus Bosnien 299.*

Daday, E., Übersicht der Mikrofauna der Süßwässer von Paraguay 293.* — Eine neue in Fischen parasitisch lebende Infusorie 293.*

Dienes, P., Zur Theorie der analytischen Funktionen 293.*

Donath, J., Eine neue Chlorinreaktion 324.*

Emszt, K., Die chemische Zusammensetzung des Bodenschlammes und des Grundbodens des Balaton-Sees 292.*

* Die mit * bezeichneten Seitenzahlen beziehen sich auf eine Erwähnung oder kurze Besprechung in den Sitzungsberichten.

Entz sen., S., Farben der Tiere und Mimicry 296.*
Ernyey, J., Über ein Werk von Szikszai Fabricius (Kovács) aus dem Jahre 1590 303.*

Fábián, G., Ein interessanter Maisstengel 300.*
Fanta, A., Eine Weintraube, an der mehrere grüne Beeren mit roten Streifen zur Entwicklung gelangten 309.*
Fejér, L., Das Ostwaldsche Prinzip in der Mechanik 292.*
Ferenczy, J. v., Über Antimonbestimmung in Legierungen 309.*
Filarszky, N., Über unsere Crocus-Arten mit zweifelhafter Benennung 306.*
Futós, M., Polypodium vulgare L. und Polypodium vulgare β serratum Willd 301.*

Gombócz, E., Die Pflanzengeographie und die Flora des Soproner Komitates 302.*
Gorka, A., Die physiologische Funktion der Speicheldrüsen der Weinbergschnecke (Helix pomatia L.) 82, 294.* — Symbiosis 325.*
Guszmann, J., Experimente mit Implantation von Hautteilen 314.*
Györffy, J., Hymenostylium curvirostre (Ehrh.) Lindb. var. β scabrum Lindb. 307.*

Heinrich, G., Jahresbericht des gen. Sekretärs der Akademie 326.*
Högyes, A., Bericht über die Tätigkeit des Budapester Pasteurinstitutes (im Jahre 1903) 78, 291.*
Hollós, L., Die unterirdischen Pilze Ungarns 292.*

Hönig, S., Das Gesetz der anziehung 293.*
Hoór, M., Neuere Beobacht über die dielektrischen Na kungserscheinungen 292.*
Horváth, G. v., Die Raupenpräp von Friedrich Cerva 295.*

Ilosvay, L., Elemente der or schen Chemie 325.*
Istvánffy, J., Über die Lebensfä keit der Borytissporen 291.*

Jávorka, S., Über einen Bas zwischen Vinea herbacea W.K. V. minor L. 306.*
Juvancz, I., Zur Theorie der Gr operationen der Arithmetik 293

Károly, I., Über den Durchgang Hertzschen Wellen durch Ele lyte 276.
Kautz, J., Über den gegenwärt Stand der Wissenschaft und Wi schaftlichkeit in unserm Vaterl 326.*
Kerékgyártó, A., Die Blütenpfla Ungarns in bezug der Farbe — Die Wärmesummen in bezu die pflanzengeographische Ver tung von Castanea vesca 304.*
Kiss, J., Über den Zusammen der gärungshindernden Wir mit der chemischen Gruppe Elemente 293.*
Klatt, V., nnd Lenard Ph., Üb die Erdalkaliphosphore 1, 291
Klug, L., Der Kegelschnitt al von Punkten, deren Abstan hältnisse von gewissen Ge konstant sind 82.
Koch, A., Die fossilen Fisch Beocsiner Zementmergels 274

König, J., Über die Grundlagen der Mengenlehre und das Kontinuumproblem 293.*
Korányi, A. v. und Bence, J., Physikalisch-chemische Blutuntersuchungen 323.*
Kormos, Th., Batrachierlarven aus Ägypten 296.*
Kosutány, Th., Über die bisherigen Erfolge der die chemischen Untersuchungsmethoden landwirtschaftlicher Produkte zusammenfassenden Tätigkeit 307.*
Kövesligethy, R. v., Die Berechnung seismischer Elemente 42, 291.* — Das Erdbeben von Ceram 293.*
Krenner, J., Inesit von Nagybánya 291.*
Kümmerle, J. B., Marsilea quadrifolia in der Flora von Budapest 302.*
Kürschák, J., Die Existenzbedingungen des verallgemeinerten kinetischen Potentials 293.*

László, E., Schlämmapparat zur Gewinnung größerer Mengen geschlämmten Tones 310.* — Waschflasche zum Trocknen der Gase 310.* — Schwefelbestimmung in Pyriten 310.*
Lenard, Ph. und Klatt, V., Über die Erdalkaliphosphore 1, 291.*
Lengyel, G., Neuere Erscheinungen in der Flora der Umgebung von Budapest 302.* — Floristische Beiträge aus dem nördlichen Teil des Heveser Komitates 303.*
Lengyel, L., Ein Beitrag zur Thermodynamik der Pepsinverdauung 292.* — Die Reaktionswärme der Pepsinverdauung 312.*
Lenhossék, M., Über die Entwicklung der peripherischen Nervenfasern 292.* — Über die ersten Entwicklungsmomente des menschlichen Embryo und über die Implantation des Eies 318.*
Leopold, A., Über Kaolinbestimmung im Ton 308.*
Lichtenberg, A., Zur Entwicklung und Histologie des männlichen Harnrohres 293.*
Liebermann, L. und Liebermann, P., Über die Enzyme des Malzextrakts und den Mechanismus der Guajakreaktion 320.*
Lósy, J., Über das Vorkommen des Maikäfers in Ungarn 295.*

Mágocsy-Dietz, S, Taxus-Zweige aus dem Veszprémer Komitat 302.* — Die Fichte in der Tátra 303.* — Die Frucht von Paliurus aculeatus Sam. 305.* — Die Gestalt des Blattes von Convulvulus arvensis L. 305.*
Mansfeld, G., Inanition und Narkose 315.*
Méhely, L. v., Eine neue Eidechsenart 294.* — Die herpetologischen Verhältnisse des Mecsekgebirges und der Kapela 295.* — Huftiere, die auf Bäumen leben 299.*
Moesz, G., Pflanzenteratologische Nachrichten aus Brassó 302.*
Melczer, I., Über den Aragonit von Urvölgy 272.

Nagy, Ö., Bericht über einen teratologisch ausgebildeten Maiskolben und über einen Kürbisstengel mit hochgradiger Fasziation 300.*

Paszlavszky, J., Jahresbericht des Sekretärs der kgl. Ung. Naturw. Gesellschaft 330.*
Pekár, M., Das Blut und sein Kreislauf 325.*

Pétkrfi, M., Die Torfmoose Ungarns 301.*

Pfeiffer, J., Über Braunkohlengas 308.* — Über Wasserreinigung mit Bariumverbindungen 310.*

Picker, R., Zur Biologie und zur systematologischen Stellung des Gonokokkus 318.*

Preisz, H., Die Ursachen der beschränkten Leistung des Ultramikroskopes und unserer optischen Instrumente 325.*

Quint, J., Die Bacillarien des Römerbades nächst Budapest 307.*

Rados, G., Bericht über den Bolyai-Preis 333.

Rapaics, R., Die geschichtliche Einteilung der ungarischen botanischen Literatur 302.*

Rehm, H., Contributationes mycologicae ad floram Hungariae 301.*

Réthy M., Die neue Ausgabe des II. Bandes von W. Bolyais Tentamen 291.*

Reusz, F., Beiträge zur Anatomie und Physiologie des Kleinhirnes der Tauben 292.*

Rohrer, L. v., Über die osmotische Arbeit der Nieren 321.*

Rózsényi, J. und Balló, M., Zur Bestimmung der schwefligen Säure in der atmosph. Luft 311.*

Schafarzik, F., Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges 225.

Scherffel, A., Chionaster nivalis (Bohlin) Wille in der Hohen-Tátra 301.*

Schlesinger, L., Beiträge zur Theorie der Systeme linearer homogener Differentialgleichungen 290*, 292.* Über isoliertwertige Funktionen 292.* — Zur intrinsequen Geo der zweidimensionellen M faltigkeiten 293.*

Sigmond, A. v., Über die chem Zusammensetzung der gebun „Szik"(Soda)böden des Theiß 313.*

Szabó, Z., Einige Pflanzen aus Kaukasus 305.*

Szigethi-Gyula, A., Beiträge zur tomie der Vitiswurzel mit besond Rücksicht auf die durch die P loxera verursachte Beschädig 303.*

Szilády, Z., Tiernamen in der un rischen Volkssprache 300.*

Szilárd, B., Die neueren Verfah zum Entwickeln der photogra schen Platten bei Tageslicht 3 — Über Radioaktivität des Bit wassers von Igmánd 313.*

Szilasi, J., Beiträge zur Milchun suchung 312.*

Sztankovits, R., Beiträge zur tomie der Frucht der einheimis Quercus-Arten 306.*

Thaisz, L., Vorarbeiten der Flor Csanáder Komitates 304.*

Than, K. v., A kisérleti chemia e (Die Elemente der Experime chemie), Bücherschau 353.

Tafner, V., Beiträge zur Milbenf Ungarns 300.*

Tangl, K. und Weiser, S., Über Glyzeringehalt des Blutes 292*,

Tellyesniczky, K., Der ruhende und die Teilung des Kerns — Die Struktur und Funktio Milz 321.*

Tézner, E., Über die Änderung Schleimabsonderung unter schiedenen physiologischen V nissen 292.* — Die physiolog

Schwankungen der chemischen Zusammensetzung des Speichels 317.*
Tobolffy, Z., Epidot aus dem Val di Vin 293.*
Tomek, J., Der Zusammenhang zwischen Ozonium stuposum Pers. und Agaricus (Gollybia) velutipes Curtis 303.*
Treitz, P., Untersuchung des Bodenschlammes des Balaton-Sees 292.*
Tuvner, K. J., Die Morphologie des männlichen Geschlechtsapparates und der osmotische Druck des Blutes von Cybister laterimarginalis de Geer 297.*
Tuzson, J., Über einen neuen mikroskopischen Meßapparat 301.*

Ulrich, E., Beobachtungen über die Lepidopteren von Jsaszegh 298.*

Vinya, A., Über ein Kriterium der Intransivität von endlichen Gruppen linearer Substitutionen 178. — Über die Gesamtheit der Hermiteschen Invarianten einer endlichen Gruppe linearer Substitutionen 188.

Weiser, J. und Tangl, K., Über den Glyzeringehalt des Blutes 292,* 314.*
Winkler, L., Die Veränderung des Absorptionskoeffizienten der Gase mit der Temperatur 291.*
Wolcsánszky, J., Beiträge zur Moosflora Ungarns 305.*

Zaitschek, A., Zur Biochemie der Milch 307.*
Zemplén, Gy., Bestimmung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase nach einer neuen experimentellen Methode 202.
Zimányi, K., Kristallographische Untersuchung des Cinnabarites 292.*

THE NEW
PUBLIC LIBRARY
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY,
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.

1.

ÜBER DIE ERDALKALIPHOSPHORE.

Von VIRGIL KLATT in Pozsony u. P. LENARD, korr. Mitgl. der Akademie in Kiel.*

Vorgelegt der Ung. Akademie der Wissenschaften am 17. Oktober 1904.

Wir hatten früher** gezeigt, daß die an gewissen Erdalkalisulfidpräparaten seit lange bekannte, durch große Dauer hervorragende Phosphoreszenz gebunden ist an das Vorhandensein dreier wesentlicher Bestandteile, welche sind: 1. das Erdalkalisulfid selber, 2. geringe Spuren gewisser wirksamer Metalle, 3. ein schmelzbarer Zusatz.

Als wirksame Metalle hatten wir bisher Kupfer, Mangan und Wismut genannt, als geeignete schmelzbare Zusätze eine Anzahl von farblosen Salzen. Über die Farbe der Phosphoreszenz fanden wir, daß sie durch das vorhandene Metall und das Erdalkalisulfid gegeben sei, und jedem der drei genannten Metalle schrieben wir eine Bande im Phosphoreszenzspektrum zu. Die Bande des Kupfers, welches wir bereits damals in allen drei Erdalkalisulfiden feststellten, lag im Sulfid des Kalziums im Blaugrün, des Strontiums im Gelbgrün, des Baryums im Rot.

Daß neben der angegebenen chemischen Zusammensetzung auch die physikalische oder molekulare Struktur in Betracht komme, zeigt sich darin, daß die Phosphoreszenzfähigkeit nur in

* Es werden der Akademie hier die hauptsächlichsten Ergebnisse einer Experimentaluntersuchung vorgelegt, von welcher ausführlichere Darstellung in den „Annalen der Physik" erfolgt.

** V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. 38 p. 90. 1889, woselbst auch der früheren und damals fast gleichzeitigen Literatur auf gleichem und verwandtem Gebiete gedacht ist.

der Glühhitze, niemals auf kaltem oder nassem Wege zu e
ist und daß Druck sie zerstört.*

Durch das Bisherige war an Stelle der vorher uns
zufälligen Erfolge bei der Bereitung phosphoreszierend
alkalisulfide — wie man unzutreffenderweise die gedacht
parate meist heute noch genannt findet — die Möglich
treten, eine Reihe von Substanzen wohlausgeprägter un
siver Phosphoreszenzfähigkeit jederzeit und in immer
gleicher Beschaffenheit herstellen und zu weiterer Unter
verwenden zu können.**

Es war aber auch zu erkennen gewesen, daß die R
möglichen Phosphoreszenzen gleicher Art durchaus nicht e
worden sei.

Wir haben daher die Arbeit fast stetig fortgesetzt,
jetzt berichtet werden soll.

Wir nennen dabei Erdalkaliphosphor, oder kurz P
ein Präparat, in welchem die drei eingangs erwähnten
teile mit dem Resultate lange dauernden Nachleuchtens
sind. Die drei Bestandteile selber bezeichnen wir kurz
fid, Metall und Zusatz. Enthält ein Phosphor nur ein
Metall und nur einerlei Sulfid, so nennen wir ihn eine
Phosphor. Zeichen wie $Ca\,Cu\,Na_2\,SO_4$ sollen zu kurzer
bestimmter reiner Phosphore dienen.

Der Gang der Untersuchung, welche rund 800 Präp
versuche und 300 Spektralbeobachtungen umfaßt, war im
lichen der folgende.

Zuerst suchten wir Phosphore von noch größerer
als früher zu erhalten, wozu in erster Linie größere M
heit des Ausgangsmaterials erforderlich war. Die Prüfu
Auswahl geeigneter Reindarstellungsmethoden für diese

---

* Über den letzteren Punkt s. P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d.
p. 439, 1903.

** Vgl. die Arbeiten der Herren Elster und Geitel, Wied.
p. 722. 1891; — R. Klatt, Math. ès phys. Lapok, Heft 3 (März)
folgende Hefte, woselbst auch bereits Beobachtungen an den *Sr B*
und *Ba Bi*-Phosphoren mitgeteilt werden; — A. Dahms, Ann. d.
p. 442, 1904.

und geeignete Vorsichten bei dem zur Herstellung der Phosphore nötigen Glühen ergaben uns die Möglichkeit, Phosphore von solcher Reinheit herzustellen, daß dieselben kaum mehr Spuren jener gemeinsamen Phosphoreszenzen zeigten, welche wir früher fanden und verunreinigten Metallen zuschreiben mußten. — Zugleich sind dabei die früheren Angaben über den Mangel an Phosphoreszenzfähigkeit metallfreier Präparate, zusatzfreier Präparate und reinen Erdalkalisulfides bestätigt worden. (Kapitel A.)

An den so gewonnenen Phosphoren zeigte sich nun, daß jedem Metall nicht nur eine einzige Bande im Phosphoreszenzspektrum zugehöre, sondern eine ganze Reihe von Banden, unter welchen die früher von uns genannten Banden nur dadurch sich auszeichnen, daß sie der größten Intensitätssteigerung durch geeignete Zusätze fähig sind.

Jede Bande ist ein Komplex emittierter Wellenlängen, welcher gemeinsame Eigenschaften besitzt in Bezug auf Temperatur, Erregbarkeit durch bestimmte Lichtwellenlängen, Schnelligkeit des An- und Abklingens, sowie auch in Bezug auf das Erscheinen oder Nichterscheinen mit gewissen Zusätzen. Zu bemerken ist, daß die so definierten Banden zwar immer zusammenhängende, aber durchaus nicht immer schmale Räume im Spektrum einnehmen.

Die einzelnen Banden im Phosphoreszenzspektrum klingen im allgemeinen nach Schluß der Belichtung nicht gleich rasch ab. Diejenigen Banden, welche bei Löschen des Lichtes sofort aus dem Spektrum verschwinden, nennen wir Momentanbanden im Gegensatze zu den Dauerbanden, welche das lange Nachleuchten der Phosphore bedingen. Die Momentanbanden sind im Phosphoroskop $^1/_{300}$ Sek. nach Schluß der Belichtung sehr wohl noch sichtbar. Meistens wurde mit ultraviolettem Licht beobachtet.

Indem wir weiter die Versuche auf eine größere Zahl sorgfältig rein dargestellter Zusätze erstreckten, fanden wir, daß auch die Zusätze nicht ohne Einfluß sind auf die Phosphoreszenzfarbe. Der Einfluß besteht aber nicht in einer Verschiebung von Emissionsbanden, sondern nur darin, daß verschiedene Zusätze im allgemeinen verschiedene Banden der vorhandenen Metalle mehr hervortreten lassen. Die Zusätze ordnen sich diesbezüglich in Gruppen von ganz oder fast gleicher Wirkung. (Vgl. Kap. A, 2.)

Es zeigten sich ferner außer *Cu*, *Mn* und *Bi* auch noch eine Reihe anderer Metalle als wirksam, nämlich *Pb*, *Ag*, *Zn*, *Ni*, *Sb**, wodurch eine Anzahl neuer, charakteristischer Phosphoreszenzen von zum Teil großer Intensität und Dauer verfügbar wurde.

Um die Eigenschaften dieser Phosphoreszenzen näher kennen zu lernen, haben wir sie nach mehreren Richtungen hin eingehend untersucht. Im Kap. C wird über den Einfluß der Temperatur und im Kap. E über den der Temperaturänderung berichtet, wobei die Untersuchung des Aufleuchtens beim Erwärmen besonderes Interesse hat und bei Hinzunahme des im Kap. D untersuchten Einflusses der Erregungsart einigen Einblick in die Zusammenhänge der Erscheinungen gewährte.

Überall zeigte sich, daß alle Beeinflussung der Phosphoreszenzen nur in relativer Änderung der Intensität und Dauer der einzelnen Phosphoreszenzbanden bestehe, deren maximal vertretene Wellenlänge entweder ganz oder doch fast ganz unveränderlich blieb.

Die Aussicht, Gesetzmäßigkeiten zu finden in der großen Mannigfaltigkeit der beobachteten Erscheinungen, knüpfte sich dadurch an den Versuch der Zurückführung derselben auf feste Eigenschaften der einzelnen Emissionsbanden. Wir haben diese Zurückführung überall soweit durchgeführt, als es das Beobachtungsmaterial gestattete.

Durch diese Zurückführung wurde auch eine zusammenfassende Darstellung des umfangreichen Beobachtungsmaterials möglich, und wir geben im folgenden neben der beispielsweisen Erörterung der speziellen Eigenschaften einiger der Phosphore eine Zusammenstellung der allgemeinen Resultate über die Eigenschaften der Phosphoreszenzbanden, zu welchen wir gelangt sind.**

Obgleich weit davon entfernt, bloße Hypothesen mitteilen zu wollen, glaubten wir am Schlusse doch diejenigen, die Emissions-

* Blei ist das von uns früher in Mineralpräparaten durch Phosphoreszenzbeobachtung konstatierte, aber damals nicht identifizierte und bis dahin ζ genannte Metall.

** Vielleicht ist es der Hauptgewinn unserer Arbeit, daß nun weiterer Untersuchung günstiges, vorläufig genügend gesichtetes Material reichlich vorliegt.

zentren der Phosphoreszenzbanden betreffenden Vorstellungen geben zu sollen, zu welchen die Erscheinungen uns geführt haben und wohl auch führen mußten bei dem Wunsche, sie im Zusammenhang zu sehen untereinander sowohl als mit dem sonst Bekannten.

Kapitel A.

Erfahrungen bei der Herstellung der Phosphore.

Die Phosphore wurden in derselben Weise hergestellt, wie bei unseren ersten Untersuchungen. Wir können also diesbezüglich auf unsere erste Arbeit* über die Phosphore verweisen.

Neue charakteristische Phosphoreszenzen erhielten wir mit *Pb*, *Ag*, *Zn*, *Ni* und *Sb*.

1. Beschreibung der neueren Phosphore.

a) *Pb-Phosphore.* Die *CaPb*-Phosphore haben mittelmäßige Intensität und auf die Farbe ihres Nachleuchtens haben die Zusätze einen großen Einfluß. Mit *Na*** waren gelbgrüne, mit *K*-Zusätzen blauviolette Phosphoreszenzen zu erhalten. *Li* nimmt eine Mittelstellung zwischen *Na* und *K* ein. Das beste Resultat ergab: 2 g *CaS* und 6 Tropfen *Pb*-Lösung (1 Tropfen enthielt $^1/_{300}$ g metallisches *Pb*) mit 0,12 g K_2SO_4 + 0,1 g Fl_2Ca-Zusatz. Farbe: blau. Bei den *SrPb*-Phosphoren haben die Zusätze ebenfalls großen Einfluß. So gibt *Na* gelbes, K_2SO_4 blaues Nachleuchten, *Li* violette Nuancen. Der hellste Phosphor wurde erhalten: 2 g *SrS* und $^3/_4$ Tropfen obiger *Pb*-Lösung mit 0,05 g Na_2SO_4 + 0,02 g *NaFl* Zusatz. Farbe: gelb.

b) *Ag-Phosphore.* Außer den Zusätzen hat hier auch die Glühzeit einen bemerkenswerten Einfluß bei *SrAg*. Erhitzt man vorsichtig und kurz, so bekommt man Rosa mit bläulichem Schein; setzt man das Glühen fort und erhöht auch die Temperatur, so geht die Farbe in ein schwaches aber ausgesprochenes Violett

* S. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. 38. p. 90. 1889.

** Mit *Na* wird nach Kap. A, 2 b) eine ganze Gruppe Zusätze von gleicher Wirkung gekennzeichnet: die Natriumzusätze. Dasselbe bezieht sich auf *K* und *Li*.

über. Einen Phosphor von letzterer Farbe erhielten wir mit 2 g *SrS*, 1 Tropfen *Ag*-Lösung (1 Tropfen hatte $^1/_{6400}$ g *Ag*-Gehalt) und 0,08 g Li_2SO_4 Zusatz, stark geglüht. *CaAg* und *BaAg* waren keine bestimmbaren Phosphoreszenzen.

c) *Zn-Phosphore.* Kein Einfluß der Zusätze. Farbe bei den *CaZn*-Phosphoren: grün, Intensität klein. Der beste *SrZn*-Phosphor wurde erhalten: 3 g *SrS* und 2 Tropfen *Zn*-Lösung (1 Tropfen $^1/_{4600}$ g *Zn*) und 0,1 g $CaFl_2$. Farbe grünlichgelb von ziemlicher Intensität. *BaZn* unbestimmt.

d) *Ni-Phosphore.* Kein Einfluß der Zusätze. 4 g *CaS* und 2 Tropfen *Ni*-Lösung (in 1 Tropfen $^1/_{32000}$ g *Ni*) mit 0,15 g $CaFl_2$ gab bei anhaltendem Glühen eine schöne tiefrote Farbe, aber von geringer Intensität. *SrNi* und *BaNi* sehr schwach.

e) *Sb-Phosphore.* Die *CaSb*-Phosphore sind schwache Phosphore und vertragen starke Hitze nicht. Die verstärkende Wirkung von den *Na*- und *Li*-Zusätzen ist nur gering. Die *SrSb*, ebenfalls von geringer Intensität, zeichnen sich durch große Verschiedenheit der Farben aus. Man erhält orangegelb, goldgelb, grünlichgelb, sogar bläuliche Nuancen. *BaSb* ist unbestimmt.

Von den früheren wirksamen Metallen wurde *Bi* und *Mn* im *SrS* und *BaS* versucht.

Bi gab in den beiden genannten Erdalkalisulfiden das hellste Leuchten, was wir überhaupt bisher erhielten. Bei einiger Fläche erhellen diese Phosphore einen mäßig großen Raum genügend, um alle Gegenstände darin erkennen zu können. In ihrer Nähe kann man eine Zeitlang lesen. Die Zusätze haben weder bei *SrBi* noch bei *BaBi* einen Einfluß auf die Farbe des Nachleuchtens.

Die schönsten Phosphore wurden erhalten: 4 g *SrS* mit zwei Tropfen *Bi*-Lösung (in 1 Tropfen $^1/_{4200}$ g *Bi*) und 0,2 g Borax (entwässert) + 0,05 g $CaFl_2$, Farbe intensiv blaugrün; 3 g *BaS* mit 1 Tropfen obiger *Bi*-Lösung und 0,1 g $K_2B_6O_{10}$, Farbe intensiv gelb. Das Nachleuchten ist bei diesen Phosphoren von einer außerordentlichen Dauer.

Die *SrMn*-Phosphore leuchten schwach; es waren nur gelbe und gelbgrüne Farben zu bekommen. Das beste Resultat gab:

3 g *SrS* mit 1 Tropfen *Mn*-Lösung, 0,1 g Na_2SO_4 Zusatz. 1 Tropfen der Lösung enthielt $^1/_{19500}$ g *Mn*. Die Phosphoreszenz von *Mn* in *BaS* war nicht bestimmbar.

2. *Wirkungsweise und Menge der Zusätze.*

Bei unseren ersten Versuchen war uns der Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe nicht aufgefallen, doch besteht nach unseren erweiterten Versuchen diesbezüglich kein Zweifel mehr. Wir konnten feststellen, daß

a) bei einzelnen Metallen wie *Zn*, *Bi* und *Mn* mit allen versuchten Zusätzen nur einerlei Phosphoreszenzfarbe mit großer Intensität zu gewinnen ist, wogegen bei anderen Metallen wie besonders *Pb* und *Cu* starker Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe vorhanden ist, so daß durch Variation des Zusatzes zwei oder mehrere verschiedene Phosphoreszenzfarben oder Nuancen von solchen zu großer Intensität gebracht werden konnten. So ein Verhalten zeigt z. B. *CaCu*. *Na*-Zusätze geben grüne, *K*-Zusätze blauviolette und *Li* — welches eine Mittelstellung einzunehmen scheint zwischen den anderen beiden — eine türkisblaue Phosphoreszenz. Dieses Verhalten zeigen ganze Gruppen der Phosphore.

b) Chemisch ähnliche Zusätze wirkten meist gleich. So alle Sauerstoffsalze des Natriums untereinander, desgleichen des Lithiums, des Kaliums. Chloride wirkten anders als die Sauerstoffsalze, wieder anders die Fluoride. Man bemerkt, daß bei den Sauerstoffsalzen mehr die Basis bestimmend ist für die Wirkung, bei den Haloidsalzen mehr das Haloid, und zwar wirken die Chloride meist ähnlich den Kaliumsalzen. Alle diese Regelmäßigkeiten zeigten sich am deutlichsten bei den Kalkphosphoren. Bei den Strontiumphosphoren traten schon Besonderheiten hervor; bei den Baryumphosphoren wirken die Zusätze zwar auch gruppenweise gleich oder nahezu gleich, aber nicht mehr nach so einfachen chemischen Analogien.

Entsprechend dem unter b) Gesagten werden wir zur Bezeichnung im folgenden meist abkürzend nur den wesentlichen Bestandteil des Zusatzes nennen. Z. B. *CaCuNa* für $CaCuNa_2SO_4 + NaFl$ und *CaNiFl* für $CaNiCuFl_2$, da nach dem Gesagten

jeder dieser Phosphore eine ganze Gruppe von Zusätzen repräsentiert.

Die spektroskopische Untersuchung des Phosphoreszenzlichtes ergab ferner, daß

1. die verschiedenen Farben oder Farbennuancen des Phosphoreszenzlichtes, welche durch verschiedene Zusätze entstehen, alle aus denselben Emissionsbanden zusammengesetzt sind, die dem Metall im betreffenden Sulfid zugehören. Jeder Zusatz bevorzugt gewisse dieser Banden gegenüber von anderen, die er zurücktreten läßt. Z. B. bei *CaCu* verstärkt *Na* die grünen Banden — der Ort ihres Maximums wurde gefunden bei $\lambda = 51{,}5.10^{-5}$ mm —, *K* die blauen Banden, bei welchen der Ort des Lichtmaximums bei $\lambda = 47.10^{-5}$ mm festgestellt wurde.

2. Diese Wirkung der Zusätze auf die Banden besteht in einer Abänderung a) der Intensität und b) der Dauer ihres Leuchtens. Eine Verschiebung von Banden im Spektrum wurde nicht beobachtet.

Die Wirkung der Zusätze, die Banden der Metalle erst zur Entwicklung zu bringen, ist sichtbar begleitet von einem Einfluß auf die molekulare Struktur der Phosphore. Ohne Zusatz bildet das unscheinbare, metallhaltige Sulfid eine pulverige, lockere Masse; der Zusatz läßt sie zusammenhaften oder emailartig zusammensintern, wodurch das Volumen auch kleiner wird. Das Wesentliche der Wirkung scheint Annäherung der Atome des wirksamen Metalles — beziehlich der Moleküle von dessen Sulfid — an die Moleküle des Erdalkalisulfides zu sein, durch welche Annäherung erst das Zusammenwirken beider möglich wird, welches in Gestalt der Emissionsbanden zutage tritt, deren Eigenschaften von beiden zusammenwirkenden Komponenten, dem Metall sowohl wie dem Erdalkalisulfid, abhängen.

Die Schmelzung scheint in allen Fällen auch eine Lösung von Erdalkalisulfid im Zusatz zur Folge zu haben, wonach die Bildung besonderer Molekularkomplexe, Sulfid und Zusatz samt dem Metall enthaltend, anzunehmen wäre. Bringt man an den Rand einer Perle von Na_2SO_4, welche an einer Platinöse sich befindet, ein Körnchen Kalziumsulfid und erhitzt im oberen Reduktionsraum einer BUNSENflamme, so kann man sehen, wie von

dem Sulfidkörnchen ausgehend alsbald eine kristallinisch aussehende Wucherung die ganze flüssige Perle durchsetzt und sie schnell in eine undurchsichtige, breiige Masse verwandelt, welche beim Erkalten emailartig erstarrt. Das Kalziumsulfid hat sich also in dem ganzen Volumen des Na_2SO_4 verteilt. War das benutzte Sulfid wismuthaltig, so leuchtet die Perle in blauer Farbe wie die *Bi*-Phosphore. Es ist demnach Na_2SO_4 ein Zusatz, welcher durch Überschuß nicht nur nicht verdünnt, sondern auch durchaus nicht zerstörend wirkt auf die Phosphoreszenzfähigkeit.

Über den Einfluß der Menge der Zusätze auf die Phosphoreszenzen sind unsere Erfahrungen wie folgt zusammenzufassen:

Ist der Zusatz in sehr feiner Verteilung vorhanden, wie etwa wenn er dem Erdalkalikarbonat aus der Fällungslösung anhaftet, so genügen schon sehr geringe Mengen, um ihn wirken zu lassen. Um jedoch volle Wirkung zu erzielen, ist 0,005 g — 0,015 g des Zusatzes meist noch etwas zu wenig.* Je mehr Metall ferner vorhanden ist, um so mehr Zusatz ist auch nötig, um volle Wirkung in Bezug auf Intensität und Farbe zu erzielen.

Die Zusatzmenge 0,1 g haben wir zur Erzielung größter Intensität und Farbensättigung selten und dann nur wenig überschritten, sofern einfache Zusätze angewandt wurden. Es tritt nämlich bei größeren Zusatzmengen leicht völlige Schmelzung der Masse ein, was bedeutende Verunreinigung derselben aus den Tiegelwänden zur Folge hat und wohl schon aus diesem Grunde, auch wenn nicht außerdem der Zusatz zersetzend wirkt, stets verringertes Leuchten ergab. Nur im Falle gemischter Zusätze konnte 0,1 g als gesamte Zusatzmenge oft mit Vorteil überschritten werden.

3. Einfluß der Menge des Metalles.

Den Einfluß der Menge der wirksamen Metalle betreffend gilt die früher gegebene Charakterisierung auch für die neu hinzugekommenen Metalle. Überall steigt die Phosphoreszenzhelligkeit mit zunehmendem Metallgehalt zuerst sehr schnell an, so daß bei Mengen, die meist unter 0,0001 g liegen, schon nahezu

* Bei 1 g Erdalkalisulfid.

maximale Helligkeit erreicht ist; das dann noch folgende geringere Ansteigen führt zu einem oft sehr weiten Bereiche so gut wie konstanter Intensität, nach dessen Durchschneidung Abfall eintritt bis schließlich zum Nichtleuchten.

Besonders bemerkenswert ist es, daß verschiedene Banden desselben Metalles auch in Hinsicht der Metallmenge, deren sie zu ihrer vollen Entwicklung bedürfen, ein verschiedenes Verhalten und also gegenseitige Unabhängigkeit zeigen.

Vergleicht man den Einfluß der Menge desselben Metalles in verschiedenen Erdalkalisulfiden, so findet man, daß in *Sr*-Sulfid die maximale Wirkung bei sehr viel geringeren Metallmengen eintritt als in *Ca*-Sulfid und *Ba*-Sulfid scheint darin das *Sr*-Sulfid noch zu übertreffen.

Zu bemerken ist, daß die Metallmenge nicht die Dauer, sondern nur die Intensität der Banden beeinflußt, soweit unsere nicht photometrischen Beobachtungen gehen.

4. *Einfluß der Glühtemperatur und der Glühdauer.*

Diese Faktoren beeinflussen bei der Herstellung meist die Gesamtintensität des Phosphors, d. i. alle seine Banden in gleicher Weise. Es ist im allgemeinen zur Erzielung bester Resultate, d. i. vollster Entwicklung der Banden notwendig bei so hoher Temperatur und so lange zu glühen, daß sowohl die bindende Wirkung des Zusatzes genügend zur Geltung komme, als auch zu viel Schwefelverlust durch Oxydation vermieden werde.

In einzelnen Fällen werden aber verschiedene Banden desselben Metalles in auffallend verschiedener Weise von Glühtemperatur und Glühdauer beeinflußt. Ein besonderes Beispiel hierfür bietet *Ag* in *Sr*-Sulfid. (Kap. A, 1.)

5. *Über den Erdalkalisulfatgehalt der Phosphore.*

Bei der von uns hauptsächlich benützten Bereitungsweise aus Erdalkalikarbonat und Schwefel mußten sämtliche Phosphore neben Sulfid auch Sulfat des Erdalkalis enthalten, und zwar die *Ca*-Phosphore nach der Umsetzungsgleichung $4CaO + 4S = 3CaS + CaSO_4$ 39 % Sulfat neben 61 % Sulfid. Wir haben aber

auch eine Anzahl von *Ca*-Phosphoren der Metalle *Cu*, *Mn* und *Bi* aus Kalziumsulfit hergestellt. Glüht man das gewaschene Sulfit, so entsteht nach der Gleichung $4\,CaSO_3 = CaS + 3\,CaSO_4$ ein Gemisch von 85 % Sulfat und nur 15 % Sulfid. Trotz dieses sehr geringen Sulfidgehaltes ergab diese Bereitungsweise bei gleichem Metall und Zusatzmengen Phosphore, deren Leuchtintensität um nichts geringer war als die der weit sulfidreicheren, nach der ersten Methode erhaltenen Präparate, und auch die Farbennuancen waren dieselben. Man könnte danach fast vermuten, das Kalziumsulfid, welches wir an sich auch durchaus nicht mehr phosphoreszenzfähig fanden als etwa $CaSO_4$ es auch sein mag, sei völlig überflüssig. Daß dem nicht so sei, zeigte ein Parallelversuch mit reinem $CaSO_4$, gefällt aus der gleichen Kalklösung mit Ammonsulfat, in gleicher Weise mit den gleichen Mengen von *Bi* als wirksames Metall und $Na_2B_4O_7 + CaFl_2$ als Zusatz versehen und geglüht. Die erhaltene Masse zeigte sich zwar zusammengebacken wie ein guter Phosphor, sie war aber nach Belichtung an der Sonne völlig nichtleuchtend; es fehlte ihr auch die den *CaBi*-Phosphoren eigene, zarte gelbliche Färbung.

Es ist danach zu sagen, daß das Erdalkalisulfid eines Phosphors ohne Beeinträchtigung und ohne Abänderung der Phosphoreszenzfähigkeit in sehr weitgehendem Maße ersetzbar ist durch anderes Material, daß aber die Gegenwart einer gewissen, allerdings nur geringen Menge von Schwefel in Gestalt von Sulfid unersetzlich ist für das Erscheinen der hier studierten Phosphoreszenzen.

Kapitel B.

Spektralanalytische Zerlegung des Phosphoreszenzlichtes.

Alle Banden scheinen nach demselben Gesetz abzuklingen, nur verschieden schnell.

Ganz anders verhält es sich mit dem Absinken der Gesamtemission bei den verschiedenen Phosphoren. Hier bietet jeder Fall seine besonderen Eigentümlichkeiten. Es seien beispielsweise drei Phosphore miteinander verglichen, welche das Gemeinsame

haben, während der Belichtung — mit Filter-Ultraviolett — in nahezu gleich großer Helligkeit zu leuchten und $^1/_4$ Stunde nach Schluß der Belichtung einen ebenfalls nahezu gleichen, geringen, aber noch gut sichtbaren Endwert der Helligkeit anzunehmen: *SrCuNa*, *CaBiNa* und *SrZnFl*. Der Übergang vom gleichen Anfangswert zum gleichen Endwert der Helligkeit ist bei jedem der drei Phosphore ein anderer. Bei *SrCuNa* sinkt die Intensität in den ersten Zehntelsekunden des Nachleuchtens mit großer Geschwindigkeit zu einem sehr geringen Bruchteil ihres Anfangswertes herab, um aber dann nur langsam weiter abzunehmen. *CaBiNa* klingt ebenfalls zuerst ersichtlich sehr viel schneller ab als später, aber der erste Abfall ist viel weniger stark als beim vorigen und er erstreckt sich auf mehrere ganze Sekunden. Bei *SrZnFl* wird endlich ein besonderer, anfänglicher Abfall der Helligkeit so wenig bemerklich, daß der Zeitpunkt des Löschens des erregenden Lichtes aus dem Anblick des Phosphors nicht mit Sicherheit angebbar wäre.

Dieses Verhalten des Abklingens folgt aus der verschiedenen Dauer der einzelnen Banden im Phosphoreszenzspektrum. Nämlich bei *SrCuNa* fällt die helle Momentanbande nach Löschen des Lichtes sofort ab, bei *CaBiNa* ist die helle blaue Bande, welche das Hauptlicht ausmacht, aus drei sehr benachbarten Banden zusammengesetzt, von welchen zwei viel schneller — aber nicht ganz momentan — abklingen als die dritte, bei *CaZnFl* gibt es überhaupt nur eine Bande, daher das gleichmäßige Abfallen.

Bemerkenswert ist es, daß kein einziger Phosphor anfänglich langsamen und schließlich schnelleren Intensitätsabfall zeigte. Dies und die Zusammensetzung des Phosphoreszenzlichtes aus verschiedenen, verschieden schnell abklingenden Teilen war bereits E. Becquerel bei seinen aus zufällig günstigen Ausgangsmaterialien erhaltenen Phosphoren ihm unbekannter chemischer Zusammensetzung aufgefallen und hat ihn zu dem Versuch geführt, das von ihm photometrisch verfolgte Abklingen durch Summen aus mehreren Exponentialfunktionen der Zeit* darzustellen. Daß

* E. Becquerel, „La lumière“ t. I. p. 285 u. ff.

der Versuch sich nicht als durchführbar erwies, wird verständlich, wenn man bedenkt, daß schon einem einzelnen Metalle im allgemeinen mehrere Bande von ungleicher Dauer entsprechen, BECQUERELs Phosphore aber gewiß deren mehrere enthielten.

Man sieht schon aus dem Gesagten, daß erst bei gesonderter Untersuchung der einzelnen Emissionsbanden Aussicht vorhanden ist, einfache Gesetze der Lichtemission der Phosphore zu finden.

Das Abklingen jeder Bande ist unzertrennlich verknüpft mit ihrem Anklingen derart, daß schnell abklingende Banden bei allen Arten der Erregung auch schnell anklingen, langsam abklingende auch langsam anklingen.

Es zeigte sich dies nicht nur überall bei der spektroskopischen Beobachtung der einzelnen Banden, sondern bei einzelnen Phosphoren auch in Gestalt der besonderen Erscheinung des mehrfarbigen Anklingens. Diese Erscheinung muß jedesmal dann sich bieten, wenn die Summe der momentanen Banden bei genügender Intensität eine andere Farbe für das Auge ergibt als die Summe sämtlicher Banden. Dies ist z. B. der Fall bei *SrMnNa*. Das Phosphoreszenzspektrum dieses Phosphors besteht aus einem roten und zwei sehr benachbarten gelbgrünen Banden. Die rote Bande ist eine Momentanbande. Bei dauernder Belichtung mit Filter-Ultraviolett zeigt das Emissionsspektrum breite Helligkeit von Rot bis in die Mitte des Grün reichend. Achtet man auf das Abklingen des Spektrums beim Löschen des erregenden Lichtes, so sieht man das Rot sogleich verschwinden und bald nur eine ziemlich schmale gelbgrüne Bande lange nachleuchtend zurückbleiben. Dies ist die Farbe des gewöhnlichen Nachleuchtens. Das schnell abklingende Rot klingt ebenso schnell auch an und das langsam abklingende Gelbgrün klingt langsam an: Betrachtet man den dunkel gewordenen Phosphor im ersten Augenblicke einer neuen ultravioletten Belichtung, so ist man überrascht, ihn nicht wie bei dauernder Belichtung oder im Nachleuchten, grün, sondern rein und hellrot leuchten zu sehen; erst allmählich nach etwa zwei Sekunden wird er grün.

Daher kommt es auch, daß man Phosphore, welche starken Anteil von Momentanbanden besitzen, sofort in großer, so gut wie voller Helligkeit aufleuchten sieht.

Daß länger dauernde Phosphoreszenzen als Ganzes auch länger brauchen, um voll erregt zu werden, kurz dauernde kürzer, wurde von E. BECQUEREL bereits bemerkt bei Substanzen von phosphoroskopisch kurzem Leuchten wie Kalkspath z. B.; für die länger dauernden Phosphoreszenzen seiner Erdalkalisulfide fand er den Satz nicht allgemein bestätigt, spricht aber die Vermutung aus, daß dies in der Zusammengesetztheit der Emission dieser Präparate seinen Grund haben dürfte. Wir sehen nun, daß in der Tat, sobald man nur jede Bande für sich betrachtet, der Satz von der Gleichartigkeit des An- und Abklingens als ganz allgemein gültig hingestellt werden kann — soweit gegenwärtig die Untersuchung geht.

Kapitel C.

Einfluß der Temperatur.

Es ist zweierlei Einfluß der Temperatur auf die Lichtemission zu unterscheiden, je nachdem es sich um das Leuchten bei konstant gehaltener Temperatur verschiedener Höhe handelt, oder um die Wirkung des Ansteigens der Temperatur, den Phosphor ohne neue Belichtung zum Aufleuchten zu bringen. Wir behandeln hier das Verhalten bei konstant gehaltener Temperatur. Die andere Wirkung wird in Kapitel E untersucht werden.

Die Phosphore wurden Temperaturen von — 180° (flüssige Luft) bis zur Rotglut — bei welcher Temperatur alles Leuchten aufhört — ausgesetzt, und da zeigte es sich, daß auch reine Phosphore ihre Phosphoreszenzfarbe ändern. Der Einfluß der Temperatur auf das Leuchten kann folgenderweise zusammengefaßt werden:

1. Die verschiedenen Farben oder Farbennuancen des Phosphoreszenzlichtes, welche ein und derselbe Phosphor bei verschiedenen Temperaturen zeigt, sind alle aus denselben bestimmten Emissionsbanden zusammengesetzt, welche dem im Phosphor wirksamen Metalle eigen sind und deren jede in ihrer besonderen Weise von der Temperatur beeinflußt wird.

2. Dieser Einfluß der Temperatur auf die Banden besteht in einer Abänderung a) der Intensität und b) der Dauer ihres Leuch-

tens. Eine Verschiebung von Banden im Spektrum durch Temperaturänderung wurde nicht beobachtet.

Der Phosphor $CaNiCaFl_2$ ist vermöge seines einfachen Spektrums — es besteht aus einer tiefroten und einer davon getrennten gelben Bande — zu diesem Versuch besonders günstig. Bei sehr niedriger Temperatur leuchtet dieser Phosphor gelb. Läßt man den auf — 180° abgekühlten Phosphor von einem Doppelmantel aus Glas umgeben, allmählich Zimmertemperatur annehmen, während es dem Filter-Ultraviolett exponiert bleibt, so bemerkt man, daß die gelbe Bande erblaßt und verschwindet, gleichzeitig aber die rote Bande allmählich auftaucht auf demselben Platze im Spektrum, wo sie bei Zimmertemperatur steht. Bei ca. — 70° sieht man deutlich beide Banden nebeneinander stehen, getrennt durch ein Minimum der Helligkeit. Von einer Verschiebung von Gelb nach Rot kann demnach keine Rede sein.

Der Einfluß der Temperatur und der der Zusätze auf die Banden sind voneinander unabhängig, d. h. der spezifische Einfluß eines bestimmten Zusatzes auf die Intensität und Dauer einer bestimmten Bande ist bei allen Temperaturen derselbe, und ebenso ist der Einfluß der Temperatur auf eine bestimmte Bande bei allen Zusätzen der gleiche.

Alles das über den Einfluß der Zusätze Gesagte gilt demnach nicht nur für die gewöhnliche Temperatur, sondern für alle Temperaturen.

Gemeinsam ist es allen Phosphoreszenzbanden, eine obere Temperaturgrenze der Erregbarkeit durch Licht zu besitzen; doch liegt die Grenze für jede Bande in anderer Höhe. Bei manchen Banden ist sie der Rotglut nahe, bei keiner weit darüber, bei vielen weit darunter.

Die niedrigsten Temperaturgrenzen, zugleich mit besonders plötzlichem Verschwinden der Erregbarkeit, finden sich bei den Baryumphosphoren, besonders des Bleies und Wismuts, deren Leuchten schon in der Nähe von + 100° aufhört. Die *Ca*- und *Sr*-Phosphore haben sämtlich höhere Temperaturgrenzen. Dicht bis zu beginnender Rotglut leuchtet z. B. die grüne Hauptbande vom *SrZn*.

Eine untere Temperaturgrenze der Phosphoreszenzfähigkeit

haben wir nicht gefunden, auch nicht die Andeutung des Bestehens einer solchen. Die tiefste von uns benutzte Temperatur: $-180°$, unterscheidet sich in bezug auf die Wirksamkeit der Erdalkaliphosphore im allgemeinen in nichts von jeder andern unter der oberen Grenze gelegenen Temperatur.*

Besonders helles Leuchten entwickeln bei $-180°$ die Baryumphosphore; man findet bei diesen, entsprechend der niederen Temperaturgrenzen ihrer Banden, überhaupt das ganze Erscheinungsgebiet nach der Kälte hin verschoben im Vergleich zu den *Sr*- und *Ca*-Phosphoren. Von den letzteren sei übrigens *CaNiFl* mit großer Dauer des Nachleuchtens bei $-180°$ besonders genannt.

Neue, vorher unsichtbar gewesene Banden können überall zwischen $-180°$ und der oberen Grenze auftauchen und zu großer Helligkeit kommen, während alte verschwinden.

Als hervorragende Beispiele für sehr mannigfachen Bandenwechsel bei Temperaturänderung seien die Wismutphosphore von *Ca* und *Sr* genannt; als gegenteilige Beispiele die *Cu*- und *Pb*-Phosphore derselben Erdalkalien, deren Hauptbanden von so großer Temperaturbeständigkeit sind, daß der Charakter des Emissionsspektrums im ganzen untersuchten Temperaturgebiet fast der gleiche bleibt.

Ganz allgemein gilt es ferner, daß die Emissionsbanden in der Kälte schmäler, schärfer begrenzt werden, in der Hitze breiter, verwaschener.** Dadurch trennen sich die verschiedenen, gleich-

---

* Man findet in der neueren Literatur mehrfach Angaben über die Phosphoreszenzen von „Schwefelkalzium", „Schwefelstrontium" und „Schwefelbaryum" bei tiefen Temperaturen; darunter auch die, daß bei $-70°$ deren Leuchten aufhöre. Ohne Spezifizierung der Metalle, welche in den benutzten Präparaten wirksam waren, sind diese Angaben nicht zu verwerten. Die Grenze $-70°$ paßt auf keinen der von uns untersuchten reinen Phosphore. Dagegen zeigt sich E. Becquerels Resultat, daß die Dauer des Leuchtens im allgemeinen um so geringer sei, je höher die Temperatur („La lumière" t. I. p. 390) nicht zwar ausnahmslos, aber doch für viele reine Phosphore in dem von E. Becquerel benutzten Temperaturbereiche von $-20°$ aufwärts, als zutreffend. Wir gelangen später zur Aufstellung eines allgemeinen Satzes, nicht die Gesamtemission von Phosphoren, sondern deren einzelne Banden betreffend, welcher jenen Becquerelschen Satz umfaßt.

** Für die Festlegung des Maximums einer Bande im Spektrum ist

zeitig vorhandenen Banden am besten bei tiefen Temperaturen; in der Hitze dagegen fließen dicht nebeneinander liegende Banden leicht zu einem Kontinuum zusammen. Bei den Baryumphosphoren, welche eine niedrige Temperaturgrenze haben, tritt dies schon bei gewöhnlicher Temperatur ein.

Sind die in der Hitze vorhandenen Banden nicht in einer Gruppe beisammen gelegen, sondern über das ganze Spektrum verstreut und ragt keine an Intensität hervor, so ist die Folge des Zusammenfließens ein gleichmäßig erhelltes kontinuierliches Spektrum und entsprechend fahle weißliche Farbe des Phosphoreszenzlichtes. So bei *CaSbNa*, bei den *Ca-* und *SrCu*-Phosphoren, dem *SrPb* und *SrAgLi*.

Die Einteilung der Banden in momentane und andauernde hängt — wie es sich gezeigt hat — lediglich von der betreffenden Temperatur ab. Jede Bande ist nämlich in gewissem tiefen Temperaturbereich Momentanbande, bei höherer Temperatur Dauerbande und wird schließlich bei bestimmter noch höherer Temperatur wieder Momentanbande, um es dann zu bleiben bis zum Verschwinden an der oberen Grenze. Die einzelnen Banden sind demnach nur verschieden nach Lage und Umfang der betreffenden Temperaturbereiche, sowie nach Intensität, beziehungsweise Dauer ihres Leuchtens in diesen Bereichen.

Wir nennen die drei Zustände, welche hiernach jede Bande je nach der Temperatur annimmt: Kältezustand oder unterer Momentanzustand, Dauerzustand und Hitze oder oberer Momentanzustand.

Dauerzustand in mittlerer Temperatur ist der gewöhnliche Fall. Hierher gehören fast alle Banden hellen Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur (Hauptbanden). Z. B. bei *CaCu*, *CaPb*, *SrCu*.

Der Fall der Hitzebanden: Hohe Lage des Dauerbereiches besteht z. B. bei einzelnen Banden von *CaBi*, *SrZn* und *CaSb*.

Da einzelne Banden von *CaBi*, *CaNi*, *BaCu*, *BaBi* bei -180^0 Dauerzustand haben, kann man annehmen, daß das untere Mo-

---

deshalb stets auf Beobachtung bei tiefen Temperaturen das Hauptgewicht gelegt worden.

mentanbereich ganz unterhalb der von uns versuchten tiefsten Temperatur liegt. Wenn, wie bei *CaMn*, *SrMn* und *BaCu* gewisse Banden uns immer nur als Momentanbanden erscheinen, so müßte nach unseren Ausführungen deren Dauerzustand ganz unter -180^0 liegen.

Diese Fälle gehen natürlich über die Beobachtung hinaus. Zu bemerken aber ist, daß keine Bande dieser Auffassung widerspricht.

Die drei Temperaturbereiche jeder Bande sind von unveränderlicher Lage, da die Wirkung der Temperatur von den Zusätzen und der Metallmenge und wie wir später (Kap. D) sehen werden, auch von der Erregungsart unabhängig ist.

Die Unabhängigkeit von den Zusätzen hat für letztere eine gewisse Beschränktheit der Wirkung zur Folge. Denn dieselben können demnach eine Bande, welche in einem der beiden Momentanzustände der Temperatur sich befindet, niemals zur Dauer bringen. Sie können nur innerhalb des Dauerbereiches die Größe der Dauer abändern, im übrigen in allen Bereichen auf die Intensität wirken.

Es wird danach verständlich, daß alle Versuche fehlschlagen mußten, einen Zusatz zu finden, welcher beispielsweise die rote oder die grüne *CaBi*-Bande bei gewöhnlicher Temperatur zu hellem Nachleuchten gebracht hätte. Der Erfolg, daß hell stets nur Blau erschien, geht nun als der einzig mögliche aus den Temperatureigenschaften der vorhandenen Banden hervor. Ganz allgemein muß es als gegeben erscheinen, daß starker Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur nur dort gefunden werden konnte, wo mehrere genügend verschiedenfarbige Banden Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur haben, das ist bei den *Cu*-, *Pb*-, und *Ag*-Phosphoren.

Kapitel D.

Über die Erregung der Phosphore.

Spektrale Erregungsverteilung.

Mit diesem Namen — oder kurz Erregungsverteilung — bezeichnen wir den Zusammenhang zwischen der Länge der erregenden Lichtwellen und der Intensität des erregten Phospho-

reszenzlichtes. Dabei ist wieder jede Bande des letzteren gesondert zu betrachten. Die Erregungsverteilungen werden unmittelbar sichtbar, wenn man auf den flächenhaft ausgebreiteten Phosphor ein schmales Spektrum entwirft* und dieses nach der Methode der gekreuzten Spektren durch ein Prisma betrachtet.

Beobachtungsmittel und Verfahren.

Das erregende Spektrum wurde durch ein Quarzprisma und Quarzlinsen entworfen. Die Breite des Spektrums, gleich der Länge des Spaltes, wurde für die Beobachtung gekreuzter Spektren auf 1 mm reduziert, so daß dieses schmale Spektrum als lineare Lichtquelle an Stelle des Spaltes wirken konnte für den zur Beobachtung dienenden Prismensatz, welcher samt einer als Lupe wirkenden Linse einem kleinen Taschenspektroskop entnommen war. Derselbe war auf einem Schlitten verschiebbar, so daß jeder beliebige Teil des auf dem Phosphor entworfenen Spektrums zur Beobachtung gelangen konnte.

Als erregendes Licht wurde hauptsächlich benutzt Kohlenbogenlicht, das an brechbarem Ultraviolett sehr reiche Zinkbogenlicht und das Licht einer NERNSTschen Lampe.

Manches war besser ohne das lichtschwächende, zerlegende Prisma zu sehen, wenn man den spektralbelichteten Phosphor durch eine lichtstarke Lupe betrachtete. So zeigt Mehrfarbigkeit des ultravioletten Spektrums unmittelbar an, daß die verschiedenfarbigen Banden des betreffenden Phosphors verschiedene Erregungsverteilung haben müssen, und die Maxima und Minima der Erregungen der einzelnen Banden waren so manchmal mit besonderem Vorteil feststellbar. Auch konnte man farbige Medien vor das Auge bringen, welche von Fall zu Fall so abgepaßt wurden, daß sie nur eine einzige Emissionsbande des Phosphors durchließen, wodurch die Erregungsverteilung dieser Bande gesondert ersichtlich wurde. Banden von langer Dauer sonderten sich im Nachleuchten von dem Rest der Emission, wodurch ihre Erregungsverteilung zuletzt für sich allein sichtbar übrig blieb.

* Wie wohl zuerst von E. BECQUEREL an seinen Präparaten unbekannter Zusammensetzung angeführt „La Lumière" T. I, p. 298, 1867.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen können folgenderweise zusammengefaßt werden.

Jede Phosphoreszenzbande hat ihre besondere spektrale Erregungsverteilung. Im Gebiete der sichtbaren und ultravioletten Wellen bis 0,0002 mm Länge finden sich im allgemeinen mehrere Maxima und Minima der Erregung für jede Bande. Nur bei wenigen Banden reicht die Erregung weit ins sichtbare Gebiet hinein. Phosphore, welche solche Banden als Dauerbanden besitzen, müssen durch besonders helles Nachleuchten bei Erregung mit Tageslicht ausgezeichnet sein. So bei den *Bi*-Phosphoren aller drei Erdalkalien, den *BaCu*, *SrZn*, *CaNi*-Phosphoren und den blauen *SrCu*-Phosphoren. Die Erregungsverteilung steht auch im Zusammenhange mit den Eigenfärbungen der Phosphore.

Wenn sichtbares Licht erregend wirken soll, muß es dem Energieprinzip zufolge auch absorbiert werden, was als Eigenfärbung des Phosphors merklich werden kann. Daß solche Eigenfärbungen wirklich vorhanden und wesentlich sind für die Phosphoreszenzfähigkeit, haben wir bereits hervorgehoben. In der Tat sind gelbliche Färbungen bei den Wismutphosphoren aller drei Erdalkalien und bei *CaNiFl*, entsprechend der von den Erregungsverteilungen der Hauptbanden dieser Phosphore verlangten Absorption von Blau und Violett. Rötlich ist die Färbung bei $BaCuLi_3PO_4$ und in geringerem Maße auch bei *BaCuNaFl*.

Diesen Fällen deutlichen Zusammenhanges zwischen Erregungsverteilung und Eigenfarbe stehen andere Fälle gegenüber, bei welchen anzunehmen sein dürfte, daß auch noch andere Lichtabsorptionen als die zur Erregung dienenden mitspielen. So z. B. bei *SrZnFl*.

Die Stockessche Regel, daß die Wellen des erregten Lichtes stets länger seien als die des erregenden Lichtes, hat sich bei keiner der 64 untersuchten Banden deutlich verletzt gezeigt. Betreffend die Fälle nicht gelöster Bandengruppen ist auf die unmittelbare Beobachtung hinzuweisen, daß das gekreuzte Spektrum des Phosphorlichtes zwar oft verschmolzen war mit dem schrägen Spektrum des reflektierten Lichtes, niemals aber deutlich über dasselbe hinausging.

Die Dauer einer Bande ist unabhängig von der Art der Er-

ıng, sei es, daß es sich um Licht verschiedener Wellenlängen dle oder auch um andere Erregungsarten, wie Zinkfunkenlicht Kathodenstrahlen. Als Beispiel für dieses Verhalten stehe der *SrMnNa*-Phosphor, welcher im Spektrum eine rote ımentanbande) und zwei grüne Banden (Dauerbanden) besitzt. rde der Phosphor im linearen Spektrum exponiert und letzteres einem gekreuzten Prisma beobachtet, so zeigte sich, daß die ıentanbande stets längs des ganzen erregenden Spektrums ıell, die Dauerbanden hingegen langsam an- und abklangen. Nur die relative Intensität der Banden ist im allgemeinen e andere, und sie kann unter dem Einflusse schneller Kathodenhlen leicht sehr viel größer werden als mit Licht.

Momentane und andauernde Banden bleiben solche unter st gleichen Umständen bei verschiedenartiger Erregung. Unstige Erregung konnte nur ihre Intensität beeinträchtigen.

Die spektralen Erregungsverteilungen sind unabhängig von Art des Zusatzes sowohl wie auch von der Temperatur. Um letztere Frage zu beantworten, haben wir eine Anzahl von sphoren unter Erhitzung dem Quarzspektrum exponiert. Die sphore befanden sich dabei in einem Quarzrohre, in dessen ıgsrichtung das Spektrum fiel; die Erhitzung geschah durch e wenig leuchtende Bunsenflamme. Die Antwort auf die gelte Frage fiel überall verneinend aus. Die verschiedenen ben verschwinden der Reihe nach, je nach den ihnen entechenden Temperaturen, ohne aber die Erregungsverteilung ei zu ändern.

Die spektralen Erregungsverteilungen gehören demnach als z unveränderliche Attribute zu ihren betreffenden Banden.

Kapitel E.

Aufleuchten beim Erwärmen.

Wir haben bisher konstante, beziehungsweise sehr langsam änderliche Temperatur vorausgesetzt. Bei schneller Temperaturerung treten besondere Erscheinungen zu Tage: Temperaturtieg verstärkt im allgemeinen die Lichtemission eines vorichteten Phosphors, Temperaturabstieg schwächt sie. Das Auf-

leuchten beim Erwärmen, welches auch bei andern phosphoreszenzfähigen Körpern sich findet, ist eine bereits lange bekannte Erscheinung; sie wurde wohl zuerst am Flußspat bemerkt*, doch scheint sie nicht immer genügend in Zusammenhang gehalten worden sein mit den vorausgegangenen Erregungen des untersuchten Körpers, als wesentlicher Bedingung für ihr Auftreten. Die hier untersuchten Phosphore zeigten die Wirkung der Temperaturänderungen sämtlich in sehr auffälliger Weise. Tauchte man das zu hellem Leuchten erregte Präparat in das Kältebad, oder nahm man es leuchtend aus dem Erhitzungsgefäß heraus, so hatte die eintretende Abkühlung stets beträchtliches Sinken der Emission, meist fast Verlöschen zur Folge. Umgekehrt steigerte das Einbringen in den Erhitzungsapparat das Leuchten oft zu ganz außerordentlicher Intensität. Geht man, wie im letztgenannten Falle, von der Zimmertemperatur aus, so gelangt man beim Erhitzen bald an die obere Temperaturgrenze, bei welcher auch das Aufleuchten aufhört. Am besten war die Erscheinung zu verfolgen, wenn man den Phosphor bei -180^0 längere Zeit belichtet hatte und von da ab seine Temperatur bis über jene Grenze hinaussteigen ließ.

Wir haben diesen Versuch bei allen repräsentierenden Phosphoren durchgeführt. Das erste Erwärmen geschah dabei durch kurze Berührung mit dem Finger, was oft grelles Licht hervorbrachte; durch wiederholte Berührung mit der Hand wurde bald Zimmertemperatur erreicht, worauf das Erhitzen über einer kleinen, wenig leuchtenden Flamme solange weiter fortgesetzt wurde, bis alles Leuchten aufhörte. Dabei durchlief die Emission im allgemeinen verschiedene Stadien der Intensität und auch der Farbe und zwar so, daß zu jeder durchlaufenen Temperatur ein bestimmtes dieser Stadien gehörte. War die Anfangstemperatur -45^0 oder Zimmertemperatur, so fehlte von der Reihe der Stadien der Anfang, entsprechend den nicht durchlaufenen Temperaturen; der Rest war derselbe, wie beim Ausgehen von -180^0. Die so gemachten Beobachtungen haben wir durch besondere Versuche an einigen Phosphoren ergänzt, wie hierüber zu berichten, ohne

* Vgl. E. Becquerel, l. c. I, p. 93.

sie durch genaue Temperaturmessungen verfeinert oder in allen Einzelheiten erschöpft zu haben.

Die Resultate lassen sich in die folgenden Behauptungen zusammenfassen:

1. Ohne vorhergegangene Belichtung erfolgt kein Aufleuchten bei Temperaturanstieg. Hat der Phosphor durch langes Liegen im Dunkeln oder, schneller, durch Erhitzen bis zur oberen Temperaturgrenze all sein Leuchten einmal verausgabt, so bringt keinerlei Erhitzung oder Abkühlung und Wiedererhitzung ihn zum nochmaligen Aufleuchten.

Beispiele: *CaBiNa* sowie *SrBiNa*, an der Sonne, am besten unter Schütteln in einem Probierrohre belichtet, zeigen über der nichtleuchtenden Bunsenflamme erhitzt ganz besonders intensives Aufleuchten; hat man aber die Erhitzung, stets unter der Rotglut bleibend, etwa 10 Minuten lang fortgesetzt, so ist das Leuchten unsichtbar geworden. Kühlt man danach das Rohr im Dunklen mit Wasser ab und erhitzt von neuem, so erfolgt nunmehr kein merkliches Aufleuchten. Man muß von neuem belichtet haben, um solches zu erhalten. Wartet man aber bei der ersten Erhitzung vollständiges Ausleuchten nicht ab, sondern unterbricht dasselbe durch Kühlen auf -180^0, so erscheint danach bei der zweiten Erhitzung die unmittelbare Fortsetzung des Ausleuchtens, beginnend mit schätzungsweise derselben Intensität, bei welcher das erste Erhitzen abgebrochen wurde.

2. Die während des Temperaturanstieges erfolgende Lichtemission eines vorbelichteten Phosphors hat dieselbe spektrale Zusammensetzung wie sein Nachleuchten bei konstanter Temperatur und zwar in jedem Augenblicke des Anstieges wie dasjenige Nachleuchten, welches der augenblicklich durchlaufenen Temperatur entspricht. Es erscheinen also stark diejenigen Banden des Phosphors, welche bei der eben durchlaufenen Temperatur Dauerbanden desselben sind, schwächer die Banden, welchen bei dieser Temperatur schnelleres Abklingen eigen ist und garnicht die Momentanbanden dieser Temperatur.

Damit sind die Erscheinungen des Aufleuchtens beim Erwärmen vollkommen zurückgeführt auf das Verhalten bei konstanter Temperatur.

Die Sätze 1. und 2. können in die Behauptung zusammengefaßt werden: Das Aufleuchten beim Erhitzen sei nicht als eine besondere Art der Erregung des Phosphors durch Wärmezufuhr aufzufassen, sondern es sei eine durch Herbeiführung geeigneter Temperatur ausgelöste aufgespeichert gewesene Erregung. Daß die Wärmezufuhr nicht erregend auf den Phosphor wirkt, geht am augenfälligsten vielleicht aus der besonderen Tatsache hervor, daß Momentanbanden, welche während Erregung mit Licht oft so hell strahlen können, durch Temperaturanstieg niemals zum Vorschein zu bringen sind. Besonders charakteristisch waren folgende Fälle: *CaPbNa*, *CaSbNa*, welche bei -180^0 und -45^0 keine Dauerbanden haben, blieben dementsprechend solange dunkel, bis sie etwa Zimmertemperatur erreichten und begannen dann erst aufzuleuchten. Die *Sr*-, *Cu*-, *Pb*-Phosphore, deren Banden bei -180^0 geringe, bei Zimmertemperatur größere Dauer haben, begannen mit düsterem Aufleuchten, das mit Annäherung an die Zimmertemperatur immer heller wurde. *BaCuNaFl* und $BaBiK_2B_6O_{11}$, welche in tiefster Kälte starke Dauerbanden haben, begannen sofort beim Herausnehmen aus der flüssigen Luft mit grellem Aufleuchten. Beobachtet man das Spektrum des aufleuchtenden Phosphors bei verschiedenen Temperaturen, so sieht man nur jene Banden, welche bei der betreffenden Temperatur Dauerzustand haben.

Die Sätze 1.—2. entsprechen im allgemeinen der bereits von E. BECQUEREL gebildeten Vorstellung, daß jedem Phosphor ein gewisses Aufspeicherungsvermögen zukomme für die Vorbedingungen des Nachleuchtens, und daß dieses Aufspeicherungsvermögen in der Hitze kleiner sei als in der Kälte. Wir werden jedoch sehen, daß die Vorstellung zu verfeinern ist, um die beobachteten Tatsachen zu umfassen. Die Verfeinerung geht nach zwei Richtungen: Erstens ist jede Bande gesondert zu behandeln von allen übrigen Banden desselben Phosphors, zweitens sind die drei Temperaturzustände der Banden zu berücksichtigen, deren jeder sein besonderes Verhalten hat in bezug auf Erregungsaufspeicherung.

Hierzu kommen wir durch folgende Beobachtungen:

Da beim Erhitzen eines kalt vorbelichteten Phosphors alle Dauerbanden desselben der Reihe nach zum Erscheinen kommen,

kann auch der Fall des Erscheinens von Banden eintreten, welche bei der Temperatur der Belichtung gar keine Intensität besaßen. Folgendes ist ein Beispiel hiervon: *CaBiNa* zeigt bei -50^0 weder während, noch nach Belichtung etwas von der grünen Bande im Spektrum; die Erregung bei dieser Temperatur scheint ausschließlich der roten Bande und den blauen Banden gegolten zu haben, in deren Farbengemische der Phosphor purpurn indigo leuchtet. Erwärmt man ihn aber ohne weitere Erregung, so findet man, sobald nur die Temperatur diejenige Höhe erreicht hat, bei welcher die grüne Bande dauernd wird, diese Bande so intensiv betätigt, daß helles grünes Leuchten erfolgt. Man könnte nach dieser Beobachtung meinen, daß dieselbe Erregung, welche zur Zeit ihrer Aufspeicherung nur den blauen und roten Banden galt, sofern sie von diesen nicht verbraucht wurde, später beim Erhitzen der grünen zugute kam. Diese Vorstellung der Aufspeicherung von Erregung schlechthin wäre jedoch unzutreffend, wir werden vielmehr sehen, daß jede Bande ihre eigene Erregung erfährt und für sich allein aufspeichert, so daß keine andere Bande sie verbrauchen kann.

Belichtet man nämlich einen Phosphor im Quarzspektrum, wie zur Beobachtung seiner Erregungsverteilung und erhitzt ihn dann im Dunkeln, so daß er aufleuchtet, so sieht man die Erregungsverteilung der Dauerbanden der Reihe nach erscheinen, z. B. bei *CaBiNa* zuerst die richtige Verteilung des Blau (die blaue Bandengruppe ist bereits bei gewöhnlicher Temperatur von Dauer), dann später, bei höherer Temperatur, erst das Grün (die grüne Bande ist Dauerbande in der Hitze), in welcher das Grün auch erscheint, wenn man den Phosphor in heißem Zustande spektral belichtet. Man sieht daraus, daß das grüne Aufleuchten nicht aus dem im Phosphor vorhandenen Erregungsvorrat überhaupt stammte, sondern daß es seinen eigenen besonderen Erregungsvorrat gehabt haben mußte; denn es erschien in seiner besonderen spektralen Verteilung, durchaus nicht an allen überhaupt erregten Stellen des Phosphors. Auch mußte die besondere Erregung des Grün unverbraucht im Phosphor geblieben sein, während die anderen blauen Banden aufgeleuchtet hatten, solange bis die Temperatur erreicht war, bei wel-

cher das Grün Dauerbande und also des Aufleuchtens fähig wurde.

Man sieht aus diesem Falle, welcher ein herausgegriffenes Beispiel unter vielen beobachteten gleichen Fällen ist, daß nicht nur jede Bande für sich allein erregt wird, sondern daß bei Erregung einer Bande im unteren Momentanzustand (wie die grüne *CaBi*-Bande) zweierlei Prozesse zu unterscheiden sind, welche unabhängig nebeneinander hergehen, obgleich sie durch dieselben zur betreffenden Bande gehörigen, einfallenden Lichtwellenlängen bewirkt werden. Nämlich (a) das momentane Leuchten der Bande und (b) die unsichtbare Aufspeicherung von Erregung derselben Bande.

Da wir ferner sahen, daß überhaupt nur Dauerbanden aufleuchten, d. h. Banden, welche gerade den Dauerzustand passieren während des Erhitzens, niemals Momentanbanden, so folgt, daß Belichtung im oberen Momentanzustand niemals zum Aufleuchten führen kann beim Erhitzen, woraus zu schließen ist, daß im oberen Momentanzustand überhaupt keine Aufspeicherung von Erregung stattfindet.

In Zusammenfassung kommt man danach zu folgender Vorstellung über die drei Bandenzustände:

Im ersten Zustand, welchen wir den unteren Momentanzustand oder Kältezustand nannten, laufen bei erregender Belichtung zwei die Bande betreffende Prozesse gleichzeitig im betreffenden Phosphor ab; nämlich erstens schnell an- und abklingendes Leuchten der Bande und zweitens eine mit der Dauer und der Intensität der Belichtung asymptotisch anwachsende Aufspeicherung von Erregung. Diese Aufspeicherung ist in diesem ersten Zustande von außerordentlicher Vollkommenheit, d. h. sie bleibt für außerordentlich lange Zeiten im Phosphor enthalten, ohne zum Leuchten der Bande verbraucht zu werden. Beide Prozesse, der momentane Leuchtprozeß und die Aufspeicherung werden zwar durch dieselben erregenden Lichtwellen von bestimmten Längen betätigt, verlaufen aber unabhängig voneinander; einer derselben kann auch zurücktreten bis zum Fehlen. Fehlt der erste Prozeß, so bleibt die Bande in diesem Kältezustande völlig unsichtbar; erst nachträgliche Überführung in den zweiten Zu-

stand, durch Erhöhung der Temperatur, macht die erfolgte Aufspeicherung sichtbar dadurch, daß sie dann dem Verbrauch zum Leuchten der Bande verfällt. Fehlt der zweite Prozeß, so leuchtet die Bande zwar, aber es wird nichts aufgespeichert.

Im zweiten Zustande, welchen wir Dauerzustand nannten, wird gleichzeitig sowohl Erregung aufgespeichert, auch solche zum Leuchten der Bande verbraucht. In diesem Zustande ist also die Aufspeicherung von minderer Vollkommenheit als im ersten Zustande; sie verfällt mindestens zum Teil unvermeidlich dem genannten Verbrauch, welcher sofort mit dem Eintritt der Erregung beginnt. Die Aufspeicherung wächst übrigens asymptotisch mit der Dauer und der Intensität der erregenden Belichtung, wie im ersten Zustand. Was in diesem zweiten Zustande bei erregender Belichtung sichtbar wird, ist allmähliches Anklingen der Bande, entsprechend der asymptotisch steigenden Aufspeicherung, welche auch steigenden Verbrauch zur Folge hat, nach Schluß der Belichtung allmähliches Abklingen der Bande, entsprechend dem allmählichen Verbrauch noch aufgespeichert gebliebener Erregung.

Im dritten Zustande, welchen wir oberen Momentanzustand oder Hitzezustand der Bande genannt haben, findet Aufspeicherung nicht mehr statt; schnell an- und abklingendes Leuchten ist alles, was erregende Belichtung noch hervorbringt. Das Bereich dieses Zustandes endet bei der oberen Grenztemperatur der betreffenden Bande, wo deren Erregbarkeit durch Licht aufhört. Diese Temperatur lag bei manchen Banden nahe der Rotglut, bei vielen aber weit darunter.

Die drei Zustände bestehen zwar jeder in besonderem, meist wohlerkennbarem, für die betreffende Bande charakteristischem Temperaturbereich, sie gehen aber an den Grenzen sowohl wie auch innerhalb dieser Bereiche allmählig mit ihren geschilderten Eigenschaften ineinander über.

Kapitel F.

Analogien verschiedener Banden.

Vergleicht man die im Vorhergehenden studierten auf ihre Eigenschaften hin untereinander, so findet man Analogien bestehen, nicht nur zwischen Banden desselben in den drei Erdalkalisulfiden, sondern auch zwischen Ban schiedener Metalle im selben Sulfid. Die Analogien sin nicht einfacher Art und bei gegenwärtiger Kenntnis keiner Fassung fähig; sie gleichen hierin den chemischen Analo Metalle und bestehen, wie diese, gruppenweise. Die drei in welche die als wirksam gefundenen Metalle sich ordn soweit zu sehen: *Cu, Pb, Ag, Zn — Mn, Ni — Bi, Sb.*

Die einzelnen Metallgruppen können charakterisiert wie folgt.

1. Kupfergruppe. Jedes Metall besitzt zwei weit i trum auseinander liegende Banden, beziehungsweise Bande mit Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur oder doc Nähe derselben. Beide sind großer Intensität und Dau und zwar die minder brechbare meist mit *Na*-Zusätzen, d barere mit *K*-Zusätzen, was im allgemeinen großen Ei Zusätze auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlich peratur ergibt. Im einzelnen ist zu sagen, daß die Te maximaler Dauer bei der brechbareren Bande meist tie als bei der anderen. Besonders bei *SrPb* und *BaCu* b gewöhnliche Temperatur bereits obere Grenze des Dauer von der brechbareren Bande, daher kein Zusatz das Vi ersteren oder das Blau der letzteren Phosphore bei gew Temperatur zu besonderer Dauer bringen konnte.

2. Die Metalle der Mangangruppe haben nur je ein bande, im sichtbaren Gebiet mit Dauerzustand bei gew Temperatur, was Einfluß der Zusätze auf die Farbe d leuchtens bei dieser Temperatur ausschließt.

3. Bei den Gliedern der Wismutgruppe herrsc Mannigfaltigkeit an intensitäts- und dauerfähigen Banden verschieden gelegenen Temperaturbereichen, wodurch hi ders großer Einfluß der Temperatur auf die Phosphores

resultiert. Die bei gewöhnlicher Temperatur im Dauerzustand befindlichen Banden liegen im Spektrum meist so nahe beieinander, daß — wie bei der vorigen Gruppe und im Gegensatz zur *Cu*-Gruppe — die Zusätze wenig Einfluß auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur haben können.

Was im besonderen die Banden ein und desselben Metalles bei den drei Erdalkalien anlangt, so findet man in der Kupfergruppe und bei den *Bi*-Phosphoren eine Verschiebung der als analog einander zugeordneten Banden nach dem Rot hin beim Übergang von *Ca* zu *Sr* und *Ba**. Die Wellenlängenzunahme beträgt für die am deutlichsten analogen Banden etwa ebensoviel. Hervorzuheben ist aber, daß jene Regel der Verschiebung nach dem Rot hin bei Mangan im Stiche läßt.

Allgemeiner und auch deutlicher gilt dagegen die Regel der Verschiebung nach Rot hin von *Ca* zu *Sr* zu *Ba* für die Erregungsverteilungen analoger Banden derselben Metalle. Bei den *Sr*- und noch mehr bei den *Ba*-Phosphoren sind dementsprechend die Erregungsverteilungen im allgemeinen viel weiter ins sichtbare Gebiet hineingerückt, als bei den *Ca*-Phosphoren.

Besonders und wiederholt zu bemerken ist, daß gemeinsame Banden aller *Ca*-, aller *Sr*- oder *Ba*-Phosphore nicht bestehen. Wohl erscheinen manche Banden in gleicher spektraler Lage, z. B. gewisse Banden von *SrPb*, *SrZn* und *SrAg* bei $\lambda = 55.10^{-5}$ mm, doch unterscheiden sie sich dann nach Erregungsverteilung beziehungsweise Temperatureigenschaften, sind also keineswegs identisch.

Ebensowenig wie gemeinsame Banden finden sich auch gemeinsame Erregungsverteilungen oder auch nur gemeinsame Erregungsmaxima weder bei Phosphoren eines und desselben Erdalkalis, noch auch überhaupt.

Man muß danach zugeben, daß sowohl die Emission des Phosphoreszenzlichtes, als auch die Absorption des erregenden Lichtes durch die in den Phosphoren befindlichen Metallatome

---

* Dies ist bereits beim ersten hierfür gelieferten Beispiel der *Cu*-Phosphore der *CaSr* und *Ba* an deren Hauptbanden hervorgetreten: Wied. Ann. 38, p. 96—98, 1889.

bewirkt wird, was der früher bereits ausgesprochenen Auf
entspricht, daß die Phosphoreszenzen den Metallen zuzus
seien, nicht den Erdalkalisulfiden.

Der Zugehörigkeit der Phosphoreszenzen zu den Meta
entspricht es auch, daß chemisch ähnliche Metalle analo
phoreszenzbanden hatten. Zugleich zeigen aber die Reg
keiten bezüglich der Verschiebung der Erregungsverteilu
Rot an, daß das Sulfidmolekül mitbeteiligt sei an den Besti
stücken der Schwingungsdauer der Emission sowohl als
sorption. Den Molekülen des Zusatzes dagegen fehlt so
teiligung, denn sie verschieben weder die Banden, noch
regungsverteilungen, sie bewirken nur eine bevorzugende
unter den durch die Natur des Metallatomes zusammen
Sulfid als möglich gegebenen Schwingungsdauern.

Kapitel G.

Schluß.

a) Allgemeine Bandeneigenschaften.

Die Mannigfaltigkeit charakteristischer Erscheinungen
an den von uns hergestellten reinen Phosphoren zu be
waren, muß als außerordentlich groß und zugleich als s
wickelt bezeichnet werden; sie widerstrebt jedem Überbl
lange man einen Phosphor als einheitliches Ganzes betrach

Erst die spektrale Zerlegung der Emission und die ge
Betrachtung der einzelnen Teile derselben, welche, auch be
Phosphoren, voneinander völlig verschiedene Eigenschafte
können, führt zu einem Verständnis der Erscheinungen.

In dieser Weise haben wir die an allen Phosphoren
liebiger Erregungsart und beliebiger, zunächst konstant ge
Temperatur, beobachteten Erscheinungen zurückführen kö
bestimmte, feste Eigenschaften einer Anzahl von Emission
deren jede einem Metall und einem Sulfid zugehört.

Auch die Erscheinungen bei veränderlicher Tempe
darunter die des Aufleuchtens beim Erwärmen — waren

* Wied. Ann. 38, p. 107, 1889.

führbar auf dieselben, für Leuchten bei konstanter Temperatur geltenden Eigenschaften derselben Banden.

Die Eigenschaften dieser Banden sind einfacher Art; sie betreffen das An- und Abklingen, den Einfluß der Zusätze, der Metallmenge, der Temperatur und der verschiedenen Erregungsarten auf die Intensität und die Dauer ihres Leuchtens.

Die Einfachheit besteht im besonderen auch darin, daß die verschiedenen, genannten Faktoren unabhängig voneinander auf jede Bande wirken. Zudem fanden wir Analogien in den Eigenschaften verschiedener Banden bestehen (Kap. F).

In Zusammenfassung sind es folgende allgemeine Bandeneigenschaften, aus welchen man das gesamte, hier vorzugsweise studierte Erscheinungsgebiet aufgebaut findet:

Jede Bande hat ihre bestimmte Lage im Spektrum; zugleich entsprechen ihr bestimmte, andere Wellenlängen, welche erregend auf sie wirken. Für jede Bande gibt es bestimmte Zusätze, welche sie verstärken. Endlich ist jede Bande fähig, drei verschiedene Zustände anzunehmen, deren jeder an ein bestimmtes, für die betreffende Bande festliegendes Temperaturbereich gebunden ist, wie dies bereits weiter oben ausgeführt wurde (Kap. E).

Als besondere Eigenschaft aller Banden ist ihre gegenseitige Unabhängigkeit hervorzuheben. Von den verschiedenen Banden eines und desselben reinen Phosphors hat jede ihre besonders gelegenen Temperaturbereiche, jede wird durch besondere Lichtwellenlängen vorzugsweise erregt und speichert dabei ihre Erregung für sich allein auf, so daß keine andere Bande sie verbrauchen kann.

b) Vorstellungen über die Emissionszentren der Banden.

Betrachtet man nach Kenntnis des Vorhergehenden einen Phosphor, so muß derselbe als ein Gemisch mehrerer, verschiedener Sorten von Emissionszentren erscheinen; für jede Bande eine Sorte und jedes Zentrum selbständig und in der Hauptsache unabhängig von den anderen funktionierend.

Jedes dieser Zentren muß die besonderen Eigenschwingungsdauern der Absorption (Erregungsverteilung) und der Emission besitzen, welche der betreffenden Bande zugehören. Als wesent-

liche Bestandteile der Zentren sind Atome des Metalles, Erdkalimetalles und Schwefels anzusehen, welche zusammen maßgebend sind für die Möglichkeiten jener Schwingungsdauern (Kap. A).

Die Zusätze, Glühtemperatur und ähnliche Faktoren (Kap. A 2, 3, 4), welche nur eine bevorzugende Auswahl unter den durch Metall und Erdkali als möglich gegebenen Schwingungsdauern bewirkten und zwar unter ersichtlicher Beeinflussung der molekularen Struktur des Phosphors, erscheinen danach bestimmend für die Art der Bindung oder Gruppierung, zu welcher die genannten wesentlichen Bestandteile der Zentren bei der Bereitung des Phosphors zusammentreten. Druck zerstört die als Zentren wirksamen Gruppierungen.

Jedes Zentrum muß dreier verschiedener, ineinander übergehender Zustände fähig sein und sie je nach der Temperatur annehmen, dabei aber unveränderlich seine Eigenschwingungsdauern beibehalten.

In bezug auf die Unveränderlichkeit der Schwingungsdauern und die Zugehörigkeit zum Metallatom sind Phosphoreszenzbanden und Spektralserien eines Metalles einander analog. Beide stellen Reihen möglicher Schwingungszustände des Metallatomes dar, von welchen aber in einem bestimmten Atom aufeinmal hier wie dort immer nur einer statt hat; je ein Zentrum kann nur eine Bande emittieren, wie auch nur eine Spektralserie von einem Atom auf einmal erscheint.* Gemeinsam ist es auch, daß die Auswahl dieses einen Zustandes durch Einflüsse chemischer Art bewirkt erscheint, nämlich durch die anderen Atome des Zentrums und deren Gruppierung im Falle der Phosphoreszenzbanden und durch die im elektrischen Bogen sowie sonst in Flammen schichtenweise verschiedene chemische Beschaffenheit der Umgebung im Falle der Spektralserien**. Ebenfalls gemeinsam ist hier wie dort die spektrale Verbreitung mit steigender Temperatur, sowie die Verminderung der Intensität durch gleichzeitiges Vorhandensein eines anderen Metalles, welche letzteren Analogien allerdings mehr indirekter Art zu sein scheinen.

---

* Lenard, Ann. d. Phys. 11, p. 636, 1903.

** Lenard, l. c., p. 649; De Watteville, Comptes Rend. 138, p. 346, 1904.

Nach dem über den Einfluß der Metallmenge Gefundenen können nur wenige Atome des Metalles in je einem Zentrum angenommen werden, ebenso aber auch nicht besonders viele Atome des Erdalkalis oder Schwefels*. Denn das Erdalkalisulfid eines Phosphors war ohne Beeinträchtigung oder Abänderung der Phosphoreszenzfähigkeit in sehr weitgehendem Maße ersetzbar durch mancherlei andere Substanz; es kann danach in seiner Hauptmenge nur als inaktives Füllmaterial gelten, welches weder bei der Aufnahme der Erregung noch bei deren Verausgabung beteiligt ist. Auch die Annahme, daß dieses Füllmaterial mit der Aufspeicherung der Erregung zu tun habe, findet keinen Anhalt; denn es kann beispielsweise in ein und demselben Phosphor eine bestimmte Bande sehr vollkommene Erregungsaufspeicherungen haben (unterer Momentanzustand) und gleichzeitig eine andere Bande unvollkommene Aufspeicherung (Dauerzustand). Danach scheint die große Menge inaktiven Füllmateriales nur den Zweck zu haben, die Bildung zu stark metallhaltiger, unwirksamer Atomgruppierungen bei der Herstellung des Phosphores zu verhindern.

Zur Frage, worin die Wirkung des erregenden Lichtes auf die Zentren bestehe, kann bemerkt werden, daß man gegenwärtig nur eine Wirkung von Licht auf Metall oder Metallsulfid kenne, welche in Betracht kommen könnte: Die lichtelektrische Wirkung, von welcher gezeigt ist**, daß sie in dem Austritt negativer Quanten aus den Metallatomen bestehe, wobei die Energie, soweit zu sehen, nicht dem erregenden Lichte, sondern dem Inneren des Metallatomes entstammt.*** Es mag dazu hervorgehoben werden, daß die Sulfide der von uns als wirksam konstatierten Metalle als Blenden und Glanze bekannt, der genannten Wirkung in hervorragendem Maße zugänglich sind† und daß durch Untersuchungen der Herren ELSTER und GEITEL†† bereits seit langer

* Das Bestehen bestimmter Verhältnisse zwischen den Atomzahlen des Erdalkalis und des Metalles ist angezeigt durch die Tatsache, daß die maximal wirkenden Metallmengen mit wachsendem Atomgewicht des Erdalkalis abnehmen.

** LENARD, Sitzber. d. Wiener Akad. 108. IIa, p. 1649, 1899.

*** LENARD, Ann. d. Phys. 8, p. 170, 1902.

† Nach anderweitig zu veröffentlichenden Versuchen.

†† ELSTER und GEITEL, Wied. Ann. 38, p. 507, 1899; 44, p. 722 u. ff., 1891;

Zeit tatsächliches Bestehen der lichtelektrischen Wirkung bei den Phosphoren, sowie auch bei anderen phosphoreszenzfähigen Substanzen außer Zweifel gesetzt ist.

Wenn die Erregung im Austritt von Quanten aus dem Metallatom besteht, kann der Verbrauch der Erregung Rückkehr dieser Quanten sein mit oszillatorischer Annährung an ihre ursprünglichen Bahnen in den Dynamiden des Atomes. Es fiele dann die Möglichkeit des Verbrauches von Erregung zusammen mit der Möglichkeit elektrischer Strömung innerhalb des vom Zentrum eingenommenen Raumes. Letztere Möglichkeit, die elektrische Leitfähigkeit in Körpern von der chemischen Beschaffenheit der Phosphore, hängt aber in der Tat im allgemeinen so mit der Temperatur zusammen, wie es den Eigenschaften der drei Temperaturzustände der Banden entspricht.

52, p. 453, 1894. — Diese Arbeiten haben uns, im obigem Zusammenhange, schon vor längerer Zeit zu weiteren Beobachtungen veranlaßt, über welche gesondert zu berichten sein wird.

2.

EINE NEUE METHODE ZUR QUANTITATIVEN BESTIMMUNG DES ÄTHYLALKOHOLS.

Von STEFAN BUGARSZKY.*

Vorgelegt der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung am 14. Dezember 1903.

Aus „Mathematikai és Természettudomanyi Értesitö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXII, pp. 54—59.

Die zur quantitativen Bestimmung des Äthylalkohols bisher ausgearbeiteten Verfahren gründen sich alle auf die oxydierende Wirkung der Übermangansäure**, oder auf die der Chromsäure***. Ganz befriedigende Resultate liefert aber keines von diesen Verfahren†, da weder die Übermangansäure, noch die Chromsäure den Äthylalkohol glatt, d. h. nach einem einfachen, von den Konzentrationsverhältnissen unabhängigen stöchiometrischen Verhältnisse oxydiert, weshalb es auf Grund dieser Wirkung nur unter gewissen streng eingehaltenen Versuchsbedingungen gelingt, leidliche Resultate zu erhalten. Wenn aber sehr kleine

* Mitteilung aus dem chemischen Institute der tierärztlichen Hochschule zu Budapest.

** Rösr: Zeitschr. f. angew. Chemie 1888, 31; Benedict und Norris: Journal Americ. Chem. Soc. *20*, 293 (1897).

*** Bourcart: Zeitschr. f. analyt. Chemie *29*, 609 (1890); Nicloux: Comptes rendus de la Soc. de biol. [10] *3*, 841 (1896); Bordas u. Raczkowski: Comptes rendus de la Acad. des sciences *123*, 1071 (1896); Kurloff: Ber. deutsch. chem. Ges. *30*, 741 (1897).

† Vergl. die kritischen Bemerkungen von Benedict u. Norris: [Journal Americ. Chem. Soc. *20*, 293 (1897)], sowie Pozzi-Escot: [Annales Chim. anal. appl. 7, 11 (1901)].

Mengen von Alkohol zu bestimmen sind, z. B. wenn der
gehalt des Wassers nicht mehr als einige Hundertstel
oder noch weniger beträgt, dann lassen sich die bish
arbeiteten Methoden nicht anwenden. Darum suchte ic
im Laufe anderweitiger Untersuchungen genötigt war, se
Mengen Alkohols in Wasser quantitativ zu bestimmen, n
derartigen analytischen Verfahren, welches die quantitativ
mung von Äthylalkohol auch für den Fall seiner sehr
Konzentration ermöglicht.

Es gelang mir die Lösung dieser Aufgabe dadurch
als Oxydationsmittel das *Brom* angewandt habe, wie d
weiter unten angeführten Versuche beweisen.

Es wurde beim ersten Versuche, bei dem eine M
0,1135 g Alkohol in einem mit eingeriebenem Glasst
sehenen Glaskolben in 50 ccm Wasser von der Tempera
enthalten war, 0,5 ccm (= 1,6 g) reines Brom durch A
von heftigem Schütteln möglichst schnell in Lösung
Die jodometrische Bestimmung des Bromgehaltes erg
am Anfange der Wirkung das folgende Resultat: Es w
der Titration von 1 ccm der Flüssigkeit 7,68 ccm $^1/_{20}$
sulfatlösung verbraucht. Zwei Stunden später wurden
des Reaktionsgemisches, das in einem OSTWALDschen T
(konstante Temp. 25° C) stand, 7,18, nach 5 Stunden
nach 24 Stunden 5,30 ccm $^1/_{20} - n$ Thiosulfatlösung v
Diese Daten beweisen, daß Brom und Äthylalkohol in
wässeriger Lösung bei gewöhnlicher Temperatur sehr
aufeinander wirken.

Die Reaktionsgeschwindigkeit steigt nun, wie die
Kinetik lehrt, sehr schnell mit der Temperatur, so daß R
die bei gewöhnlicher Temperatur sehr langsam vor si
z. B. zu ihrem praktisch vollständigen Verlauf eine Zeit
mehreren Wochen brauchen, in der Nähe von 100° C sc
halb einiger Stunden vollständig verlaufen können.* A
deshalb die oben angeführten Versuchsresultate zeigten

* Vergl. z. B. VAN 'T HOFF: Vorlesungen über theoretische u
lische Chemie, Heft 1, 223 (1898).

Oxydation durch Brom bei gewöhnlicher Temperatur infolge langsamen Verlaufs der Reaktion nicht vollständig ist, prüfte ich, ob die Reaktion bei viel höherer Temperatur, nämlich nicht weit von 100° C innerhalb weniger Stunden sich praktisch vollständig vollziehen wird. Zu dem Zwecke stellte ich das obige Reaktionsgemisch in heißes Wasser hinein, das in einem Zylinderglas stand und mit Hilfe der Flamme eines Bunsenbrenners erhitzt, auf der Temperatur von 80° C (± 5°) erhalten wurde. Nach zwei Stunden nahm ich den Kolben aus dem heißen Wasser heraus und nach Erkaltenlassen und tüchtigem Umschütteln des Reaktionsgemisches bestimmte ich den in 1 ccm der Flüssigkeit enthaltenen Bromgehalt. Es wurde bei der Titration 3,72 ccm $^1/_{20} - n$ Thiosulfatlösung verbraucht. Dann stellte ich das Reaktionsgemisch in das heiße Wasser zurück und hielt es eine Stunde lang darin. Nachdem ich es wieder herausgenommen hatte und erkalten ließ, bestimmte ich von neuem in 1 ccm des Gemisches den Bromgehalt. Es wurde 3,68 ccm $^1/_{20} - n$ Thiosulfatlösung verbraucht, was — mit Rücksicht auf die Flüchtigkeit des Broms — mit dem Werte 3,72 genügend übereinstimmt und beweist, daß die Reaktion in der Nähe von 80° C schon innerhalb zwei Stunden praktisch vollständig verläuft.

Um die Reaktionsgleichung aufstellen zu können, im Sinne welcher die Einwirkung zwischen Äthylalkohol und Brom, im Überschusse des letzteren vor sich geht, bestimmte ich vor allem in einem größeren Anteile des Reaktionsgemisches den Bromgehalt von neuem. Es wurde auf 5 ccm des Gemisches *18,30* ccm $^1/_{20} - n$ Thiosulfatlösung verbraucht. Dann bestimmte ich durch Titration mit $^1/_{10} - n$ Kalilauge, neben Anwendung von Phenolphtalein als Indikator, die gesamte Säure. Es wurde von der Lauge *12,42* aufgebracht. Andere 5 ccm der Reaktionsflüssigkeit setzte ich in einen ERLENMEYERschen Kolben, verdünnte sie mit 50 ccm Wasser und verjagte dann das Brom durch Erhitzen der Flüssigkeit. Nach dem Erkalten der letzteren, bestimmte ich in ihr den Bromwasserstoffgehalt mit Hilfe der Methode von VOLHARD. Es wurde *9,88* ccm $^1/_{10} - n$ Silbernitratlösung verbraucht. Alle diese Daten samt der Tatsache, daß die in 5 ccm der Flüssigkeit enthaltene Alkoholmenge gleich 0,01135 g und die in

5 ccm des Reaktionsgemisches ursprünglich vorhandene Brommenge $5 \cdot 7{,}63 = 38{,}50$ $^1/_{20} - n$ Thiosulfatlösung äquivalent war, beweisen — wie eine einfache Rechnung zeigt —: 1) daß zur Oxydation von 1 Mol Alkohol 2 Molen Brom verbraucht werden; 2) daß eine mit der verschwundenen Brommenge äquivalente Bromwasserstoffmenge gebildet wird und 3) daß gleichzeitig mit dem Bromwasserstoff auch eine andere Säure entsteht und zwar in einer solchen Menge, daß auf vier Äquivalente des Bromwasserstoffs ein Äquivalent dieser anderen Säure entfällt.

Alle diese experimentellen Daten berechtigen die Aufstellung folgender Reaktionsgleichung:

$$CH_3CH_2OH + H_2O + 2Br_2 = CH_3COOH + 4HBr$$

im Sinne welcher also ein Überfluß von Brom den Äthylalkohol in verdünnter wässeriger Lösung zur Essigsäure oxydiert.*

Es könnte auf Grund der vorigen Reaktionsgleichung die quantitative Bestimmung des Alkohols auf einem der drei folgenden Wege geschehen: 1) jodometrisch, in welchem Falle nämlich die Alkoholmenge aus der zur Oxydation aufgewandten Brommenge berechenbar wäre; 2) durch Bestimmung der gebildeten Bromwasserstoffmenge nach der Methode von VOLHARD; 3) acidimetrisch, nämlich (nach Entfernen des Broms) durch Titration der Flüssigkeit mit verdünnter Lauge von bekanntem Titer. Da aber bei dem jodometrischen Verfahren zufolge der Flüchtigkeit des Broms leicht ein Verlust entstehen kann, so ist es zweckmäßiger, den Alkoholgehalt entweder aus der mittels der Methode von VOLHARD bestimmten Bromwasserstoffmenge (indem 4 Molen Bromwasserstoff einem Mol Äthylalkohol entsprechen) zu berechnen, oder aber, die Berechnung auf Grund

* Obgleich die angeführten Versuchsdaten kaum bezweifeln lassen, daß das neben dem Bromwasserstoff entstehende Reaktionsprodukt Essigsäure ist, habe ich mich doch über die Identität der letzteren auch noch durch einen besonderen Versuch überzeugt. Ich stellte zu diesem Zwecke das Silbersalz der entstandenen organischen Säure dar und bestimmte in üblicher Weise (vergl. MAYER-JACOBSON: Organische Chemie I, 324) den Silbergehalt der letzteren. Der Erhitzungsrückstand von 0,3585 g Substanz war 0,2730 g, was einem Gehalt von 64,98 % Silber entspricht, während der für das essigsaure Silber charakteristische Wert 64,67 % ist.

der Bestimmung der Säuremenge zu vollziehen, wobei man berücksichtigen muß, daß fünf Äquivalente entstehender Säure einem Mole Äthylalkohol entsprechen. Doch bei sehr niedrigem Alkoholgehalt liefert die Methode von VOLHARD genauere Resultate, als die acidimetrische, da die letztere bei größerer Verdünnung infolge der störenden Wirkung der Kohlensäurespuren fehlerhaft wird, während die Methode von VOLHARD auch für diesen Fall genaue Resultate liefert.

Bei direktem Sonnenlichte zersetzt bekanntlich Brom langsam das Wasser; bei diffusem Sonnenlicht und bei gewöhnlicher Temperatur geht diese Zersetzung so langsam vor sich, daß man den Umsatz nur nach mehreren Tagen sicher nachweisen kann. Bei höherer Temperatur aber, welche ich zwecks vollständiger Oxydation des Äthylalkohols anwenden mußte, könnte schon innerhalb zwei Stunden ein in Betracht zu ziehender Anteil von Brom zur Zersetzung von Wasser aufgebraucht werden. Zur Prüfung der Größenordnung dieser Fehlerquelle ließ ich das Brom in der Nähe von 80° C zwei Stunden lang in zwei verschiedenen Konzentrationen, nämlich in 0,2 *n* und 0,1 *n* Konzentration auf Wasser einwirken. Die Konzentration des entstandenen Bromwasserstoffs ergab sich in dem ersten Falle zu 0,00065 *n*, in dem zweiten zu 0,00029 *n*, der durch Nichtberücksichtigung dieses Umstandes begangene Fehler kann also, wenn man sich mit der Genauigkeit von einigen Zehntel-Prozenten begnügen kann, vernachlässigt werden.

Die Resultate meiner zur Prüfung der Methode ausgeführten Messungen sind in der weiter unten folgenden Tabelle zusammengestellt. Über die Einzelheiten des anzuwendenden Verfahrens sei das folgende erwähnt. Man setzt den aliquoten Teil der den Alkohol enthaltenden Flüssigkeit (nämlich so viel von der letzteren, daß der Alkoholgehalt nach dem Verdünnen mit Wasser auf 100 ccm unter 0,5 % bleibe) in einen Meßkolben von 100 ccm hinein und füllt nachher den Kolben mit destilliertem Wasser nahe (aber nicht ganz) bis zur Marke auf. Nun ist im Falle, daß der Alkoholgehalt — nach der vorgenommenen Verdünnung — niedriger als auf 0,05 % zu schätzen ist, 0,3 ccm Brom, wenn er mehr als 0,05, aber weniger als 0,25 % ist, 0,70 ccm und end-

lich, wenn er noch mehr als 0,25 % ist, 1,0 ccm Brom zuzusetzen. Nachdem das Brom durch energisches Schütteln in Lösung gegangen, stellen wir den Kolben ins Wasser von etwa 80° C hinein und belassen ihn darin etwa zwei Stunden lang. Nach zwei Stunden nehmen wir den Kolben aus dem heißen Wasser heraus, und nach dem Erkalten wird dem Reaktionsgemisch bis zur Marke des Kolbens Wasser zugesetzt. Nachher bestimmen wir im aliquoten Teile des Kolbeninhaltes — nach dem Verjagen des Broms durch Erhitzen — den Bromwasserstoffgehalt mit Hilfe der Methode von VOLHARD. Die Berechnung der Alkoholmenge geschieht auf dem Grunde, daß vier Molen Bromwasserstoff einem Mole Äthylalkohol entsprechen.

Nummer des Versuches	Alkoholgehalt in Prozenten	Die zur Oxydation von Alkohol angewandte Brommenge in ccm	Die zur Oxydation von Alkohol angewandte Brommenge in g	Volumen d. Reaktionsgemisches, worin d. Bromwasserstoffgehalt nach VOLHARD, bezw. der Säuregehalt titrimetrisch bestimmt wurde, in ccm	Die bei der Titration aufgebrauchte Menge von $^1/_{10}$ — *n* Silbernitratlösung in ccm	Die bei der Titration aufgebrauchte Menge von $^1/_{10}$ — *n* Kalilauge in ccm	Die in 100 ccm der Flüssigkeit *angewandte* Menge Äthylalkohols	Die mit Hilfe der Angaben des Feldes 5 der Tabelle *berechnete* Menge Äthylalkohols	Differenz zwischen der angewandten u. berechneten Menge	Differenz in Prozenten
1	0,1650	1,50	4,5	5,00	20,08	25,00	0,4600	0,4618	+ 0,0018	+ 0,39
2	0,2315	0,70	2,2	10,01	20,09	25,05	0,2300	0,2309	+ 0,0009	+ 0,39
3	0,1850	1,00	3,3	5,00	8,04	9,95	0,1840	0,1849	+ 0,0009	+ 0,48
4	0,1387	0,50	1,5	10,01	12,08	15,08	0,1380	0,1388	+ 0,0008	+ 0,58
5	0,0925	0,60	1,8	10,01	8,05	10,01	0,0920	0,0924	+ 0,0004	+ 0,43
6	0,0460	0,30	1,8	10,03	4,00	4,95	0,0460	0,0459	— 0,0001	— 0,21
7	0,0345	0,30	1,8	20,05	6,04	7,60	0,0345	0,0346	+ 0,0001	+ 0,29
8	0,0230	0,30	1,8	20,00	4,03	4,98	0,0230	0,0232	+ 0,0002	+ 0,87
9	0,0115	0,20	1,2	49,97	4,98	6,32	0,01150	0,01145	— 0,00005	— 0,43
10	0,0092	0,31	1,8	49,97	4,04	5,10	0,00920	0,00929	+ 0,00009	+ 0,97

Die Daten dieser Tabelle beweisen, daß man mit dem beschriebenen einfachen Verfahren den Alkoholgehalt zwischen den Grenzen 0,5—0,01 % mit genügender Genauigkeit bestimmen kann. Da dieser Methode (deren Reaktionsmechanismus ich übrigens zum Gegenstande einer besonderen Studie zu machen beabsichtige) ein nicht augenblicklich verlaufender Oxydationsvorgang zugrunde liegt, muß man bei Anwendung dieser Methode darauf

achten, daß Brom immer in einem genügend grossen Überschusse gegenwärtig sei und nicht nur in einer mit dem Alkohol äquivalenten, oder nur um ein wenig größeren Menge, denn im letzteren Falle könnte der Alkohol — innerhalb zwei Stunden — voraussichtlich nicht vollständig oxydiert werden. Es kann übrigens leicht erkannt werden, ob zur Oxydation des Alkohols eine genügende Menge angewandt wurde, da die Farbe des nach der zweistündigen Einwirkung noch verbleibenden Broms seine Konzentration roh zu schätzen ermöglicht. Schätzen wir sie (z. B. durch Vergleich der Farbe des Reaktionsgemisches mit der Farbe des Bromwassers von der Konzentration $^1/_{20} - n$) auf beinahe $^1/_{20} - n$, so ist zu der Oxydation eine genügende Brommenge angewendet worden.

3.

DIE BERECHNUNG SEISMISCHER ELEMENTE.

Von Dr. R. v. KÖVESLIGETHY
korr. Mitglied der Ung. Akademie der Wissenschaften.

Vorgelegt der ungarischen Akademie der Wissenschaften in der Sitzung am 12. Dezember 1904.

Die im April des Jahres 1904 erfolgte Gründung der internationalen Vereinigung für Erdbebenforschung läßt den lebhaften Wunsch nach einer physikalisch einwandfreien, daher auch allgemein annehmbaren Theorie zur Bestimmung der seismischen Elemente und hieraus der physikalischen Konstanten der Erdrinde aufkommen. Dieser Gedanke leitete mich bereits vor Jahren in meiner „Neuen geometrischen Theorie seismischer Erscheinungen“*, an deren Wesen ich nach meiner seither eingehenden Beschäftigung mit dem Gegenstande nichts zu ändern finde. Jedoch kann ich die Anerkennung, welche besonders SIEGMUND GÜNTHER** noch vor Erscheinen der deutschen Übersetzung meiner Abhandlung entgegenzubringen so freundlich war, durchaus nicht auf deren Formelmaterial beziehen, welches sich entgegen seiner mathematischen Eleganz zur schnellen und scharfen Durchrechnung mit wenigstelligen Logarithmen als ganz ungeeignet herausstellte.

Die Ursache hiervon liegt darin, daß sich die zu bestimmenden Elemente als Differenzen nahezu gleich großer Größen darstellen. Das in solchen Fällen nächstliegende Hilfsmittel einer Reihenentwicklung führt hier kaum zum Ziele, da die abgeleiteten

* Math. u. Naturw. Berichte aus Ungarn. XIII. Bd. 418—464. 1897.
** Handbuch der Geophysik, II. Aufl. I. Bd. p. 472. Stuttgart 1897.

periodischen oder Potenzreihen nur in der Nähe des Epizentrums oder des seismischen Äquators eine, und auch hier nur beschränkte Konvergenz besitzen, wogegen größere Beben heute sozusagen auf der ganzen Erdoberfläche beobachtet werden können.

Endlich wies mir die Analogie des Problems mit der astronomischen Bahnbestimmung den rechten Weg, und nun stehen recht bequeme, für das mikro- und makroseismische Gebiet gleicherweise gültige geschlossene Formeln zu Gebote.

Die vorliegende Abhandlung enthält nur in weniger wesentlichen Punkten neue Resultate, ist aber eine notwendige Ergänzung meiner ersteren Arbeit. Und sowie Ungarn einer der ersten Staaten war, welcher der Association internationale sismologique beigetreten, so möchte ich auch wünschen, daß der folgende Vorschlag einheitlicher Berechnung von dieser Stelle aus der permanenten Kommission vorgelegt werde.

Der Vollständigkeit halber sei es mir erlaubt, die früheren Resultate, an die hier anzuknüpfen sein wird, kurz zu wiederholen. Die alten Bezeichnungen werden beibehalten werden, die in Klammern stehenden Zahlen beziehen sich auf die Gleichungen meiner ersten Abhandlung.

Zugleich spreche ich an dieser Stelle Herrn Dr. KARL JORDAN einen besten Dank aus, der die Güte hatte, die nach Potenzen der Tiefe fortschreitenden Reihen zu kontrollieren, sie nach Bedarf über das dritte Glied hinaus zu entwickeln und hiernach die im Anhange stehenden Tabellen zu berechnen.

Geometrische Grundlage der Seismologie.

Betrachtet man die Erde als konzentrisch geschichtetes Mittel, welchem die Dichtigkeit s in der in Einheiten des Erdradius ausgedrückten Entfernung ϱ vom Mittelpunkte durch das ROCHEsche Gesetz [12, 14, 17]

$$s = s_1 \frac{1 - \alpha\varrho^2}{1 - \alpha}$$

ausgedrückt werden kann, und läßt man für den Brechungsindex n die NEWTONsche Regel [11] gelten:

$$\frac{n^2 - 1}{s} = \frac{n_1^2 - 1}{s_1},$$

so wird mit leichter Reduktion [15, 16]

$$n^2 = \left(1 + \frac{\mu}{1-\alpha}\right)(1 - q\varrho^2), \tag{1}$$

wenn μ die brechende Kraft für Erdbebenstrahlen an der Erdoberfläche darstellt und

$$q = \frac{\alpha\mu}{1 + \mu - \alpha} \tag{2}$$

eine von dieser brechenden Kraft und von der Dichtigkeitszunahme nach innen abhängige Konstante bedeutet, welche wegen der für μ bestehenden natürlichen Grenzen $\infty > \mu \geqq 0$ an die Grenzen

$$\alpha > q \geqq 0, \text{ oder genügend nahe } \tfrac{3}{4} > q \geqq 0 \tag{3}$$

gebunden ist. In den vorangehenden Gleichungen bedeutet s_1 die Oberflächendichte der Erde, n_1 den Brechungsexponenten daselbst und α die ROCHEsche Konstante 0.764, statt welcher in manchen Fällen $\frac{3}{4}$ gesetzt werden mag.

In einem derart angeordneten Medium besteht die Gleichung [8] der astronomischen Refraktion

$$n\varrho \cos E = C = \text{Const.} \tag{4}$$

zu Rechte, in welcher E denjenigen Winkel bedeutet, unter welchem der Erdbebenstrahl die Oberfläche mit dem Kugelradius ϱ verläßt. An der Oberfläche der Erde kann dieser Winkel e, der Emersionswinkel, Gegenstand der unmittelbaren Beobachtung bilden, und es kann daher C [51] zweckmäßig durch

$$C = n_1 \cos e \tag{5}$$

ausgedrückt werden.

Drückt man (4) nach beiderseitiger Division mit $1 + \frac{\mu}{1-\alpha}$ in Form einer Differentialgleichung [9] aus, so hat man in

$$\frac{du}{d\varrho} = \frac{\sqrt{1 - q}\cos e}{\varrho\sqrt{\varrho^2(1 - q\varrho^2) - (1 - q)\cos^2 e}} \tag{6}$$

die Polargleichung des Erdbebenstrahles. Die leichte Integration gibt [20, 51]

$$\varrho^2 = \frac{2(1 - q)\cos^2 e}{1 + \sqrt{1 - 4q(1 - q)\cos^2 e}\cos 2(u - \gamma)}, \tag{7}$$

worin der Polarwinkel u von der Erdbebenachse, d. h. von der

Epizentrum und Herd verbindenden Geraden aus gezählt wird und γ die Integrationskonstante darstellt.

Es wird bequemer sein, statt des Emersionswinkels e eine reduzierte Emersion einzuführen, die durch

$$\cos^2\eta = 4q(1-q)\cos^2 e \tag{8}$$

gegeben seine möge. Mit dieser wird dann einfacher

$$\varrho^2 = \frac{\cos^2\eta}{2q[1+\sin\eta\cos 2(u-\gamma)]}. \tag{9}$$

Der Erdbebenstrahl ist hiernach eine mit der Erde konzentrische Ellipse, welche durch den punktförmig angenommenen Herd geht und deren kleine Achse im Sinne der wachsenden Winkel mit der Bebenachse den Winkel γ einschließt (s. Fig. 1). Diese Gleichung bildet den Ausgangspunkt unserer weiteren Untersuchungen. Mit der üblichen Form der Ellipsengleichung verglichen, erhält man als Werte der großen und kleinen Achse sofort [22]:

$$a^2 = \frac{1}{2q}(1+\sin\eta), \quad b^2 = \frac{1}{2q}(1-\sin\eta), \tag{10}$$

und die durch γ bestimmte Orientierung würde sich aus der Überlegung ergeben, daß für den in der Polarachse liegenden Herd $u=0$, $\varrho=\varrho_0$ wird, wenn $1-\varrho_0$ die Tiefe des Herdes bedeutet.

Im Epizentrum wird e, daher auch η gleich 90^0, daher wegen dem in (3) gegebenen Werte von q auch $a>1$, oder die Bebenstrahlen treten an die Erdoberfläche. Von hier ab nimmt die halbe große Achse ab und kann je nach dem Werte von q von einem gewissen Epizentralabstande ab kleiner als Eins werden, so daß von hier ab kein Bebenstrahl mehr die Erde erreicht. Wie schön sich meine Erwartungen betreffs der anderweitigen Äußerung der so latent gewordenen Bebenenergie bewahrheitete, hatte ich an anderer Stelle Gelegenheit zu erwähnen.*

Der Emersionswinkel kann mit Hilfe der an der Erdoberfläche an den Bebenstrahl gelegten Tangente leicht bestimmt werden. Ist nämlich φ der Epizentralabstand einer Station, also

* A nagy földrengések energiája, Math. és Term. Értes. XXII. Köt. 146–159, deutsch: Die Erdbebenwarte, Laibach 1904; III. Jahrg. 196—202.

der Wert von u für die Erdoberfläche, und $1 - \varrho_0$, wie früher, die Tiefe des Herdes, so wird [52, 98]

$$\varrho_0^2\left[\cos^2(\varphi - e) + \frac{q}{1-q}\sin^2\varphi\right] = \cos^2 e. \tag{11a}$$

Die Bebenstrahlen fangen an, an der Oberfläche unverspürt zu bleiben, wenn $a = 1$, oder was dasselbe besagt, wenn $e = 0$ wird. Unter dieser Voraussetzung ist aus (11) die Grenze Φ des Bebens durch [55]

$$\operatorname{tg}^2 \Phi = \frac{(1-q)(1-\varrho_0^2)}{q(1+\varrho_0^2) - 1} \tag{12}$$

gegeben.

Obgleich die Herdtiefe aus rein geometrischen Gründen selbst für ein räumlich ziemlich beschränktes Beben sehr bedeutend werden kann [39], wird sie doch in der Praxis kaum über 200 km liegen, so daß $\varrho_0 > 1 - \frac{1}{30}$ angenommen werden darf. Läßt man für den Moment die kleine Abweichung von der Einheit außer acht, so wird wegen des stets positiven Zählers Φ reell oder imaginär, je nachdem q größer oder kleiner ist als $\frac{1}{2}$. Es ist daher

$$\left.\begin{array}{ll} \text{das Erdbeben räumlich beschränkt, wenn} & q > \frac{1}{2}, \\ \text{auf der ganzen Erde fühlbar, wenn} & q < \frac{1}{2}. \end{array}\right\} \tag{13}$$

Im ersten Falle ist das Beben gewöhnlich nur makroseismisch bemerkbar, im zweiten auch mikroseismisch.

In dem expliziten Ausdrucke der aus (11) ableitbaren Emersion

$$\operatorname{tg} e = \frac{\sqrt{1 - q - q\varrho_0^2 + q^2\varrho_0^2\cos^2\varphi} - (1-q)\varrho_0\cos\varphi}{\varrho_0 \sin\varphi} \tag{11b}$$

kommt dieselbe charakteristische Größe vor wie in (12). Die einfachste, zugleich rationale Form erhält die Emersion, wenn

$$q = \frac{1}{1+\varrho_0^2}$$

angenommen werden dürfte, da der in diesem Falle mit $\bar{e}$ zu bezeichnende Emersionswinkel

$$\operatorname{tg}\bar{e} = \frac{1-\varrho_0^2}{1+\varrho_0^2}\operatorname{cotg}\varphi$$

wird.

Aus Sprengungsversuchen, die jedoch, wie es auch die gewonnenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten beweisen, als seismologische Experimente nicht maßgebend sind, kann mit einiger Wahrscheinlichkeit gefolgert werden, daß der Strahl eines an der Erdoberfläche selbst gelegenen Herdes aus dem Erdboden nicht heraustrete, oder daß für $\varrho_0 = 1$ beständig $e = 0$ ist, was immer auch φ sein möge. Unter dieser Bedingung folgt aus (11) in der Tat $q = \frac{1}{2}$, und daher, wenn noch bis zur ersten Potenz der Herdtiefe h entwickelt wird:

$$\operatorname{tg} \bar{e} = h \operatorname{cotg} \varphi,$$

welche Gleichung als eine überschlagsweise Schätzung der Emersion von Wert sein könnte.

Da nun die makroseismischen Beben in der Tat als Mikroseismen fast über die ganze Erde fühlbar sind, so muß nach (13) gefolgert werden, daß $q < \frac{1}{2}$ ist, was nach (2) besagt, daß der Brechungsexponent der Erdoberfläche für Bebenstrahlen

$$n_1 < 1 \cdot 2247$$

anzunehmen sein wird. Ist aber die Dichtigkeitszunahme der Erde nach innen regional eine andere, wie es wahrscheinlich unter dem Meeresboden der Fall sein mag, dann wird natürlich auch dieser Wert eine Änderung erleiden.

Eine leichte Überlegung zeigt, daß die Wurzel in (11b) stets mit positivem Vorzeichen zu nehmen ist, daß daher zu φ und $180^0 - \varphi$ verschiedene Emersionen gehören und daß wegen des Wertes $1 - q(1 + \varrho_0^2)$ eine für die ganze Erde gültige, nach Potenzen von $1 - \varrho_0^2$ fortschreitende Reihenentwicklung von $\operatorname{tg} e$ nicht tunlich ist.

Es ist für das Folgende von Wichtigkeit zu bemerken, daß e je nach dem Werte von q zweierlei Minima hat. Ist $q > \frac{1}{2}$, so fällt dieses Minimum, $e = 0$, mit der schon in (12) gegebenen Grenze des Bebens zusammen. Ist jedoch $q < \frac{1}{2}$, so kommt das Minimum im Abstande Φ' vom Epizentrum zustande, wo

$$\operatorname{tg}^2 \Phi' = \frac{(1 - \varrho_0^2)(1 - q\varrho_0^2)}{\varrho_0^2(1 - q - q\varrho_0^2)} \qquad (14)$$

ist, und hat die Größe

$$\operatorname{tg}^2 e' = \frac{(1-\varrho_0^2)(1-q-q\varrho_0^2)}{\varrho_0^2(1-q\varrho_0^2)}. \tag{15}$$

Diese Resultate werden bei Untersuchung des seismischen Hodographen von Nutzen sein, da sich Φ' als Ort des Inflexionspunktes erweisen wird.

Schreibt man die Gleichung (4) für die durch den Herd gehende Kugel mit dem Radius ϱ_0 auf, so sieht man sogleich, daß der vom Herde horizontal ausgehende Strahl zum Inflexionspunkte des Hodographen führt. Geht allgemein der Strahl unter dem Winkel ε aus, so ist nach (4)

$$\varrho_0^2(1-q\varrho_0^2)\cos^2\varepsilon = (1-q)\cos^2 e,$$

und setzt man hierin aus (15) $e = e'$, so wird $\varepsilon = 0$.

Kennte man an verschiedenen Stationen den Emersionswinkel, so wäre die Berechnung der seismischen Elemente nach (11) ein Leichtes. Zur Zeit sind wir hiervon noch weit entfernt und können uns ausschließlich nur auf Zeitangaben stützen.

In einem auf der I. Straßburger Konferenz gehaltenen Vortrage* wies ich darauf hin, daß durch Beobachtungen des Polarsternes während eines Bebens der Reduktionsfaktor eines Horizontal- und Vertikalpendelpaares abgeleitet werden kann. Gibt z. B. ein VICENTINIsches Pendelpaar die horizontale und vertikale Amplitude a_h und a_v, so ist der instrumentale Emersionswinkel

$$\operatorname{tg} e_0 = \frac{a_v}{a_h}, \tag{16}$$

der jedoch nur in demjenigen Falle mit dem wirklichen e identifiziert werden dürfte, als beide Pendel die Bewegung der Erdpartikelchen in genau gleicher Weise verzeichnen, was selbst bei sehr gedämpften Instrumenten nach mühsamer Reduktion kaum sicher verbürgt werden kann. Ist man aber imstande, aus den gut bekannten Elementen des Bebens die Emersion für die betreffende Station zu berechnen, so ist offenbar

$$c = \frac{\operatorname{tg} e}{\operatorname{tg} e_0} \tag{17a}$$

* Verhandlungen d. erst. internat. seismol. Konferenz, Leipzig 1902, 281—289.

der Reduktionsfaktor des Pendelpaares, der nun mit Hilfe der Gleichungen

$$\operatorname{tg} e = c \operatorname{tg} e_0, \quad \operatorname{tg} e_0 = \frac{a_\varphi}{a_h} \tag{17b}$$

aus den Aufzeichnungen der Pendel die Emersion zu bestimmen gestattet. Für eine genauere Kenntnis der Herdtiefe wären solche Beobachtungen sehr erwünscht.

Vor der Hand sind wir noch ganz auf Zeitbeobachtungen angewiesen, und es muß daher die Fortpflanzung der Beben näher untersucht werden.

Bedeutet v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit an der Erdoberfläche, $d\varsigma$ ein Bogenelement des Bebenstrahles, τ die Zwischenzeit, innerhalb welcher der Stoß vom Herde bis zum Beobachtungsorte gelangt, so hat man

$$v\frac{d\tau}{d\varsigma} = \frac{n}{n_1}, \tag{18}$$

und entnimmt man n und $d\varsigma$ aus (1) und (7), so folgt [58]:

$$\sqrt{1-q}\,v\tau = \int_{\varrho_0}^{1} \frac{(1-q\varrho^2)\varrho\,d\varrho}{\sqrt{\varrho^2(1-q\varrho^2)-(1-q)\cos^2 e}}. \tag{19}$$

Die leichte Integration liefert τ als Funktion des Emersionswinkels, was deshalb wichtig ist, als mehrere Beobachtungen die seismischen Elemente ohne Kenntnis des Epizentrums geben. Für Seebeben ist das von hohem Werte.

Rechnet man mit einer für ϱ_0 und q zu machenden Annahme die Werte

$$\frac{2q\varrho_0^2-1}{\sin\eta} = \sin X_0, \quad \frac{2q-1}{\sin\eta} = \sin X, \tag{20}$$

so wird (19)

$$\sqrt{4q(1-q)}\,v\tau = \tfrac{1}{2}(X-X_0) + \sin\eta \sin\frac{X_0-X}{2}\sin\frac{X_0+X}{2},$$

wogegen die Addition der Gleichungen (20)

$$\sin\frac{X+X_0}{2}\cos\frac{X-X_0}{2} = \frac{q(1+\varrho_0^2)-1}{\sin\eta}$$

gibt. Nach der Elimination von $\sin\frac{X+X_0}{2}$ aus beiden Gleichungen folgt

$$\sqrt{4q(1-q)}\,v\tau = \tfrac{1}{2}(X-X_0) + [1-q(1+\varrho_0^2)]\,\mathrm{tg}\frac{X-X_0}{2}, \quad (21)$$

welche später in etwas veränderter Form wiederkehrt, so daß wir uns jetzt mit deren Durchrechnung nicht zu beschäftigen brauchen.

Wird in der Gleichung (19) mit Hilfe von (6) u als unabhängige Variabele eingeführt, so gibt der Quotient beider Gleichungen

$$v\frac{d\tau}{du} = \frac{\varrho^2(1-q\varrho^2)}{(1-q)\cos e}. \quad (22)$$

Ganz beiläufig möge bemerkt werden, daß die Einführung der auf die Kugel vom Radius ϱ bezüglichen Emersion E zu der noch einfacheren Gleichung

$$v\frac{d\tau}{du} = \cos e \sec^2 E$$

führt.

Es möge nun eine neue Entfernungsangabe ω so bestimmt werden, daß

$$\mathrm{tg}\,\omega = \frac{b}{a}\,\mathrm{tg}\,(u-\gamma), \quad (23)$$

oder mit Rücksicht auf (10)

$$\mathrm{tg}\,\omega = \sqrt{\frac{1-\sin\eta}{1+\sin\eta}}\,\mathrm{tg}\,(u-\gamma) \quad (24)$$

werde. Die geometrische Bedeutung von ω wird sich weiter unten leicht ergeben. Schreibt man jetzt

$$\cos 2(u-\gamma) = \frac{1-\mathrm{tg}^2(u-\gamma)}{1+\mathrm{tg}^2(u-\gamma)} \quad \text{und} \quad \cos^2\eta = (1-\sin\eta)(1+\sin\eta),$$

so wird die Gleichung (9) zunächst

$$\varrho^2 = \frac{(1-\sin\eta)[1+\mathrm{tg}^2(u-\gamma)]}{2q\left[1+\frac{1-\sin\eta}{1+\sin\eta}\,\mathrm{tg}^2(u-\gamma)\right]}, \quad (25)$$

und nach (24) sogleich

$$\varrho^2 = \frac{1}{2q}(1 - \sin\eta\cos 2\omega). \tag{26}$$

Aus (22) folgt weiter

$$v\frac{d\tau}{d\omega} = \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}}(1 + \sin\eta\cos 2\omega),$$

und hieraus durch Integration

$$\sqrt{4q(1-q)}\,v\tau = \omega + \tfrac{1}{2}\sin\eta\sin 2\omega, \tag{27}$$

Da jedoch der Bedeutung von τ zufolge als untere und obere Grenze des Integrals jene ω-Werte zu nehmen sind, welche $u = 0$ und $u = \varphi$ entsprechen. Läßt man jedoch das Integral in der durch (27) gegebenen Form, so bedeutet τ, das nun zweckmäßiger mit einem anderen Buchstaben, ϑ, bezeichnet werden möge, offenbar die Zeit, unter welcher der Stoß vom Endpunkte der kleinen Achse bis zu dem Punkte gedrungen ist, dessen Lage durch ω gekennzeichnet ist. Die Richtigkeit des Gesagten erhellt daraus, daß die Bedingung $\omega = 0$ der Lage der kleinen Achse entspricht.

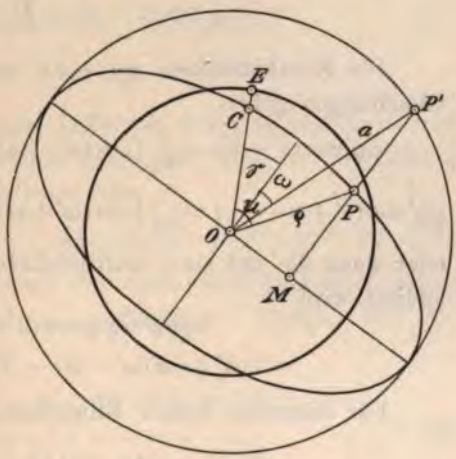


Fig. 1.

Die Gleichung (25) kann in der Form

$$y \equiv \varrho\cos(u-\gamma) = \sqrt{\frac{1-\sin\eta}{2q}}\cos\omega, \tag{28}$$

geschrieben werden und gibt mit (24) multipliziert

$$x \equiv \varrho\sin(u-\gamma) = \sqrt{\frac{1+\sin\eta}{2q}}\sin\omega. \tag{29}$$

x und y sind leicht ersichtlich die rechtwinkeligen Koordinaten eines Ellipsenpunktes P. Da die letzte Gleichung wegen (10) auch

$$x = a\sin\omega$$

geschrieben werden kann, so ersieht man, daß ω die Entfernung des auf den der Ellipse umschriebenen Kreis projizierten Punktes P' von der kleinen Achse, oder kurz die Amplitude des Punktes P bedeutet.

Wir wählen nun in der Ellipse zwei Punkte, deren Radien ϱ und ϱ', deren Entfernungen von der Bebenachse u, u' und deren Amplitude ω, ω' sein möge. Für den zweiten Punkt hat man nach (28) und (29) ähnlich:

$$y' \equiv \varrho' \cos(u' - \gamma) = \sqrt{\frac{1 - \sin\eta}{2q}} \cos\omega', \tag{28'}$$

$$x' \equiv \varrho' \sin(u' - \gamma) = \sqrt{\frac{1 + \sin\eta}{2q}} \sin\omega'. \tag{29'}$$

Die Kombinationen $yy' + xx'$ und $yy' - xx'$ der letzten vier Gleichungen geben

$$\left.\begin{aligned} \varrho\varrho' \cos(u' - u) &= \frac{1}{2q}[\cos(\omega' - \omega) - \sin\eta \cos(\omega' + \omega)], \\ \varrho\varrho' \cos(u' + u - 2\gamma) &= \frac{1}{2q}[\cos(\omega' + \omega) - \sin\eta \cos(\omega' - \omega)], \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

oder wenn die mit $\sin\eta$ multiplizierte zweite Gleichung zur ersten addiert wird:

$$\begin{aligned} &2q\varrho\varrho' \sin\eta \cos(u' + u - 2\gamma) \\ &= \cos^2\eta \cos(\omega' - \omega) - 2q\varrho\varrho' \cos(u' - u). \end{aligned} \tag{31}$$

Für dieselben beiden Ellipsenpunkte gilt nach (9):

$$2q[1 + \sin\eta \cos(2u - 2\gamma)] = \frac{\cos^2\eta}{\varrho^2},$$

$$2q[1 + \sin\eta \cos(2u' - 2\gamma)] = \frac{\cos^2\eta}{\varrho'^2},$$

deren Summe ist:

$$4q[1 + \sin\eta \cos(u' - u) \cos(u' + u - 2\gamma)] = \cos^2\eta \frac{\varrho^2 + \varrho'^2}{\varrho^2\varrho'^2}. \tag{32}$$

Eliminiert man aus dieser Gleichung und aus (31) $\cos(u' + u - 2\gamma)$, so erhält man den folgenden, nunmehr bloß Entfernungsunterschiede enthaltenden Ausdruck:

$$\frac{\cos^2\eta}{4q} = \frac{\varrho^2\varrho'^2 \sin^2(u' - u)}{\varrho^2 + \varrho'^2 - 2\varrho\varrho' \cos(u' - u) \cos(\omega' - \omega)}. \tag{33}$$

Eine zweite Relation ähnlichen Charakters ergibt sich aus den Gleichungen (26):

$$2q\varrho^2 = 1 - \sin\eta\cos 2\omega,$$
$$2q\varrho'^2 = 1 - \sin\eta\cos 2\omega',$$

deren Summe

$$q(\varrho^2 + \varrho'^2) = 1 - \sin\eta\cos(\omega' - \omega)\cos(\omega' + \omega) \qquad (34)$$

ist. Multipliziert man also die erste der Gleichungen (30) mit $2q\cos(\omega' - \omega)$ und subtrahiert das Produkt von (34), so kommt

$$\sin^2(\omega' - \omega) + 2q\varrho\varrho'\cos(u' - u)\cos(\omega' - \omega) = q(\varrho^2 + \varrho'^2), \qquad (35)$$

welche nur Entfernungsunterschiede enthält und zugleich auch von dem Emersionswinkel unabhängig ist.

Nun mögen in gleichem Sinne noch die Gleichungen (27)

$$\sqrt{4q(1-q)}\, v\vartheta = \omega + \tfrac{1}{2}\sin\eta\sin 2\omega,$$
$$\sqrt{4q(1-q)}\, v\vartheta' = \omega' + \tfrac{1}{2}\sin\eta\sin 2\omega'$$

transformiert werden. In ihrer Differenz bedeutet nun $\tau = \vartheta' - \vartheta$ offenbar die Zeitdauer, innerhalb deren der Stoß die Entfernung $u' - u$ durchmessen hat. Es wird also

$$\sqrt{4q(1-q)}\, v\tau = \omega' - \omega + \sin\eta\sin(\omega' - \omega)\cos(\omega' + \omega). \qquad (36)$$

Zu dieser Gleichung fügen wir die erste Gleichung (30) hinzu, nachdem sie mit $2q\sin(\omega' - \omega)$ multipliziert wurde. Das Ergebnis ist

$$\sqrt{4q(1-q)}\, v\tau = \omega' - \omega + \sin(\omega' - \omega)\cos(\omega' - \omega) - 2q\varrho\varrho'\sin(\omega' - \omega)\cos(u' - u), \qquad (37)$$

und wenn man (34) und (36) verbindet:

$$\sqrt{4q(1-q)}\, v\tau = \omega' - \omega + [1 - q(\varrho^2 + \varrho'^2)]\,\mathrm{tg}(\omega' - \omega), \qquad (38)$$

und alle diese Gleichungen sind von der Lage der kleinen Achse der Ellipse unabhängig.

Als die beiden Punkte der Ellipse, zwischen denen die Entfernungen $u' - u$ und $\omega' - \omega$ auftreten, werden zweckdienlich der Herd des Bebens $\varrho = \varrho_0$ und $u = 0$, und der Schnittpunkt der Ellipse mit der Erdoberfläche, $\varrho' = 1$, $u' = \varphi$ gewählt. Letzterer ist der Beobachtungsort, φ seine sphärische Distanz vom Epizentrum. Wir setzen nun

$$\omega' - \omega = \psi, \qquad (39)$$

nennen ψ die reduzierte Distanz und schreiben von nun an statt ϱ_0 kürzer ϱ; sodann erhalten wir den folgenden Satz von Gleichungen:

$$\sin^2\psi + 2q\varrho\cos\varphi\cos\psi = q(1+\varrho^2), \tag{40}$$

$$\sqrt{4q(1-q)}\,v\tau = \psi + \sin\psi\cos\psi - 2q\varrho\sin\psi\cos\varphi, \tag{41a}$$

$$\sqrt{4q(1-q)}\,v\tau = \psi + [1-q(1+\varrho^2)]\operatorname{tg}\psi, \tag{41b}$$

und durch Verbindung von (33) und (35)

$$\cos\eta = 2q\varrho\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}, \tag{42a}$$

oder kraft der Bedeutung von η:

$$\cos e = \varrho\sqrt{\frac{q}{1-q}}\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}. \tag{42b}$$

Soll jedoch e genau bestimmt werden, so muß noch eine andere Gleichung abgeleitet werden. Quadriert man die vorhergehende Gleichung und ersetzt in ihr $\sin^2\varphi$ aus (40), so kommt

$$\sin e = \frac{q(1-\varrho^2) + (1-2q)\sin^2\psi}{\sqrt{4q(1-q)}\sin\psi\cos\psi}, \tag{42c}$$

oder, da die entsprechenden Werte weiter unten ebenfalls vorkommen werden, für numerische Rechnung bequemer:

$$\sin e = \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}}\{[1-q(1+\varrho^2)]\operatorname{tg}\psi + q(1-\varrho^2)\operatorname{cotg}\psi\}. \tag{42d}$$

Hier bedeutet τ die Zeit, innerhalb welcher das Beben von dem Herde bis zu dem Beobachtungsorte gelangt. Ist also t_h der Zeitpunkt, in welchem das Beben im Herde entstand, τ_0 die Zeitdauer, innerhalb deren es vom Herde zum Epizentrum gelangte, t_e die Beobachtungszeit im Epizentrum und t die Beobachtungszeit auf der seismischen Station, die Zeitpunkte sämtlich nach Greenwicher Zeit gemessen, so hat man

$$t_e = t_h + \tau_0 \quad \text{und} \quad t = t_h + \tau, \tag{43}$$

aus denen sofort

$$t = t_e + \tau - \tau_0 \tag{44}$$

folgt. Aus der Gleichung (40) erhält man für $\varphi = 0$: $\psi = \psi_0$ und hiermit nach (41) auch τ_0 (siehe (60) und (68)).

Es ist wichtig zu bemerken, daß sich aus (41a) sogleich die

Umlaufszeit um die Erde ergibt, wenn φ und ψ um 2π vermehrt werden. Man erhält hierfür

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{4q(1-q)}\,v}, \tag{45}$$

was immer auch die Tiefe des Herdes sein möge. Diese Zeit ist identisch mit der Umlaufszeit eines ganz in der Erde verbleibenden Strahles [72].* Der Umlauf einer Welle um die Erde ist heute bereits leicht verfolgbar, und so gewinnt diese auch von der Lage des Beobachtungsortes unabhängige Gleichung eine erhöhte Bedeutung für die Bestimmung von q und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Bevor auf die eigentliche Rechnung eingegangen wird, möge noch eine interessante Bemerkung gemacht werden. Setzt man eine Kurve fest, in welcher der Radiusvektor r durch

$$r^2 = \varrho^2(1 - q\varrho^2)$$

definiert ist, so bleibt laut der Gleichung (22) für die Bewegung des Stoßes der Flächensatz gültig. Die entsprechende Kurve kann dieser Bemerkung zufolge leicht konstruiert werden und lautet in rechtwinkeligen Koordinaten

$$(a^2y^2 + b^2x^2)^2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}(a^4x^2 + b^4y^2),$$

wenn die ursprünglich vorhandenen q und $\cos\eta$ durch (10) eliminiert werden. In dieser Kurve schreitet die Projektion des Stoßes so fort, daß die vom Radiusvektor überstrichenen Sektoren der Zeit proportional sind.

Die Gleichungen (21) und (41) sind als Integrale derselben Differentialgleichung natürlich identisch, worauf schon (20) und (26) hinweisen. Demnach ist

$$X - X_0 = 2\psi,$$

und so ist es in der Berechnung der Elemente von keinem wesentlichen Unterschiede, ob das Epizentrum bekannt oder unbekannt ist. Nur soll ψ in dem ersteren Falle aus (40), in dem letzteren aus (20) berechnet werden.

* In meiner ersten Abhandlung ist irrtümlich eine 2 als Faktor weggelassen.

Die numerische Herleitung der seismischen Elemente.

Die Auflösung der Gleichung (40)

$$\cos\psi = q\varrho\cos\varphi + \sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2) - q^2\varrho^2\sin^2\varphi} \qquad (46)$$

führt dieselbe Irrationalität ein, die auch in $\operatorname{tg} e$ auftrat. Die Wurzel ist stets mit positivem Zeichen zu nehmen, auch wenn φ im zweiten Quadranten liegt, wie dies aus (42b) folgt, darnach e für φ und $180^0 - \varphi$ verschieden zu sein hat. Auch kann nach (40) ψ nur in dem Falle 90^0 durchschreiten, wenn genau $q(1+\varrho^2) = 1$ wäre.

Ist aber das Beben überhaupt fühlbar, so ist nach (13) v reell, und es kann

$$\sin\varphi' = \frac{q\varrho}{\sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}}\sin\varphi \qquad (47a)$$

gesetzt werden, wo auch φ' stets reell bleibt. Für große φ subtrahiert man besser beide Seiten der vorangehenden Gleichung von 1 und erhält

$$\sin^2\left(45^0 - \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1-\varkappa}{2} + \varkappa\sin^2\left(45^0 - \frac{\varphi}{2}\right), \qquad (47b)$$

wo

$$\varkappa = \frac{q\varrho}{\sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}} \qquad (48)$$

gesetzt wurde.

Ist $\log\varkappa < 9\cdot 8$, so kann (47a), den Gebrauch vierstelliger Logarithmen voraussetzend, für jedes φ benutzt werden. (47b) dagegen ist allgemein gültig und gibt für große Entfernungen natürlich bessere Resultate als (47a), das besonders bei größeren $\varkappa$ nur im makroseismischen Gebiete benützt werden sollte.

Zur Berechnung von $\varkappa$ empfehlen sich nach den Potenzen der Herdtiefe fortschreitende Reihen. Man setze also

$$\varrho = 1 - h, \qquad (49)$$

und schreibe

$$\log\varkappa = \lg\frac{q}{1-q} - \varkappa_1, \qquad (50a)$$

worauf sich nach einer leichten Rechnung

$$\varkappa_1 = 0{,}4343\left\{\frac{1}{1-q}\,h - \frac{3q-1}{2(1-q)^2}\,h^2 + \frac{1-3q+6q^2}{3(1-q)^3}\,h^3 - \frac{10q^3-5q^2+4q-1}{4(1-q)^4}\,h^4 + \cdots\right\} \quad (50\text{b})$$

ergibt. Aus der im Anhange befindlichen Tafel kann in Einheiten der vierten Dezimalstelle sogleich $\varkappa_1$, d. h. die Korrektion entommen werden, welche von $\lg\frac{q}{1-q}$ abzuziehen ist, um $\log\varkappa$ zu geben.

Nimmt man, was aber sehr übertrieben ist, $h = \frac{1}{16}$, die Tiefe des Herdes also zu 400 km, und die Geschwindigkeit zu 3,38 km per Sekunde, also $v = 0{,}000\,5306$ Radien an, so folgt für $q = \frac{1}{2}$: $\frac{h^3}{\tau} = \frac{1}{2{,}2}$, $\frac{h^4}{v} = \frac{1}{35}$ Sekunde als Zeitfehler des Seismogramms. Da dieses kaum auf 10^s richtig ist und auch der Wert von h die Hälfte des angenommenen kaum überschreiten wird, so wird schon die Vernachlässigung des Gliedes $\frac{h^5}{v}$ kaum einen größeren Fehler als $\frac{1}{18}{}^s$ hervorbringen. Die Gleichung (50), und ebenso die noch folgenden Reihenentwicklungen haben also eine die gewöhnlichen Grenzen der Anwendung weit überschreitende Genauigkeit.

Aus der Gleichung (41a) folgt weiter für $q = \frac{1}{2}$ in ganz roher Annäherung

$$\Delta\tau = \frac{1}{v}\Delta\psi,$$

woraus ersichtlich, daß ψ auf $0^0.01$ genau bekannt sein muß, wenn die Zeitangabe nicht um mehr als $\frac{1}{3}{}^s$ falsch sein soll. Vierstellige Logarithmen genügen daher für die Berechnung seismischer Elemente durchaus.

Nun kann (46) in der Form

$$\cos\psi = q\varrho\cos\varphi + \sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}\cos\varphi'$$

geschrieben werden, und wenn dies von $1 = (1-q\varrho) + q\varrho$ einmal subtrahiert, dann hierzu addiert wird, so folgt, indem man noch $q\varrho$ aus (47a) einführt,

$$\sin^2\frac{\psi}{2} = \frac{1-q\varrho}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}\,\frac{\cos\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)}{\cos\frac{\varphi}{2}},$$

$$\cos^2\frac{\psi}{2} = \frac{1-q\varrho}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}\,\frac{\sin\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi}{2}},$$

wobei sogleich in die Augen springt, daß die beiden der rechten Seiten, nach Potenzen von h entwickelt, Glieder h^2 übereinstimmen. Setzt man daher

$$\varepsilon = 1 - \frac{\sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}}{1-q\varrho},$$

oder

$$\varepsilon = \frac{q}{2(1-q)^2}h^2 - \frac{q^2}{(1-q)^3}h^3 + \frac{(12q+1)q^2}{8(1-q)^4}h^4 - \frac{(4q^2+1)q^2}{2(1-q)^5}h^5 + \cdots$$

so werden die Gleichungen (51)

$$\sin^2\frac{\psi}{2} = \frac{1-q\varrho}{\cos\frac{\varphi}{2}}\left[\sin\frac{\varphi'+\varphi}{2}\sin\frac{\varphi'}{2} + \frac{\varepsilon}{2}\cos\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

$$\cos^2\frac{\psi}{2} = \frac{1-q\varrho}{\sin\frac{\varphi}{2}}\left[\sin\frac{\varphi'+\varphi}{2}\cos\frac{\varphi'}{2} - \frac{\varepsilon}{2}\sin\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)\right],$$

und deren Quotient

$$\operatorname{tg}^2\frac{\psi}{2} = \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\operatorname{tg}\frac{\varphi'}{2}\,\frac{1+\frac{\varepsilon}{2}\dfrac{\cos\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi'+\varphi}{2}\sin\frac{\varphi'}{2}}}{1-\frac{\varepsilon}{2}\dfrac{\sin\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi'+\varphi}{2}\cos\frac{\varphi'}{2}}}.$$

Schreibt man nun

$$\eta = \frac{1}{2}\log\frac{1+\frac{\varepsilon}{2}\dfrac{\cos\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi'+\varphi}{2}\sin\frac{\varphi'}{2}}}{1-\frac{\varepsilon}{2}\dfrac{\sin\left(\varphi'+\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi'+\varphi}{2}\cos\frac{\varphi'}{2}}},$$

so kann logarithmisch

$$\lg \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = \frac{1}{2}\left[\lg \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \lg \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2}\right] + \eta \qquad (55)$$

angesetzt werden. Beträgt die Distanz vom Epizentrum mehr als 10°, so macht die Korrektion η nurmehr etliche Einheiten der vierten Dezimale aus und nimmt mit wachsendem Abstande ausnehmend rasch ab. Die Formel ist daher unter Zuhilfenahme der im Anhange gegebenen Korrektionstafel außerordentlich bequem.

Dr. JORDAN macht noch nachträglich die treffende Bemerkung, daß die Korrektion η unmittelbar auch auf φ' übertragen werden könne. Schreibt man in (53b) $\frac{\varphi'}{2} + \frac{\varphi + \varphi'}{2}$ an Stelle von $\varphi' + \frac{\varphi}{2}$, und setzt

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \cot \frac{\varphi + \varphi'}{2}, \qquad (54a)$$

so wird einfach

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi'}{2} + \delta\right). \qquad (55)$$

Die an $\frac{\varphi'}{2}$ anzubringende Korrektion δ selbst wird unmittelbar aus

$$\delta = \frac{180°}{\pi}\left\{\frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \cot \frac{\varphi + \varphi'}{2} - \frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon}\right)^3 \cot^3 \frac{\varphi + \varphi'}{2} + \cdots\right\} \qquad (54b)$$

berechnet. Wünscht man jedoch die Gleichung (55) beizubehalten, die meiner Ansicht nach für numerische Rechnung noch etwas bequemer ist, so findet sich η aus

$$\eta = 0{,}4343\left[\frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'} - \cos \varphi' \left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'}\right)^2 + \frac{1}{6}(3 \cos 2\varphi' + 5)\left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'}\right)^3 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{4}(\cos 3\varphi' + 7 \cos \varphi')\left(\frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin \varphi'}\right)^4 + \cdots\right] \qquad (54c)$$

Wie man leicht sieht, ist dies die Reihenentwicklung von

$$\eta = \frac{1}{2} \log \left[\frac{1 + \operatorname{tg} \delta \cot \frac{\varphi'}{2}}{1 - \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2}}\right].$$

Sowohl die Reihe für δ, als für η konvergiert so rasch, daß schon für einige Grade Entfernung vom Epizentrum das erste Glied vollkommen ausreicht.

Nahe zum Epizentrum, also in dem eigentlich mak
schen Gebiete, ist die Formel (53a) vorzuziehen; da φ hi
klein ist, muß ε auf vier bedeutsame Stellen berechnet

Nach einer von Dr. JORDAN gemachten Bemerku
man aber im makroseismischen Gebiete, ohne erst φ' b
zu müssen, bequemer vorgehen.

Entwickelt man unter Beibehaltung der Bezeichnung
Gleichung (46) sowohl die Wurzel als den Kosinus nach
von $\sin^2\varphi$, so kommt:

$$\cos\psi = \frac{1+\varkappa}{\varkappa} q\varrho \left\{1 - \frac{1}{2}\varkappa\sin^2\varphi - \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}\varkappa\frac{1+\varkappa^2}{1+\varkappa}\sin^4\varphi -\right.$$

und von der Einheit subtrahiert mit Berücksichtigung,

$$\frac{1+\varkappa}{\varkappa} q\varrho = \cos\psi_0$$

wird:

$$\sin^2\frac{\psi}{2} = \sin^2\frac{\psi_0}{2} + \frac{\varkappa}{4}\cos\psi_0\sin^2\varphi\left\{1 + \frac{1}{4}\frac{1+\varkappa^2}{1+\varkappa}\sin^2\varphi +\right.$$
$$\left. + \frac{1\cdot 3}{4\cdot 6}\frac{1+\varkappa^5}{1+\varkappa}\sin^4\varphi + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{4\cdot 6\cdot 8}\frac{1+\varkappa^7}{1+\varkappa}\sin^6\varphi + \cdots\right\}$$

wo der Wert von $\sin^4\frac{\psi_0}{2}$ unmittelbar aus (60b) ent
werden kann.

Würde man in der Gleichung für $\cos\psi$ mit Hilfe v
statt $q\varrho$ die Irrationalität eliminieren, so käme

$$\cos\psi = q\varrho\frac{\sin(\varphi'+\varphi)}{\sin\varphi'},$$

welche Formel aber keine besonderen Vorteile gewährt.

Der Gang der numerischen Rechnung ist nun f
Aus einer vorläufigen Untersuchung über das Beben ist
graphische Lage des Epizentrums, die Zeit des ersten St
Tiefe des Herdes und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit
Annäherung meist bekannt. Sollte dies nicht der Fall
lassen sich solche Näherungen leicht finden, und zuder
für die erste Phase zu 12 km per Sekunde, also $v =$

angenommen werden. Für die übrigen Phasen kann $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$ dieser Geschwindigkeit gewählt werden. h wird man einer Tiefe von 100 km entsprechend bei tektonischen Beben 0,0157 und q entsprechend der in (13) gegebenen Regel in der Nähe von 0,5 ansetzen können.

Mit diesen angenommenen Werten wird für äquidistante Epizentralabstände φ eine seismische Ephemeride gerechnet. Im mikroseismischen Gebiete ist ein Intervall von 10^0 für φ noch genügend eng, für das makroseismische Gebiet bei der Bearbeitung naher Beben muß jedoch φ in bedeutend engeren Grenzen genommen werden.

Für die gewählten äquidistanten φ wird zunächst nach (47a) oder (47b) die Hilfsdistanz φ', hierauf nach (53a), (53c) oder (55) die reduzierte Distanz ψ berechnet. (41b), (68a) und (68b) gibt nun τ und τ_0, endlich (44) die Ephemeride, d. h. die Zeiten, in welchen auf den gleichmäßig verteilten Stationen das Eintreffen des Bebens oder irgend einer Phase desselben der Rechnung nach beobachtet werden sollte.

Der regelmäßige Gang der Differenzen gibt eine durchaus genügende Kontrolle für die Richtigkeit der Rechnung, und im mikroseismischen Gebiete kann die Zeit bei einem 10^0-Intervalle für den Abstand φ der tatsächlichen Stationen sogar linear interpoliert werden. Der Zeitunterschied im Sinne

$$\text{Beobachtung} - \text{Rechnung} = \Delta t \qquad (56)$$

liefert die Grundlage zur Verbesserung der angenommenen Elemente mit Hilfe der weiter unten abzuleitenden Fehlergleichung.

Die epizentralen Koordinaten der Beobachtungsstationen.

Auf dieser Stufe der Rechnung ist bereits die Kenntnis der epizentralen Distanz der einzelnen Stationen erforderlich. Ist die geographische Breite und Länge des Epizentrums b_0 und l_0, die entsprechenden Größen für die Station b und l, so werde, falls $\varphi < 90^0$ ist,

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{\cos b \cos b_0}\, \frac{\sin \frac{l - l_0}{2}}{\sin \frac{b - b_0}{2}} \tag{57a}$$

gesetzt, worauf φ durch

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \sin \frac{b - b_0}{2} \sec x \tag{57b}$$

gegeben ist. Wäre dagegen φ zwischen 90° und 180° gelegen, so berechne man

$$\sin y = \sqrt{\cos b \cos b_0}\, \frac{\sin \frac{l - l_0}{2}}{\cos \frac{b - b_0}{2}} \tag{57c}$$

und hieraus

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{b - b_0}{2} \cos y. \tag{57d}$$

Will man jedoch mit Hilfe von Zeitangaben auch die Lage des Epizentrums verbessern, dann ist auch die Kenntnis des Azimuts der einzelnen Stationen in Bezug auf das Epizentrum notwendig. Bezeichnet man dieses von N über E gezählt mit a, und bedeutet c das Azimut des Epizentrums aus den einzelnen Stationen, das übrigens nur die Rolle eines Hilfswinkels spielt, so hat man in diesem Falle bequemer aus den GAUSSschen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
\mathrm{I} &\equiv \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{c - a}{2} = \sin \frac{b - b_0}{2} \cos \frac{l - l_0}{2}, \\
\mathrm{II} &\equiv \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{c - a}{2} = \cos \frac{b + b_0}{2} \sin \frac{l - l_0}{2}, \\
\mathrm{III} &\equiv \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{c + a}{2} = \cos \frac{b - b_0}{2} \cos \frac{l - l_0}{2}, \\
\mathrm{IV} &\equiv \cos \frac{\varphi}{2} \cos \frac{c + a}{2} = \sin \frac{b + b_0}{2} \sin \frac{l - l_0}{2},
\end{aligned}\right\} \tag{57e}$$

aus welchen

$$\operatorname{tg} \frac{c + a}{2} = \frac{\mathrm{III}}{\mathrm{IV}}, \quad \operatorname{tg} \frac{c - a}{2} = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{II}},$$

und

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{\sin \frac{c + a}{2}}{\sin \frac{c - a}{2}} \operatorname{tg} \frac{b - b_0}{2} = \frac{\cos \frac{c + a}{2}}{\cos \frac{c - a}{2}} \operatorname{cotg} \frac{b + b_0}{2} \tag{57f}$$

folgt. Über die Wahl der Quadranten für a kann kein Zweifel

bestehen, und zur Berechnung von φ wird die erste oder zweite Gleichung genommen, je nachdem $\frac{c-a}{2} \gtrless 45^0$ ist.

Die Lage des Epizentrums endlich kann mit genügender Annäherung aus dem Seismogramme dreier Stationen bestimmt werden. Bedeuten* x, y, z und x_0, y_0, z_0 die rechtwinkligen Koordinaten einer Station und des Epizentrums, also

$$x = \cos b \cos l, \qquad x_0 = \cos b_0 \cos l_0,$$
$$y = \cos b \sin l, \qquad y_0 = \cos b_0 \sin l_0,$$
$$z = \sin b, \qquad z_0 = \sin b_0,$$

so hat man

$$\cos \varphi = x x_0 + y y_0 + z z_0.$$

Anderseits zeigte nun OMORI**, daß φ aus der in Sekunden ausgedrückten Dauer Θ der Einleitungsphase des Seismogramms nach der auch theoretisch herleitbaren Formel

$$\varphi = 0^0{,}06531\,\Theta + 0^0{,}3414$$

bestimmt werden kann. Ist nun das Seismogramm dreier Stationen gegeben, so gibt die Auflösung der obigen Gleichung x_0, y_0, z_0, und hieraus mit

$$\operatorname{tg} l_0 = \frac{y_0}{x_0}, \quad \operatorname{tg} b_0 = \frac{z_0}{x_0} \cos l_0 = \frac{z_0}{y_0} \sin l_0$$

die Lage des Epizentrums. Als Quadrant von l_0 ist derjenige zu wählen, in welchem $\sin l_0$ mit y_0, $\cos l_0$ mit x_0 gleich bezeichnet ist.

Die seismische Fehlergleichung.

Wird in Gleichung (41a) eine jede Größe als veränderlich und ihre Inkremente als Größen erster Ordnung angesehen, deren Quadrate und gegenseitige Produkte vernachlässigt werden können, so erhält man

$$2\cos\psi(\cos\psi - q\varrho\cos\varphi)\Delta\psi - \left[\frac{2(1-2q)}{\sqrt{4q(1-q)}}\,v\tau + 2\varrho\cos\varphi\sin\psi\right]\Delta q -$$
$$-2q\sin\psi\cos\varphi\,\Delta\varrho + 2q\varrho\sin\psi\sin\varphi\,\Delta\varphi - \sqrt{4q(1-q)}\,(v\Delta\tau + \tau\Delta v) = 0.$$

*) W. LÁSKA, Über die Berechnung der Fernbeben, Nr. XIV der neuen Folge d. Mitteil. d. Erdbebenkomm. d. K. Ak. d. Wiss. Wien 1903.

**) Publications of the Earthquake Invest. Comm. No. 13. Tokyo. 1903.

Ähnlich ergibt sich aus (40):

$$2(\cos\psi - q\varrho\cos\varphi)\sin\psi\,\Delta\psi + (2\varrho\cos\varphi\cos\psi - 1 - \varrho^2)\Delta q + \\ + 2q(\cos\varphi\cos\psi - \varrho)\Delta\varrho - 2q\varrho\sin\varphi\cos\psi\,\Delta\varphi = 0.$$

Multipliziert man die erste Gleichung mit $-\sin\psi$, die zwei mit $\cos\psi$, und addiert, so kommt

$$\left[2\varrho\cos\varphi - \cos\psi - \varrho^2\cos\psi + \frac{2(1-2q)v\tau}{\sqrt{4q(1-q)}}\sin\psi\right]\Delta q + \\ + 2q(\cos\varphi - \varrho\cos\psi)\Delta\varrho - 2q\varrho\sin\varphi\,\Delta\varphi + \\ + \sqrt{4q(1-q)}\,(v\,\Delta\tau + \tau\,\Delta v)\sin\psi = 0,$$

eine Gleichung, welche nun von $\Delta\psi$ befreit erscheint.

Der Koeffizient von Δq kann noch bedeutend vereinfa werden. Führt man aus (40) den Wert von $1+\varrho^2$, aus (41 von $v\tau$ ein, so folgt

$$\frac{2}{4q(1-q)}[4q(1-q)\varrho\cos\varphi - \sin^2\psi\cos\psi - 2q\varrho\cos\varphi(1-2q+\cos^2\psi) \\ + (1-2q)\psi\sin\psi],$$

und wird unter der Klammer die aus (40) folgende Gleichung

$$\sin^2\psi\cos\psi + 2q\varrho\cos^2\psi\cos\varphi - q(1+\varrho^2)\cos\psi = 0$$

addiert, so hat man

$$\text{Coeff. } \Delta q = \frac{2}{4q(1-q)}[2q\varrho\cos\varphi + (1-2q)\psi\sin\psi - q(1+\varrho^2)\cos$$

Das vollständige Differential ist mithin

$$\frac{2}{4q(1-q)}[2q\varrho\cos\varphi + (1-2q)\psi\sin\psi - q(1+\varrho^2)\cos\psi]\Delta q + \\ + 2q(\cos\varphi - \varrho\cos\psi)\Delta\varrho - 2q\varrho\sin\varphi\,\Delta\varphi + \\ + \sqrt{4q(1-q)}\sin\psi\,(\tau\,\Delta v + v\,\Delta\tau) = 0, \qquad (5$$

in dem jedoch laut (44) noch $\Delta\tau$ durch

$$\Delta\tau = \Delta t - \Delta t_e + \Delta\tau_0$$

zu ersetzen ist.

$\Delta\tau_0$ ergibt sich aber aus (58a), wenn hierin $\varphi = 0$ demgemäß auch $\psi = \psi_0$ gesetzt wird. Das Ergebnis ist

$$\frac{2}{4q(1-q)}[2q\varrho + (1-2q)\psi_0\sin\psi_0 - q(1+\varrho^2)\cos\psi_0]\Delta q + \\ + 2q(1-\varrho\cos\psi_0)\Delta\varrho + \sqrt{4q(1-q)}\sin\psi_0(\tau_0\Delta v + v\,\Delta\tau_0) = 0. \quad (5$$

Wird nun die erste Gleichung mit $\sin\psi_0$, die zweite mit $-\sin\psi$ multipliziert und werden beide addiert, sonach mit $\sin\psi\sin\psi_0$ durchdividiert, so erhält man

$$\mp\frac{2}{4q(1-q)}\Big[(1-2q)(\psi-\psi_0)+\frac{2q\varrho\cos\varphi-q(1+\varrho^2)\cos\psi}{\sin\psi}-$$
$$-\frac{2q\varrho-q(1+\varrho^2)\cos\psi_0}{\sin\psi_0}\Big]\Delta q+$$
$$+2q\Big[\frac{\cos\varphi-\varrho\cos\psi}{\sin\psi}-\frac{1-\varrho\cos\psi_0}{\sin\psi_0}\Big]\Delta\varrho-2q\varrho\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}\Delta\varphi=0. \quad (59)$$

worin nach (44) die Differenz $\tau-\tau_0$ durch das bekannte $t-t_e$ ersetzt wurde. In diesen Gleichungen ist endlich nach (46):

$$\cos\psi_0=q\varrho+\sqrt{(1-q)(1-q\varrho^2)}, \quad (60a)$$

oder indem man nach Potenzen von h entwickelt:

$$\left.\begin{aligned}
\cos\psi_0&=1-\frac{q}{2(1-q)}h^2+\frac{q^2}{2(1-q)^2}h^3-\frac{1+4q}{8(1-q)^3}q^2h^4+\\
&\quad+\frac{q^2(3+4q)}{8(1-q)^4}h^5-\cdots,\\
\psi_0&=\sqrt{\frac{q}{1-q}}\Big[h-\frac{q}{2(1-q)}h^2+\frac{q(1+2q)}{6(1-q)^2}h^3-\frac{q^2(3+2q)}{8(1-q)^3}h^4+\\
&\quad+\frac{(3+24q+8q^2)q^2}{40(1-q)^4}h^5-\cdots\Big],\\
\sin\psi_0&=\sqrt{\frac{q}{1-q}}\Big[h-\frac{q}{2(1-q)}h^2+\frac{q^2}{2(1-q)^2}h^3-\frac{q^2(1+4q)}{8(1-q)^3}h^4+\\
&\quad+\frac{q^2(3+4q)}{8(1-q)^4}h^5-\cdots\Big],\\
\operatorname{tg}\varepsilon_0&=\sqrt{\frac{q}{1-q}}\Big[h-\frac{q}{2(1-q)}h^2+\frac{q}{2(1-q)^2}h^3-\frac{q^2(7-2q)}{8(1-q)^3}h^4+\\
&\quad+\frac{q^2(3+6q-2q^2)}{8(1-q)^4}h^5-\cdots\Big],
\end{aligned}\right\} \quad (60b)$$

Die Fehlergleichung ist jedoch in der hier gefundenen Form des kleinen Divisors $\sin\psi_0$ halber für numerische Rechnungen nicht anwendbar, und außerdem ist erwünscht, daß φ eliminiert werde, also nur eine einzige Entfernungsangabe auftrete.

Subtrahiert man von der Gleichung (40) beiderseits

$$q(1+\varrho^2)\cos^2\psi,$$

so bleibt

$$\frac{2q\varrho\cos\varphi - q(1+\varrho^2)\cos\psi}{\sin\psi} = -[1-q(1+\varrho^2)]\operatorname{tg}\psi, \quad (61a)$$

und für $\varphi = 0$

$$\frac{2q\varrho - q(1+\varrho^2)\cos\psi_0}{\sin\psi_0} = -[1-q(1+\varrho^2)]\operatorname{tg}\psi_0, \quad (61b)$$

womit der erste Teil der genannten Transformation erledigt ist. Den obigen Reihen zufolge kann (61b) endlich noch

$$\frac{2q\varrho - q(1+\varrho^2)\cos\psi_0}{\sin\psi_0} = -\sqrt{\frac{q}{1-q}}\Big[(1-2q)h + \frac{(3-2q)q}{2(1-q)}h^2 - \\ - \frac{q}{2(1-q)^2}h^3 + \frac{5q^2}{8(1-q)^3}h^4 - \frac{q^2(1+6q)}{8(1-q)^4}h^5 + \cdots\Big] \quad (61c)$$

geschrieben werden.

Wird von der Gleichung (40) beiderseits $2q\varrho^2\cos^2\psi$ subtrahiert, so bleibt

$$\frac{\cos\varphi - \varrho\cos\psi}{\sin\psi} = \frac{q(1-\varrho^2)}{2q\varrho}\cot\psi - \frac{1-q(1+\varrho^2)}{2q\varrho}\operatorname{tg}\psi, \quad (62a)$$

das zwar von φ befreit erscheint, für $\psi = \psi_0$ aber immerhin noch nicht anwendbar ist. In dem Falle $\varphi = 0$ gibt jedoch (40) unmittelbar

$$\frac{1-\varrho\cos\psi_0}{\sin\psi_0} = \frac{1-\varrho^2}{2\sin\psi_0} + \frac{\sin\psi_0}{2q}, \quad (62b)$$

wo nur das erste Glied rechter Hand umzuformen ist, um in der Reihenentwicklung für $\sin\psi_0$ kein bereits entwickeltes Glied zu verlieren.

Nun erhält man aber durch Subtraktion der beiden Gleichungen des Radiusvektors, welche zur Herleitung von (34) dienten, nachdem $\varrho' = 1$, $\omega' - \omega = \psi$ gesetzt wurde:

$$\frac{q(1-\varrho^2)}{\sin\psi} = \sin\eta\sin(\omega'+\omega),$$

während die erste Gleichung in (30)

$$\cos\psi - 2q\varrho\cos\varphi = \sin\eta\cos(\omega'+\omega)$$

geschrieben werden kann. Quadriert man beide Ausdrücke und eliminiert aus deren Summe $\cos^2\eta$ mit Hilfe von (42a), so kommt

$$q^2\frac{(1-\varrho^2)^2}{\sin^2\psi} = 1 - 4q^2\varrho^2\frac{\sin^2\varphi}{\sin^2\psi} - (\cos\psi - 2q\varrho\cos\varphi)^2,$$

was für $\varphi = 0$ einfacher

$$q^2 \frac{(1-\varrho^2)^2}{\sin^2\psi_0} = \sin^2\psi_0 + 4q\varrho\cos\psi_0 - 4q^2\varrho^2$$

gibt. Vergleicht man dies mit (40) für den Fall $\varphi = 0$:

$$\sin^2\psi_0 + 2q\varrho\cos\psi_0 = q(1+\varrho^2),$$

so erhält man schließlich

$$q^2 \frac{(1-\varrho^2)^2}{\sin^2\psi_0} = q[2\varrho\cos\psi_0 + 1 + \varrho^2 - 4q\varrho^2], \qquad (62\,c)$$

und hieraus leitet man unschwer die Reihe

$$\frac{1-\varrho^2}{\sin\psi_0} = 2\sqrt{\frac{1-q}{q}}\left[1 + \frac{2q-1}{2(1-q)}h - \frac{q}{4(1-q)^2}h^2 + \frac{q^2}{4(1-q)^3}h^3 - \right.$$
$$\left. - \frac{q^2(1+4q)}{16(1-q)^4}h^4 + \frac{q^3(3+4q)}{16(1-q)^5}h^5 - \cdots\right] \qquad (62\,d)$$

ab. Nun lautet die Entwicklung für (62 b)

$$\frac{1-\varrho\cos\psi_0}{\sin\psi_0} = \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}}\left[2(1-q) + 2qh - \frac{q}{1-q}h^2 + \frac{q^2}{(1-q)^2}h^3 - \right.$$
$$\left. - \frac{q^2(1+4q)}{4(1-q)^3}h^4 + \frac{q^3(3+4q)}{4(1-q)^4}h^5 - \cdots\right] \qquad (62\,e)$$

Die Ausdrücke (61 a, c), (62 a, e) und der aus (42 b) zu entnehmende Faktor von $\Delta\varphi$ müssen nun in die Gleichung (59) eingestellt werden; man erhält

$$\sqrt{4q(1-q)}\,[(t-t_e)\Delta v + v\Delta t - v\Delta t_e] +$$
$$- \frac{2}{4q(1-q)}\left\{(1-2q)(\psi-\psi_0) - [1-q(1+\varrho^2)]\operatorname{tg}\psi + \right.$$
$$\left. + \sqrt{\frac{q}{1-q}}\left[(1-2q)h + \frac{3-2q}{2(1-q)}qh^2 - \frac{q}{2(1-q)^2}h^3 + \cdots\right]\right\}\Delta q +$$
$$- 2q\left\{\frac{q(1-\varrho^2)}{2q\varrho}\cot\psi - \frac{1-q(1+\varrho^2)}{2q\varrho}\operatorname{tg}\psi - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}}\left[2(1-q) + 2qh - \frac{q}{1-q}h^2 + \frac{q^2}{(1-q)^2}h^3 - \cdots\right]\right\}\Delta\varrho -$$
$$- \sqrt{4q(1-q)}\cos e\,\Delta\varphi = 0. \qquad (63)$$

Aus dem sphärischen Dreiecke zwischen dem Pole, dem Epizentrum und der Beobachtungsstation folgt, wenn die Verbesserung der geographischen Breite und Länge des Epizentrums mit Δb und Δl bezeichnet wird:

$$\Delta\varphi = -\cos a\,\Delta b - \sin a \cos b_0\,\Delta l, \tag{64}$$

wo der Wert des Azimuts a aus (57e) zu entnehmen ist. Werden endlich die im Verlaufe der Rechnung konstanten Größen vereinigt, indem man setzt:

$$\left.\begin{aligned} Q_0 &= \sqrt{\frac{q}{1-q}}\,h^2\Big[1 - \frac{1+q}{3(1-q)}h + \frac{q(2+q)}{4(1-q)^2}h^2 - \\ &\qquad - \frac{q(1+7q+2q^2)}{10(1-q)^3}h^3 + \cdots\Big], \\ H_0 &= \sqrt{\frac{q}{1-q}}\Big[2(2q-1)h - \frac{3-2q}{1-q}qh^2 + \frac{q}{(1-q)^2}h^3 - \\ &\qquad - \frac{5q^2}{4(1-q)^3}h^4 + \frac{q^2(1+6q)}{4(1-q)^4}h^5 - \cdots\Big], \end{aligned}\right\} \tag{65}$$

schreibt man weiter $1-h$ statt ϱ und trennt das bekannte Glied Δt ab, so kommt schließlich:

$$\begin{aligned} &(t-t_e)\Delta v - v\Delta t_e + \cos a \cos e\,\Delta b + \sin a \cos b_0 \cos e\,\Delta l - \\ &- \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}}\Big[\frac{1-q(1+\varrho^2)}{2q}\operatorname{tg}\psi - \frac{1-2q}{2q}\psi - Q_0\Big]\frac{\Delta q}{1-q} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{4q(1-q)}}\Big\{[1-q(1+\varrho^2)]\operatorname{tg}\psi - 2h\Big(1-\frac{h}{2}\Big)q\cot\psi + \\ &\qquad + \sqrt{4q(1-q)} + H_0\Big\}\frac{\Delta h}{1-h} + v\Delta t = 0. \end{aligned} \tag{66}$$

Die Fehlergleichung erscheint hier schon unter der für numerische Rechnung bequemsten Form; die vorkommenden Faktoren sind meist schon durch die Ephemeridenrechnung bekannt.

Die Zahl der gesuchten Verbesserungen beträgt sechs, stimmt also vollkommen mit dem Problem der Bahnverbesserung überein; sie beziehen sich auf die Breite, Länge und die Zeit des Epizentrums, auf die Tiefe des Herdes, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die von der Dichteverteilung und brechenden Kraft der Erde abhängigen Konstante q.

Ich halte es für das zweckmäßigste, auch die Koeffizienten der Fehlergleichung für eben jene äquidistante φ zu berechnen, für welche die Ephemeride hergeleitet wurde, mit Ausnahme natürlich des Koeffizienten von Δb und Δl, welche für jede einzelne Station besonders berechnet werden müssen. Die von dem Azimute der Stationen unabhängigen Koeffizienten werden so-

nach für die tatsächlichen Abstände φ der Stationen interpoliert, wobei jedoch die höheren Differenzen noch in Betracht gezogen werden müssen. Die Werte von Q_0 und H_0 können den im Anhange mitgeteilten Tabellen entnommen werden.

Bei einer größeren Zahl von Beobachtungen können die nahen gleichen Δt benachbarter Stationen in Normalörter zusammengezogen werden, so daß das Mittel der Δt als für das Mittel der φ der Stationen angesehen wird. Besonders bequem erscheint dies, wenn man den Ort des Epizentrums nicht zu verbessern wünschte. Insofern die Zahl der Beobachtungen oder der Normalörter größer als sechs ist, gelten dieselben Normen wie in der Astronomie, die wörtlich aus OPPOLZERS Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten (Leipzig 1880) II. Bd. Seite 311—370 übernommen werden können. Besonders beherzigenswert ist der Fall, daß eine der Unbekannten nur unsicher bestimmt werden kann, was in unserem Probleme für Δh immer, und für Δq häufig stattfinden kann, wenn q nahe $\frac{1}{2}$ ist. Die Bearbeitung des Ceram-Bebens zeigte mir, daß sich die Herdtiefe aus lauter Zeitbeobachtungen entfernter Stationen nicht bestimmen lasse, daß aber die Unsicherheit dieses Elements die übrigen nicht beeinflusse.

Als Rechenbeispiel zu der auseinandergesetzten Methode siehe: Determinatio elementorum seismicorum exemplo primae terrae motus Ceramensis phaseos exhibita.*

Wären die gefundenen Verbesserungen so groß, daß die Gleichung (66) nicht mehr als linear gültig betrachtet werden darf, so müßte die Rechnung mit den verbesserten Elementen wiederholt werden.

Ein wesentlicher Unterschied gegen die astronomische Bahnbestimmung bleibt jedoch bestehen, auf den kurz schon Seite 60 hingewiesen wurde.

Das Seismogramm eines Fernbebens entwickelt sich nämlich, selbst wenn im Epizentrum nur *ein* Stoß stattgefunden haben sollte, in ein sozusagen „seismisches Spektrum". Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit stets nach der Formel

* Abrégé du Bulletin de la Société Hongroise de Géographie. XXXIII. Vol. 1905. 25—31.

$$u = \frac{\varphi}{t - t_e} \tag{67}$$

der gleichförmigen Bewegung berechnet wurde, so faßt man allgemein die Sache so auf, als ob sich die verschiedenen Phasen des Bebens, deren Zahl heute schon auf 8 gestiegen ist, verschieden schnell fortpflanzten, wobei die Verhältnisse der Geschwindigkeiten der Erfahrung nach nahezu eine harmonische Reihe abgeben.

Nach der vorliegenden Theorie ist aber noch eine andere Auffassung möglich. Es ist bekannt, daß die Wellen der Bebenstrahlen verschiedene Länge besitzen, und die kürzesten verursachen vielleicht die Erdbebengeräusche. Dann könnte aber die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit u einer durch seismische Dispersion des Erdbodens bedingten Veränderlichkeit von q zur Last geschrieben werden, wogegen sich v selbst nur innerhalb der engen Grenzen bewegen könnte, welche durch die Änderung des Brechungsindex nach der Wellenlänge vorgeschrieben sind.

Inwiefern diese Anschauung bestehen mag, kann ich in diesem Momente nicht entscheiden, doch sind darauf bezügliche Untersuchungen schon im Gange. Es ist jedenfalls wichtig, daß die empirische Gleichung Omoris auf Seite 63 theoretisch gestützt werden kann, und vielleicht geben gerade die beiden Konstanten der Gleichung schätzbare Winke.

Die Länge des Seismogramms kann durch die Dauer der einzelnen Phasen, also durch Δt gemessen werden. Der uns hier interessierende Teil der Gleichung (66) lautet daher

$$\Delta t = (t - t_e)\, v\, \Delta\left(\frac{1}{v}\right),$$

und zwar ist diese Gleichung wegen der linearen Beziehung von t und $\frac{1}{v}$ für beliebige endliche Veränderungen gültig. Wenn man dagegen die partielle Dispersion einer Bebenphase mit Δq bezeichnet, so gibt wieder (66) in roher Annäherung $\varrho = 1$ setzend:

$$\Delta t = \frac{2\,(1 - 2q)}{\sqrt{4\,q\,(1-q)^3}\, v}\, (\operatorname{tg}\psi - \psi)\, \Delta q\,,$$

welcher Ausdruck ebenfalls nur von der Entfernung des Epizentrums abhängt.

Für diese zweite Auffassung müßte die Ephemeride einer jeden Phase mit einem besonderen q-Werte berechnet werden; sind aber nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der einzelnen Phasen verschieden, so sind einfach die Werte $t - t_e$ der ersten Ephemeride mit den Verhältniszahlen der Geschwindigkeiten der ersten zur zweiten, der ersten zur dritten usw. Phase durchzumultiplizieren, um die Ephemeride der zweiten, dritten usw. Phase zu erhalten.

Die für die einzelnen Phasen gültigen Fehlergleichungen hängen nun derart miteinander zusammen, daß für dieselben Δh, Δb, Δl, und im Falle eines einzigen Stoßes Δt_e stets dieselben bleiben, während Δv und Δq andere Werte annehmen können.

In der Tat ergaben sich bei der Berechnung des Cerambebens für einige Phasen mit Sicherheit negative q, also Strahlen, welche in Hyperbeln durch das Innere der Erde liefen und dem Erdmittelpunkte bis auf ein Viertel des Radius nahekamen. Es ist leicht zu sehen, wie sich die Formeln für einen hyperbolischen Strahl gestalten.

Bei der Berechnung der Ephemeride bedurfte es noch der Kenntnis von τ_0, welches aus (41b) mit Hilfe der Reihen (60b), oder unmittelbar aus dem Integrale (19) für den Fall $e = 90^0$ hergeleitet werden kann; man findet

$$v\tau_0 = h + \frac{q}{2(1-q)}h^2 - \frac{q}{6(1-q)^2}h^3 + \\ + \frac{q^2}{8(1-q)^3}h^4 - \frac{q^2(1+4q)}{40(1-q)^4}h^5 + \cdots \tag{68a}$$

oder unter selbstverständlicher Kürzung

$$v\tau_0 = h + h_1, \tag{68b}$$

wo h_1 der im Anhange gegebenen Tafel als Korrektion entnommen werden kann.

Über die Berechnung solcher Beben, deren Epizentrum unbekannt ist, bleibt uns nun kaum etwas zu sagen.

Der seismische Hodograph.

Wird die Stoßzeit als Ordinate, die sphärische Distanz vom Epizentrum als Abszisse aufgetragen, so erhält man den seismischen Hodographen. Und da t und τ sich nur um eine Konstante unterscheiden, so kann (41) als Gleichung des Hodographen angesehen werden, wenn darin ψ durch φ ausgedrückt gedacht wird. Die Gleichung (66) gibt für die Tangente des Hodographen die interessante Beziehung

$$v\frac{dt}{d\varphi} = \cos e, \tag{69}$$

welche sogleich zeigt, daß die Kurve im Punkte $\varphi = 0$ wegen $\cos e = 0$ im Koordinatenanfange mit dem Werte Null beginnt, und anfänglich der Abszissenachse parallel läuft. Die Kurve steigt kontinuierlich an und endet in dem Antipodenpunkte des Epizentrums wieder horizontal verlaufend in der Höhe τ_{180}, welche durch

$$v\tau_{180} = 1 + \frac{1}{\sqrt{q(1-q)}}\arcsin\sqrt{q} - v\tau_0$$

gegeben ist. Inflexionspunkt besitzt der Hodograph nur in dem Falle, als $q < \frac{1}{2}$ ist, ein Maximum tritt ein für $q > \frac{1}{2}$ (s. Gl. 14). Kann die Kurve mit einiger Genauigkeit gezeichnet werden, so mag sie recht gut als Fingerzeig für die der Rechnung zugrunde zu legenden Elemente dienen.

$\frac{d\varphi}{dt}$ ist offenbar der Grenzwert jener Geschwindigkeit, die man erhält, wenn der Unterschied der epizentralen Entfernungen zweier Stationen durch die Differenz der Beobachtungszeiten dividiert wird; mit anderen Worten: die Entfernung zweier Sekundenhomoseisten. Nennt man diese Größe v_a die scheinbare Geschwindigkeit, so hat man nach (69) die wichtige Gleichung

$$\frac{v}{v_a} = \cos e, \tag{70}$$

welche besagt, daß die scheinbare Geschwindigkeit stets größer ist, als die tatsächliche Oberflächengeschwindigkeit. Nur gegen die Grenze eines räumlich beschränkten Bebens und in der Nähe des Inflexionspunktes, wo der Emersionswinkel schon klein ist,

können beide Geschwindigkeiten als einigermaßen gleich betrachtet werden. Im Epizentrum ist $v_a = \infty$, nimmt aber nach auswärts sehr rasch ab.

Die in Japan seit 1893 eingeführte seismische Triangulation führt zur genauen Kenntnis von v_a, und wäre auch der Emersionswinkel genau bekannt, so könnte hieraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Beben berechnet werden.

Aus den Beobachtungen wurde zumeist die durch die Gleichung (67) definierte Durchschnittsgeschwindigkeit berechnet,

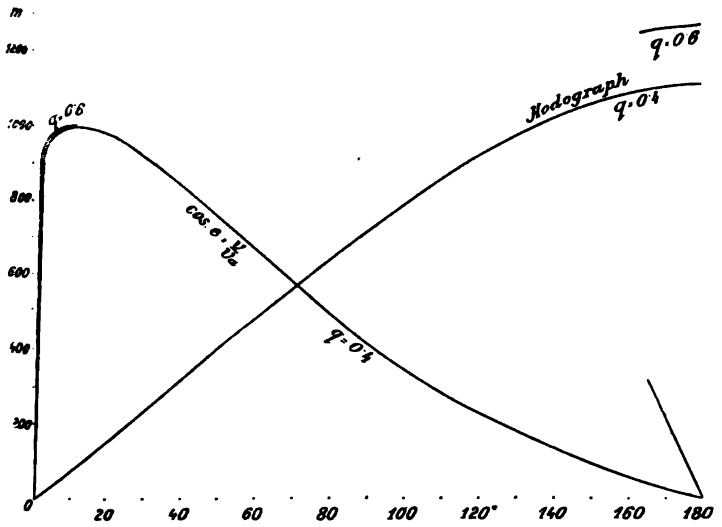


Fig. 2.

welche man aus der Entfernung des Epizentrums und der Zeitdifferenz des Eintretens des Stoßes bestimmt. Ihren Zusammenhang mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergeben die Gleichungen (67), (44) und (41b) zu

$$\sqrt{4q(1-q)}\,\frac{v}{u} = \frac{\psi - \psi_0}{\varphi} + [1 - q(1+\varrho^2)]\,\frac{\operatorname{tg}\psi - \operatorname{tg}\psi_0}{\varphi},$$

und es ist ersichtlich stets

$$u > v.$$

Die nebenstehende Figur gibt den Hodographen in Minuten, und $\cos e = \frac{v}{v_a}$ für die Ordinateneinheit 1000, unter der Annahme,

daß $h = 0{,}02$ und $v = 13{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{sec}}$ sei. Die kontinuierliche, vom Epizentrum bis zu dessen Antipodenpunkt reichende Kurve entspricht der Hypothese $q = 0{,}4$, die unterbrochene Kurve ist für $q = 0{,}6$ berechnet. In jener liegt der Inflexionspunkt bei $\Phi' = 18^{0},9$, und hiefür ist $e = 6^{0},85$, $\cos e = 0{,}993$, diese dagegen hört bei $\Phi = 16^{0},7$ mit dem Maximalwert $e = 0$ auf, und setzt sich erst, ebenso, wie die $\cos e$-Kurve bei $163^{0},3$ anfangend bis zum Antizentrum fort. In dem epizentralen Trakte fallen die Hodographe für $q = 0{,}6$ und $0{,}4$ fast ganz zusammen.

Die Intensität des Bebens.

Die beiden letzten Elemente des Bebens, welche, wie in der Astronomie die Masse des Planeten, aus bloßen Zeitangaben ebenfalls nicht bestimmt werden können, sind die Intensität und der Absorptionskoeffizient der Beben, welch letzterer voraussichtlich in irgend einer Beziehung zur Konstanten q stehen wird.

Die zugrunde zu legenden Daten werden nach gehöriger Reduktion von den Seismometern selbst geliefert, insofern Amplitude und Periode, also auch die Beschleunigung des Stoßes abgeleitet werden kann. Übrigens erhält man letztere annähernd auch aus der nach der FOREL-MERCALLIschen Skala geschätzten Intensität.*

Der Extinktionskoeffizient kann gelegentlich auch ohne Instrumente bestimmt werden, wenn der Radius des Indexkreises, d. h. der Gesamtheit jener Punkte bestimmt werden kann, an denen die Intensität des Bebens die schnellste Abnahme aufweist. Die Intensitätskurve besitzt nämlich einen Inflexionspunkt, dessen Lage aus den Wirkungen des Bebens mitunter bestimmt werden kann. Sein Abstand von dem Epizentrum stellt eine Beziehung zwischen der Herdtiefe und der Absorption fest. Ist jene auf einem von der Intensität unabhängigen Wege, z. B. aus Zeitdaten bekannt, so kann auch diese berechnet werden.

Die strenge Theorie führt auf verwickelte elliptische Integrale, deren strenge Berücksichtigung bei der Unzuverlässigkeit

* Verhandl. d. zweit. internat. seism. Konfer. Leipzig 1904. S. 283.

der heutigen Beobachtungsdaten durchaus überflüssig ist. Die folgende Näherung ist jedenfalls genügend.

Nimmt man nur auf die Absorption Rücksicht, so gilt für die Intensität J die Gleichung

$$\frac{dJ}{J} = -c_0 s\, d\varsigma, \tag{71}$$

in welcher $d\varsigma$ das Bogenelement des elliptischen Strahles bedeutet, an dessen Stelle die Dichte s ist; c_0 stellt eine Konstante vor. Zufolge des ROCHEschen Gesetzes und der Gleichung (18) hat man

$$\frac{dJ}{J} = -c_0 s_1 \frac{1-\alpha\varrho^2}{1-\alpha}\frac{n_1}{n} v\,d\tau = -c_0 s_1 \frac{1-\alpha\varrho^2}{1-\alpha}\sqrt{\frac{1-q}{1-q\varrho^2}}\, v\,d\tau. \tag{72}$$

ϱ ist zwar eine Funktion von τ, jedoch darf wegen der geringen Herdtiefe ein Mittelwert des in sehr engen Grenzen veränderlichen Faktors herausgehoben werden. Setzt man also

$$c = c_0 s_1 \left[1 + \frac{2\alpha - (1+\alpha)q}{(1-\alpha)(1-q)} h + \cdots\right], \tag{73}$$

so kann die Intensität näherungsweise

$$J = J_0 e^{-c\varrho\tau} \tag{74a}$$

geschrieben werden, wenn J_0 eine Konstante bezeichnet. Ist nun J_e die Intensität im Epizentrum und l der geradlinige Abstand der Station von dem Herde, so wird

$$J = J_e \frac{h^2}{l^2} e^{-c\varrho(\tau-\tau_0)}, \tag{74b}$$

während das Verhältnis der Amplituden durch die Quadratwurzel des Intensitätsverhältnisses gegeben ist.

Man hat nun

$$l^2 = 1 - 2\varrho\cos\varphi + \varrho^2, \tag{75a}$$

oder wenn hieraus, um alle Entfernungen durch ψ ausgedrückt zu haben, φ mit Hilfe der Gleichung (40) eliminiert wird:

$$l^2 = \frac{2\sin^2\frac{\psi}{2}}{q\cos\psi}\left[\cos\psi + 1 - q\,(1+\varrho^2)\right]. \tag{75b}$$

Die auf diese Weise berechneten Amplituden müssen noch mit $\cos e$ oder $\sin e$ multipliziert werden, um mit den auf den einzelnen Stationen erhaltenen Amplituden der horizontalen oder vertikalen Bewegung vergleichbar gemacht zu werden.

Anhang.

Um die Rechnung der Ephemeride und der Fehler zu vereinfachen, wurden Tafeln gerechnet, welche mit zontalen Argumente h und dem vertikalen Eingange q von

$$x_1,\ h_2,\ Q_0\ H_0 \text{ und } \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}$$

ergeben. Sämtliche Werte sind in Einheiten der vierten stelle angesetzt.

I.

x_1 Tafel.

h / q	0,000	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030
0,0	0,0	21,8	43,6	65,6	87,7	110,0	132,3
0,1	0,0	24,2	48,4	72,8	97,3	121,8	146,4
0,2	0,0	27,2	54,4	81,7	109,1	136,6	164,2
0,3	0,0	31,0	62,1	93,2	124,3	155,4	186,6
0,4	0,0	36,2	72,3	108,3	144,3	180,2	216,2
0,5	0,0	43,3	86,4	129,4	172,1	214,6	256,9
0,6	0,0	54,0	107,5	160,6	213,0	264,9	316,7
0,7	0,0	71,0	142,1	211,5	279,7	346,7	412,8
0,8	0,0	106,8	210,0	310,0	407,0	501,2	592,8

II.

h_1 Tafel.

h / q	0,000	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030
0,0	0,000	0,00000	0,00000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,1	0,000	0,01363	0,05535	0,1243	0,2206	0,3440	0,4944
0,2	0,000	0,03122	0,1247	0,2804	0,4989	0,7772	1,118
0,3	0,000	0,05344	0,2133	0,4787	0,8490	1,323	1,901
0,4	0,000	0,08333	0,3215	0,7438	1,319	2,054	2,951
0,5	0,000	0,1246	0,4967	1,114	1,975	3,074	4,412
0,6	0,000	0,1867	0,7436	1,667	2,951	4,591	6,585
0,7	0,000	0,2900	1,153	2,582	4,567	7,097	10,17
0,8	0,000	0,4958	1,967	4,392	7,748	12,01	17,17

III.

Q_0 Tafel.

0,000	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035
0,0000	0,00000	0,0000	0,0000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0000	0,08316	0,3306	0,7454	1,322	2,061	2,963	4,025
0,0000	0,1247	0,4975	1,117	1,980	3,086	4,433	6,019
0,0000	0,1631	0,6504	1,460	2,587	4,030	5,784	7,848
0,0000	0,2029	0,8083	1,812	3,209	4,996	7,166	9,718
0,0000	0,2488	0,9901	2,212	3,922	6,098	8,740	11,84
0,0000	0,3042	1,209	2,702	4,773	7,411	10,60	14,35
0,0000	0,3784	1,500	3,344	5,892	9,128	13,03	17,58
0,0000	0,4925	1,943	4,310	7,560	11,66	16,57	22,26

IV.

H_0 Tafel.

0	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035
0	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0
0	— 26,69	— 53,44	— 80,23	— 107,1	— 134,0	— 160,9	— 187,9
0	— 30,08	— 60,32	— 90,73	— 121,3	— 152,0	— 182,9	— 213,9
0	— 26,35	— 53,04	— 80,05	— 107,4	— 135,1	— 163,1	— 191,4
0	— 16,63	— 33,85	— 51,65	— 70,04	— 89,00	— 108,5	— 128,6
0	— 0,4975	— 1,980	— 4,434	— 7,844	— 12,30	— 17,48	— 23,68
0	+ 23,68	+ 45,72	+ 66,19	+ 85,11	+ 102,5	+ 118,4	+ 132,8
0	+ 59,70	+ 116,6	+ 170,8	+ 222,4	+ 271,6	+ 318,2	+ 362,4
0	+ 117,2	+ 229,2	+ 336,1	+ 438,1	+ 535,6	+ 628,7	+ 717,6

V.

$\frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}$ Tafel.

0,000	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035
0,0	0,000000	0,00000	0,00000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0	0,007705	0,03080	0,06920	0,1229	0,1919	0,2760	0,3753
0,0	0,01948	0,07775	0,1745	0,3094	0,4821	0,6924	0,9406
0,0	0,03810	0,1517	0,3401	0,6020	0,9365	1,343	1,821
0,0	0,06899	0,2742	0,6125	1,082	1,680	2,403	3,252
0,0	0,1238	0,4902	1,092	1,923	2,977	4,246	5,727
0,0	0,2309	0,9101	2,019	3,538	5,450	7,741	10,40
0,0	0,4749	1,858	4,089	7,115	10,88	15,34	20,48
0,0	1,202	4,628	10,04	17,25	26,07	36,41	48,18
0,0							

4.

BERICHT ÜBER DIE TÄTIGKEIT DES BUDA PASTEURINSTITUTES IM JAHRE 190

Vom ordentlichen Mitglied Prof. Dr. ANDREAS HŐGY

Vorgelegt der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in
am 14. November 1904

Von den 3382 Personen, welche infolge einer durc
oder wutverdächtige Tieren erfolgten Verletzung das In
suchten, wurden 2891 der Schutzimpfung unterzogen, bezw
2833 den vollständigen, 2—3 Wochen dauernden Turnu
gegen wurden entlassen, da es sich mittlerweile her
hatte, daß das verwundende Tier nicht wütend war.

Von den 2833 Schutzgeimpften blieben 2814 a
19 erlagen trotz der Schutzimpfungen der Lyssa. Von
teren sind aber 8 Todesfälle nicht der Methode zur Last
da die betreffenden Kranken zu spät ins Institut eint
der vollständigen Behandlung unterzogen zu werden. Es
demnach auf 2833 Geimpfte 11 Todesfälle, was einer
von 0,38 % und einer Genesung von 99,62 % entsprich
günstige Resultat verschiebt die Statistik der mit 13,91
und 86,09 % Genesungsfrequenz festgesetzten Heilungsres
nichtgeimpften Kranken auf 0,38 % Todesfälle und 99
nesungen, was hier einer Steigerung und dort einem
von 13,53 % entspricht.

Infolge der, besonders seit 1894 fortwährend zun
Frequenz des Instituts beziffert sich die Zahl der seit de
desselben — 15. April 1890 — behandelten, mit Wut
Personen auf ungefähr 22000.

Die übrigen Daten des Berichtsjahres entsprechen im allgemeinen denen der verflossenen Jahre: Die Mehrzahl der infizierten Personen machten die zwischen 6 und 15 Jahren stehenden Kinder männlichen Geschlechtes des gewerbetreibenden und in der Landwirtschaft beschäftigten Standes aus, deren größter Teil wieder in Ungarn ansässig war.

Ähnlich verhalten sich die amtlichen Daten über die Verbreitung der Wutkrankheit im Lande, indem in 61 Komitaten von 2040 wütenden Tieren allein 1596 Hunde gezählt wurden, welche letztere wieder 6767 andere Tiere, darunter 6578 andere Hunde, bissen.

Von den mit Lyssa infizierten Personen waren 2558 Ungarn, es ist also im Vergleich zu den früheren Jahren ein fortwährendes Ansteigen der Wutkrankheit zu konstatieren. Desgleichen zeigten sich im Berichtsjahr die siebenbürgischen Komitate, die Ecke zwischen Maros und Tisza, sowie die zu beiden Ufern der Tisza gelegenen Landstriche am meisten durchseucht.

11 Todesfälle wurden aus den verschiedenen Komitaten gemeldet, welche solche Personen betrafen, die sich der Schutzimpfung nicht unterzogen hatten. Hierzu kommen noch die eingangs erwähnten, der Behandlungsmethode nicht anzurechnenden Todesfälle. Ziehen wir nunmehr die, für die nicht behandelten Kranken festgesetzte Mortalitätsfrequenz 13,91%, sowie den von Pasteur für Frankreich festgestellten und auch bei uns gültigen Umstand in Betracht, daß von den nicht geimpften Kranken jeder fünfte bis sechste der Lyssa unterliegt, so ergibt dies 148 nichtgeimpfte Personen mit 18 Todesfällen, d. h. 12,16 % Mortalität.

Der Bau des neuen Pasteurinstitutes, welches mit dem Institute für allgemeine Pathologie und Therapie der Budapester Universität in Verbindung steht, wurde im Jahre 1902 begonnen und noch im selben Jahre unter Dach gebracht. Das in der Rákosgasse, in der nächsten Nähe der Klinik erbaute neue Institut ist nun vollkommen fertig. Die zwei, miteinander eng zusammenhängenden Institute, das für allgemeine und experimentelle Pathologie und Therapie und das Pasteurinstitut, stehen auf einem 3270 Quadratmeter umfassenden Grund; die Front in der Rákosgasse ist 43 m lang. Der größte Teil des Grundes bildet ein

rechteckiges Parallelogramm mit einer Tiefe von 54 m. Die südliche Seite dieses Parallelogramms nimmt das Institut für allgemeine Pathologie und Therapie ein, welches aus einem Souterrain, einem hohen Parterre und aus zwei Stockwerken besteht, mit 12 Fenstern in jeder Etage. Der Haupteingang, welcher in der Mitte der Front angebracht ist, führt in das Institut für allgemeine Pathologie, namentlich zu den Laboratorien und zum großen Hörsaal. An jenem Ende der Front, welche der Knezitgasse näher liegt, ist der Nebeneingang angebracht, durch welchen die, die sich zu den Schutzimpfungen melden, direkt in das Pasteurinstitut geleitet werden können, welches vom vorhin erwähnten Gebäude gänzlich abgesondert ist. Hinter dem Pasteurinstitut ist ein zweiter großer Hof, wo sich die behandelten, sonst gesunden Leute aufhalten können. Den südlichen Teil dieses Hofes nimmt ein Stall ein, in welchem zu Versuchszwecken Pferde oder andere große, ferner auch kleinere Tiere untergebracht werden können, und welcher derart eingerichtet ist, daß dort Stoffwechseluntersuchungen, eventuell Serumbereitung usw. vorgenommen werden können. Der Dachboden des Stalles ist als Taubenhalter eingerichtet. Hinter den Stallungen befindet sich noch ein dritter, kleiner Hof, wohin die in den Stallungen untergebrachten Tiere durch eine hintere Tür hinausgelassen werden können.

Das neue Institut besteht also eigentlich aus zwei Teilen, welche jedoch miteinander eng zusammenhängen. Der eine Teil dient der Förderung der Wissenschaft, der andere rein praktisch-humanistischen Zwecken. Der wissenschaftliche Teil, das Institut für allgemeine Pathologie und Therapie genannt, hat den Zweck, daß in dessen Laboratorien die Ursachen, die Entstehung, die Diagnose und die Heilung der verschiedenen Krankheiten eruiert werden, und daß man daselbst mit der fortwährenden Entwicklung der Wissenschaft, mit den neuen Theorien, Hypothesen und Anschauungen Schritt halten könne.

Rein praktisch-humanistischen Zwecken dient das Pasteurinstitut, dessen Resultate, wie oben bereits bewiesen, die Hygiene unseres Vaterlandes wesentlich befördern, und beweisen, daß man gegen die, wenn auch nicht ausgebreiteteste, doch jedenfalls schrecklichste Krankheit, die es gibt, mit Erfolg kämpfen kann.

THE NEW
PUBLIC LIBR
ASTOR, LENOX AI
DEN FOUNDATIC

ltate dieses Institutes beweisen aber auch, daß man mit issenhaften experimentellen Studium einzelner, bis dahin ekannter Krankheitsformen für das praktische Leben nützliche Resultate erzielen kann. Die bezüglich der flogenen Studien dürfen immerhin als Muster solcher

bin der kgl. Akademie, vor welcher ich seiner Zeit, als glich der Wut in Paris gepflogenen Versuche publiziert meine damaligen selbständig gemachten Versuche und sultate vortrug, viel Dank schuldig, indem mir die Aka- der Fortsetzung meiner überaus mühevollen und kost- Versuche die erste Unterstützung angedeihen ließ. Ich der Universität zu Dank verpflichtet, da sie mir die gen Lokalitäten zur rechten Zeit zur Verfügung stellte. h unserem Kultusministerium, welches durch reichliche zung und Durchsetzung gewisser Maßregeln meine Be- n überaus beförderte. Ich muß aber auch meinen ehe- und jetzigen Schülern, wie auch einigen Professoren, die neinen Arbeiten behilflich beistanden, Dank sagen.

5.

DER KEGELSCHNITT ALS ORT VON PUNKTEN, DEREN ABSTANDSVERHÄLTNISSE VON GEWISSEN GEBILDEN KONSTANT SIND.

Von LEOPOLD KLUG.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 14. März 1904.

Aus „Mathematikai és Physikai Lapok" (Mathematische und Physikalische Blätter) Bd. XIII, pp. 255—278, 323—351 und Bd. XIV, p. 57–81.

In diesem Aufsatze werden die Kegelschnitte als Orte von solchen Punkten betrachtet, deren Abstandsverhältnisse

1. von einer Geraden und einem Punkte,
2. von einer Ebene und einem Punkte,
3. von einer Ebene und einer Geraden,
4. von zwei Geraden

konstant sind.

Es wird unsere Aufgabe sein: zu einem gegebenen Kegelschnitt und zu einem der obigen Gebildepaare das andere Gebilde so zu konstruieren, daß die Abstandsverhältnisse der Punkte des Kegelschnittes von diesem Gebildepaare eine Konstante sei.

I. Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von einer Geraden und einem Punkte konstant ist.

1. Gehen wir aus von einem Zentralkegelschnitt $d^{(2)}$ (Fig. 1 und 2).

Die Scheitelpunkte auf seiner Hauptachse seien S, S_1; ein Brennpunkt und die dazu gehörige Leitlinie sei F und f; der

Schnittpunkt von f mit der Hauptachse sei G; der Fußpunkt der von einem beliebigen Punkte P des Kegelschnittes auf f gefällten Senkrechten sei Q. Die Gerade FQ treffe in T, T_1 die Tangenten der Scheitelpunkte S, S_1 des Kegelschnittes.

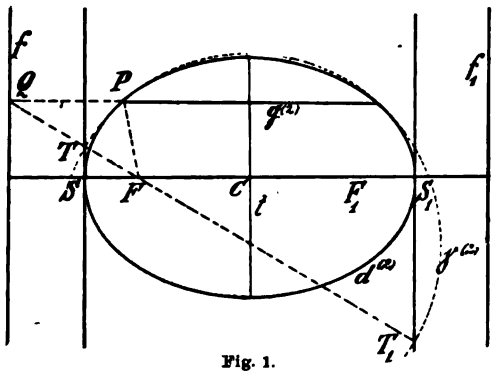


Fig. 1.

Wegen der bekannten Eigenschaft des Brennpunktes und der Leitlinie ist

$$\frac{PF}{PQ} = \frac{SF}{SG} = \frac{S_1F}{S_1G} = \lambda$$

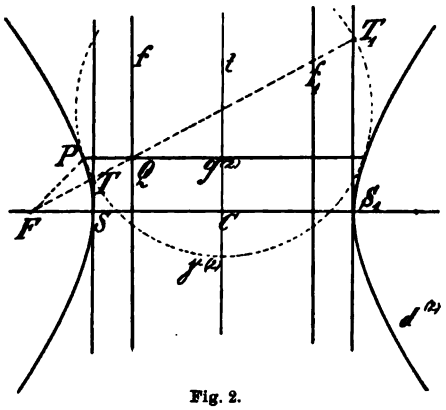


Fig. 2.

und infolge der Konstruktion ist

$$\frac{SF}{SG} = \frac{TF}{TQ}, \qquad \frac{S_1F}{S_1G} = \frac{T_1F}{T_1Q},$$

daher ist

$$\frac{PF}{PQ} = \frac{TF}{TQ} = \frac{T_1F}{T_1Q} = \lambda.$$

Daraus folgt, daß der Punkt P auf derjenigen Kugel $\gamma^{(2)}$ liegt, deren Durchmesser TT_1 ist. Diese Kugel hat aber die Eigenschaft, daß das Verhältnis der Abstände aller ihrer Punkte von F und Q dasselbe ist, wie die des Punktes P, d. h. λ.

Schneidet man die Kugel $\gamma^{(2)}$ mit einer auf f senkrechten und durch P gelegten Ebene in dem Kreise $g^{(2)}$ und ist X ein Punkt dieses Kreises, so ist

$$XF : XQ = \lambda,$$

und da die Gerade XQ im Punkte Q auf f senkrecht steht, so ist das Verhältnis der Abstände aller Punkte des Kreises $g^{(2)}$ von F und f gleich λ.

Verändert man den Punkt P auf dem Kegelschnitt $d^{(2)}$, so verändert sich auch die Kugel $\gamma^{(2)}$ und der Kreis $g^{(2)}$, aber das Verhältnis der Abstände der Punkte aller Kreise $g^{(2)}$ von F und f bleibt λ. Nachdem nun die Mittelpunkte der Kugeln $\gamma^{(2)}$ und der Kreise $g^{(2)}$ auf der Nebenachse t des Kegelschnitts $d^{(2)}$ liegen, so beschreiben die Kreise $g^{(2)}$ dieselbe Fläche wie der Kegelschnitt $d^{(2)}$, wenn er um die Achse t gedreht wird. Die Kreise $g^{(2)}$ liegen daher entweder auf einem Sferoid oder auf einem einschaligen Rotationshyperboloid auf, je nachdem $d^{(2)}$ eine Ellipse oder Hyperbel ist, d. h. $\lambda < 1$ oder aber > 1 ist.

Wir haben daher folgenden Satz:

Sowohl das Sferoid wie auch das einschalige Rotationshyperboloid hat die Eigenschaft, daß das Verhältnis der Abstände seiner Punkte von jedem Brennpunkte F eines seiner Meridiane und der dazu gehörigen Leitlinie f konstant ist. Die Konstante λ ist im ersten Falle kleiner, im zweiten Falle größer als 1.

Oder:

Der Ort der Punkte, deren Abstände von einem Punkte F und einer Geraden f in konstantem Verhältnisse (λ) stehen, ist ein Sferoid oder ein einschaliges Rotationshyperboloid, je nachdem dieses Verhältnis < 1 oder aber > 1 ist.

2. Betrachten wir jetzt den Fall $\lambda = 1$, d. h. *suchen wir den Ort jener Punkte, welche von einem Punkte F und einer Geraden f denselben Abstand haben.*

Der Punkt F ist der Brennpunkt, die Gerade f aber die

Leitlinie einer Parabel $d^{(2)}$, durch welche wir einen Zylinder legen, dessen Erzeugende auf der Ebene der Parabel $d^{(2)}$ senkrecht stehen. Sind P' und Q die Fußpunkte der Lote, die man von einem beliebigen Punkte P jenes parabolischen Zylinders auf die Ebene der Parabel $d^{(2)}$ bezw. auf die Gerade f fällt, so ist

$$P'F = P'Q,$$

und wegen der Kongruenz der Dreiecke $PP'F$, $PP'Q$ ist

$$PF = PQ.$$

Zieht man noch in Betracht, daß $d^{(2)}$ durch jeden Normalschnitt des parabolischen Zylinders ersetzt werden kann, so folgt:

Die Punkte eines parabolischen Zylinders haben gleichen Abstand von dem Brennpunkte und der Leitlinie eines jeden Normalschnittes des Zylinders.

3. *Im Falle $\lambda = 1$ ist also der gesuchte Ort ein parabolischer Zylinder.* Dies können wir auch unmittelbar einsehen.

Dreht man nämlich die Parabel $d^{(2)}$, so wie in den zwei ersten Fällen die Ellipse und die Hyperbel, um die Nebenachse, so geht diese Drehung in eine Verschiebung (Translation) über nach der auf die Ebene von $d^{(2)}$ senkrechten Richtung, und die verschobene Parabel $d^{(2)}$ beschreibt eine verkümmerte Rotationsfläche, nämlich den parabolischen Zylinder. Die Normalschnitte dieses Zylinders sind die Meridiane jener Rotationsfläche. Die Hauptachsen der Meridiane des Sferoids und des einschaligen Rotationshyperboloids liegen in der Symmetrieebene (Äquatorebene) dieser Rotationsflächen; ebenso liegen auch die Achsen der Normalschnitte eines parabolischen Zylinders in der Symmetrieebene (Hauptebene) dieses Zylinders, welche also als die Äquatorebene der verkümmerten Rotationsfläche betrachtet werden kann.

Die Brennpunkte der Meridiane des Sferoids und des einschaligen Rotationshyperboloids liegen auf dem *Fokalkreis* dieser Flächen; die Leitlinien der Meridiane liegen auf einem Rotationszylinder, den man *Leitzylinder* nennen kann. Ebenso liegen die Brennpunkte der Normalschnitte des parabolischen Zylinders auf der *Fokalachse* des Zylinders, während die Leitlinien dieser Normalschnitte in der *Leitebene* des parabolischen Zylinders liegen. In

beiden Fällen stehen die Leitlinien auf den Hauptebenen jener Flächen senkrecht.

4. Wir schneiden das Sferoid, das einschalige Rotationshyperboloid und den parabolischen Zylinder mit der Ebene ε in dem Kegelschnitt $e^{(2)}$. Das Verhältnis λ der Abstände der Punkte des Kegelschnitts $e^{(2)}$ von einem beliebigen Punkte F des Fokalkreises oder der Fokalachse jener Flächen und von der zu dem Punkte F gehörigen Leitlinie f des bezüglichen Meridians ist konstant, und zwar entsprechend den drei Fällen kleiner, größer oder gleich 1.

Jeder ebene Schnitt des Sferoids ist eine Ellipse oder ein Kreis, der des parabolischen Zylinders eine Parabel oder ein paralleles Geradenpaar; endlich können die ebenen Schnitte des Rotationshyperboloids Ellipsen (Kreise), Hyberbeln, Parabeln, sich schneidende oder parallele Geradenpaare sein. Andererseits gehen die Hauptachsen der ebenen Schnitte des Sferoids, die Achsen der ebenen Schnitte des parabolischen Zylinders, die Nebenachsen der elliptischen und die Scheiteltangenten der parabolischen, endlich die Haupt- oder Nebenachsen der hyperbolischen ebenen Schnitte des einschaligen Rotationshyperboloids parallel mit den Äquator- oder Hauptebenen jener Flächen. Daraus folgt:

Der Ort jener Punkte in der Ebene ε, deren Abstände von einem von der Ebene unabhängigen Punkte F und einer Geraden f in konstantem Verhältnisse λ stehen, ist ein Kegelschnitt $e^{(2)}$. Dieser Kegelschnitt $e^{(2)}$ ist immer eine Ellipse, wenn $\lambda < 1$; ist immer eine Parabel, wenn $\lambda = 1$; endlich ist $e^{(2)}$ eine Ellipse, Hyperbel oder Parabel, wenn $\lambda > 1$.

Im ersten Falle ($\lambda < 1$) steht die Hauptachse der Ellipse, im zweiten Falle ($\lambda = 1$) die Achse der Parabel, im dritten Falle ($\lambda > 1$) die Nebenachse der Ellipse, die Scheiteltangente der Parabel, endlich irgendeine Achse der Hyperbel senkrecht zur Geraden f.

Steht die Gerade f senkrecht zur Ebene ε, so geht im ersten und dritten Falle die Ellipse in einen Kreis über, im zweiten aber geht die Parabel in eine Gerade über.

Nachdem wir aus den bisherigen Erklärungen erkannt haben, daß die Kegelschnitte nicht nur gegenüber ihren Brennpunkten

und ihren Leitlinien, sondern auch gegenüber anderen Punkten und Geraden die Eigenschaft haben, daß das Verhältnis der Abstände ihrer Punkte von diesen Punkten und Geraden ein konstantes ist, beabsichtigen wir die folgende Aufgabe zu lösen:

Es ist gegeben in der Ebene ε der Kegelschnitt $e^{(2)}$; wir wollen zu einer gegebenen Geraden f den Punkt F oder zu einem gegebenen Punkt F die Gerade f in der Weise bestimmen, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte des Kegelschnitts von F und f eine Konstante sei.

5. Nehmen wir zunächst an, *daß $e^{(2)}$ eine Ellipse sei, ferner*

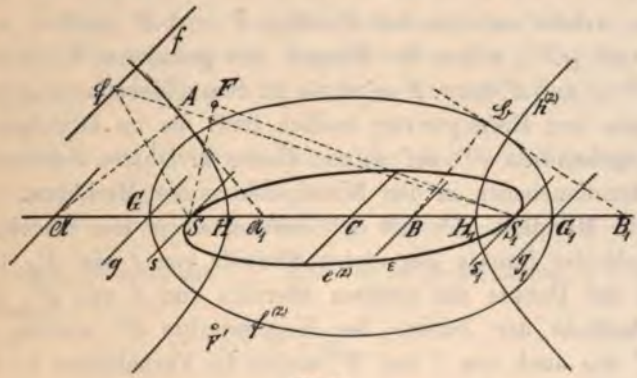


Fig. 3.

daß die Gerade f zur Nebenachse von $e^{(2)}$ parallel geht und entweder in der Ebene ε von $e^{(2)}$ oder außerhalb dieser Ebene liegt.

Durch $e^{(2)}$ wollen wir ein solches Sferoid legen, daß 1) dessen Meridiane $d^{(2)}$ dem $e^{(2)}$ ähnlich sind, 2) die Gerade f eine Leitlinie eines der Meridiane $d^{(2)}$ sei, endlich 3) der Mittelpunkt M des Sferoids auf derjenigen Geraden m liege, welche im Mittelpunkte C der Ellipse $e^{(2)}$ auf ihrer Ebene ε senkrecht steht.

Wir bezeichnen die Haupt- und Nebenachse von $e^{(2)}$ mit $2a$ und $2b$, die Exzentrizität mit c, die Scheitelpunkte auf der Hauptachse mit S und S_1, die durch die Hauptachse gehende und auf der Ebene ε senkrechte Ebene mit δ, endlich den Schnittpunkt von f und δ mit $\mathfrak{F}$ (Fig. 3).

Das Verhältnis der Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von einer ihrer Leitlinien und dem dazu gehörigen Brennpunkt ist

$a : c$. Dieses Verhältnis müssen auch die Abstände der Punkte des Meridians $d^{(2)}$ wie auch die Abstände aller Punkte des gesuchten Sferoids von der Geraden f und von dem zu suchenden Punkt F haben. Deshalb ist

$$\frac{S\mathfrak{F}}{SF} = \frac{S_1\mathfrak{F}}{S_1F} = \frac{a}{c}. \tag{1}$$

Beschreibt man daher in der Ebene δ aus den Punkten S und S_1 bezw. mit den Radien

$$SF = S\mathfrak{F} \cdot \frac{c}{a} \quad \text{und} \quad S_1F = S_1\mathfrak{F} \cdot \frac{c}{a} \tag{2}$$

Kreise, welche sich in den Punkten F und F' treffen, so sind $[fF]$ und $[fF']$ schon die Ebenen der gesuchten Meridiane $d^{(2)}$ und $d'^{(2)}$; f und F bezw. F' sind die zu diesen Meridianen gehörigen Leitlinien und Brennpunkte; endlich trifft die im Mittelpunkte C des Kegelschnitts $e^{(2)}$ auf seiner Ebene errichtete Senkrechte n jene Meridianebenen in den Mittelpunkten der Meridiane.

Die Meridiane $d^{(2)}$ und $d'^{(2)}$ bestimmen je ein Sferoid. Die Abstände der Punkte des ersten Sferoids von f und F, die Abstände der Punkte des zweiten Sferoids von f und F', endlich die Abstände der Punkte des Kegelschnitts $e^{(2)}$ sowohl von f und F wie auch von f und F' stehen im Verhältnisse $a : c$. Die Punkte F, F' sind Spiegelbilder voneinander in bezug auf die Ebene von $e^{(2)}$.

6. Untersuchen wir jetzt die Veränderung der Punkte F, wenn sich die Gerade f mit sich selbst, d. h. mit der Nebenachse von $e^{(2)}$ parallel bewegt. Zu dem Ende hat man nur die Abhängigkeit des Punktes F von der Lage des Durchschnittspunktes $\mathfrak{F} \equiv (f, \delta)$ zu untersuchen.

Schon die Gleichung (2) zeigt, daß, wenn der Punkt $\mathfrak{F}$ um S oder S_1 konzentrische Kreise in der Ebene δ beschreibt, dann beschreibt auch F um dieselben Punkte in der Ebene δ konzentrische Kreise, und die Radien $S\mathfrak{F}$ und SF sowie $S_1\mathfrak{F}$ und S_1F zweier zusammengehöriger Kreise stehen im Verhältnisse $a : c$.

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt:

$$\frac{S\mathfrak{F}}{S_1\mathfrak{F}} = \frac{SF}{S_1F} \tag{3}$$

ler

$$\pm(S\mathfrak{F} \pm S_1\mathfrak{F}) = \pm\frac{a}{c}(SF \pm S_1F). \qquad (4)$$

Beschreibt $\mathfrak{F}$ einen Kreis in der Ebene δ, dessen Mittelpunkt uf der Hauptachse SS_1 von $e^{(2)}$ liegt, und in bezug auf welchen ie Punkte S, S_1 konjugierte Pole sind, so beschreibt laut (3) der unkt F denselben Kreis, d. h. „die Punkte $\mathfrak{F}$ und F beschreiben n gleicher Zeit die Kreise derjenigen Kreisschar, deren Nullreise die Scheitelpunkte auf der Hauptachse von $e^{(2)}$ sind".

Aus der Gleichung (4) folgt: Beschreibt $\mathfrak{F}$ einen Kegelschnitt erjenigen konfokalen Schar, deren Brennpunkte S, S_1 sind, so beschreibt F einen anderen Kegelschnitt derselben Schar. Je zwei dieser Weise zugeordnete Kegelschnitte sind entweder beide llipsen oder beide Hyperbeln, und das Verhältnis ihrer Hauptchsen ist $a : c$.

Welche sind in dieser Schar die den Grenzkegelschnitten ntsprechenden Kegelschnitte?

Beschreibt erstens der Punkt $\mathfrak{F}$ diejenige Ellipse $f^{(2)}$ in der char, deren Hauptachse $\frac{2a^2}{c}$, also deren Nebenachse $\frac{2ab}{c}$ ist, so ird wegen

$$S\mathfrak{F} + S_1\mathfrak{F} = \frac{2a^2}{c}$$

ie Hauptachse der $f^{(2)}$ zugeordneten Ellipse

$$SF + S_1F = 2a$$

ein; also verkümmert diese Ellipse in die Hauptachse SS_1 on $e^{(2)}$.

Demnach gehören zu allen außerhalb $f^{(2)}$ liegenden Punkten $\mathfrak{F}$ eelle Punkte F, zu allen innerhalb $f^{(2)}$ liegenden Punkten $\mathfrak{F}$ imaginäre Punkte F, endlich gehören zu den Punkten $\mathfrak{F}$ von $f^{(2)}$ iejenigen Punkte F in der Hauptachse von $e^{(2)}$, welche auf der on den Brennpunkten H, H_1 dieser Ellipse begrenzten endlichen trecke liegen.

Beschreibt zweitens der Punkt $\mathfrak{F}$ denjenigen Teil der Hauptchse von $e^{(2)}$, welcher außerhalb des von den Leitlinien abeschnittenen endlichen Stückes liegt, so beschreibt F die Fokalyperbel $h^{(2)}$ der Ellipse $e^{(2)}$, da aus der Gleichung

$$\pm (S\mathfrak{F} - S_1\mathfrak{F}) = 2a$$

folgt, daß

$$\pm (SF - S_1F) = 2c.$$

Zu einem innerhalb $h^{(2)}$ liegenden Punkte F gehört daher kein reeller Punkt $\mathfrak{F}$; zu den Punkten F der Fokalhyperbel $h^{(2)}$ gehört aber je eine in der Ebene von $e^{(2)}$ außerhalb des von den Leitlinien begrenzten Parallelstreifens liegende Gerade f.

Also erfüllen die Punkte $\mathfrak{F}$ den außerhalb $f^{(2)}$ und die Punkte F den außerhalb $h^{(2)}$ liegenden Teil der Ebene δ.

7. Es sei A ein außerhalb der Ellipse $f^{(2)}$ liegender Punkt der Hyperbel $h^{(2)}$, und es treffe die Normale und Tangente des Punktes A die Hauptachse SS_1 von $e^{(2)}$ in den Punkten $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}_1$. Der dem Dreieck $A\mathfrak{A}\mathfrak{A}_1$ umschriebene Kreis gehört zu derjenigen Schar, deren Nullkreise die Punkte S, S_1 sind. Also entspricht (6) dem Punkte $\mathfrak{A}$ als einem Punkte $\mathfrak{F}$, der Punkt A als ein Punkt F. D. h.

Schneidet die Normalebene eines Punktes F der Fokalhyperbel der Ellipse $e^{(2)}$ die Ebene der letzteren in der Geraden f, so stehen die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von F und f in demselben Verhältnisse, wie die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von einem ihrer Brennpunkte und der zugehörigen Leitlinie.

Oder:

Jeden Punkt F der Fokalhyperbel einer Ellipse $e^{(2)}$ kann man als Brennpunkt betrachten; die zu diesem Brennpunkte gehörige Leitlinie ist diejenige Gerade f, in welcher die Normalebene des Punktes F die Ebene der $e^{(2)}$ schneidet. Das Verhältnis der Abstände der Punkte von diesen Brennpunkten F und den zugehörigen Leitlinien f ist konstant.

Die auf jeder dieser Leitlinien f liegende Punktinvolution der in bezug auf $e^{(2)}$ konjugierten Pole werden von den zugehörigen Brennpunkten F durch orthogonale Strahleninvolutionen projiziert.

Den letzten Teil des Satzes, der von den gewöhnlichen Leitlinien und Brennpunkten eines Kegelschnittes längst bekannt ist, können wir wie folgt beweisen:

Durch $e^{(2)}$ legen wir dasjenige Sferoid, dessen Meridianebene $[fF]$ ist. Bezüglich des in dieser Ebene liegenden Meridians $d^{(2)}$ ist f und F eine gewöhnliche Leitlinie und der dazu gehörige

Brennpunkt. Also wird die Punktinvolution der konjugierten Pole von f in bezug auf $d^{(2)}$ aus dem Brennpunkte F durch eine orthogonale Strahleninvolution projiziert. Jene konjugierten Pole sind aber auch konjugierte Pole in bezug auf das Sferoid und daher auch in bezug auf $e^{(2)}$, w. z. b. w. —

Es sei jetzt $\mathfrak{B}$ ein außerhalb $h^{(2)}$ liegender Punkt der Ellipse $f^{(2)}$, und es treffe die Normale und Tangente dieses Punktes die Achse SS_1 in den Punkten B, B_1. Da der dem Dreieck $\mathfrak{B}BB_1$ umschriebene Kreis zu derjenigen Schar gehört, deren Nullkreise die Punkte S, S_1 sind, so ist dem Punkte $\mathfrak{B}$ als Punkt $\mathfrak{F}$ der Punkt B als Punkt F zugeordnet.

Daher:

Konstruiert man zur Ellipse $e^{(2)}$ einen elliptischen Zylinder $F^{(2)}$, dessen in der Ebene von $e^{(2)}$ liegende Erzeugenden die gewöhnlichen Leitlinien, und dessen Fokalachsen die Scheiteltangenten von $e^{(2)}$ sind, so stehen die Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von jeder Erzeugenden f des Zylinders $F^{(2)}$ und von demjenigen Punkte F, in welchem die Normalebene der Erzeugenden f die Hauptachse von $e^{(2)}$ trifft, in konstantem Verhältnisse.

Zu jeder mit der Erzeugenden des Zylinders parallelen und außerhalb des Zylinders liegenden Geraden f gehört ein reeller Punkt F, welcher die Eigenschaft hat, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von F und f ein konstantes ist.

8. Nehmen wir jetzt eine Hyperbel $e^{(2)}$ an. Durch $e^{(2)}$ kann man unendlich viele einschalige Rotationshyperboloide legen, deren Meridiane mit $e^{(2)}$ ähnlich sind. Das Verhältnis der Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von den Brennpunkten F und Leitlinien f der Meridiane jener Hyperboloide ist ein konstantes. Analog dem früheren Verfahren kann man auch in diesem Falle zeigen, daß:

Wenn man zur Hyperbel $e^{(2)}$ einen hyperbolischen Zylinder $F^{(2)}$ konstruiert, dessen Scheitelerzeugende die Leitlinien, und dessen Fokalachsen die Scheiteltangenten von $e^{(2)}$ sind, so kann man zu jeder mit den Zylindererzeugenden parallelen und nicht innerhalb des Zylinders liegenden Geraden f zwei ebenfalls nicht innerhalb der Fokalellipse jener Hyperbel $e^{(2)}$ liegende Punkte F und F' in der Weise konstruieren, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der Hyperbel $e^{(2)}$ von F und f, sowie von F' und f ein konstantes

ist; dieses Verhältnis ist gleich dem Verhältnis der Exzentrizität und der halben Hauptachse von $e^{(2)}$.

Den Erzeugenden f *des Zylinders* $F^{(2)}$ *sind diejenigen Punkte* F *zugeordnet, in welchen die Normalebene der Erzeugenden die Hauptachse der Hyperbel* $e^{(2)}$ *trifft; während den in der Ebene der Hyperbel liegenden Geraden* f *diejenigen Punkte* F *der Fokalellipse zugeordnet sind, deren zur Fokalellipse gehörige Normalebenen durch jene Gerade* f *gehen. Auch werden die Punktinvolutionen der auf diesen letzteren Geraden* f *liegenden und in bezug auf* $e^{(2)}$ *konjugierten*

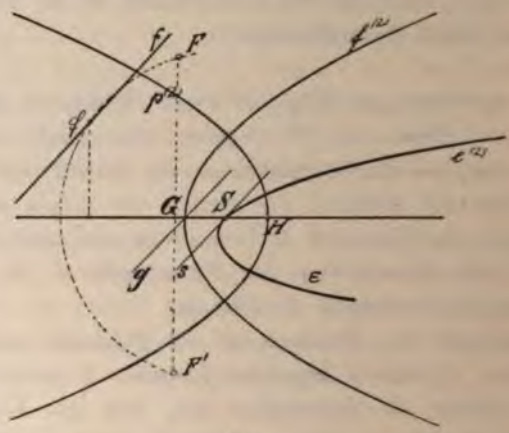


Fig. 4.

Polen aus den entsprechenden Punkten F *durch orthogonale Strahleninvolutionen projiziert.*

9. Nehmen wir schließlich eine Parabel $e^{(2)}$ an, deren Scheitel- und Brennpunkt S und H ist, und untersuchen wir die gegenseitige Lage derjenigen mit der Scheiteltangente parallelen Geraden f, und derjenigen Punkte F, von welchen die Punkte der Parabel einen gleichen Abstand haben.

Zu dem Ende legen wir (Fig. 4) durch die Parabel $e^{(2)}$ einen parabolischen Zylinder, dessen Hauptebene δ durch die Achse von $e^{(2)}$ gehend auf der Ebene ε von $e^{(2)}$ senkrecht steht, und dessen Erzeugende sich zur Ebene ε unter dem Winkel φ neigen. Die Punkte von $e^{(2)}$ haben von den Leitlinien f und Brennpunkten F aller Normalschnitte dieses Zylinders einen gleichen Abstand.

r Abstand eines Brennpunktes F von der zugehörigen Leitie f ist $2SH : \sin\varphi$, also ist der Abstand der orthogonalen ojektion des Punktes F von der orthogonalen Projektion der raden f auf die Ebene ε, gleich $2SH$.

Wenn daher eine Parabel $e^{(2)}$ und eine mit ihrer Scheitelngente parallele Gerade f gegeben ist, und man beschreibt aus m Scheitelpunkte S der Parabel in der durch ihre Achse henden und auf ihrer Ebene senkrechten Ebene δ einen reis, welcher die Gerade f trifft, so schneidet dieser Kreis dienige auf die Achse von $e^{(2)}$ senkrechte Ebene, welche von f enselben Abstand hat wie der Brennpunkt der $e^{(2)}$ von der Leitnie, in zwei Punkten F und F'. Jeder Punkt der Parabel $e^{(2)}$ at sowohl von F und f wie auch von F' und f gleichen Abstand.

Nicht zu jeder mit der Scheiteltangente der Parabel $e^{(2)}$ Pallelen f gehört ein reeller Punkt F, sondern nur zu denen, elche nicht innerhalb desjenigen parabolischen Zylinders liegen, essen Scheitelerzeugende die Leitlinie und dessen Fokalachse die cheitelerzeugende der $e^{(2)}$ ist. Den Erzeugenden f dieses Zylinders nd diejenigen Punkte F zugeordnet, in welchen die Normalbene der Erzeugenden die Achse der Parabel trifft. Auch sind en in der Ebene der Parabel $e^{(2)}$ liegenden und zur Scheitelngente Parallelen f diejenigen Punkte F der Fokalparabel der $^{2)}$ zugeordnet, deren zu dieser Fokalparabel gehörige Normalbenen durch die betreffenden Geraden f gehen.

Wir haben daher:

Konstruiert man zur Parabel $e^{(2)}$ einen parabolischen Zylinder $^{(2)}$, dessen Scheitelerzeugende die Leitlinie und dessen Fokalachse die heiteltangente der $e^{(2)}$ ist, so gibt es zu jeder außerhalb des Zylinrs liegenden und mit den Erzeugenden parallelen Geraden f zwei lche reelle Punkte F und F', daß der Abstand der Punkte der rabel $e^{(2)}$ von F und f, sowie von F' und f gleich ist.

Ist f eine Erzeugende des Zylinders $F^{(2)}$, so ist der zugeordte Punkt F der Treffpunkt der Normalebene jener Erzeugenden t der Achse der Parabel $e^{(2)}$.

Liegt f in der Ebene der Parabel $e^{(2)}$, so fallen die zugeordten Punkte F und F' in diejenigen Punkte der Fokalparabel

von $e^{(2)}$, deren Normalebenen durch f gehen. Auch werd Punktinvolutionen der auf diesen Geraden f liegenden und i auf $e^{(2)}$ konjugierten Pole aus den zugeordneten F und F'- durch orthogonale Strahleninvolutionen projiziert.

Damit haben wir die Untersuchungen für solche G erledigt, welche mit den Leitlinien der betreffenden Kegels parallel sind und können zu den *allgemeinen* Fällen übe bei welchen die Geraden f mit der Ebene der Kegelschnitt

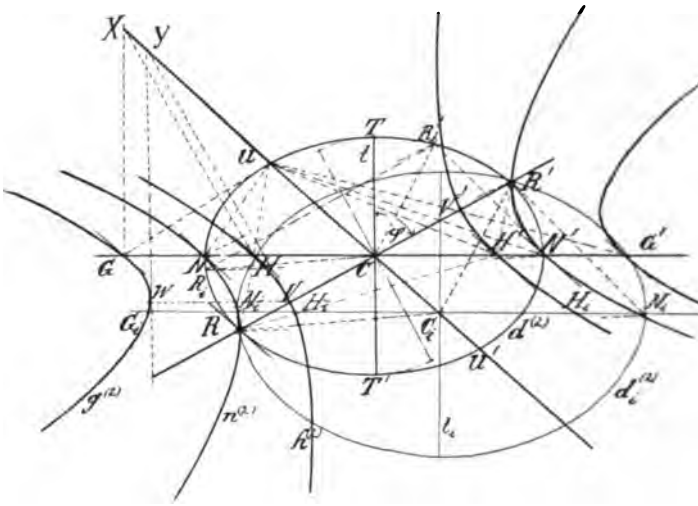


Fig. 5.

Winkel φ bilden und dabei zu der einen oder andern Ach Kegelschnittes senkrecht stehen (4).*

10. In der Ebene δ nehmen wir eine Ellipse c (Fig. 5). Der Mittelpunkt, die Haupt- und Nebenachse, u

* Es sei hier noch ein direkter einfacher Beweis für solche G der in den Punkten 7—9 enthaltenen Sätze gegeben, welche in de des beliebigen Kegelschnitts $e^{(2)}$ liegen und zur Leitlinie desselben sind. Dabei stützen wir uns auf folgenden bekannten Satz:

„Der Kegelschnitt $e^{(2)}$ wird aus einem beliebigen Punkte F Fokalkegelschnitts durch einen Rotationskegel $F \cdot e^{(2)}$ projiziert, Rotationsachse die Tangente im Punkte F ist"

Es treffe die Normalebene ν des Fokalkegelschnittes im Pu

Paar konjugierte Durchmesser derselben seien C; NN', TT'; RR', UU'.

In der Ebene δ kann man durch die Punkte RR' ∞^1 solche Ellipsen $d_i^{(2)}$ führen, welche mit $d^{(2)}$ ähnlich sind und ähnlich liegen; der Ort der Mittelpunkte C_i dieser Ellipsen ist der Durchmesser UU'. Zu einem auf UU' angenommenen Mittelpunkt C_i findet man die Hauptachse N_iN_i' der betreffenden Ellipse $d_i^{(2)}$ wie folgt: Wir führen durch C die Parallelen zu den Halbstrahlen C_iR, C_iR', welche $d^{(2)}$ in den Punkten R_i, R_i' treffen; die durch R und R' zu R_iN bezw. $R_i'N$ geführten Parallelen treffen sich in N_i, und die durch R' zu R_iN' bezw. R_iN geführten Parallelen treffen sich in N_i', und N_i, N_i' sind die Scheitelpunkte der Hauptachse der Ellipse $d_i^{(2)}$.

Es entspricht nämlich infolge der Ähnlichkeit und ähnlichen Lage der Felder der Ellipsen $d_i^{(2)}$ und $d^{(2)}$ dem Dreiecke $RR'C_i$ des Feldes $d_i^{(2)}$ das Dreieck $R_iR_i'C$ des Feldes $d^{(2)}$, und dem Viereck $NR_iR_i'N'$ dieses Feldes entspricht das Viereck $N_iRR'N_i'$

---

d. h. die in F zur Rotationsachse des Kegels $F \cdot e^{(2)}$ senkrechte Ebene, die Ebene ε des Kegelschnitts $e^{(2)}$ in der Geraden f; ferner seien A, B zwei beliebige Punkte von $e^{(2)}$, A_1 und B_1 die Fußpunkte der aus A und B auf f gefällten Lote und $(AB, f) \equiv C$.

Da die Gerade CF gleiche Neigung gegen die Kegelerzeugenden AF, BF hat, so ist in Anbetracht des Dreiecks ABF

$$AF : BF = AC : BC = AA_1 : BB_1$$

also

$$AF : AA_1 = BF : BB_1 = \text{const.},$$

was den ersten Teil obiger Sätze beweist.

Der zweite Teil ist unmittelbar ersichtlich, da die konjugierten Polaren des Rotationskegels $F^{(2)}$ in der zur Rotationsachse senkrechten Ebene $[Ff]$ eine orthogonale Involution bilden. Also:

Schneidet die Ebene ε einen Rotationskegel im Kegelschnitt $e^{(2)}$ und die im Scheitel F des Kegels zur Rotationsachse desselben senkrechte Ebene ν in der Geraden f, so haben die Abstände der Punkte des $e^{(2)}$ von F und f ein konstantes Verhältnis.

Der Satz gilt auch allgemeiner, nämlich:

„Schneidet man einen Rotationskegel mit einer zur Achse senkrechten Ebene ν im Kreise $n^{(2)}$ und mit einer andern Ebene ε im Kegelschnitte $e^{(2)}$, so ist das Verhältnis der Abstände der Punkte des Kegelschnittes von der Geraden $(\nu\varepsilon) \equiv f$ und von dem Kreise $n^{(2)}$ ein konstantes."

jenes Feldes, und daher wird, da NN' die Hauptachse von $d^{(2)}$ ist, N_iN_i' die Hauptachse von $d_i^{(2)}$ sein.

Verändert man den Punkt C_i auf dem Durchmesser UU', so verändert sich damit auch die mit RR' parallele Sehne R_iR_i', und die Punkte R_i, R_i' beschreiben projektive Reihen auf der Ellipse $d^{(2)}$. Die Strahlen NR_i, NR_i' beschreiben projektive Büschel, so auch die mit diesen parallelen Strahlen RN_i, $R'N_i$, und das Erzeugnis der letzteren, d. h. der Ort der Punkte N_i, ist ein Kegelschnitt $n^{(2)}$.

Dieser Kegelschnitt $n^{(2)}$ ist aber eine Hyperbel, denn wenn C_i der unendlich ferne Punkt von UU' ist, so zieht sich die entsprechende Sehne R_iR_i' von $d^{(2)}$ auf einen Punkt U (oder U') zusammen, und die durch R und R' zu NU (oder NU') parallel geführten Geraden treffen sich in dem einen unendlich fernen Punkte, während die zu $N'U$ Parallelen sich in dem andern unendlich fernen Punkte von $n^{(2)}$ treffen. Es gehen daher die Geraden NU, $N'U$ parallel zu den Asymptoten der Hyperbel $n^{(2)}$.

Diese Hyperbel $n^{(2)}$ geht durch die Punkte N, N', denn $d^{(2)}$ ist eine der Ellipsen $d_i^{(2)}$; NN' ist ein Durchmesser von $n^{(2)}$, denn die von NN' gleich abstehenden Sehnen N_iN_i' haben gleiche Länge. NN', UU' sind konjugierte Durchmesser von $n^{(2)}$, denn die mit den Asymptoten von $n^{(2)}$ parallelen NU, $N'U$ trennen harmonisch den Durchmesser UU' von dem unendlich fernen Punkt der Geraden NN'. Die Punkte U, U' sind konjugierte Pole in bezug auf $n^{(2)}$, denn die Seiten des Vierecks $NUN'U'$ gehen parallel zu den Asymptoten von $n^{(2)}$. Die Punkte R, R' liegen auf $n^{(2)}$, denn gelangt der Punkt R_i nach N, so gelangt N_i nach R. Auch sind RR', TT' konjugierte Durchmesser von $n^{(2)}$, denn die Tangente der Ellipse $d^{(2)}$ im Punkte U und die von U auf NN' gefällte Senkrechte trennen harmonisch die zu den Asymptoten von $n^{(2)}$ Parallelen NU, $N'U$. Die Punkte T, T' sind ebenfalls konjugierte Pole von $n^{(2)}$, denn die Seiten der Parallelogramme $RTR'T'$ und $NUN'U'$ gehen parallel.

Die Brennpunkte H_i, H_i' der Ellipsen $d_i^{(2)}$ liegen auf einer Hyperbel $h^{(2)}$, welche mit $n^{(2)}$ affin ist in bezug auf die Affinitätsachse UU'. Diese Hyperbel $h^{(2)}$ geht durch die Brennpunkte HH' von $d^{(2)}$, also entsprechen den konjugierten Durchmessern NN', UU'

von $n^{(2)}$ die konjugierten Durchmesser HH', UU' von $h^{(2)}$, und daher sind die Asymptoten von $h^{(2)}$ parallel mit den Seiten des Parallelogramms $HUH'U'$.

Da die Tangente und die Normale des Punktes U der Ellipse $d^{(2)}$ die Winkel der Fahrstrahlen UH, UH' halbieren, so liegt die mit jener Tangente parallele Hauptachse VV' von $h^{(2)}$ auf dem Durchmesser RR'. Und da die Geraden HR, HR' mit der Tangente von $h^{(2)}$ im Punkte R (welche mit UU' parallel ist) gleiche Winkel bilden, und von der Hauptaxe der $h^{(2)}$ ein solches Stück RR' abschneiden, welches im Mittelpunkte C halbiert wird, so sind die Punkte R, R' die Brennpunkte von $h^{(2)}$. Die Ellipse $d^{(2)}$ und die Hyperbel $h^{(2)}$ haben daher die besondere gegenseitige Lage, daß jede durch die Brennpunkte der andern geht und daß die Tangenten in diesen Brennpunkten zum Durchmesser UU' parallel sind.

Der Fußpunkt des vom Brennpunkte H auf die Tangente des Punktes R gefällten Lotes und der Fußpunkt des vom Brennpunkte R auf die Tangente des Punktes H gefällten Lotes hat vom gemeinsamen Mittelpunkt C einen Abstand gleich der halben Hauptache der Ellipse $d^{(2)}$ bezw. der halben Hauptachse der Hyperbel $h^{(2)}$. Das Produkt der vom Punkte H auf die Tangenten der Punkte R und R' gefällten Lote ist gleich dem Quadrate der halben Nebenachse von $d^{(2)}$ d. h. TC^2; während das Produkt der von den Brennpunkten R und R' auf die Tangente des Punktes H gefällten und mit jenen gleiche Lote gleich ist dem Quadrate der halben imaginären Achse der Hyperbel $h^{(2)}$. Daraus folgt, daß das Quadrat der halben Hauptachse der Hyperbel $h^{(2)}$ gleich ist

$$VC^2 = RC^2 - TC^2.$$

Die Leitlinien der Ellipsen $d_i^{(2)}$ treffen ihre Hauptachsen in den Punktpaaren G_iG_i', und der Ort dieser Punktpaare ist eine mit $n^{(2)}$ und $h^{(2)}$ in bezug auf die Affinitätsachse UU' affine Hyperbel $g^{(2)}$. Diese enthält die Punkte GG', in welchen die Leitlinien der $d^{(2)}$ die Hauptachse derselben treffen, hat GG' UU' zu konjugierten Durchmessern, und ihre Asymptoten sind mit den Seiten des Vierecks $GUG'U'$ parallel.

Die zum Brennpunkte H der Ellipse $d^{(2)}$ gehörige Leitlinie

trifft die Geraden UU', NN' in den Punkten X, G. senkrecht auf RR', denn die Polare des Punktes X in $d^{(2)}$ ist senkrecht auf HX und parallel mit RR'. — I nität der Hyperbeln $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ sind HX GX ent Gerade; der mit HX parallelen Tangente im Sche Hyperbel $h^{(2)}$ entspricht die mit GX parallele Tange im Punkte W, welcher Punkt dem V entsprechend daher das im Punkte V auf RR' errichtete Lot die achse UU' in Y, so schneidet das aus Y auf NN' g die durch V zu NN' parallel geführte Gerade im Pun Hyperbel $g^{(2)}$, und YW ist die Tangente dieses Punkt

Die Polare des Punktes Y in bezug auf $h^{(2)}$ ist ist YW, WV ein konjugiertes Polarenpaar, und da ander senkrecht stehen, so sind sie von den Brennpun der $h^{(2)}$ harmonisch getrennt. Da YW parallel ist m RR' konjugierten Durchmesser der $n^{(2)}$, so ist sie die V in bezug auf $n^{(2)}$. Ebenso ist die Polare des Pun bezug auf $n^{(2)}$ eine Tangente von $g^{(2)}$, also sind die Hy und $h^{(2)}$ Polarfiguren von einander in bezug auf $n^{(2)}$.

Bezeichnet man die Hauptachse NN' von $d^{(2)}$ m Nebenachse TT' mit $2\mathfrak{b}$, den Durchmesser RR' mit $2b$, plementärwinkel des Neigungswinkels der letzteren m wenn

$$c^2 = a^2 - b^2, \quad \mathfrak{c}^2 = a^2 - \mathfrak{b}^2, \quad m^2 = a^2 - b^2 \sin^2$$

so folgt aus der Gleichung

$$\frac{b^2 \sin^2 \varphi}{a^2} + \frac{b^2 \cos^2 \varphi}{\mathfrak{b}^2} = 1$$

der Ellipse $d^{(2)}$:

$$\mathfrak{b} = \frac{ab \cos \varphi}{m}, \quad m = a \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}, \quad \cos \varphi = \frac{\mathfrak{b}}{b} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}.$$

Endlich ist das Verhältnis der Abstände der Pu Ellipsen $d_i^{(2)}$ von ihren Brennpunkten und den dazu Leitlinien $c : m$, oder was dasselbe ist $\mathfrak{c} : a$.

Die erhaltenen Resultate aber lauten:

„Ist NN' die Hauptachse, TT' die Nebenachse, ein konjugiertes Durchmesserpaar der Ellipse $d^{(2)}$, und zu ihren Brennpunkten H, H' gehörigen Leitlinien die

in den Punkten G, G', so liegen die Scheitelpunkte N_i, N_i', die Brennpunkte H_i, H_i', die Schnittpunkte G_i, G_i' der Leitlinien mit den Hauptachsen der zu $d^{(2)}$ ähnlichen und ähnlich liegenden und durch die Punkte R, R' gehenden Ellipsen $d_i^{(2)}$ bezw. auf den Hyperbeln $n^{(2)}, h^{(2)}, g^{(2)}$.

Die Punkte U, U' sind konjugierte Pole, die Gerade UU' ein Durchmesser und NN', HH', GG' der zu jenem konjugierte Durchmesser von $n^{(2)}, h^{(2)}$ und $g^{(2)}$; es laufen daher die Asymptoten dieser Hyperbeln parallel mit den Seiten der Parallelogramme $NUN'U', HUH'U', GUG'U'$. Die Brennpunkte der Hyperbel $h^{(2)}$ sind R, R', und das Quadrat ihrer Nebenachse ist $-\overline{TT'}^2$.

Je zwei der drei Hyperbeln sind in bezug auf die Affinitätsachse UU' affin; die Verbindungslinien der entsprechenden Punkte laufen mit NN' parallel; endlich sind $g^{(2)}$ und $h^{(2)}$ Polarfiguren voneinander in bezug auf die Hyperbel $n^{(2)}$."

Ferner:

Durch zwei Punkte der Ebene kann man ∞^1 Ellipsen führen, welche mit einer gegebenen Ellipse ähnlich und ähnlich liegend sind. Der Ort der Brennpunkte derselben ist eine Hyperbel, deren Brennpunkte die zwei angenommenen Punkte, deren Nebenachse zum Quadrate erhoben mit dem negativen Quadrate der Nebenachse der kleinsten jener ähnlichen Ellipsen gleich ist.

11. Drehen wir jetzt die obige Ellipse $d^{(2)}$ um die Nebenachse $TT' \equiv t$, sowie die übrigen Ellipsen $d_i^{(2)}$ um ihre Nebenachsen. $d^{(2)}$ beschreibt bei dieser Drehung ein Sferoid $D^{(2)}$, die $d_i^{(2)}$ aber beschreiben mit $D^{(2)}$ ähnliche und ähnlich liegende Sferoide $D_i^{(2)}$. Alle diese $D^{(2)}$ und $D_i^{(2)}$ Sferoide treffen sich in einer reellen Ellipse $e^{(2)}$ im Endlichen und in einem unendlich fernen imaginären Kegelschnitt. Die Ebene ε der $e^{(2)}$ steht senkrecht auf der Ebene δ der $d_i^{(2)}$, ihre Nebenachse $RR' = 2b$ bildet mit den Rotationsachsen jener Sferoide einen Winkel φ, endlich ist ihre Hauptachse SS' gleich $NN'(= 2a)$ uud ihre Exzentrizität ist c.

Die Äquatoren der Sferoide $D_i^{(2)}$ liegen auf einem einschaligen Hyperboloid $N^{(2)}$, ihre Fokalkreise auf einem einschaligen Hyperboloid $H^{(2)}$, endlich die Schnittkreise der Leitzylinder mit den

CANCELLO

bezüglichen Äquatorebenen auf einem einschaligen Hyperbol
Eine zyklische Durchmesserebene dieser Hyperboloide
Äquatorebene α von $D^{(2)}$, der zu α konjugierte Durchme
alle drei Flächen ist UU', und auf diesem sind U, U'
gierte Pole.

Das Hyperboloid $N^{(2)}$ geht durch $e^{(2)}$, und TT' ist
Ebene ε von $e^{(2)}$ konjugierte Durchmesser. ε ist eine Hau
von $H^{(2)}$, und in dieser liegt die Hauptachse des elliptischen
schnittes auf SS' und ist gleich mit HH'. Das Quadra
auf ε senkrechten Achse ist $-\overline{TT'}^2$, endlich ist $e^{(2)}$ die
ellipse der $H^{(2)}$.

Die Hyperboloide $G^{(2)}$ und $H^{(2)}$ sind Polargebilde vone
in bezug auf $N^{(2)}$, denn von den mit α parallelen zyl
Schnitten der Hyperboloide $G^{(2)}$, $H^{(2)}$ und $N^{(2)}$ sind di
ersteren Polargebilde voneinander in bezug auf den dritten
haben die Ebenen aller dieser zyklischen Schnitte dieselb
in bezug auf die drei Hyperboloide auf dem zu α konju
Durchmesser UU'.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte jedes der S
$D_i^{(2)}$ von einem Punkte des eigenen Fokalkreises und v
dazu gehörigen Leitlinie ist $c : m$, wenn $m^2 = a^2 - b^2 \sin^2$

Daraus folgt umgekehrt:

„Durch eine Ellipse $e^{(2)}$, deren Mittelpunkt C, deren
und Nebenachse $SS' = 2a$, $RR' = 2b$, und deren Exzen
c ist, gehen ∞^1 solche Sferoide $D_i^{(2)}$, deren Rotationsach
einander parallel, zu SS' senkrecht sind und mit RR' den W
bilden. Diese haben eine gemeinsame durch RR' gehen
zu SS' senkrechte Meridianebene δ; in dieser sind die du
Punkte R, R' gehenden Meridiane $d_i^{(2)}$ ähnlich und ähnlich
und daher sind auch die Sferoide $D_i^{(2)}$ selbst ähnlich und
liegend. Der Punkt C ist der Mittelpunkt eines der Sferoi
nämlich der von $D^{(2)}$; die Hauptachse des in δ liegenden Me
$d^{(2)}$ von $D^{(2)}$ ist $NN' = 2a$, seine Nebenachse $TT' = 2ab$ co
(wenn $m^2 = a^2 - b^2 \sin^2 \varphi$); der Abstand seiner Brennpunkt
ist $2ac : m$, und sein zu RR' konjugierter Durchmesser U

Die Äquatoren, die Fokalkreise und die Schnittkre
Leitzylinder mit den Äquatorebenen liegen bezüglich auf d

schaligen Hyperboloiden $N^{(2)}$, $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$. Der Punkt C ist gemeinsamer Mittelpunkt, die Äquatoreben α von $D^{(2)}$ eine gemeinsame zyklische Ebene, UU' der zu dieser konjugierte Durchmesser und auf diesem sind die Punkte U, U' konjugierte Pole jener drei Hyperboloide; endlich sind $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$ Polargebilde in bezug auf das erste Hyperboloid $N^{(2)}$. Die Ebene ε ist eine Hauptebene von $H^{(2)}$, das Quadrat der auf dieser senkrechten Achse ist $-\overline{TC}^2$ und $e^{(2)}$ ist die Fokalellipse von $H^{(2)}$.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von einem beliebigen Punkte des Hyperboloids $H^{(2)}$, d. h. von einem Punkte des Fokalkreises eines der Sferoide $D_i^{(2)}$ und von der zu diesem Punkte gehörigen Leitlinie des bezüglichen Meridians ist $c : m$.

Verändert man den Winkel φ, so verändert sich auch das Büschel der Sferoide $D_i^{(2)}$, sowie das Hyperboloid $H^{(2)}$, welches der Träger der Fokalkreise der Sferoide der einzelnen Büschel ist; die $H^{(2)}$ beschreiben die ganze Schar derjenigen einschaligen Hyperboloide, welche $e^{(2)}$ zur Fokalellipse haben, und die Punkte der $H^{(2)}$ erfüllen daher den ganzen Raum."

Daraus folgt:

Ist eine Ellipse $e^{(2)}$ und ein außerhalb ihrer Ebene liegender Punkt F gegeben, so kann man stets zwei zur Hauptachse der Ellipse senkrechte und zur Nebenachse unter einem gewissen Winkel φ sich neigende Gerade f und f', die in bezug auf die Ebene der $e^{(2)}$ Spiegelbilder voneinander sind, finden, welche die Eigenschaft haben, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ sowohl von F und f, wie auch von F und f' konstant, d. h. gleich $c : m$ ist, wo c und m aus der Hauptachse $2a$ und der Nebenachse $2b$ von $e^{(2)}$ mittels den Formeln $c^2 = a^2 - b^2$ und $m^2 = a^2 - b^2 \sin^2 \varphi$ zu berechnen ist. Die Geraden f und f' treffen die Ebene der Ellipse $e^{(2)}$ in einem außerhalb der Ellipse liegenden Punkte.

Umgekehrt:

Jede zur Hauptachse einer Ellipse $e^{(2)}$ senkrechte, zur Nebenachse unter einem Winkel φ sich neigende und die Ebene ε der $e^{(2)}$ außerhalb der $e^{(2)}$ schneidende Gerade f bestimmt zwei solche Punkte F und F', die in bezug auf ε Spiegelbilder voneinander sind und die Eigenschaft haben, daß das Verhältnis der Abstände

der Punkte der $e^{(2)}$ sowohl von F und f wie auch von F' und f ein konstantes ist.

Anmerkung. 1. Ist $\varphi = 0$, so ist die in dem obigen Satze erwähnte Ellipse $d^{(2)}$ eine Lage der um die Nebenachse RR' um 90° gedrehten Ellipse $e^{(2)}$; $e^{(2)}$ ist daher ein Meridian des Sferoids $D^{(2)}$.

Die Äquatoren der Sferoide $D_i^{(2)}$ liegen mit dem Äquator von $D^{(2)}$ in derselben Ebene δ und gehen durch die Scheitelpunkte S, S' von $e^{(2)}$. Das Hyperboloid $N^{(2)}$ verkümmert daher in derjenigen Ebene δ, welche auf die Nebenachse von $e^{(2)}$ im Mittelpunkte senkrecht steht.

Die Fokalkreise der Sferoide $D_i^{(2)}$ sind ebenfalls in der Ebene δ und umhüllen ausschließend die Fokalhyperbel $h^{(2)}$ der $e^{(2)}$. Das Hyperboloid $H^{(2)}$ verkümmert in demjenigen Teil der Ebene δ, welcher außerhalb $h^{(2)}$ liegt.

Die Schnittkreise der Leitzylinder der Sferoide $D_i^{(2)}$ mit der gemeinsamen Äquatorebene δ umhüllen einschließend eine Ellipse $f^{(2)}$. Das Hyperboloid $G^{(2)}$ verkümmert daher in dem außerhalb $f^{(2)}$ liegenden Teil der Ebene δ.

Alldies fanden wir schon früher unter (6) in einer andern Behandlung.

2. Ist $\varphi = 90°$, so werden die Hyperboloide $N^{(2)}$, $H^{(2)}$, $G^{(2)}$ illusorisch, denn durch die Ellipse $e^{(2)}$ kann man kein solches Sferoid legen, dessen Rotationsachse auf der Ebene der $e^{(2)}$ senkrecht steht. Nimmt man aber anstatt der Ellipse $e^{(2)}$ einen Kreis an, so werden jene Hyperboloide unbestimmt.

12. Nehmen wir jetzt eine Hyperbel $d^{(2)}$ an (Fig. 6), deren Mittelpunkt C und deren Hauptachse NN' ist, auf deren Nebenachse die Potenzpunkte in T, T' liegen, deren Brennpunkte H, H' sind und deren Leitlinien die Hauptachse in den Punkten G, G' treffen. Durch die Endpunkte R, R' eines Durchmessers von $d^{(2)}$ führen wir zu $d^{(2)}$ ähnliche und ähnlich liegende Hyperbeln $d_i^{(2)}$ und suchen die Orte $n^{(2)}$, $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ bezw. ihrer Scheitelpunkte $N_i N_i'$, ihrer Brennpunkte $H_i H_i'$, endlich die der Schnittpunkte $G_i G_i'$ ihrer Leitlinien mit den Hauptachsen.

Zu dem Ende nehmen wir auf dem zu RR' konjugierten Durchmesser UU' einen Punkt C_i an und betrachten ihn als den Mittelpunkt einer der Hyperbeln $d_i^{(2)}$. Die zu den Halbstrahlen $C_i R$, $C_i R'$ durch C geführten Parallelen treffen $d^{(2)}$ in den Punkten $R_i R_i'$. Sind die Vierecke $RR'N_i N_i'$, $R_i R_i' NN'$ ähnlich und ähnlich liegend, so sind die Punkte N_i, N_i' schon Scheitelpunkte der Hyperbel $d_i^{(2)}$. Mit Veränderung des Punktes C_i auf UU' ändern sich auch die Punkte R_i, R_i' projektiv auf $d^{(2)}$, also die Strahlen NR_i, NR_i' projektiv um N, und daher ist das Erzeugnis der mit

n letzteren parallelen Strahlen RN_i, $R'N_i$, d. h. der Ort der nkte N_i, ein Kegelschnitt $n^{(2)}$.

Fällt C_i in einen Potenzpunkt des Durchmessers UU', z. B. U', so werden die durch C mit RU', $R'U'$ parallel geführten eraden die Asymptoten von $d^{(2)}$, also sind die hierher gehörigen nkte R_i, R_i' die unendlich fernen Punkte R_∞, R_∞' der $d^{(2)}$. Die $R_\infty N$ und $R_\infty' N$ durch R bezw. durch R' geführten Parallelen effen sich in U', daher ist dieser Punkt und ebenso der andere

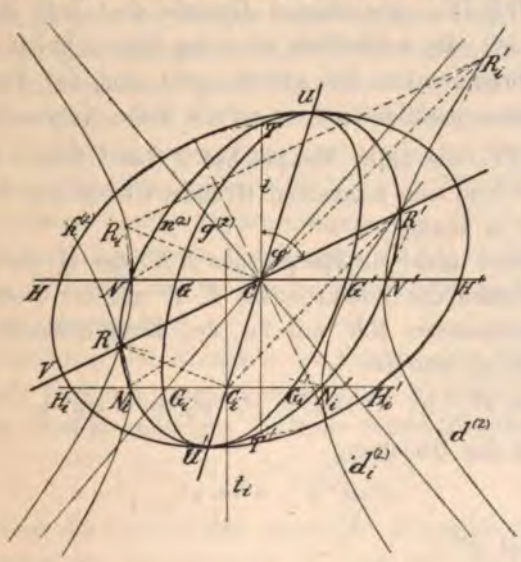


Fig. 6.

otenzpunkt U ein Punkt des Kegelschnittes $n^{(2)}$. Nimmt man außerhalb der endlichen Strecke UU' auf der Geraden UU' , so treffen die durch C zu C_iR, C_iR' geführten Parallelen die yperbel $d^{(2)}$ nicht mehr in reellen Punkten, es hat daher keine r Hyperbeln $d_i^{(2)}$ ihren Mittelpunkt C_i außerhalb der endlichen recke UU'.

UU', NN' bildet ein konjugiertes Durchmesserpaar des Kegelnittes $n^{(2)}$, also ist $n^{(2)}$ eine Ellipse. Es sind folglich die mit) in bezug auf die Affinitätsachse UU' affinen Kegelschnitte $h^{(2)}$ d $g^{(2)}$ ebenfalls Ellipsen. HH', UU' ist ein konjugiertes Durchsserpaar von $h^{(2)}$; GG', UU' eines von $g^{(2)}$; dieselben ent

sprechen in der Affinität mit $n^{(2)}$ dem konjugierten Durchmesserpaar NN', UU' des letzteren.

Die Ellipse $n^{(2)}$ geht durch R, R', und der zu RR' konjugierte Durchmesser ist, wegen $NT \parallel RU$, TT'.

Die Ellipse $h^{(2)}$ geht durch die Brennpunkte H, H' von $d^{(2)}$, und ihre Tangenten in diesen Punkten sind parallel mit UU' sowie mit den Tangenten der $d^{(2)}$ in den Punkten RR', also neigen sich dieselben unter gleichen Winkeln zu den Seiten des Parallelogramms $RHR'H'$. Aus diesem Grunde sind RR' Brennpunkte der Ellipse $h^{(2)}$. Da schließlich jeder der Kegelschnitte $h^{(2)}$ und $d^{(2)}$ durch die Brennpunkte des andern geht und die Tangenten in diesen Punkten parallel sind, so ist die halbe Nebenachse von $h^{(2)}$ gleich mit TC, die halbe Hauptachse $VC = \sqrt{TC^2 + RC^2}$.

$h^{(2)}$, $g^{(2)}$ sind aus demselben Grunde wie früher Polargebilde voneinander in bezug auf $n^{(2)}$.

Bezeichnet man die Hauptachse NN' der Hyperbel $d^{(2)}$ mit $2b$, den Abstand der Potenzpunkte T, T' auf der Nebenache mit $2\mathfrak{a}$, den Durchmesser RR' mit $2a$, den Komplementärwinkel der letzteren mit φ, und ist

$$c^2 = a^2 - b^2, \quad \mathfrak{c}^2 = \mathfrak{a}^2 + b^2, \quad m_1^2 = a^2 \sin^2 \varphi - b^2,$$

so folgt aus der Gleichung

$$\frac{a^2 \sin^2 \varphi}{b^2} - \frac{a^2 \cos \varphi^2}{\mathfrak{a}^2} = 1$$

der Hyperbel $d^{(2)}$:

$$\mathfrak{a} = \frac{ab \cos \varphi}{m_1}, \quad m_1 = b \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}, \quad \cos \varphi = \frac{\mathfrak{a}}{a} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}.$$

Endlich ist das Verhältnis der Abstände der Punkte der einzelnen Hyperbeln $d_i^{(2)}$ von ihren eigenen Brennpunkten und den dazu gehörigen Leitlinien ein konstantes, nämlich $c : m_1$ oder was dasselbe ist: $\mathfrak{c} : b$.

Von dem Gefundenen wollen wir nur folgendes hervorheben:

Nimmt man in einer Ebene eine Hyperbel und solche zwei Punkte an, deren Verbindungsgerade mit einem die Hyperbel in reellen Punkten schneidenden Durchmesser parallel ist, so ist der Ort der Brennpunkte der durch die zwei Punkte gehenden und mit

der Hyperbel ähnlichen und ähnlich liegenden Hyperbeln eine Ellipse. Die Brennpunkte dieser Ellipse sind die zwei angenommenen Punkte und das Quadrat ihrer halben Nebenachse ist gleich dem negativen Quadrat der halben Nebenachse der kleinsten jener Hyperbeln.

13. Dreht man obige Hyperbeln $d^{(2)}$ und $d_i^{(2)}$ um ihre Nebenachsen, so beschreiben sie solche ähnliche und ähnlich liegende einschalige Rotationshyperboloide $D^{(2)}$ und $D_i^{(2)}$, welche sich in einer Ellipse $e^{(2)}$ und in einem unendlich fernen Kegelschnitt treffen. Die Ebene ε der Ellipse steht senkrecht auf der Ebene δ der Hyperbeln, ihre Hauptachse $RR'\,(=2b)$ bildet einen Winkel φ mit den Rotationsachsen jener Hyperboloide, und ihre Nebenachse SS' ist gleich mit $NN'\,(=2a)$. Die Äquatoren, die Fokalkreise und Schnittkreise der Leitzylinder mit den Äquatorebenen liegen bezw. auf den Ellipsoiden $N^{(2)}$, $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$. Eine zyklische Durchmesserebene ist die Äquatorebene α von $D^{(2)}$, und auf dem zu dieser Ebene konjugierten Durchmesser sind U, U' Potenzpunkte, endlich sind in bezug auf $N^{(2)}$ die beiden Ellipsoide $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$ Polargebilde voneinander.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte eines beliebigen der Hyperboloide $D_i^{(2)}$ von einem Punkte seines Fokalkreises und von der zu dem Punkte gehörigen Leitlinie seines Meridians ist

$$\sqrt{a^2+b^2} : \sqrt{a^2\sin^2\varphi - b^2}.$$

Die $e^{(2)}$ ist die Fokalellipse desjenigen Ellipsoids $H^{(2)}$, welches die Fokalkreise der Hyperboloide $D^{(2)}$ und $D_i^{(2)}$ trägt.

Umgekehrt:

„Sind $2a$ und $2b$ die Achsen einer Ellipse $e^{(2)}$ und ist $\sin\varphi > \frac{a}{b}$, so kann man stets durch $e^{(2)}$ solche ähnliche und ähnlich liegende einschalige Rotationshyperboloide führen, deren Rotationsachsen mit der Hauptachse von $e^{(2)}$ den Winkel φ bilden und auf der Nebenachse senkrecht stehen. Der Ort der Fokalkreise dieser Hyperboloide ist ein solches Ellipsoid $H^{(2)}$, dessen Fokalellipse mit $e^{(2)}$ zusammenfällt. Bei Veränderung des Winkels φ beschreibt $H^{(2)}$ die ganze Schar derjenigen Ellipsoide, deren Fokalellipse $e^{(2)}$ ist, und die Punkte dieser Ellipsoide erfüllen daher den ganzen Raum."

Also:

Ist der Punkt F und die Ellipse $e^{(2)}$ mit den Haupt- und Nebenachsen $2a$ und $2b$ gegeben, so kann man stets zwei solche zur Nebenachse der $e^{(2)}$ senkrechte und zur Hauptachse unter einem gewissen Winkel φ sich neigende Geraden f und f' finden, die in bezug auf die Ebene der $e^{(2)}$ Spiegelbilder voneinander sind und die Eigenschaft haben, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte

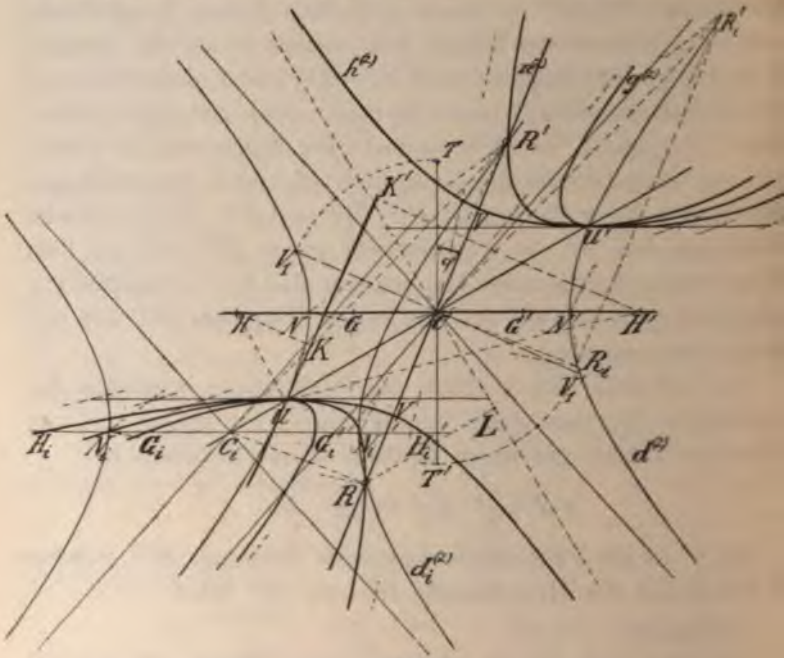


Fig. 7.

der Ellipse $e^{(2)}$ sowohl von F und f, wie auch von F und f' gleich ist

$$\sqrt{a^2 - b^2} : \sqrt{a^2 \sin^2 \varphi - b^2}.$$

Diese Geraden f und f' treffen die Ebene der $e^{(2)}$ in einem außerhalb der Ellipse $e^{(2)}$ liegendem Punkte.

14. Nehmen wir wieder eine Hyperbel $d^{(2)}$ an (Fig. 7), deren Mittelpunkt C und deren Hauptachse NN' ist, auf deren Nebenachse die Potenzpunkte in T, T' liegen, deren Brennpunkte H, H' sind und deren Leitlinien die Hauptachse in den Punkten G, G'

treffen. Ein konjugiertes Durchmesserpaar dieser Hyperbel sei RR', UU'; auf dem ersteren seien R, R' Potenzpunkte, auf dem letzteren aber UU' Hyperbelpunkte.

Durch die Punkte R, R' führen wir mit $d^{(2)}$ ähnliche und ähnlich liegende Hyperbeln $d_i^{(2)}$, und suchen die Orte $n^{(2)}$, $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ bezw. der Scheitelpunkte N_i, N_i', der Brennpunkte H_i, H_i' und der Schnittpunkte G_i, G_i' der Leitlinien mit den Hauptachsen dieser ähnlichen Hyperbeln $d_i^{(2)}$.

Zu dem Ende nehmen wir auf dem Durchmesser UU' außerhalb der endlichen Strecke UU' den Punkt C_i an, und betrachten ihn als Mittelpunkt einer der Hyperbeln $d_i^{(2)}$. Die zu den Halbstrahlen C_iR, C_iR' durch C geführten Parallelen treffen $d^{(2)}$ in R_i, R_i', und die Eckpunkte N_i, N_i' des mit dem Vierecke $R_iR_i'NN'$ ähnlichen und ähnlich liegenden Viereckes $RR'N_iN_i'$ sind die Scheitelpunkte von $d_i^{(2)}$. Diese Punkte N_i, N_i' liegen aus gleichen Gründen wie oben auf einem Kegelschnitt $n^{(2)}$, welcher im gegenwärtigen Falle eine Hyperbel ist. Der Mittelpunkt von $n^{(2)}$ ist C, seine Asymptoten laufen parallel den Seiten des Parallelogramms $NUN'U'$, und UU', NN' sowie RR', TT' sind konjugierte Durchmesser von $n^{(2)}$. Die Punktpaare U, U' und R, R' sind reelle Punkte der $n^{(2)}$, die Punktpaare N, N' und T, T' sind Potenzpunkte auf jenen Durchmessern. Zwei von den Hyperbeln $d_i^{(2)}$ gehen in ihre Asymptoten über, nämlich diejenigen, deren Mittelpunkte in U und U' liegen. Auf der endlichen Strecke UU' haben die Hyperbeln $d_i^{(2)}$ keine Mittelpunkte.

$h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ sind in bezug auf die Affinitätsachse UU' mit $n^{(2)}$ affine Hyperbeln; UU' ist ein Durchmesser derselben, und auf den zu diesen konjugierten Durchmesser sind H, H' bezw. G, G' Potenzpunkte. Auch sind $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ Polargebilde voneinander in bezug auf $n^{(2)}$.

Die Asymptoten der $h^{(2)}$ laufen mit den Geraden UH, UH' parallel, welche die zum Punkte U der $d^{(2)}$ gehörigen Fahrstrahlen sind. Die Winkelhalbierende des Winkels HUH' ist die Tangente von $d^{(2)}$ und läuft parallel zu RR', also ist RR' die Hauptachse von $h^{(2)}$. Andererseits sind RU, $R'U$ parallel zu den Asymptoten von $d^{(2)}$ (denn RR', UU' sind konjugierte Durchmesser von $d^{(2)}$), und die Tangente von $h^{(2)}$ in U ist parallel zur

Hauptachse von $d^{(2)}$, welche einen Winkel ihrer Asymptoten halbiert; diese Tangente halbiert daher den Winkel RUR', und somit sind R, R' die Brennpunkte von $h^{(2)}$.

Sind K und K' die Fußpunkte der von den Brennpunkten H und H' auf die Tangente des Punktes U der Hyperbel $d^{(2)}$ gefällten Lote, und ist L der Fußpunkt des vom Brennpunkte R der Hyperbel $h^{(2)}$ auf eine ihrer Asymptoten gefällten Lotes, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke UHK, $UH'K'$, CRL, daß

$$HU : HK = H'U : H'K' = CR : RL.$$

Aber das Produkt der zu dem Punkte U laufenden Fahrstrahlen HU, $H'U$ der Hyperbel $d^{(2)}$ ist gleich $\overline{CR}^2$, also wird wegen obiger Proportion auch

$$HK \cdot H'K' = \overline{RL}^2.$$

Die linke Seite dieser Gleichung bedeutet das negative Quadrat der halben Nebenachse der $d^{(2)}$, die rechte Seite aber das negative Quadrat der halben Nebenachse der $h^{(2)}$, also sind die Nebenachsen beider Hyperbeln auch in diesem Falle gleich. Die halbe Hauptachse der Hyperbel $h^{(2)}$ ist

$$VC = \sqrt{RC^2 - TC^2}.$$

Bezeichnet man die Hauptachse NN' der Hyperbel $d^{(2)}$ mit $2b$, den Abstand der Potenzpunkte T, T' auf ihrer Nebenachse mit $2\mathfrak{a}$, den Abstand der Potenzpunkte R, R' mit $2a$, den Komplementärwinkel des Neigungswinkels der Durchmesser NN', RR' mit φ, und ist

$$c^2 = a^2 + b^2, \quad \mathfrak{c}^2 = \mathfrak{a}^2 + b^2, \quad m_2^2 = a^2 \sin^2\varphi + b^2,$$

so folgt aus der Gleichung

$$-\frac{a^2 \sin^2\varphi}{b^2} + \frac{a^2 \cos^2\varphi}{\mathfrak{a}^2} = 1$$

der zu $d^{(2)}$ konjugierten Hyperbel:

$$\mathfrak{a} = \frac{ab \cos\varphi}{m_2}, \quad m_2 = b \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}, \quad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{a}}{a} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}.$$

Endlich ist das Verhältnis der Abstände der Punkte jeder der Hyperbeln $d_i^{(2)}$ von einem der eigenen Brennpunkte und der dazu gehörigen Leitlinie gleich $c : m_2$ oder, was dasselbe ist, $\mathfrak{c} :$

Wir haben daher folgendes Resultat:

Nimmt man in einer Ebene eine Hyperbel und zwei solche Punkte an, deren Verbindungsgerade mit einem die Hyperbel in imaginären Punkten schneidenden Durchmesser parallel ist, so ist der Ort der Brennpunkte der mit jener Hyperbel ähnlichen und ähnlich liegenden Hyperbeln ebenfalls eine Hyperbel. Die Brennpunkte der letzteren Hyperbel fallen in die angenommenen Punkte, ihre Nebenachse aber ist gleich der Nebenachse derjenigen dem Büschel jener ähnlichen Hyperbel angehörigen Hyperbel, deren Potenzpunkte auf einem ihrer Durchmesser ebenfalls die zwei angenommenen Punkte sind.

15. Dreht man die Hyperbeln $d_i^{(2)}$ um ihre Nebenachsen, so beschreiben sie ein Büschel von ähnlichen und ähnlich liegenden einschaligen Rotationshyperboloiden $D_i^{(2)}$, welche sich in einer Hyperbel $e^{(2)}$ und in einem unendlich fernen Kegelschnitt schneiden. Die Ebene ε der Hyperbel $e^{(2)}$ steht senkrecht auf der Ebene δ der Hyperbeln $d_i^{(2)}$, ihre Hauptachse $RR'(2a)$ bildet einen Winkel φ mit den Rotationsachsen der Hyperboloide $D_i^{(2)}$, ihre Nebenachse SS' ist gleich $NN'(2b)$.

Die Äquatoren, die Fokalkreise und die Schnittkreise der Leitzylinder mit den bezüglichen Äquatorenebenen der Hyperboloide $D_i^{(2)}$ liegen bezw. auf den zweischaligen Hyperboloiden $N^{(2)}$, $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$. Ein gemeinsamer Durchmesser der letzteren ist UU', die zu diesem konjugierte Durchmesserebene ist zu den Äquatorebenen der $D_i^{(2)}$ parallel. Auch sind $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$ Polargebilde voneinander in bezug auf $N^{(2)}$.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte eines beliebigen der Hyperboloide $D_i^{(2)}$ von einem Punkte des eigenen Fokalkreises und von der Leitlinie des betreffenden Meridians ist gleich

$$\sqrt{a^2 + b^2} : \sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2}.$$

$e^{(2)}$ ist die Fokalhyperbel desjenigen zweischaligen Hyperboloids $H^{(2)}$, welches der Träger der Fokalkreise jener Rotationshyperboloide $D_i^{(2)}$ ist.

Umgekehrt:

„Ist die Hyperbel $e^{(2)}$ gegeben, so kann man stets durch sie ein Büschel von solchen ähnlichen und ähnlich liegenden ein-

schaligen Rotationshyperboloiden führen, deren Rotationsach
mit der Hauptachse von $e^{(2)}$ einen Winkel φ bilden und auf
Nebenachse derselben senkrecht stehen. Der Ort der Fokalkr
der letzteren ist ein solches zweischaliges Hyperboloid $H^{(2)}$, des
Fokalhyperbel mit $e^{(2)}$ zusammenfällt. Mit Veränderung des W
kels φ beschreibt $H^{(2)}$ die ganze Schar, und deren Punkte
füllen den ganzen Raum."

Daher:

*Ist der Punkt F und eine Hyperbel $e^{(2)}$ mit den Haupt-
Nebenachsen $2a$ und $2b$ gegeben, so kann man stets zwei
Nebenachse der $e^{(2)}$ senkrecht stehende und zur Hauptachse un
einem gewissen Winkel φ sich neigende Geraden f und f' so find
daß das Verhältnis der Abstände der Punkte $e^{(2)}$ sowohl von
und f, wie auch von F und f' gleich sei: $\sqrt{a^2+b^2} : \sqrt{a^2 \sin^2\varphi + b$
Die Geraden f und f' sind Spiegelbilder voneinander in bezug u
die Ebene von $e^{(2)}$ und treffen diese Ebene in einem innerhalb d
Hyperbel $e^{(2)}$ liegenden Punkte.*

16. Konstruieren wir jetzt die zur unter 14 angenommene
Hyperbel $d^{(2)}$ ähnlichen und ähnlich liegenden Hyperbeln $d_i^{(2)}$, welch
durch die konjugiert-imaginären Schnittpunkte der Hyperbel $d^{(2)}$
und des Durchmessers RR' gehen (Fig. 8), und suchen wir di
Orte $n^{(2)}$, $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ ihrer Scheitelpunkte N_i, N_i', ihrer Brennpunkt
H_i, H_i' und der Schnittpunkte G_i, G_i' ihrer Leitlinien mit de
betreffenden Hauptachsen.

Zu dem Ende nehmen wir auf dem zu RR' konjugierte
Durchmesser UU' einen Punkt C_i an und führen Parallele CR
CR_i' durch C zu den Halbstrahlen C_iR, C_iR'. Diese treffen die
jenige Ellipse $\bar{d}^{(2)}$, deren konjugierte Durchmesser UU', RR' sin
und welche die sogenannte imaginäre Projektion von $d^{(2)}$ ist* i
den Punkten R_iR_i'. Die Eckpunkte N_i, N_i' des mit dem Vier
ecke $R_iR_i'NN'$ ähnlichen und ähnlich liegenden Viereckes $RR'N_iN$
sind die Scheitelpunkte der Hyperbel $d_i^{(2)}$. Diese liegen auf der
jenigen Hyperbel $n^{(2)}$, von der NN', UU' und TT', RR' kon
jugierte Durchmesser und auf den letzteren U, U' und R, R'
Potenzpunkte sind.

---

* C. Wiener, Darstellende Geometrie. Bd. I, S. 315.

$h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ sind mit $n^{(2)}$ in bezug auf die Affinitätsachse U' affine Hyperbeln und Polarfiguren voneinander in bezug f $n^{(2)}$. HH', UU' und GG', UU' sind bezw. konjugierte urchmesser derselben und U, U' Potenzpunkte auf diesem Durchesser. Die zum Punkte U der Hyperbel $d^{(2)}$ gehörigen Fahrahlen sind zu den Asymptoten von $h^{(2)}$ parallel, also ist RR',

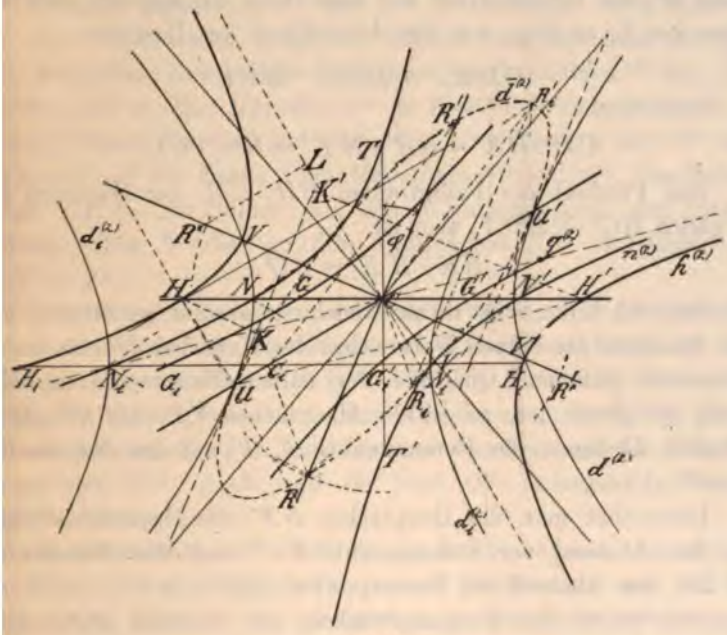


Fig. 8.

elche mit der Winkelhalbierenden des Winkels HUH' parallel uft, die Nebenachse von $h^{(2)}$.

Die Tangente und Normale des Punktes H der Hyperbel $h^{(2)}$ ifft die Gerade RR' in konjugierten Polen in bezug auf $d^{(2)}$, enn der Treffpunkt der Normalen ist der Pol der Tangenten; nd das Produkt der Abstände dieser Treffpunkte von C ist leich $\overline{CR}^2$. Auch trifft die Tangente und Normale des Punktes H e Hauptachse der $h^{(2)}$, welche im Punkte C auf RR' senkrecht eht, in solchen zwei Punkten, deren Abstände von C das Prokt $\overline{CR}^2$ geben. Aber die letzteren Treffpunkte sind von den

Brennpunkten R^*, $R^{*\prime}$ der Hyperbel $h^{(2)}$ harmonisch getrennt, und es haben deshalb die Brennpunkte der Hyperbel $h^{(2)}$ den Abstand CR vom Punkte C.

Bezeichnet man auch hier die Fußpunkte der von den Brennpunkten H, H' der Hyperbel $h^{(2)}$ auf die Tangente des Punktes U gefällten Lote mit K, K' und den Fußpunkt des vom Brennpunkt R^* der Hyperbel $h^{(2)}$ auf eine ihrer Asymptoten gefällten Lotes mit L, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke

$$UHK, \quad UH'K', \quad R^*CL$$

die Proportion

$$UH : HK = UH' : H'K' = R^*C : CL.$$

Das Produkt der Fahrstrahlen UH, UH' der Hyperbel $d^{(2)}$ ist gleich $\overline{RC}^2 = \overline{R^*C}^2$, also ist

$$HK \cdot H'K' = \overline{CL}^2,$$

und weil die linke Seite dieser Gleichung absolut genommen mit dem Quadrate der halben Nebenachse der Hyperbel $d^{(2)}$, die rechte Seite aber mit dem Quadrate der halben Hauptachse der Hyperbel $h^{(2)}$ gleich ist, so ist die Hauptachse VV' der $h^{(2)}$ gleich mit dem Abstande der Potenzpunkte T, T' auf der Nebenachse der $d^{(2)}$.

Bezeichnet man die Hauptachse NN' der Hyperbel $d^{(2)}$ mit $2a$, den Abstand der Potenzpunkte T, T' auf der Nebenachse mit $2\mathfrak{b}$, den Abstand der Potenzpunkte R, R' mit $2b$, den Komplementärwinkel des Neigungswinkels der Geraden NN', RR' mit φ, und ist

$$c^2 = a^2 + b^2, \quad \mathfrak{c}^2 = a^2 + \mathfrak{b}^2, \quad m_3^2 = a^2 + b^2 \sin^2\varphi,$$

so folgt wie oben aus der Gleichung der Hyperbel $d^{(2)}$:

$$\mathfrak{b} = TC = VC = \frac{ab\cos\varphi}{m_3}, \quad m_3 = a \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}, \quad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{b}}{b} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}}.$$

Endlich ist das Verhältnis der Abstände der Punkte jeder der Hyperbeln $d_i^{(2)}$ von einem ihrer Brennpunkte und von der zugehörigen Leitlinie gleich $c : m_3$ oder, was dasselbe ist, $\mathfrak{c} : a$.

Daher:

Legt man durch die imaginären Doppelpunkte der durch die Potenzpunkte R, R' gegebenen elliptischen Involution das Büsch

nlicher und ähnlich liegender Hyperbeln, so ist der Ort der ennpunkte derselben ebenfalls eine Hyperbel. Der Mittelpunkt letzteren fällt in den Mittelpunkt der Involution, ihre Hauptachse ht senkrecht auf dem Träger der Involution, und die Länge sser Hauptachse ist gleich dem Abstande der Potenzpunkte auf r Nebenachse der kleinsten Hyperbel jenes Büschels.

17. Die Hyperbeln $d^{(2)}$ und $d_i^{(2)}$ beschreiben, wenn man sie a ihre Nebenachsen dreht, ein Büschel von ähnlichen und ähnh liegenden, einschaligen Rotationshyperboloiden $D^{(2)}$ und $D_i^{(2)}$, elche sich in einer Hyperbel $e^{(2)}$ im Endlichen und in einem undlich fernen Kegelschnitt schneiden. Die Ebene ε der $e^{(2)}$ steht nkrecht auf der Ebene δ der Hyperbeln $d^{(2)}$ und $d_i^{(2)}$, ihre Nebenhse $RR'(=2b)$ bildet mit den Rotationsachsen der Hyperloide einen Winkel φ, ihre Hauptachse SS' ist gleich mit $N'(=2a)$.

Die Orte der Äquatoren, der Fokalkreise und der Schnittkreise r Leitzylinder mit den Äquatorenebenen sind bezw. die einhaligen Hyperboloide $N^{(2)}$, $H^{(2)}$, $G^{(2)}$. Die Punkte U, U' sind geeinsame Potenzpunkte auf einem Durchmesser derselben, die zu esem konjugierte zyklische Durchmesserebene ist die Äquatorbene von $D^{(2)}$. Auch sind $H^{(2)}$ und $G^{(2)}$ Polargebilde voneinder in bezug auf $N^{(2)}$.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte irgend eines Hyperloids $D_i^{(2)}$ von einem Punkte seines Fokalkreises und von der gehörigen Leitlinie des entsprechenden Meridians ist

$$\sqrt{a^2+b^2} : \sqrt{a^2+b^2\sin^2\varphi}\,.$$

$e^{(2)}$ ist auch hier die Fokalhyperbel desjenigen Hyperloids $H^{(2)}$, welches der Träger der Fokalkreise der Hyperloide $D_i^{(2)}$ ist.

Auch umgekehrt:

„Durch eine Hyperbel $e^{(2)}$ kann man stets ein solches Büschel n ähnlichen und ähnlich liegenden, einschaligen Rotationsrperboloiden führen, deren Rotationsachsen mit der Nebenachse n $e^{(2)}$ einen Winkel φ bilden und auf der Hauptachse derselben nkrecht stehen. Der Träger der Fokalkreise der Hyperboloide s Büschels ist ein einschaliges Hyperboloid $H^{(2)}$, dessen Fokal-

hyperbel mit $e^{(2)}$ konzentrisch. Mit Veränderung des Winkels φ verändert sich auch $H^{(2)}$ und beschreibt die ganze Schar der einschaligen Hyperboloide, deren Fokalhyperbel $e^{(2)}$ ist, und die Punkte derselben erfüllen daher den ganzen Raum."

Daher:

Nimmt man einen Punkt F und eine Hyperbel $e^{(2)}$ an, deren Haupt- und Nebenachse $2a$ und $2b$ ist, so kann man sich zu solche auf der Hauptachse der $e^{(2)}$ senkrechte und zur Nebenachse unter einem Winkel φ sich neigende Geraden f und f' finden, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ sowohl von f und f, wie auch von F und f' ein konstantes, nämlich

$$\sqrt{a^2+b^2} : \sqrt{a^2+b^2\sin^2\varphi}$$

sei.

Diese Geraden f und f' sind Spiegelbilder voneinander in bezug auf die Ebene der $e^{(2)}$ und treffen diese Ebene in einem außerhalb der Hyperbel $e^{(2)}$ liegenden Punkte.

18. Es sei endlich RR' eine zur Asymptote UU' parallele Sehne der Hyperbel $d^{(2)}$ (Fig. 9), welche $d^{(2)}$ in dem im Endlichen liegenden Punkte R und in dem unendlich fernen Punkte $R' \equiv U$ trifft. Suchen wir wieder die Orte $n^{(2)}$, $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$, welche die Scheitelpunkte N_i, N_i', die Brennpunkte H_i, H_i' bezw. die Schnittpunkte G_i, G_i' der Leitlinien mit den Hauptachsen der durch die beiden Punkte R, R' gehenden, die Asymptote UU' berührenden und mit $d^{(2)}$ ähnlichen und ähnlich liegenden Hyperbeln $d_i^{(2)}$ enthalten.

Zu dem Ende nehmen wir auf demjenigen Aste der Hyperbel $d^{(2)}$, auf welchem der Punkt R liegt, einen Punkt R_i und konstruieren ein mit dem Dreiecke R_iNN' ähnliches und ähnlich liegendes Dreieck RN_iN_i'; die Eckpunkte N_i, N_i' desselben sind schon die Scheitelpunkte N_i, N_i' der Hyperbel $d_i^{(2)}$. Auf der Geraden N_iN_i' liegen auch die Punkte H_i, H_i' und G_i, G_i'.

Ist R_i der unendlich ferne Punkt der anderen Asymptote U_1U_1' der Hyperbel $d^{(2)}$, so verkümmert $d_i^{(2)}$ in ihren Asymptoten UIU', RI so, daß der Treffpunkt I der letzteren ebenfalls unendlich ferner Punkt ist von $n^{(2)}$. Auch R und R' sind Punkte der $n^{(2)}$, also sind sowohl $n^{(2)}$ wie auch die mit $n^{(2)}$ in bezug auf die Affinitätsachse UU' affinen Kurven $h^{(2)}$ und $g^{(2)}$ solche Parabeln, deren

hsen mit UU' parallel sind und deren gemeinsame Tangente Punkte I zu NN' parallel läuft.

Die Tangenten dieser Parabeln in den Punkten N, N'; H, H' d G, G' treffen sich in demjenigen Punkte J der Asymptote U', welcher in bezug auf I symmetrisch ist zu C. In diesem nkte J trifft auch die Tangente des Punktes R der Hyperbel die Asymptote UU', da $RI \parallel U_1U_1'$.

Der dem Dreieck JHH' umschriebene Kreis $\varkappa$ geht durch

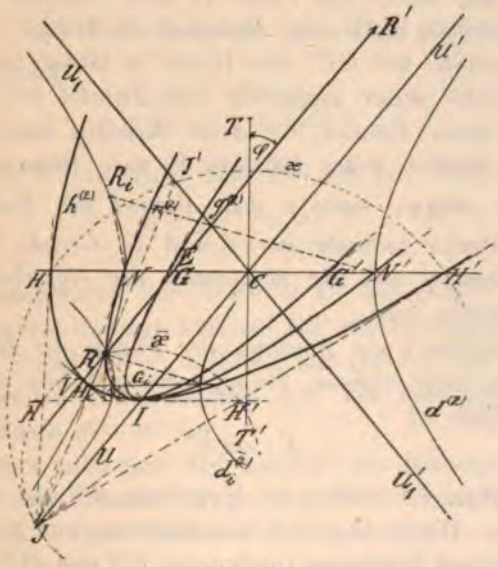


Fig. 9.

mjenigen Punkt J', in welchem die Tangente JR die Asymptote U_1' trifft. Der Kreis $\bar{\varkappa}$ aber, welcher dem von den Tangenten r Parabel $h^{(2)}$ in den Punkten H, H', I gebildeten Dreieck $HH'J$ umschrieben ist, ist halb so groß als $\varkappa$ und liegt mit esem in bezug auf den Ähnlichkeitspunkt J ähnlich; daher ht $\bar{\varkappa}$ durch den Punkt R. Der Brennpunkt der Parabel $h^{(2)}$ gt auf $\bar{\varkappa}$, und weil die Winkel JRH und JRH' gleich sind, ist R dieser Brennpunkt.

Bezeichnet man den Neigungswinkel der Nebenachse TT' r Hyperbel $d^{(2)}$ und der Asymptote UU' mit φ, den Scheitel

der Parabel $h^{(2)}$ mit V, den Treffpunkt der Hauptachse von $d^{(2)}$ und der Geraden RR' mit E, und die Strecke CE mit r, so ist

$$RV = s = \frac{r}{2} \cos\varphi \cdot \operatorname{cotg}\varphi,$$

denn der Fußpunkt des vom Brennpunkte R der Parabel $h^{(2)}$ auf die Tangente des Punktes I gefällten Lotes liegt in der Scheiteltangente derselben.

Daher:

Führt man durch den Punkt R solche ähnliche und ähnlich liegende Hyperbeln, deren eine Asymptote die Gerade UU' ist und deren Nebenachsen mit UU' den Winkel φ bilden, so ist der Ort der Brennpunkte dieser Hyperbeln eine Parabel $h^{(2)}$. R ist der Brennpunkt dieser Parabel, die Achse derselben läuft parallel mit UU', der Abstand seines Scheitels V vom Brennpunkte R ist $s = \frac{r}{2} \cos\varphi \cdot \operatorname{cotg}\varphi$, wenn r den Abstand des Punktes R von demjenigen Punkte bedeutet, in welchem die Gerade UU' von der durch R gehenden und zur Hauptachse der Hyperbeln parallelen Geraden getroffen wird.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte der Hyperbeln von irgend einem ihrer eigenen Brennpunkte und von der dazu gehörigen Leitlinie ist

$$1 : \sin\varphi.$$

19. Drehen wir wieder die Hyperbeln $d^{(2)}$ und $d_i^{(2)}$ um ihre Nebenachsen. Die so beschriebenen ähnlichen und ähnlich liegenden, einschaligen Rotationshyperboloide $D^{(2)}$ und $D_i^{(2)}$ treffen sich in einem unendlich fernen Kegelschnitt und in einer im Endlichen liegenden Parabel $e^{(2)}$. Die Ebene ε der letzteren steht auf die Ebene δ der Hyperbeln $d^{(2)}$ und $d_i^{(2)}$ senkrecht, ihr Scheitel ist R, und ihre Achse RR' bildet mit den Rotationsachsen der Hyperboloide einen Winkel φ.

Die Orte der Äquatoren, der Fokalkreise und der Schmiegkreise der Leitzylinder mit den bezüglichen Äquatorebenen sind bezw. die elliptischen Paraboloide $N^{(2)}$, $H^{(2)}$, $G^{(2)}$. Diese haben in Punkte I der Asymptote UU' eine gemeinsame Tangentialebene, welche parallel läuft mit den Äquatorebenen der Hyperboloide D_i, und zu dieser Tangentialebene ist die Asymptote UU' der ko

gierte Durchmesser für alle drei Flächen. Auch sind $H^{(2)}$ und $^{(2)}$ Polargebilde voneinander in bezug auf $N^{(2)}$.

Das Verhältnis der Abstände der Punkte der Hyperboloide $D_i^{(2)}$ n einem Punkte des eigenen Fokalkreises und von der Leitnie des betreffenden Meridians ist gleich $1 : \sin\varphi$.

$e^{(2)}$ ist auch gegenwärtig die Fokalparabel desjenigen elliptihen Paraboloids $H^{(2)}$, welches der Träger der Fokalkreise jener yperboloide $D_i^{(2)}$ ist.

Substituiert man nämlich die Koordinaten

$$x = RE \cdot \sin\varphi + r, \quad y = RE \cdot \cos\varphi$$

die Gleichung

$$\frac{x^2}{c^2 \sin^2\varphi} - \frac{y^2}{c^2 \cos^2\varphi} = 1$$

r Hyperbel $d^{(2)}$, so erhält man für RE den Wert

$$RE = \frac{c^2 \sin^2\varphi - r^2}{2 \sin\varphi},$$

o c die Exzentrizität der Hyperbel $h^{(2)}$ bedeutet.

Das Quadrat der zur Abszisse RE der Parabel $e^{(2)}$ gehörigen rdinate ist $c^2 \sin^2\varphi - r^2$, während das Quadrat der zur Abszisse $'E$ des zweiten Hauptschnittes $h_1^{(2)}$ des Paraboloids $H^{(2)}$ gehörigen Ordinate $c^2 - m^2$ ist.

Bezeichnet man nun den Abstand des Brennpunktes R der arabel $e^{(2)}$ vom Scheitel mit p, den Abstand des Brennpunktes r Parabel $h_1^{(2)}$ vom Scheitel V mit q, so ist

$$c^2 \sin^2\varphi - r^2 = 4p \cdot \frac{c^2 \sin^2\varphi - r^2}{2r \sin\varphi},$$

$$c^2 - m^2 = 4q \cdot \left(\frac{c^2 \sin^2\varphi - r^2}{2r \sin\varphi} + \frac{r}{2} \cos\varphi \cdot \operatorname{cotg}\varphi\right),$$

is welchen Gleichungen sich

$$p = \frac{r}{2} \sin\varphi,$$

$$q = \frac{r}{2 \sin\varphi} = \frac{r}{2} \cos\varphi \cdot \operatorname{cotg}\varphi + \frac{r}{2} \sin\varphi = s + p$$

nd

$$\sin^2\varphi = \frac{p}{s+p}$$

gibt.

Es haben daher die Parabeln $h^{(2)}$ und $h_1^{(2)}$ einen gemeinsamen Brennpunkt; der Brennpunkt (R) der Parabel $h^{(2)}$ ist der Scheitel der $e^{(2)}$, also ist in der Tat $e^{(2)}$ die Fokalparabel des elliptischen Paraboloids $H^{(2)}$.

Umgekehrt:

Durch die Parabel $e^{(2)}$ kann man stets ein Büschel solcher ähnlicher und ähnlich liegender, einschaliger Rotationshyperboloide legen, deren Rotationsachsen mit der Achse von $e^{(2)}$ einen Winkel φ bilden. Der Träger der Fokalkreise dieser Hyperboloide ist ein elliptisches Paraboloid, dessen eine Fokalparabel mit $e^{(2)}$ koinzidiert. Mit Veränderung des Winkels φ ändern sich auch die Paraboloide und beschreiben eine konfokale Schar, deren Punkte den ganzen Raum erfüllen.

Daher:

Nimmt man einen Punkt F und eine Parabel $e^{(2)}$ an, so kann man stets zwei auf die Leitlinie der $e^{(2)}$ senkrechte und zur Achse derselben unter einem Winkel φ sich neigende Geraden f und f' finden, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der Parabel sowohl von F und f wie auch von F und f' im Verhältnisse $1 : \sin\varphi$ stehen. Die Geraden f und f' sind Spiegelbilder voneinander in bezug auf die Ebene der $e^{(2)}$ und treffen diese Ebene in einem innerhalb der Parabel $e^{(2)}$ liegendem Punkte.

20. Ein ganz anderes Verfahren müssen wir befolgen bei Behandlung desjenigen Falles, bei welchem die Gerade f auf der Achse der Parabel $e^{(2)}$ senkrecht steht und sich zur Leitlinie derselben unter einem Winkel φ neigt.

Nehmen wir in der Ebene ε eine Parabel $e^{(2)}$ mit dem Scheitel S (Fig. 10) und eine Gerade l an, welche zur Achse der $e^{(2)}$ senkrecht steht, sich zur Ebene ε unter dem Winkel φ neigt und diese Ebene im Punkte L trifft. Durch $e^{(2)}$ legen wir solche Zylinder $C_i^{(2)}$, deren Erzeugende zu l senkrecht stehen und suchen die Orte $N^{(2)}$ und $H^{(2)}$ der Scheitelerzeugenden n_i und der Fokalachsen h_i jener Zylinder $C_i^{(2)}$ auf.

Die Hauptebenen der Zylinder $C_i^{(2)}$ stehen senkrecht auf ε und die Tangentialebenen ihrer Scheitelerzeugenden laufen parallel zu l. Steht daher die Ebene μ im Punkte M auf der Geraden l senkrecht, und trifft ein veränderlicher Strahl x_i des Büschels

) die Ebene ε im Punkte X_i, so läuft die Tangentialebene der Scheitelerzeugenden n_i des Zylinders $C_i^{(2)}$, dessen Erde mit x_i parallel sind, mit der Ebene $[lx_i]$ parallel. Also $_i$ die Parabel $e^{(2)}$ in demjenigen Punkte N_i, dessen Tangente llel ist zu LX_i.

ie Strahlen LX_i des Büschels (L, ε) treffen die unendlich Tangente der Parabel $e^{(2)}$ in einer mit (L, ε) projektiven und die durch die Punkte dieser Reihe gehenden Parabel-

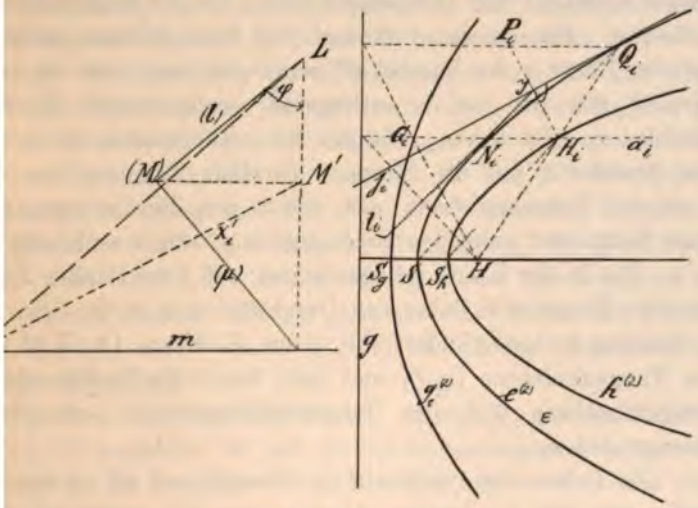


Fig. 10.

ten berühren $e^{(2)}$ ebenfalls in einer zu (L, ε) projektiven schließlich treffen auch die Strahlen x_i des mit (L, ε) tiven Büschels (M, μ) die unendlich ferne Gerade m_∞ der μ in einer mit (L, ε) projektiven Punktreihe M_i. Die n $n_i \equiv N_i M_i$ kann man daher als das Erzeugnis der auf genden Punktreihe N_i, und derjenigen mit dieser projektiven reihe M_i betrachten, deren Träger m_∞ die Parabel $e^{(2)}$ im lich fernen Punkte *trifft*. Dieser Treffpunkt entspricht in iden projektiven Reihen sich selbst, demzufolge jenes Ers eine parabolische Regelschaar ist. Wir haben daher:

Der Ort $N_i^{(2)}$ der Scheitelerzeugenden n_i derjenigen Zylinder welche durch eine gegebene Parabel $e_i^{(2)}$ gehen, und deren Er-

zeugende auf einer gegebenen zur Achse der Parabel perpendikulären Geraden senkrecht stehen, ist eine parabolische Regelschaar.

21. Die Hauptebene $[n_i a_i]$ des parabolischen Zylinders $C_i^{(2)}$ verbindet den durch N_i gehenden Durchmesser a_i der Parabel $e^{(2)}$ mit der Scheitelerzeugenden n_i. Schneidet man die Tangentialebene $[n_i t_i]$ der Scheitelerzeugenden n_i des Zylinders $C_i^{(2)}$ mit den veränderlichen Tangentialebenen derselben und errichtet in diesen Schnittgeraden normale Ebenen auf die Tangentialebenen, so treffen dieselben die Hauptebene $[n_i a_i]$ in der Fokalachse h_i des Zylinders. Eine dieser veränderlichen Normalebenen steht auch auf der Ebene ε der Parabel $e^{(2)}$ senkrecht, und diese ist zugleich parallel mit der auf ε orthogonal projizierenden Ebene des Strahles x_i. Ist daher j_i die mit der orthogonalen Projektion x_i' des Strahles x_i auf die Ebene ε parallele Tangente der $e^{(2)}$, so wird die Tangentialebene der durch den Berührungspunkt Q_i jener Tangenten gehenden Erzeugenden q_i schon senkrecht stehen zu ε. Die in der Ebene ε liegende und auf j_i im Punkte $J \equiv (t_i, j_i)$ normale Ebene trifft daher den Durchmesser a_i in der Spur H_i der Fokalachse h_i des Zylinders $C_i^{(2)}$, denn die Ebene $[h_i J]$ ist normal zur Tangentialebene $[q_i J]$ und geht durch die Treffgerade dieser Tangentialebene und der Tangentialebene $[n_i t_i]$ der Scheitelerzeugenden n_i.

Die Polare des Punktes J in Hinsicht auf $e^{(2)}$ ist die Gerade $N_i Q_i$, also hat J gleichen Abstand von den durch N_i und Q_i gehenden Durchmessern der $e^{(2)}$. Hieraus folgt des weiteren, daß der letztere Durchmesser das Spiegelbild P_i des Punktes H_i in bezug auf die Tangente j_i enthält, die Gerade $Q_i H_i$ durch den Brennpunkt H der $e^{(2)}$ geht, und schließlich P_i in der Leitebene des Cylinders $C_i^{(2)}$ liegt.

Das Verhältnis von HQ_i und HH_i ist ebenso groß, als das Verhältnis derjenigen Strecken, welche die vom Punkte H auf die Geraden j_i und t_i und also auch auf die zu jenen parallelen Geraden LX_i und x_i' gefällten Lote, von der Leitlinie g der Parabel $e^{(2)}$ von ihrer Achse gemessen, abschneiden. Da aber der Punkt X_i in der Schnittlinie m der auf E normalen Ebene und der Ebene ε liegt, so stehen jene Strecken auch in dem Verhältnisse, wie der Abstand des Punktes L und der Abstand

der auf ε liegenden orthogonalen Projektion des Punktes M von der Geraden m. Das Verhältnis der letzteren Abstände ist aber $1:\cos^2\varphi$, also hat man:

$$\frac{HQ_i}{HH_i} = \frac{1}{\cos^2\varphi},$$

und in ebendiesem Verhältnisse sind auch die Abstände der Punkte Q_i und P_i von der Leitlinie g der Parabel $e^{(2)}$.

Beschreibt also Q_i die Parabel $e^{(2)}$, so beschreibt H_i eine mit $e^{(2)}$ in bezug auf den Brennpunkt H als Ähnlichkeitspunkt ähnlich liegende Parabel $h^{(2)}$, und P_i beschreibt eine mit $e^{(2)}$ in bezug auf die Leitlinie g als Affinitätsachse und die zur Achse der $e^{(2)}$ parallelen Geraden als Affinitätsstrahlen affine Parabel $p^{(2)}$.

Die Parabeln $e^{(2)}$ und $h^{(2)}$ sind wegen ihrer ähnlichen Lage auch konfokal. Auch sind die Parabeln $p^{(2)}$ und $h^{(2)}$ Polargebilde voneinander in bezug auf $e^{(2)}$, denn die Polare des Punktes P_i in Hinsicht auf $e^{(2)}$ läuft mit der Tangente j_i des Punktes Q_i parallel und enthält den Punkt H_i, ist daher die Tangente der $h^{(2)}$ in diesem Punkte. Ebenso geht auch die Polare des Punktes H_i in Hinsicht auf $e^{(2)}$ durch P_i und ist mit der Tangente t_i des Punktes N_i parallel.

Nachdem die Reihe der Punkte N_i und H_i auf den Parabeln $e^{(2)}$ und $h^{(2)}$ projektiv ist und die Scheitelerzeugenden n_i mit den Fokalaxen h_i der Cylinder $C_i^{(2)}$ parallel sind, die n_i aber eine parabolische Regelschaar $N_i^{(2)}$ bilden, so sind auch die Fokalachsen h_i jener Zylinder die Strahlen einer parabolischen Regelschaar $H_i^{(2)}$. Da nun die orthogonalen Projektionen der h_i auf ε die Tangenten der Parabel $h^{(2)}$ sind, so ist $h^{(2)}$ ein Hauptschnitt des hyperbolischen Paraboloides, als des Trägers jener Regelschaar. Die Scheitelerzeugenden dieses Paraboloides neigen sich unter dem Winkel $90 - \varphi$ zur Hauptebene ε, und dabei ist, wenn S_h den Scheitel bedeutet,

$$S_hH = SH \cdot \cos^2\varphi, \qquad SS_h + S_hH = SH,$$

also

$$\frac{SS_h}{S_hH} = \operatorname{tang}^2\varphi,$$

d. h.: der Scheitel S der Parabel $e^{(2)}$ ist der Brennpunkt des zweiten Hauptschnittes des Paraboloides $H_i^{(2)}$.

Daraus folgt:

„Legt man durch die Parabel $e^{(2)}$ solche Zylinder $C_i^{(2)}$, deren Erzeugende auf einer zur Achse der Parabel senkrecht stehenden und sich zur Ebene derselben unter einem Winkel φ neigenden Geraden senkrecht stehen, so ist der Ort der Fokalachsen h_i derselben eine parabolische Regelschaar. Das hyperbolische Paraboloid $H_i^{(2)}$, als Träger dieser Regelschaar, hat $e^{(2)}$ zur Fokalparabel. Der Scheitel S_h derselben teilt die vom Scheitel S und Brennpunkt H der Parabel $e^{(2)}$ begrenzte Strecke in der Weise, daß

$$S_h H \operatorname{tang}^2 \varphi = S S_h.$$

Mit Veränderung des Winkels φ ändern sich auch die hyperbolischen Paraboloide $H_i^{(2)}$ und beschreiben die ganze konfokale Schaar, und ihre Punkte erfüllen daher den ganzen Raum.

Die Punkte eines jeden der Zylinder $C_i^{(2)}$ haben gleichen Abstand von einem beliebigen Punkte F ihrer eigenen Fokalachse h_i und von der Leitlinie f des Normalschnittes, dessen Brennpunkt F ist."

Daher:

Ist ein Punkt F und eine Parabel $e^{(2)}$ gegeben, so kann man stets zwei zur Achse der $e^{(2)}$ senkrechte und zu ihrer Leitlinie unter einem gewissen Winkel φ sich neigende Geraden f und f' finden, welche die Eigenschaft haben, daß der Abstand der Punkte der Parabel sowohl von F und f, wie auch von F und f' gleich sei. Die Geraden f und f' sind Spiegelbilder voneinander in bezug auf die Ebene der $e^{(2)}$ und treffen diese Ebene in einem außerhalb der Parabel $e^{(2)}$ liegenden Punkte.

Die Hauptebenen der obigen Zylinder $C_i^{(2)}$ treffen die zu gehörigen Leitebenen in solchen Geraden g_i, deren Ort ebenfalls eine parabolische Regelschaar ist. Jede dieser Geraden g_i trifft nämlich die Ebene der $e^{(2)}$ in demjenigen Punkte G_i des Durchmessers $N_i H_i \equiv a_i$, welcher von N_i denselben Abstand hat wie der Punkt H_i. Also liegen auch diese Punkte G_i auf einer Parabel $g_i^{(2)}$ und die Geraden g_i auf einem hyperbolischen Paraboloide $G_i^{(2)}$. Auch hier sind wie in den früheren Fällen die Flächen $H_i^{(2)}$ und $G_i^{(2)}$ Polargebilde voneinander in bezug auf $N_i^{(2)}$. Denn die Hauptebenen der Zylinder $C_i^{(2)}$ treffen jene Flächen in

den Parallelen h_i, g_i und n_i, und die Polarebenen der Punkte der h_i in bezug auf $N_i^{(2)}$ gehen durch die entsprechende Gerade g_i und berühren daher $G_i^{(2)}$.

* * *

22. Nachdem wir im Bisherigen alle möglichen Fälle betrachtet haben, gehen wir zu den einzelnen *Konstruktionen* über.

Zu dem Ende nehmen wir zuerst in der Ebene ε eine Ellipse $e^{(2)}$ an, deren Haupt- und Nebenachse $2a$ bezw. $2b$, und deren Exzentrizität c ist. Wir nehmen ferner eine zur Hauptachse der $e^{(2)}$ senkrechte und zur Nebenachse unter dem Winkel φ sich neigende Gerade f an, welche ε außerhalb der Ellipse $e^{(2)}$ trifft, und konstruieren aus diesen Daten die Strecke

$$m = \sqrt{a^2 - b^2 \sin^2\varphi} = \sqrt{c^2 + b^2 \cos^2\varphi}.$$

Verkürzt man dann den Abstand der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von der Geraden f im Verhältnisse $m : c$ und beschreibt mit diesen verkürzten Strecken aus den betreffenden Punkten der Ellipse Kugeln, so treffen sich diese (laut dem 10. und 11. Punkte) in einem reellen oder imaginären Punktpaar FF'. Dieses Punktepaar und die Gerade f hat gegenüber der Ellipse $e^{(2)}$ die Lage, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von F und f, wie auch von F' und f gleich ist dem Verhältnisse $c : m\,(< 1)$. —

Wenn aber f zur Nebenachse der $e^{(2)}$ senkrecht steht und sich zur Hauptachse unter einem solchen Winkel φ neigt, daß $\sin\varphi > \frac{b}{a}$, wenn ferner f die ε in einem innerhalb der Ellipse liegenden Punkte trifft, und schließlich

$$m_1 = \sqrt{a^2 \sin^2\varphi - b^2}$$

ist, so vergrößere man die Abstände der Punkte der Ellipse von f in dem Verhältnisse $m_1 : c$ und beschreibe mit den vergrößerten Strecken aus den betreffenden Punkten der Ellipse Kugeln. Auch diese treffen sich (laut 12 und 13) in einem reellen oder imaginären Punktpaare FF', und das Verhältnis der Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von F und f, sowie von F' und f ist gleich dem Verhältnisse $c : m_1\,(> 1)$. —

Nehmen wir zweitens in der Ebene ε die Hyperbel $e^{(2)}$ an deren Hauptachse $2a$, deren Exzentrizität c ist, und deren Potenzpunkte auf der Nebenachse den Abstand $2b$ haben. Wir nehmen ferner eine zur Hauptachse der $e^{(2)}$ senkrechte und zur Nebenachse unter dem Winkel φ sich neigende Gerade f an, welche ε außerhalb $e^{(2)}$ trifft und konstruieren die Strecke

$$m_3 = \sqrt{a^2 + b^2 \sin^2\varphi}.$$

Verkürzt man die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von f im Verhältnisse $m_3 : c$ und beschreibt mit diesen verkürzten Strecken aus den betreffenden Punkten Kugeln, so gehen dieselben (laut 16 und 17) durch die zwei reellen oder imaginären Punkte FF'. Das Verhältnis der Abstände der Punkte der Hyperbel $e^{(2)}$ von F und f, wie auch von F' und f ist daher $c : m_3 (< 1)$. —

Wenn aber die Gerade f auf die Nebenachse der $e^{(2)}$ senkrecht steht und sich zur Hauptachse unter dem Winkel φ neigt und ε innerhalb $e^{(2)}$ trifft, wenn ferner

$$m_2 = \sqrt{a^2 \sin^2\varphi + b^2}$$

ist, so muß man die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von f im Verhältnisse $m_2 : c$ verkürzen und mit den verkürzten Strecken von den betreffenden Hyperbelpunkten Kugeln beschreiben. Diese schneiden sich (laut dem 14. und 15. Punkte) in dem Punktpaare FF', und das Verhältnis der Abstände der Punkte der Hyperbel von F und f, sowie von F' und f ist also gleich dem Verhältnisse $c : m_2 (< 1)$. —

Nehmen wir endlich drittens zu einer Parabel $e^{(2)}$ der Ebene ε eine zu ihrer Achse senkrechte und zu ihrer Leitlinie unter dem Winkel φ sich neigende Gerade f an, welche ε außerhalb der Parabel trifft. Beschreibt man aus den Punkten der Parabel solche Kugeln, welche die Gerade f berühren, so schneiden sich diese (laut 20 und 21) in einem reellen oder imaginären Punktpaare FF'. Also ist der Abstand der Punkte der Parabel von F, F' und f gleich.* —

* Ist die Gleichung der Parabel $e^{(2)}$: $y^2 = 4px$, bedeuten u, v die Koordinaten der Spur von f auf ε bezüglich desselben rechtwinkeligen Koordinatensystems, und bildet f mit ε den Winkel φ, so sind die Ko-

Wenn sich aber die Gerade f zur Achse der Parabel unter dem Winkel φ neigt, zur Leitlinie derselben senkrecht steht und die ε innerhalb der Parabel trifft, so müssen wir die Abstände der Punkte der Parabel von f im Verhältnisse $1 : \sin\varphi$ verkürzen und mit diesen verkürzten Strecken aus den betreffenden Punkten der Hyperbel Kugeln beschreiben. Diese Kugeln schneiden sich (laut 18 und 19) in den Punkten F, F', und das Verhältnis der Abstände der Punkte der Parabel von F und f, sowie von F' und f ist gleich $\sin\varphi$.

Alle diese Konstruktionen, mittels welcher man zu einem Kegelschnitt $e^{(2)}$ und einer Geraden f den Punkt F (und F') so bestimmen kann, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte des Kegelschnittes von der Geraden f und dem Punkte F (oder F') ein konstantes ist, — sind zweiten Grades.

22a. Für den Punkt F kann man einen Ort angeben, auf welchem er in allen betrachteten Fällen liegen muß.

Es sei f die Leitlinie eines Meridians $d^{(2)}$ der obigen Rotationsflächen (Sferoid, einschaliges Hyperboloid, oder parab. Zylinder), und F der dazu gehörige Brennpunkt. Die Polare der Geraden f geht durch F und steht auf die Ebene der $d^{(2)}$ senkrecht. Die Polarebene π eines beliebigen Punktes P der Geraden f steht im Punkte F senkrecht auf der Geraden PF.

Schneidet daher eine beliebige Ebene ε eine jener Rotationsflächen im Kegelschnitt $e^{(2)}$ und die Gerade f im Punkte P, so geht die Polarebene von P durch die Polare p des Punktes P

---

ordinaten der orthogonalen Projektion des Punktes F auf ε:

$$\xi = u + 2p\cos^2\varphi, \quad \eta = v\sin^2\varphi,$$

und der Abstand des Punktes F von der Ebene ε ist

$$\xi = \cos\varphi\sqrt{v^2\sin^2\varphi - 4p(u + p\cos^2\varphi)}.$$

Bezeichnen nämlich (xy) die Koordinaten eines Punktes, so folgt aus den gleichen Abständen dieses Punktes von f und F:

$$(x-u)^2 + (y-v)^2\sin^2\varphi$$
$$= (x - u - 2p\cos^2\varphi)^2 + (y - v\sin^2\varphi)^2 + \cos^2\varphi(v^2\sin^2\varphi - 4p(u + p\cos^2\varphi))$$

die Gleichung obiger Parabel.

F ist daher nur dann reell, wenn

$$v^2\sin^2\varphi - 4p(u + p\cos^2\varphi) \geqq 0.$$

in bezug auf $e^{(2)}$, und der Punkt F liegt auf demjenigen Kreis $\varkappa$, den die Fußpunkte der vom Punkte P auf die Ebenen der p gefällten Senkrechten bilden.

Daraus folgt:

Ist das Verhältnis der Abstände der Punkte des Kegelschnitts $e^{(2)}$ von der Geraden f und dem Punkte F ein konstantes, ist ferner P der Schnittpunkt der Geraden f mit der Ebene von $e^{(2)}$, und Q der Fußpunkt des vom Punkte P auf seine Polare p gefällten Lotes, so liegt der Punkt F auf demjenigen Kreis $\varkappa$, dessen Durchmesser PQ ist und dessen Ebene auf p senkrecht steht.

23. Nehmen wir wieder in der Ebene ε den Kegelschnitt $e^{(2)}$ und irgendwo einen Punkt F an. Bestimmen wir aus diesen Daten die Gerade f in der Weise, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte des Kegelschnitts von F und f ein konstantes sei.

Es sei zuerst $e^{(2)}$ eine Ellipse, deren Haupt- und Nebenachse mit $2a$ bezw. $2b$ und deren Exzentrizität mit c bezeichnet werde.

Durch F führen wir jenes einschalige Hyperboloid $H_i^{(2)}$, dessen Fokalellipse $e^{(2)}$ ist.

Bezeichnet $2\mathfrak{b}$ den Abstand der Potenzpunkte auf der zur Ebene ε senkrechten Achse des Hyperboloids $H_i^{(2)}$, und ist

$$\mathfrak{c}^2 = a^2 - \mathfrak{b}^2, \qquad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{b}}{b} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}},$$

so ist $H_i^{(2)}$ der Ort der Fokalkreise derjenigen durch $e^{(2)}$ gehenden ähnlichen und ähnlich liegenden Sferoide $D_i^{(2)}$, deren Rotationsachsen mit der Ebene und der Nebenachse von $e^{(2)}$ einen Winkel φ bilden (10. und 11. Punkt). Und da das Verhältnis der Haupt- und Nebenachsen der Sferoide $a : \mathfrak{b}$ ist, so ist das Verhältnis der Abstände der Punkte der Sferoide $D_i^{(2)}$, und folglich auch der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von einem beliebigen Punkte des Fokalkreises irgend eines der Sferoide und von der zugehörigen Leitlinie ihres Meridianes gleich $\mathfrak{c} : a$.

Vergrößert man daher die Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von F im Verhältnisse $\mathfrak{c} : a$ und beschreibt aus den betreffenden Ellipsenpunkten mit den vergrößerten Strecken Kugeln, so sind die gemeinsamen Tangenten f und f' derselben die gewünschten Geraden. Je zwei Kugeln, deren Mittelpunkte in bezug auf die Nebenachse der $e^{(2)}$ symmetrisch liegen, treffen sich in einem

Kreise, und alle diese Kreise liegen in einer zur Hauptachse der $e^{(2)}$ senkrechten Ebene und ihre gemeinsamen Tangenten sind die gewünschten Geraden f und f'. Mittels jener Kreise kann man daher die Geraden f und f', welche die Ebene der $e^{(2)}$ außerhalb der Ellipse $e^{(2)}$ treffen, leicht konstruieren. —

24. Führen wir jetzt durch den gegebenen Punkt F dasjenige Ellipsoid $H_i^{(2)}$, dessen Fokalellipse $e^{(2)}$ ist.

Ist $2\mathfrak{a}$ die Länge der zur Ebene der $e^{(2)}$ senkrechten Achse derselben und

$$\mathfrak{c}^2 = \mathfrak{a}^2 + b^2, \quad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{a}}{a} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}},$$

so wird das Ellipsoid $H_i^{(2)}$ der Ort der Fokalkreise derjenigen durch $e^{(2)}$ gehenden ähnlichen und ähnlich liegenden einschaligen Rotationshyperboloide $D_i^{(2)}$ sein, deren Rotationsachsen mit der Ebene und der Hauptachse der $e^{(2)}$ den Winkel φ bilden (12. und 13. Punkt). Das Verhältnis der Abstände der Punkte dieser Hyperboloide und also auch der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ von irgend einem Punkte des Fokalkreises einer der Hyperboloide und von der dazu gehörigen Leitlinie des Meridians ist gleich $\mathfrak{c} : b$.

Verkleinert man daher die Abstände der Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ vom Punkte F im Verhältnisse $\mathfrak{c} : b$ und beschreibt mit den verkürzten Strecken von den betreffenden Ellipsenpunkten Kugeln, so sind ihre gemeinsamen Tangenten f und f' die gewünschten Geraden. Je zwei der Kugeln, deren Mittelpunkte in bezug auf die Hauptachse der $e^{(2)}$ symmetrisch liegen, treffen sich in einem Kreise, und alle diese Kreise liegen in einer zur Nebenachse der $e^{(2)}$ senkrechten Ebene, und ihre gemeinsamen Tangenten sind f und f'. Mittels dieser Kreise kann man daher die Geraden f und f', welche die Ebene der $e^{(2)}$ innerhalb der Ellipse $e^{(2)}$ treffen, finden.

25. Es sei zweitens $e^{(2)}$ eine in der Ebene ε liegende Hyperbel, deren Hauptachse $2a$, deren Elektrizität c ist und deren Potenzpunkte den Abstand $2b$ haben.

Durch den Punkt F führen wir dasjenige einschalige Hyperboloid, dessen Fokalhyperbel die $e^{(2)}$ ist.

Bezeichnet man den Abstand der Potenzpunkte auf der zur Hauptebene ε des Hyperboloids senkrechten Achse mit $2\mathfrak{b}$ und ist

$$\mathfrak{c}^2 = a^2 + \mathfrak{b}^2, \quad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{b}}{b} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}},$$

so ist das Hyperboloid der Ort der Fokalkreise derjenig
$e^{(2)}$ gehenden ähnlichen und ähnlich liegenden einschalig
tionshyperboloide $D_i^{(2)}$, deren Rotationsachsen mit der Eb
der Nebenachse der $e^{(2)}$ den Winkel φ bilden (16. und 17.
Das Verhältnis der Abstände der Punkte dieser Hype
$D_i^{(2)}$ und also auch der Punkte der Hyperbel $e^{(2)}$ von irgen
Punkte des Fokalkreises eines der Hyperboloide und
Leitlinie des entsprechenden Meridians ist gleich $\mathfrak{c} : a$.

Verkürzt man daher die Abstände der Punkte der
$e^{(2)}$ von dem Punkte F im Verhältnisse $\mathfrak{c} : a$ und beschr
den betreffenden Hyperbelpunkten mit den verkürzten
Kugeln, so sind die gemeinsamen Tangenten f und f' d
die gewünschten Geraden. Je zwei dieser Kugeln, deren
punkte in bezug auf die Nebenachse der Hyperbel sym
liegen, treffen sich in einem Kreise; die gemeinsame Eb
selben steht auf der Hauptachse der Hyperbel senkrecht,
gemeinsamen Tangenten f und f' bilden mit der Nebena
Winkel φ. Mittels dieser Kreise kann man daher die
f und f', welche die Ebene der $e^{(2)}$ außerhalb der Hyp
treffen, leicht finden.

26. Führen wir nunmehr durch den Punkt F dasjeni
schalige Hyperboloid, dessen Fokalhyperbel ebenfalls $e^{(2)}$

Haben die Potenzpunkte der zur Hauptebene ε derselb
rechten Achse den Abstand $2\mathfrak{a}$ und ist

$$\mathfrak{c}^2 = \mathfrak{a}^2 + b^2, \quad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{a}}{a} \cdot \frac{c}{\mathfrak{c}},$$

so ist jenes Hyperboloid der Ort der Fokalkreise derjenig
die Hyperbel $e^{(2)}$ gehenden ähnlichen und ähnlich liegen
schaligen Rotationshyperboloide $D_i^{(2)}$, deren Rotationsach
der Ebene und der Hauptachse der $e^{(2)}$ den Winkel φ bil
und 15. Punkt). Das Verhältnis der Abstände der Pu
Hyperboloide $D_i^{(2)}$ und also auch der Punkte der Hyp
von irgend einem Punkte des Fokalkreises eines der Hype
und von der Leitlinie des entsprechenden Meridians ist gl

Verkürzt man daher die Abstände der Punkte der Hyp

om Punkte F diesmal im Verhältnis $c : b$ und beschreibt aus den etreffenden Hyperbelpunkten mit diesen verkürzten Strecken ieder Kugeln, so sind ihre gemeinsamen Tangenten f und f' die ewünschten Geraden. Je zwei der Kugeln, deren Mittelpunkte n bezug auf die Hauptachse der $e^{(2)}$ symmetrisch sind, treffen ich in solchen Kreisen, welche in einer zur Nebenachse der $e^{(2)}$ enkrechten gemeinsamen Ebene liegen, und ihre gemeinsamen Tangenten f und f' bilden mit der Hauptachse der $e^{(2)}$ den Winkel φ. Mittels dieser Kreise kann man daher die Geraden und f' finden, welche die Ebene der $e^{(2)}$ innerhalb der Hyperel $e^{(2)}$ treffen.

27. Nehmen wir schließlich drittens in der Ebene ε eine Parabel $e^{(2)}$ an, deren Brennpunkt vom Scheitel den Abstand p hat.

Durch den Punkt F führen wir jetzt dasjenige elliptische Paraboloid, dessen Fokalparabel die $e^{(2)}$ ist und welches diese Fokalparabel einschließt.

Hat der Scheitel dieses Paraboloids vom Scheitel der Parabel den Abstand s und ist

$$\sin^2 \varphi = \frac{p}{p+s},$$

so ist das Paraboloid der Ort der Fokalkreise derjenigen durch $e^{(2)}$ gehenden ähnlichen und ähnlich liegenden einschaligen Rotationshyperboloide $D_i^{(2)}$, deren Rotationsachsen mit der Ebene und der Achse der $e^{(2)}$ den Winkel φ bilden (18. und 19. Punkt). Das Verhältnis der Abstände der Punkte der Hyperboloide und also auch der Punkte der Parabel $e^{(2)}$ von irgend einem Punkte des Fokalkreises eines der Hyperboloide und von der Leitlinie des entsprechenden Meridians ist gleich $1 : \sin \varphi$.

Verkürzt man daher die Abstände der Punkte der Parabel $e^{(2)}$ von F im Verhältnis $\sqrt{s+p} : \sqrt{p}$ und beschreibt mit den verkürzten Streckten aus den betreffenden Punkten der Parabel Kugeln, so sind die gemeinsamen Tangenten f und f' derselben die gewünschten Geraden. Je zwei der Kugeln, deren Mittelpunkte in bezug auf die Achse der $e^{(2)}$ symmetrisch liegen, treffen sich in einem Kreise. Alle diese Kreise liegen in einer zur Leitlinie der $e^{(2)}$ senkrechten Ebene, und ihre gemeinsamen Tangenten f und f' bilden mit der Achse der $e^{(2)}$ den Winkel φ.

Mittels dieser Kreise kann man daher die Geraden f und f' finden, welche die Ebene der $e^{(2)}$ innerhalb der Parabel $e^{(2)}$ schneiden.

28. Führen wir noch durch den Punkt F dasjenige hyperbolische Paraboloid, dessen Fokalparabel die $e^{(2)}$ ist.

Hat der Scheitel desselben vom Scheitel der Parabel den Abstand s und ist

$$\sin^2 \varphi = \frac{p - s}{p},$$

so ist das Paraboloid der Ort der Fokalachsen derjenigen durch die Parabel $e^{(2)}$ gehenden Zylinder $C_i^{(2)}$, deren Erzeugende mit der zur Achse der Parabel parallelen und zur Ebene derselben unter dem Winkel φ sich neigenden Ebene parallel laufen (20. und 21. Punkt). Die Punkte dieser Zylinder $C_i^{(2)}$ und also auch die Punkte der Parabel haben von irgend einem Punkte der Fokalachse eines beliebigen der Zylinder und von der Leitlinie desjenigen Normalschnittes, dessen Brennpunkt der angenommene Punkt ist, gleichen Abstand.

Beschreibt man also aus den Punkten der Parabel $e^{(2)}$ Kugeln, welche durch F gehen, so sind die gemeinsamen Tangenten f und f' derselben die gewünschten Geraden. Konstruiert man zu diesen Kugeln diejenigen Berührungszylinder, deren Erzeugende sich zur Ebene und zur Leitlinie der Parabel unter dem Winkel φ neigen, so sind die gemeinsamen Erzeugenden dieser Zylinder die Geraden f und f'. Diese sind in bezug auf die Ebene der $e^{(2)}$ symmetrisch und treffen diese in einem außerhalb der Parabel $e^{(2)}$ liegenden Punkte.

29. Die unter 23—28 angeführten Konstruktionen erfordern die Kenntnis der Lösung der Aufgabe:

Durch den Punkt F eine Fläche zweiter Ordnung zu führen, deren Fokalkegelschnitt ein gegebener Kegelschnitt $e^{(2)}$ sei.

Durch F gehen drei Flächen zweiter Ordnung $F_1^{(2)}$, $F_2^{(2)}$ und $F_3^{(2)}$, deren Fokalkegelschnitt $e^{(2)}$ ist; und zwar: ist $e^{(2)}$ eine Ellipse oder Hyperbel, so sind die drei Flächen bezw. ein Ellipsoid, ein zweischaliges Hyperboloid, ein einschaliges Hyperboloid; wenn aber $e^{(2)}$ eine Parabel ist, so sind $F_1^{(2)}$ und $F_2^{(2)}$ elliptische Paraboloide, während $F_3^{(2)}$ ein hyperbolisches Paraboloid ist.

Die Normalen x, y, z dieser Flächen im Punkte F sind die Achsen desjenigen Kegels $F \cdot e^{(2)}$ zweiter Ordnung, dessen Erzeugende die Punkte der $e^{(2)}$ aus F projizieren, sowie die Achsen desjenigen Kegels $F \cdot e_1^{(2)}$ zweiter Ordnung, dessen Erzeugende die Punkte des zu $e^{(2)}$ Fokalkegelschnitts $e_1^{(2)}$ aus F projizieren. Und zwar: wenn $e^{(2)}$ eine Ellipse, daher $e_1^{(2)}$ eine Hyperbel ist, so ist die elliptische Achse des Kegels $F \cdot e^{(2)}$ die Normale des Ellipsoids $F_1^{(2)}$; die elliptische Achse y des Kegels $F \cdot e_1^{(2)}$ die Normale des zweischaligen Hyperboloids $F_2^{(2)}$, also die Achse z die Normale des einschaligen Hyperboloids $F_3^{(2)}$. Wenn aber $e^{(2)}$ und $e_1^{(2)}$ Fokalparabeln sind, so sind die elliptische Achsen x und y der Kegel $F \cdot e^{(2)}$ und $F \cdot e_1^{(2)}$ die Normalen der zwei elliptischen Paraboloide $F_1^{(2)}$ und $F_2^{(2)}$, während z die Normale des hyperbolischen Paraboloids $F_3^{(2)}$ ist.

Nachdem die Spuren der Achsen x, y, z auf den Ebenen der Kegelschnitte $e^{(2)}$, $e_1^{(2)}$ die Endpunkte je eines Polardreiecks dieser Kegelschnitte sind, so ist im ersten Falle die Achse x, welche die Ebene der $e^{(2)}$ innerhalb dieser Ellipse trifft, die Normale des die $e^{(2)}$ in sich schließenden Ellipsoids $F_1^{(2)}$; die Achse y aber, welche die Ebene der $e_1^{(2)}$ innerhalb dieser Hyperbel trifft, die Normale des die $e_1^{(2)}$ in sich schließenden zweischaligen Hyperboloids $F_2^{(2)}$. Im zweiten Falle ist die Achse x, welche die Ebene der $e^{(2)}$ innerhalb dieser Parabel trifft, die Normale des die $e^{(2)}$ in sich schließenden elliptischen Paraboloids $F_1^{(2)}$ und die Achse y, welche die Ebene der $e_1^{(2)}$ innerhalb dieser Parabel trifft, die Normale des die $e_1^{(2)}$ in sich schließenden andern elliptischen Paraboloids $F_2^{(2)}$.

Nachdem wir aus diesen Ergebnissen wissen, welche der Normalen zu $F_1^{(2)}$, $F_2^{(2)}$ resp. $F_3^{(2)}$ gehört, wollen wir sehen, wie man entweder die Längen der auf den Ebenen der Fokalkegelschnitte $e^{(2)}$ und $e_1^{(2)}$ senkrechten Achsen oder die auf der Achse der $e^{(2)}$ liegenden Scheitel jener Flächen findet, denn die Konstruktionen 23—28 erfordern die Kenntnis derselben.

30. Bezeichnen wir den gemeinsamen Mittelpunkt der Fokalkegelschnitte $e^{(2)}$ und $e_1^{(2)}$ mit C, die Scheitel auf der gemeinsamen Hauptachse derselben bezw. mit SS' und S_1S_1'; die Schnittpunkte der Achse SS' mit der vom Punkte F auf die Achse SS' gefällten

senkrechten Ebene μ und mit den Ebenen $[yz]$, $[zx]$, $[xy$
mit M, M_1, M_2 und M_3.

Die Ebenen $[yz]$, $[zx]$, $[xy]$ sind bezw. Tangentia
der Flächen $F_1^{(2)}$, $F_2^{(2)}$ und $F_3^{(2)}$ im Punkte F, also
Ebene μ die Polarebene der Punkte M_1, M_2, M_3 un
sind MM_1, MM_2, MM_3 konjugierte Pole in bezug auf F
resp. $F_3^{(2)}$.

Die Scheitel S, S' sind die Brennpunkte derjenigen
schnitte der Flächen $F_1^{(2)}$, $F_2^{(2)}$, $F_3^{(2)}$, deren Ebene du
geht und auf der Ebene der $e^{(2)}$ senkrecht steht; die Scheite
sind die Brennpunkte derjenigen Hauptschnitte jener
deren Ebene ebenfalls durch SS' geht und auf der Eb
$e_1^{(2)}$ senkrecht steht.

Darum haben die Potenzpunkte der zur Ebene der E
senkrechten Achse des einschaligen Hyperboloids $F_3^{(2)}$
stand (23)

$$2\mathfrak{b} = \sqrt{CM \cdot CM_3 + \overline{CS}^2},$$

die Länge der zur Ebene der $e^{(2)}$ senkrechten Achse des E
$F_1^{(2)}$ ist gleich (24)

$$2\mathfrak{a} = \sqrt{CM \cdot CM_1 - \overline{CS}^2},$$

die Länge der zur Ebene der Hyperbel $e_1^{(2)}$ senkrechten A
einschaligen Hyperboloides ist gleich (25)

$$2\mathfrak{b} = \sqrt{CM \cdot CM_3 - \overline{SC}^2},$$

endlich haben die Potenzpunkte der zur Ebene der e_1
rechten Achse des zweischaligen Hyperboloids $F_2^{(2)}$
stand (26)

$$2\mathfrak{a} = \sqrt{CM \cdot CM_2 + \overline{CS}^2}.$$

Mit Hilfe dieser Strecken lassen sich aber jene Prop
unter 23—26, sowie die Winkel φ konstruieren.

Nehmen wir jetzt den zweiten Fall in Betracht, bei
$e^{(2)}$ und $e_1^{(2)}$ Fokalparabeln sind mit den Scheiteln S und
bezeichnen wieder die Treffpunkte der gemeinsamen Ach
Parabeln mit den aus dem Punkte F auf diese Achse
senkrechten Ebenen μ und den Ebenen $[yz]$, $[zx]$, $[xy$

mit M, M_1, M_2 und M_3. Die Punktpaare M, M_1; M, M_2; M, M_3 sind konjugierte Pole in bezug auf die elliptischen Paraboloide $F_1^{(2)}$, $F_2^{(2)}$ resp. auf das hyperbolische Paraboloid $F_3^{(2)}$, also sind die Halbierungspunkte C_1, C_2, C_3 der Strecken MM_1, MM_2, MM_3 die Scheitel derselben.

Die Punkte S, S_1 sind die Brennpunkte derjenigen Hauptschnitte der Paraboloide, deren Ebenen bezw. auf den Ebenen der $e^{(2)}$ und $e_1^{(2)}$ senkrecht stehen.

Die in 27 mit p und s bezeichneten Strecken sind daher SS_1 und C_1S, und die im Punkte 28 mit s bezeichnete Strecke ist C_3S.

Mittels dieser Strecken lassen sich daher die im 27. und 28. Punkt mit φ bezeichneten Winkel konstruieren.

Damit haben wir in allen sechs Fällen gezeigt, wie sich die angegebene Aufgabe lösen läßt, wenn der Punkt F gegeben ist. Aber diese Konstruktion unterscheidet sich von der andern, bei welcher nebst dem Kegelschnitt die Gerade f gegeben ist, dadurch, daß sie *kubisch* ist, denn sie erfordert die Bestimmung der Achsen eines allgemeinen Kegels zweiter Ordnung, welche eine kubische Aufgabe ist.

Daher:

Diejenigen Konstruktionen, mittels welchen wir zu einem Punkte F eine Gerade f so bestimmen können, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte eines gegebenen Kegelschnittes $e^{(2)}$ von F und f ein konstantes sei, sind im allgemeinen kubisch.

II. Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von einer Ebene und einem Punkte konstant sind.

31. Dreht man die drei Kegelschnitte: die Ellipse, Hyperbel und Parabel um ihre Hauptachsen, so entstehen die drei Rotationsflächen, welche Brennpunkte und Leitebenen haben, nämlich das Ellipsoid, das zweischalige Hyperboloid und das elliptische Paraboloid. Das Verhältnis der Abstände der Punkte dieser Flächen von irgend einem ihrer Brennpunkte und der dazu gehörigen Leitebene ist ein konstantes. Da nun jede Ebene diese Flächen in Kegelschnitten trifft, *so ist auch der Ort der Punkte in einer Ebene ε,*

deren Abstände von einem Brennpunkte F und von einer Ebene φ im konstanten Verhältnis λ stehen, ein Kegelschnitt $e^{(2)}$.

Bei $\lambda < 1$ ist $e^{(2)}$ eine Ellipse (Kreis); bei $\lambda = 1$ ist $e^{(2)}$ eine Ellipse oder Parabel; endlich bei $\lambda > 1$ ist $e^{(2)}$ ein beliebiger Kegelschnitt, denn diesen Fällen entsprechend sind die drei F, φ und λ bestimmten Rotationsflächen bezw. Ellipsoid, Paraboloid und zweischaliges Hyperboloid. Auch geht die Schnittlinie der Ebenen ε, φ stets parallel zur Leitlinie des Kegelschnittes $e^{(2)}$.

32. Lösen wir jetzt die umgekehrte Aufgabe, nämlich:

Ist in der Ebene ε ein Kegelschnitt $e^{(2)}$, ferner eine beliebig zu einer Leitlinie der $e^{(2)}$ parallele Ebene φ gegeben, so bestimme man den Punkt F in der Weise, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von F und φ ein konstantes sei.

Um die Aufgabe zu lösen, müssen wir folgende Hilfssätze vorausschicken:

1. „Geht eine Ebene π durch einen Brennpunkt F einer Rotationsfläche zweiter Ordnung $F^{(2)}$, so steht die Gerade, welche diesen Brennpunkt mit dem Pole P der Ebene π verbindet, senkrecht zu dieser Ebene."

Der Punkt P liegt nämlich in der Leitlinie desjenigen Meridians der Fläche, dessen Ebene durch P geht. Daher steht die Gerade PF nicht nur auf der Polare p_1 des Punktes P in bezug auf jenen Meridian senkrecht, sondern auch auf der durch p_1 gehenden und zu jener Meridianebene normalen Ebene π.

Daraus folgt:

Geht die Achse eines Büschels von konjugierten Polarebenen einer Rotationsfläche durch einen Brennpunkt desselben, so ist es ein orthogonales.

2. „Derjenige Kegel, welcher einen ebenen Schnitt einer Rotationsfläche zweiter Ordnung von einem ihrer Brennpunkte projiziert, ist ein Rotationskegel."

Es schneide die Ebene ε die Rotationsfläche $F^{(2)}$ und die Leitebene φ derselben in dem Kegelschnitt $e^{(2)}$ und in der Geraden p, ferner sei p_1 die Polare der p in bezug auf $F^{(2)}$. Nachdem die durch p_1 gehenden konjugierten Polarebenen der $F^{(2)}$ auch in bezug auf denjenigen Kegel $F \cdot e^{(2)}$ konjugierte Polar-

ebenen sind, welcher $e^{(2)}$ aus dem zu φ gehörigen Brennpunkte F projiziert, und nachdem p_1 auf ihrer Polarebene $[Fp]$ in bezug auf $F \cdot e^{(2)}$ senkrecht steht, so ist $F \cdot e^{(2)}$ ein Rotationskegel.

Die Treffpunkte P, P_1 des Polarenpaares p, p_1 mit der Hauptachse SS' des Kegelschnittes $e^{(2)}$ trennen die Scheitelpunkte S, S' harmonisch, und da $PF \perp p_1$ ist, so liegt der Brennpunkt F der Fläche $F^{(2)}$ auf demjenigen Kreis $k^{(2)}$, dessen Durchmesser PP_1 ist und dessen Ebene durch die Hauptachse der $e^{(2)}$ gehend auf φ senkrecht steht.

Aus dem Hilfssatze 2 folgt:

„Hat eine Rotationsfläche zweiter Ordnung Brennpunkte, so gehen die Fokalkegelschnitte jedes ebenen Schnittes der Fläche durch diese Brennpunkte."

33. Es sei $e^{(2)}$ ein in der Ebene ε gegebener Kegelschnitt, ferner φ eine zu den Leitlinien der $e^{(2)}$ parallele Ebene. Man bestimme den zur Leitebene φ gehörigen Brennpunkt derjenigen Rotationsfläche $F^{(2)}$, welche durch $e^{(2)}$ geht.

Der Punkt F liegt einerseits auf dem Fokalkegelschnitt $e_1^{(2)}$ des Kegelschnittes $e^{(2)}$, anderseits auf demjenigen Kreis $k^{(2)}$ der Ebene von $e_1^{(2)}$, welcher seinen Mittelpunkt auf der Hauptachse SS' von $e^{(2)}$ hat, die Scheitelpunkte SS' harmonisch trennt und durch den Treffpunkt von S, S' und φ geht. Jeder der Treffpunkte F und F' des Kreises $k^{(2)}$ und des Kegelschnittes $e_1^{(2)}$ kann als Brennpunkt einer durch $e^{(2)}$ gehenden Rotationsfläche $F^{(2)}$ betrachtet werden, deren zu dem Brennpunkte gehörige Leitebene φ ist. Daher ist das Verhältnis der Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ sowohl von F und φ wie auch von F' und φ ein konstantes.

Wie aus der Konstruktion ersichtlich, sind F und F' nur vom Kegelschnitt $e^{(2)}$ und der Spur p der Ebene φ auf ε abhängig. Und zwar trennen die Leitlinien des Kegelschnittes $e^{(2)}$ die Ebene ε in zwei Teile; in dem einen Teil liegt $e^{(2)}$ selbst, und in dem andern hat $e^{(2)}$ keinen reellen Punkt. Jenachdem nun $p \equiv (\varphi, \varepsilon)$ in dem ersten oder zweiten dieser Ebenenteile liegt oder in eine Leitlinie der $e^{(2)}$ fällt, sind FF' imaginär, reell und verschieden oder reell und koinzidierend.

Auch können wir leicht die Gattung der durch $e^{(2)}$ gelegten

Rotationsfläche $F^{(2)}$ bestimmen, wenn sich die Ebene φ um ihre Spur p dreht.

Nachdem man aus $e^{(2)}$ und p die Punkte F und F' bestimmt hat, welche einzeln als Brennpunkte der Flächen $F^{(2)}$ betrachtet werden können, beschreibe man aus dem einen der Scheitelpunkte der Hauptachse des Kegelschnittes $e^{(2)}$ eine Kugel $\gamma^{(2)}$. Durch p kann man 2, 1 oder 0 reelle Tangentialebenen zu $\gamma^{(2)}$ führen, jenachdem $e^{(2)}$ eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel ist. Die Fläche $F^{(2)}$ selbst ist ein zweischaliges Hyperboloid, Ellipsoid oder Paraboloid, jenachdem die als Leitebene des Brennpunktes F (oder F') betrachtete Ebene φ des Büschels p die Kugel $\gamma^{(2)}$ in einem reellen oder imaginären Kreise schneidet oder dieselbe berührt. Wenn $e^{(2)}$ eine Ellipse ist, so kann man demnach durch sie ∞^1 zweischalige Hyperboloide, ∞^1 Ellipsoide und zwei Paraboloide legen; wenn $e^{(2)}$ eine Parabel ist, so kann man durch sie ∞^1 zweischalige Hyperboloide und ein Paraboloid legen; endlich wenn $e^{(2)}$ eine Hyperbel ist, so kann man durch sie nur ∞^1 zweischalige Hyperboloide legen, deren Leitebene die Ebene der $e^{(2)}$ in einer gegebenen und zur Leitlinie der $e^{(2)}$ parallelen Geraden p trifft. In allen drei Fällen verkümmern zwei der Hyperboloide in Rotationskegel und eins in die Ebene ε der $e^{(2)}$. Für diese Rotationskegel gehen die entsprechenden Ebenen φ durch die Brennpunkte F oder F'.

Wir sehen aus diesen Untersuchungen, *wie man, wenn ein Kegelschnitt $e^{(2)}$ und ein Punkt F seines Fokalkegelschnittes $e_1^{(2)}$ gegeben ist, eine Ebene so bestimmen kann, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von F und φ ein konstantes sei.*

Die zu $e_1^{(2)}$ gehörige Normalebene des Punktes F trifft die Ebene der $e^{(2)}$ in p; jede Ebene des Büschels p hat schon die gewünschte Eigenschaft.

Dies ist laut 7 auch unmittelbar ersichtlich. Denn nachdem das Verhältnis der Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von F und p ein konstantes ist, so stehen auch die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von F und jeder Ebene des Büschels p in konstantem Verhältnis.

34. Aus den Hilfssätzen unter 32 kann man eine einfache Konstruktion der Fokalstrahlen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ ableiten.

Führt man durch den Punkt M Tangentialebenen zur Rota-

tionsfläche zweiter Ordnung $F^{(2)}$, deren Brennpunkte F und F' sind, so berühren dieselben $F^{(2)}$ in den Punkten eines Kegelschnittes $e^{(2)}$, und die konjugierten Polarebenen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ sind auch in bezug auf $F^{(2)}$ konjugiert. Da aber die konjugierten Ebenen der Büschel MF und MF' in bezug auf $F^{(2)}$, also auch in bezug auf $M \cdot e^{(2)}$ je ein orthogonales involutorisches Ebenenbüschel bilden, so sind MF und MF' die Fokalstrahlen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$.

Die Strahlen MF und MF' berühren aber den Fokalkegelschnitt $e_1^{(2)}$ des Kegelschnittes $e^{(2)}$ in den Punkten F und F'. Denn nach Früherem wird $e^{(2)}$ aus F und F' durch Rotationskegel projiziert, deren Rotationsachsen die Tangenten der $e_1^{(2)}$ sind. Daraus folgt:

Zwei beliebige Tangenten eines Kegelschnittes sind Fokalstrahlen desjenigen Kegels, welcher den Fokalkegelschnitt des ersteren Kegelschnittes aus dem Treffpunkte der Tangenten projiziert.

Ist also ein Kegelschnitt $e^{(2)}$ und ein Punkt M im Raume gegeben, dessen orthogonale Projektion M' auf die Ebene ε der $e^{(2)}$ auf der Hauptachse SS' dieses Kegelschnittes liegt, so sind die vom Punkte M zum Fokalkegelschnitt $e_1^{(2)}$ der $e^{(2)}$ geführten Tangenten die Fokalstrahlen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$.

Kann man aber vom Punkte M keine reellen Tangenten zum Fokalkegelschnitt $e_1^{(2)}$ legen, so sei N der Punkt, welcher M' von den Brennpunkten des Kegelschnittes $e^{(2)}$ harmonisch trennt, und $k^{(2)}$ der über den Durchmesser NM' beschriebene Kreis in der Ebene ε. Dieser Kreis trifft eine der winkelhalbierenden Ebenen desjenigen Winkels, dessen Schenkel die von M zu den Scheitelpunkten S, S' auf der Hauptachse des Kegelschnittes geführten Strahlen MS, MS' sind, in zwei Punkten U, V, welche auf den Fokalstrahlen MU, MV des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ liegen. Denn die konjugierten Polarebenen dieser Strahlen in bezug auf den Kegel bilden eine orthogonale Involution.

Fällt schließlich die orthogonale Projektion M' des Punktes M auf die Nebenachse des Kegelschnittes $e^{(2)}$, so trifft der durch M' und durch die Brennpunkte F, F' der $e^{(2)}$ gelegte Kreis eine der winkelhalbierenden Ebenen derjenigen Winkel, deren Schenkel die Scheitelpunkte auf der Nebenachse der $e^{(2)}$ aus M projizieren,

ebenfalls in zwei Punkten, welche aus demselben Grunde wie oben auf den Fokalstrahlen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ liegen.

Nehmen wir jetzt den allgemeinsten Fall an, nämlich daß das Polardreieck ABC des Kegelschnittes $e^{(2)}$ das Spurendreieck der Hauptebenen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ ist und suchen wir die Fokalstrahlen und zyklischen Ebenen dieses Kegels. Die orthogonale Projektion M' des Kegelscheitels M auf die Ebene ε der $e^{(2)}$ ist der Höhepunkt des Dreiecks ABC. Die Polare m von M' in bezug auf $e^{(2)}$ trifft die Gegenseitenpaare $BC, M'A$; $CA, M'B$; $AB, M'C$ des Vierecks $ABCM'$ in den Punktpaaren A_1, A_1'; B_1, B_1'; C_1, C_1'; die von den Punkten A_1', B_1', C_1' bezw. auf die Geraden A_1M', B_1M', C_1M' gefällten Senkrechten treffen die Seiten BC, CA, AB des Dreiecks ABC in den Punkten A_2, B_2, C_2. Auf einer Seite dieses Dreiecks bestimmen die Eckpunktpaare und eines der Punktpaare A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 eine hyperbolische, auf den übrigen zwei Seiten eine elliptische Involution. Die Doppelpunkte jener hyperbolischen Involution werden aus dem Kegelscheitel M durch die Fokalstrahlen des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ projiziert, denn die durch diese gehenden konjugierten Polarebenen des Kegels bilden eine orthogonale Involution.

Zieht man durch die Eckpunkte des Polardreiecks ABC Parallele zu den Achsen des Kegelschnittes $e^{(2)}$, so bilden diese, sowie die von den Eckpunkten ausstrahlenden Seiten des Dreiecks konjugierte Strahlen einer hyperbolischen und zweier elliptischen Involutionen. Diejenigen Ebenen, welche die Doppelstrahlen jener hyperbolischen Involution aus dem Scheitel M des Kegels $M \cdot e^{(2)}$ projizieren, sind die zyklischen Ebenen dieses Kegels.

III. Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von einer Ebene und einer Geraden konstant sind.

35. Die Abstände der Punkte eines Kegels II. Ordnung $K^{(2)}$ von einem Fokalstrahle f und von seiner Polarebene φ stehen in konstantem Verhältnisse.* Da aber der Kegel $K^{(2)}$ von einer beliebigen Ebene ε in einem Kegelschnitt $e^{(2)}$ getroffen wird, so sind

* *Monatshefte für Mathematik und Physik* Bd. XIV S. 92.

auch die Abstände der Punkte des Kegelschnitts $e^{(2)}$ von der Geraden f und der Ebene φ in konstantem Verhältnisse.

Ist umgekehrt ein Kegelschnitt $e^{(2)}$ und eine Ebene φ gegeben, welche mit $e^{(2)}$ keinen (reellen) gemeinsamen Punkt hat, so kann man immer eine Gerade f in der Weise bestimmen, daß die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von f und φ in konstantem Verhältnisse stehen. Man muß nämlich durch $e^{(2)}$ einen solchen Kegel legen, daß der Polarstrahl f von φ zugleich Fokalstrahl des Kegels ist.

Es sei G der Pol der Geraden $(\varphi, \varepsilon) \equiv g$, in welchem φ die Ebene ε des Kegeschnitts $e^{(2)}$ trifft. Die konjugierten Polaren des Punktes G in bezug auf $e^{(2)}$ bilden eine elliptische Involution, und es gibt zwei in bezug auf ε symmetrische Achsen f, f', aus welchen jene konjugierten Polaren durch ein orthogonales Ebenenbüschel projiziert werden können. Diese Achsen treffen φ in den Punkten M, M'; und die Geraden f, f' sind nicht nur die Polarstrahlen der Ebene φ in bezug auf die Kegel $M \cdot e^{(2)}$ bezw. $M' \cdot e^{(2)}$, sondern zugleich die Fokalstrahlen dieser Kegel.

f und f' haben eine gemeinsame orthogonale Projektion auf der Ebene ε, welche leicht bestimmt werden kann. Es gehen nämlich durch G zwei orthogonale konjugierte Polaren; diese trennen die Brennpunkte F, F' des Kegelschnitts $e^{(2)}$ harmonisch. Also trifft eine dieser Polaren die durch die Brennpunkte in die Teile m und n zerlegte Hauptachse von $e^{(2)}$ in demjenigen Teile m, in welchem die Scheitelpunkte von $e^{(2)}$ liegen, die andere Polare in dem anderen Teil n; die erstere Polare ist die orthogonale Projektion der Geraden f, f'. Steht aber die Gerade $g \equiv (\varphi, \varepsilon)$ senkrecht auf der Hauptachse von $e^{(2)}$, und liegt somit der Pol G derselben auf dieser Hauptachse, so wird die orthogonale Projektion der Geraden f, f' entweder jene Hauptachse oder eine auf ihr senkrechte Gerade oder ein Brennpunkt sein, je nachdem G auf dem Teile m oder n oder in einem Brennpunkte selbst liegt. Daraus folgt:

Nimmt man in der Ebene ε eines Kegelschnitts $e^{(2)}$ eine Gerade g an, welche $e^{(2)}$ in keinem reellen Punkte trifft und deren Pol G ist, so kann man zwei in bezug auf ε symmetrische Geraden f, f' konstruieren, welche die Eigenschaft haben, daß die Ab-

stände der Punkte des Kegelschnitts $e^{(2)}$ von jeder durch g ge Ebene φ und der Geraden f oder f' in konstantem Verhä stehen. Aus diesen Geraden f, f' werden die konjugierten E des Punktes G durch orthogonale Ebenen projiziert.

Die orthogonale Projektion der Geraden f und f' a Ebene ε ist daher diejenige Winkelhalbierende der von G Brennpunkten des Kegelschnitts $e^{(2)}$ gezogenen Geraden, welc Hauptachse auf demselben Teil m trifft, auf welchem die S punkte liegen. Ist aber G ein Punkt der Hauptachse, so ste orthogonale Projektion entweder senkrecht zu derselben oder fä ihr zusammen oder fällt in einen der Brennpunkte, je nach auf dem Teile m oder außerhalb desselben oder in einem punkte liegt.

36. Im folgenden müssen die verschiedenen Kegels einzeln betrachtet werden.

Es sei nun erstens der Kegelschnitt $e^{(2)}$ eine *Ellipse* (F In der Ebene ε derselben liegt die Gerade g, deren Pol innerhalb $e^{(2)}$ befindet. Die von G ausstrahlenden, orthog konjugierten Polaren p, q treffen g in den Punkten P, Q s $GPQ \equiv gpq$ ein Polardreieck von $e^{(2)}$ ist. Je nachdem d rade g den Direktorkreis* $k^{(2)}$ nicht schneidet, berührt o reellen Punkten schneidet, liegen beide Punkte P, Q auß $k^{(2)}$ oder liegt der eine Punkt Q im Berührungspunkte ode lich liegt nur der Punkt Q außerhalb, der Punkt P aber halb des Direktorkreises $k^{(2)}$. Denn P und Q sind konj Punkte von $k^{(2)}$, da der dem rechtwinkligen Polardreieck umschriebene Kreis den $k^{(2)}$ orthogonal schneidet.

Die von Q zu $e^{(2)}$ gezogenen Tangenten t, t_1 berühren den Schnittpunkten T, T_1 mit q und der Winkel TQT_1 spitzer. Die von Q ausstrahlenden konjugierten Polaren p, g t t, t_1 harmonisch, also bildet p, welche $e^{(2)}$ trifft, einen kl Winkel mit t und t_1 als g, und somit ist der Abstand TG T_1G) des Punktes T (oder T_1) von p kleiner als von g.

Man kann daher durch die Gerade g eine solche E

---

* D. h. denjenigen Kreis, aus dessen Punkten die zum Kege gezogenen Tangentenpaare orthogonal sind.

führen, von welcher der Abstand des Punktes T der Strecke TG gleich ist. Wenn nun f eine derjenigen Geraden ist, aus welchen die konjugierten Polaren des Punktes G durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden, so ist die orthogonale Projektion von f auf die Ebene ε die Gerade p, und der Abstand des Punktes T von f und φ ist gleich TG, folglich haben alle Punkte der Ellipse $e^{(2)}$ einen gleichen Abstand von f und φ.

Also:

Durch jede Gerade g in der Ebene ε der Ellipse $e^{(2)}$, welche

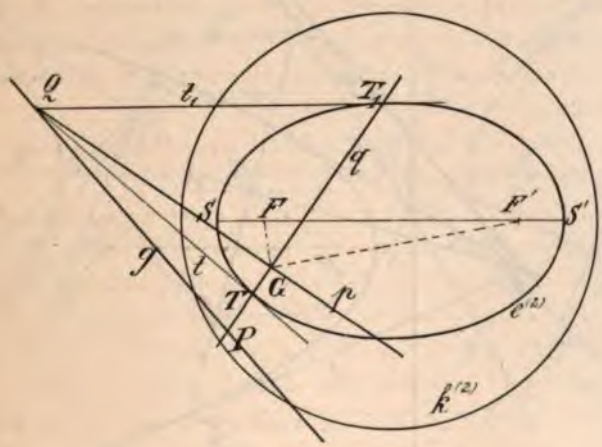


Fig. 11.

$e^{(2)}$ in keinen reellen Punkten schneidet, kann man zwei in bezug auf ε symmetrische Ebenen φ, φ' und durch den Pol G von g zwei in bezug auf ε symmetrische Geraden f, f' so legen, daß die Abstände der Punkte der Ellipse von den Ebenen und den Geraden gleich sei. Aus den Geraden f und f' werden die konjugierten Polaren des Punktes G durch orthogonale Ebenenpaare projiziert; und diese Geraden bestimmen schon mittels $e^{(2)}$ die Ebenen φ und φ'.

Diejenigen Kegel, welche den Kegelschnitt $e^{(2)}$ aus den vier Schnittpunkten der Ebenen φ, φ' und den Geraden f, f' projizieren, sind HACHETTEsche; denn diese Kegel haben die Eigenschaft, daß ihre Punkte von jedem ihrer Fokalstrahlen und der Polarebene derselben gleiche Abstände haben.

37. Es sei zweitens der Kegelschnitt $e^{(2)}$ eine *Parabel* (Fig. 12), welche von der Geraden g in keinen reellen Punkten getroffen wird. Die vom Pole G der g ausstrahlenden, orthogonalen konjugierten Polaren p, q treffen g in zwei Punkten Q, P, welche von der Leitlinie der Parabel $e^{(2)}$ gleiche Abstände haben. Liegen $e^{(2)}$ und der Punkt Q auf verschiedenen Seiten der Leitlinie, so bilden die von Q zu $e^{(2)}$ gezogenen Tangenten t, t_1 einen spitzen Winkel, und also haben die Treffpunkte T, T_1 der Geraden q mit $e^{(2)}$ wie

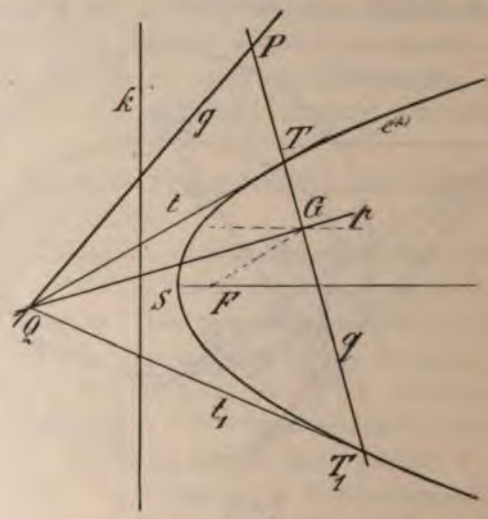


Fig. 12.

auch mit t, t_1 einen kleineren Abstand von G als von g. Man kann daher, wie früher, durch die Gerade g zwei Ebenen φ, φ', durch den Punkt G zwei Gerade f, f' so führen, daß die Abstände der Punkte der Parabel $e^{(2)}$ von denselben gleich seien.

Also:

Hat die in der Ebene ε der Parabel $e^{(2)}$ liegende Gerade g keine reellen gemeinsamen Punkte mit $e^{(2)}$, so kann man durch g zwei in bezug auf ε symmetrische Ebenen φ, φ' und durch den Pol G von g zwei ebenfalls in bezug auf ε symmetrische Geraden f, f' so führen, daß die Abstände der Punkte der Parabel $e^{(2)}$ von φ, φ', f, f' gleich seien. Aus f und f' werden die konjugierten Polaren des Punktes G durch orthogonale Ebenenpaare projiziert,

und diese Geraden f, f' bestimmen schon mittels $e^{(2)}$ die Ebenen φ und φ'.

Diejenigen Kegel, welche die Parabel $e^{(2)}$ aus den vier Schnittpunkten der Geraden und Ebenen f, f', φ, φ' projizieren, sind HACHETTEsche; sie gehen in einen parabolischen Zylinder über, wenn die Gerade g die Leitlinie der Parabel ist.

38. Nehmen wir drittens an, daß der Kegelschnitt $e^{(2)}$ (Fig. 13) eine solche *Hyperbel* sei, welche einen reellen Direktor-

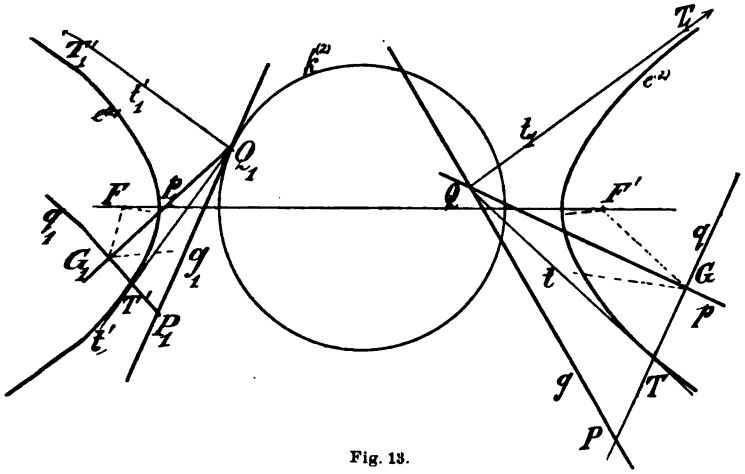


Fig. 13.

kreis $k^{(2)}$ hat, deren Asymptoten daher mit der Hauptachse einen kleineren Winkel bilden als 45^0.

Nehmen wir die Gerade g in der Ebene ε der $e^{(2)}$ so an, daß sie $e^{(2)}$ in imaginären, $k^{(2)}$ aber in reellen Punkten treffe. Wenn die vom Pole G der Geraden g ausstrahlenden, orthogonalen konjugierten Polaren p, q g in den Eckpunkten Q, P des Polardreiecks $GPQ \equiv gpq$ treffen, und der diesem Dreiecke umschriebene Kreis den Direktorkreis $k^{(2)}$ orthogonal schneidet, so muß einer der Punkte P, Q, etwa Q, innerhalb, der andere, P, außerhalb $k^{(2)}$ liegen.

Die von Q zu $e^{(2)}$ gezogenen Tangenten t, t_1 berühren $e^{(2)}$ in $T. T_1$ so, daß der Winkel TQT_1 ein spitzer ist. Von den das Tangentenpaar t, t_1 harmonisch trennenden konjugierten Polaren p, q bildet die p, welche $e^{(2)}$ in reellen Punkten schneidet, mit t

und t_1 kleinere Winkel als g, also ist auch der Abstand Punktes T von p kleiner als von g. Man kann daher zwei solche Ebenen φ, φ' legen, von welchen die Abst Punktes T gleich sind mit TG. Andererseits kann m G zwei solche Geraden f, f' legen, daß p ihre orthogo jektion auf ε sei und daß aus ihnen die konjugierten Po Punktes G durch orthogonale Ebenenpaare projiziert Es haben daher alle Punkte der Hyperbel $e^{(2)}$ von den φ, φ' und den Geraden f, f' denselben Abstand wie der nämlich TG.

Trifft die Gerade g den Direktorkreis $k^{(2)}$ in keine Punkten, so kann man von keinem Punkte der Geraden tangierende Halbstrahlen zu $e^{(2)}$ ziehen, welche einen Winkel bilden, und man kann daher durch g keine durch G keine Geraden so legen, daß die Abstände de der $e^{(2)}$ von diesen gleich seien.

Berührt schließlich die Gerade g_1 den Kreis $k^{(2)}$ im P ohne $e^{(2)}$ zu treffen, so schneidet die Polare q_1 von Q_1 Punkte P_1. Der dem Polardreieck $G_1 P_1 Q_1$ umschriebe trifft $k^{(2)}$ in Q_1 orthogonal, also ist $P_1 Q_1$ ein Durchmes Kreises, und daher der Winkel $P_1 G_1 Q_1$ ein Rechter.

Die von Q_1 zu $e^{(2)}$ gezogenen Tangenten t', t'_1 sind or also sind die Abstände ihrer Berührungspunkte T', T_1' vo von $Q_1 P_1 \equiv p_1$ einander gleich. Werden nun die vom der Geraden g_1 ausstrahlenden konjugierten Polaren aus den f und f' (die in p_1 eine gemeinsame orthogonale P haben) durch orthogonale Ebenenpaare projiziert, so h Punkte der Hyperbel $e^{(2)}$ von diesen Geraden f, f' und jenigen Ebene $\varphi \equiv \varphi'$, welche in g_1 auf ε senkrecht steht Abstände.

Aus diesen Untersuchungen folgt:

1) Ist der Direktorkreis einer Hyperbel $e^{(2)}$ imagin bilden die Asymptoten einen größeren Winkel mit der achse als 45^0, so kann man durch keine Gerade g der der Hyperbel eine Ebene φ und durch ihren Pol G rade f so legen, daß die Abstände der Punkte der Hype φ und f gleich seien.

2) Ist die Hyperbel $e^{(2)}$ gleichseitig, zieht sich daher der Direktorkreis $k^{(2)}$ im Mittelpunkt zusammen, so kann man jeden Durchmesser g von $e^{(2)}$, welcher $e^{(2)}$ in keinen reellen Punkten trifft, als eine Tangente von $k^{(2)}$ betrachten. Der zu g konjugierte Durchmesser p ist die orthogonale Projektion einer zu p parallelen Geraden f; und die Punkte der $e^{(2)}$ haben von f und g, also auch von f und der in g auf die Ebene ε der $e^{(2)}$ senkrechten Ebene φ gleiche Abstände. Die Gerade f hat von ε den Abstand $a \cdot \sqrt{\sin 2\psi}$, wenn $2a$ die Hauptachse der Hyperbel und ψ den Winkel bedeutet, den eine ihrer Asymptoten mit g bildet.

Nach diesen Untersuchungen können wir sagen:

Bilden die Asymptoten einer Hyperbel $e^{(2)}$ mit ihrer Hauptachse einen kleineren Winkel als 45^0, ist also der Direktorkreis $k^{(2)}$ der $e^{(2)}$ reell, so kann man durch jede Gerade g der Ebene ε von $e^{(2)}$, welche $e^{(2)}$ in imaginären, $k^{(2)}$ aber in reellen Punkten schneidet, zwei in bezug auf ε symmetrische Ebenen φ, φ', durch den Pol G von g aber zwei ebenfalls in bezug auf ε symmetrische Geraden f, f' so legen, daß die Abstände der Punkte der $e^{(2)}$ von φ, φ', f, f' gleich seien. Fallen die Schnittpunkte von g und $k^{(2)}$ zusammen, so koinzidieren auch die Ebenen φ, φ' in eine zu ε senkrechte Ebene.

Ist die Hyperbel $e^{(2)}$ eine gleichseitige, so koinzidieren die Ebenen φ, φ' stets in eine zu ε senkrechte Ebene, welche ε in einem Durchmesser g von $e^{(2)}$ trifft; die Geraden f, f' sind aber parallel mit dem zu g konjugierten Durchmesser p und haben in p eine gemeinsame orthogonale Projektion.

Bilden schließlich die Asymptoten der $e^{(2)}$ mit der Hauptachse einen größern Winkel als 45^0, so gibt es keine Ebene φ und keine Gerade f, von welchen die Punkte der $e^{(2)}$ gleiche Abstände haben.

Im ersten und zweiten Falle werden die konjugierten Polaren des Punktes G von f und f' durch orthogonale Ebenenpaare projiziert. Im zweiten Falle haben f und f' von ε die Abstände $a \cdot \sqrt{\sin \cdot 2\psi}$, wenn $2a$ die Hauptachse, ψ aber den Winkel bedeutet, den g mit einer Asymptote derselben bildet.

Diejenigen Kegel, welche im ersten und zweiten Falle die Hyperbel $e^{(2)}$ aus den Schnittpunkten der Ebenen $\varphi\varphi'$ mit den Geraden ff' projizieren, sind hier ebenfalls HACHETTEsche. Und da ein HACHETTEscher Kegel von keiner Ebene in einer solchen

Hyperbel geschnitten werden kann, deren Asymptoten m
Hauptachse einen größeren Winkel als 45° bilden, so war
zusehen, daß die Punkte einer solchen Hyperbel von
Ebene und Geraden gleiche Abstände haben können.

Aus den letzteren Untersuchungen folgt, daß man
Ebene ε einer Hyperbel $e^{(2)}$, deren Direktorkreis $k^{(2)}$ re
unendlich viele Gerade g (die Tangenten von $k^{(2)}$) und auße
ebenso viele Gerade f finden kann, von welchen die Punk
Hyperbel gleiche Abstände haben. Dieselbe Eigenschaft
auch (37) in bezug auf eine Parabel, die Leitlinie und
Brennpunkte auf der Ebene der Parabel errichtete Normale
können daher fragen, ob man im allgemeinen zu jedem
schnitt $e^{(2)}$ solche Geradenpaare g, f finden kann, von welch
Abstände der Punkte desselben ein konstantes Verhältnis
Diese Frage wollen wir im folgenden Abschnitte behandeln

IV. Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abs verhältnisse von zwei Geraden konstant sind.

39. Der Ort $F^{(2)}$ von solchen Punkten, deren Abstän
zwei Geraden f und g in konstantem Verhältnisse λ stehen,
orthogonales Hyperboloid oder eine Entartung desselben,
lich: ein orthogonaler Kegel, ein gleichseitiges hyperbolisches
boloid oder ein orthogonales Ebenenpaar. Treffen sich d
raden f und g, so ist $F^{(2)}$ ein orthogonaler Kegel oder ein or
nales Ebenenpaar, im entgegengesetzten Falle ist $F^{(2)}$ eine de
anderen Flächen. Ist das Verhältnis λ gleich der Einheit,
$F^{(2)}$ ein gleichseitiges hyperbolisches Paraboloid oder ein E
paar, im entgegengesetzten Falle eine der zwei anderen Flä

In bezug auf alle vier Flächen ist f, g ein Polarenpaa
die durch f und g gehenden konjugierten Polarebenen bil
ein orthogonales Ebenenbüschel.

Eine beliebige Ebene ε trifft die Fläche $F^{(2)}$ in einem
schnitt oder einem Geradenpaare, darum können wir frage

Wenn ein Kegelschnitt $e^{(2)}$ und eine Gerade f gegeben i

* Schröter, *Theorie der Oberfl. II. Ord.* (1880) S. 195; 74; 222.

konstruiert man eine solche Gerade g, daß die Abstände der Punkte des Kegelschnitts von f und g in konstantem Verhältnisse stehen?

Durch $e^{(2)}$ müssen wir ein solches orthogonales Hyperboloid $F^{(2)}$ (oder eine Entartung desselben) legen, daß die konjugierten Polarebenen durch f und auch durch die Polare g von f ein orthogonales Ebenenbüschel bilden sollen. Wir wollen nun unter diesen Bedingungen die Gerade g konstruieren. Zu diesem Zwecke benutzen wir folgende *Hilfssätze:*

40. 1) „Werden die konjugierten Pole P, P_1 einer Fläche II. Ordnung $F^{(2)}$ aus der Geraden r durch konjugierte Polarebenen projiziert, so werden sie auch aus der Polare r_1 von r durch konjugierte Polarebenen projiziert."

Beweis. Die Pole der konjugierten Polarebenen $[Pr]$, $[P_1 r]$ sind die Treffpunkte A, B der Geraden r_1 mit den Ebenen $[P_1 r], [Pr]$. Die Geraden $P_1 A$, PB treffen r in den Punkten C, D.

Die Polarebene von P_1 geht durch P, die von C durch r_1, und die Polarebene von A ist die Ebene $[Pr]$. Da aber die Punkte P_1, C, A in einer Geraden liegen, so müssen sich ihre Polarebenen in einer Geraden, der Polare von $P_1 CA$, treffen. Von den durch P und r_1 gehenden Ebenen treffen sich aber nur diejenigen in einer Geraden der Ebene $[Pr]$, welche durch die Gerade PBD gehen; also ist PBD die Polare von $P_1 CA$.

Daraus folgt, daß $ABCD$ ein Polartetraeder ist, und somit die Ebenen $[PDAB] \equiv [Pr_1]$, $[P_1 CAB] \equiv [P_1 r_1]$ konjugierte Polarebenen sind.

2) „Trennen die Punkte A, B harmonisch diejenigen Erzeugenden $s_1 s_2$ eines orthogonalen Kegels $M^{(2)}$, welche aus den übrigen Erzeugenden durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden, so ist das Verhältnis der Abstände der Punkte A, B von den Erzeugenden des Kegels $M^{(2)}$ ein konstantes."

Beweis. Da die Strahlen $MA \equiv a$, $MB \equiv b$, welche die Punkte A, B aus dem Scheitel M des Kegels $M^{(2)}$ projizieren, konjugiert sind, so ist, wenn x eine beliebige Erzeugende des Kegels bedeutet*,

$$\frac{\sin(a, x)}{\sin(b, x)} = \lambda = \text{const.}$$

* Schröter a. a. O. S. 73.

Aber die Abstände der Punkte A, B von x sind $MA \cdot \sin(a, x)$, $MB \cdot \sin(b, x)$; also ist das Verhältnis derselben $\frac{MA}{MB} \cdot \lambda$ unabhängig von x, also konstant.

Wir können auch sagen:

Der Ort der Geraden x, welche durch den Eckpunkt M des Dreiecks MAB gehen und deren Abstände von den zwei anderen Eckpunkten des Dreiecks in konstantem Verhältnisse stehen, ist ein orthogonaler Kegel. Die in der Ebene des Dreiecks liegenden Erzeugenden desselben werden aus den übrigen durch orthogonale Ebenenpaare projiziert.

41. Kehren wir jetzt zurück zu unserer Aufgabe und bezeichnen wir die Spur der Geraden f auf der Ebene ε des Kegelschnitts $e^{(2)}$ mit U, die Polare dieses Punktes in bezug auf $e^{(2)}$ mit u.

Das orthogonale Ebenenbüschel f trifft ε in einem involutorischen Strahlenbüschel U, von welchem ein konjugiertes Strahlenpaar vw zugleich konjugiertes Polarenpaar ist in bezug auf $e^{(2)}$. Diese Strahlen treffen u in den Punkten V, W, so daß das Dreieck $UVW \equiv uvw$ Polardreieck ist von $e^{(2)}$. Es mögen die Eckpunkte U, W außerhalb, der Eckpunkt V innerhalb $e^{(2)}$ liegen.

Nun wollen wir eine Gerade g mit der Bedingung konstruieren, daß diejenigen konjugierten Pole von $e^{(2)}$, welche aus f durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden, auch von g aus durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden sollen.

Nachdem W und ein beliebiger Punkt von w, ferner V und ein beliebiger Punkt von v solche konjugierte Punkte sind von $e^{(2)}$, welche aus f durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden, so muß die Gerade g entweder durch W oder durch V gehen.

Es seien A, B die Treffpunkte von u mit $e^{(2)}$, C ein beliebiger Punkt von $e^{(2)}$; ferner seien X, Y diejenigen konjugierten Pole auf der Sehne AC, welche aus f durch ein orthogonales Ebenenpaar projiziert werden.

Das Punktpaar XY ist durch vw getrennt, denn UX, UY und v, w sind konjugierte Strahlen einer elliptischen Involution. Das Punktpaar XY wird also entweder noch durch die Seitenpaare uv oder die Seitenpaare uw des Dreiecks uvw getrennt;

also werden entweder die Strahlenpaare WX, WY; u, v oder die Strahlenpaare VX, VY; u, w konjugierte Strahlenpaare einer elliptischen Involution sein, und daher werden sie aus einer durch W oder V gehenden Geraden g mittels orthogonaler Ebenenpaare projiziert. Da aber der Punkt U außerhalb $e^{(2)}$ liegt, so muß g durch den innerhalb $e^{(2)}$ liegenden Punkt V gehen.

Diese Gerade g hat nun die Eigenschaft, daß das Verhältnis der Abstände der Punkte $e^{(2)}$ von f und g ein konstantes ist.

Nämlich: Der Ort der Punkte, deren Abstandsverhältnis von f und g gleich ist dem Abstandsverhältnisse $(A, f) : (A, g)$ des Punktes A von f und g, ist ein durch A gehendes orthogonales Hyperboloid $F^{(2)}$. Diese Fläche geht auch durch B und C, denn wegen der orthogonalen Kegel $U(fAB\ldots)$, $U(fXY\ldots)$, $V(gXY\ldots)$ ist nach den 2. Hilfssatz

$$(A, f) : (B, f) = AV : BV = (A, g) : (B, g),$$
$$(A, f) : (C, f) = AX : CY = (A, g) : (C, g),$$

also

$$(A, f) : (A, g) = (B, f) : (B, g) = (C, f) : (C, g).$$

Andererseits ist $[ug]$ die Polarebene des Punktes U in bezug auf $F^{(2)}$, denn sie steht senkrecht auf der Ebene $[Ug]$.

Die Fläche $F^{(2)}$ trifft daher die Ebene ε in einem durch die Punkte A, B, C gehenden Kegelschnitt, in bezug auf welchen die Polare des Punktes U die Gerade u ist, d. h. in dem Kegelschnitt $e^{(2)}$. Es haben daher alle Punkte von $e^{(2)}$ dasselbe Abstandsverhältnis von den Geraden f und g.

Um daher zu einem in der Ebene ε liegenden Kegelschnitt $e^{(2)}$ und einer Geraden f eine Gerade g so zu konstruieren, daß das Abstandsverhältnis der Punkte der $e^{(2)}$ von f und g ein konstantes sei, haben wir folgende Konstruktionen auszuführen:

1) Trifft die Polare u des Punktes $U \equiv (\varepsilon, f)$ den Kegelschnitt $e^{(2)}$ in den Punkten A, B, so sei V derjenige Punkt, welcher AB nach dem Verhältnisse der Abstände (A, f), (B, f) der Punkte A, B von f teilt und zwar innerhalb. Auf $e^{(2)}$ nehmen wir zwei beliebige Punkte, z. B. A und C an und teilen ihre Verbindungslinie ebenfalls in dem Verhältnisse der Abstände der angenommenen Punkte von f; es seien diese Teilpunkte X, Y.

Diejenige durch V gehende Gerade, aus welcher die Strahlen-

paare VX, VY und VU, u durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden, ist die gewünschte Gerade g.

2) Trifft aber die Polare u des Punktes $U \equiv (\varepsilon, f)$ den Kegelschnitt $e^{(2)}$ in keinen reellen Punkten, so suchen wir diejenigen durch U gehenden konjugierten Polaren v, w von $e^{(2)}$, welche aus f durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden. Diese treffen u in einem der Punkte WV, durch welche die gewünschte Gerade g gehen muß.

Nun nehmen wir auf $e^{(2)}$ zwei beliebige Punkte P, Q an und teilen ihre Verbindungslinie in den Punkten X, Y nach dem Verhältnisse der Abstände der Punkte P, Q von f. Das Punktpaar XY ist entweder durch uv oder durch uw getrennt. Im ersten Falle werden die Strahlenpaare uv; WX, WY, im zweiten Falle werden die Strahlenpaare uw; VX, VY aus der gesuchten Geraden g durch orthogonale Ebenenpaare projiziert.

Anmerkung. Ist die Gerade f senkrecht zu einer Achse von $e^{(2)}$ (ohne dieselbe zu schneiden), so bildet die zu dieser Achse senkrechte Ebene von f mit der zu derselben Achse parallelen Ebene von f ein orthogonales Ebenenpaar, welches die unendlich ferne Gerade der Ebene ε in konjugierten Polen von $e^{(2)}$ trifft. Es werden also diese konjugierten Pole auch aus der Geraden g durch ein orthogonales Ebenenpaar projiziert, woraus dann folgt, daß g ebenfalls senkrecht ist zu einer Achse des Kegelschnitts $e^{(2)}$.

Die Resultate dieser Untersuchungen können mit Rücksicht auf den I. Abschnitt so ausgesprochen werden:

Ist ein Kegelschnitt $e^{(2)}$ und eine Gerade f gegeben, so kann man immer eine solche Gerade g (und ihr Spiegelbild in bezug auf die Ebene ε von $e^{(2)}$) finden, daß das Abstandsverhältnis der Punkte des Kegelschnittes von den Geraden f und g ein konstantes sei. Diejenigen konjugierten Pole von $e^{(2)}$, welche aus f durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden, werden auch aus g durch orthogonale Ebenenpaare projiziert, und unter dieser Bedingung kann g konstruiert werden.

Ist die Gerade f senkrecht zu einer Achse von $e^{(2)}$, so ist auch die Gerade g senkrecht zu dieser oder zur andern Achse von $e^{(2)}$, jenachdem man einen solchen imaginären oder einen solchen reellen Punkt F finden kann, daß die Abstandsverhältnisse der Punkte der $e^{(2)}$ von f und F konstante seien.

Trifft die Gerade f den Kegelschnitt $e^{(2)}$, so koinzidiert g mit derselben. Liegt f in der Ebene von $e^{(2)}$ (ohne $e^{(2)}$ zu treffen), so geht g durch den Pol von f und projiziert die konjugierten Pole auf f durch orthogonale Ebenenpaare.

42. Sehen wir jetzt, wie man die betrachtete Aufgabe in dem Falle löst, wenn der Kegelschnitt $e^{(2)}$ eine Parabel ist und die Gerade f auf ihrer Achse senkrecht steht und die Ebene ε der $e^{(2)}$ in dem außerhalb $e^{(2)}$ liegenden Punkte U trifft.

Es seien wieder die Schnittpunkte der Polaren u von U mit $e^{(2)}$ die Punkte A, B; ferner teile der Punkt V die Sehne AB in dem Abstandsverhältnisse der Punkte A, B von der Geraden f.

Die gesuchte Gerade g geht durch diesen Punkt und steht entweder auf der Leitlinie oder auf der Achse der Parabel senkrecht, jenachdem die Schenkel der spitzen Winkel der Geraden UV und u von einer zur Leitlinie oder von einer zur Achse der Parabel senkrechten und durch V gehenden Ebene getrennt werden, — was allein von dem Neigungswinkel der Geraden f und der Ebene ε abhängig ist.

Im ersten Falle ist das Abstandsverhältnis der Punkte der Parabel von f und g von der Einheit verschieden; im zweiten Falle aber ist dieses Abstandsverhältnis der Einheit gleich, sodaß die Punkte der Parabel von f und g einen gleichen Abstand haben. Mit anderen Worten: Der Ort der Punkte, deren Abstandsverhältnis von den Geraden f und g konstant ist, entartet im zweiten Falle in ein gleichseitig hyperbolisches Paraboloid.

Den zweiten Fall vorausgesetzt, daß nämlich sowohl f wie auch g auf der Achse der Parabel senkrecht stehen, schneide man die vom Punkte A beschriebene und die Gerade f berührende Kugel mit dem durch A gehenden Parabeldurchmesser in den Punkten X, Y. Diese sind solche konjugierte Pole der Parabel, welche aus f und also auch aus g durch ein orthogonales Ebenenpaar projiziert werden.

Daraus folgt aber, daß der Abstand des Punktes A von der Geraden g gleich ist seinem Abstande von den Punkten X, Y und also auch seinem Abstande von der Geraden f. Es haben daher alle Punkte der Parabel $e^{(2)}$ einen gleichen Abstand von f und g.

In diesem zweiten Falle treffen sich die vom Punkte der $e^{(2)}$, die Gerade f berührend, beschriebenen Kugeln in einem imaginären Punktpaar FF', während sich diese Kugeln im ersten Falle, wenn g zur Leitlinie der Parabel senkrecht ist, in reellen Punkten treffen. Im ersten Falle haben daher die Punkte der Parabel $e^{(2)}$ von f und F (oder F') gleiche Abstände und von g und F (oder F') Abstände, deren Verhältnis konstant ist.

43. Nehmen wir wieder einen Kegelschnitt $e^{(2)}$ an. $UVW \equiv uvw$ sei ein Polardreieck desselben, dessen Scheitelpunkt V innerhalb $e^{(2)}$ liegt. Das Dreieck UVW bestimmt drei orthogonale Kegel $U^{(2)}$, $V^{(2)}$, $W^{(2)}$, deren Scheitel die Punkte U, V, W sind und aus deren Erzeugenden die Seitenpaare vw, wu bezw. uv des Dreieckes durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden.

Es seien X_iX_i' veränderliche konjugierte Pole von $e^{(2)}$ auf der Geraden x, und die dadurch bestimmte Involution sei durch (X_iX_i') bezeichnet.

Die Strahlenpaare UV, UW; UX_i, UX_i' bestimmen eine Involution, deren Achsen f_i, f_i' sind. Die durch diese Achsen gehenden und auf der Ebene ε von $e^{(2)}$ senkrecht stehenden Ebenen treffen den Kegel $U^{(2)}$ in den in bezug auf ε symmetrischen Erzeugendenpaaren $f_i^1 f_i^2$, $f_i^3 f_i^4$, aus welchen jene Strahleninvolution durch orthogonale Ebeneninvolutionen projiziert wird (41.).

Bewegt sich das konjugierte Punktepaar X_iX_i' in der Involution (X_iX_i'), so beschreiben die Achsenpaare f_if_i' der ∞^1 Strahleninvolutionen, welche durch die Strahlenpaare UV, UW; UX_i, UX_i' bestimmt sind, eine zu (X_iX_i') projektive orthogonale Strahleninvolution.

Es treffen nämlich die Strahlen UV, UW einen aus dem Punkte K mit dem Radius UK beschriebenen Kreis $k^{(2)}$ noch in zwei Punkten, dessen Verbindungsgerade u_1 sei. Ferner ist die Projektion der Involution (X_iX_i') aus U auf $k^{(2)}$ eine Involution (Y_iY_i'), deren Pol (Involutionszentrum) mit Y bezeichnet werden soll. Schließlich treffen die veränderlichen Geraden $Y_iY_i'Y$ die Gerade u_1 in den Punkten U_i, und die Endpunkte der Kreisdurchmesser U_iK werden aus U durch die Strahlenpaare f_if_i' der Involution (f_if_i') projiziert.

Bewegt sich nun das Punktpaar $X_i X_i'$ in der Involution $(X_i X_i')$, also $Y_i Y_i'$ in der Involution $(Y_i Y_i')$, so dreht sich der Strahl $Y_i Y_i' Y$ um Y und der Punkt U_i beschreibt auf u_1 eine mit diesem Büschel projektive Reihe, also beschreibt der Kreisdurchmesser $U_i K$ um K ein mit jenem Büschel projektives Büschel. Daraus folgt aber, daß die Involutionen $(X_i X_i')$ und $(f_i f_i')$ projektiv sind.

Verbinden wir jetzt die zwei anderen Eckpunkte V, W des Dreieckes UVW mit den konjugierten Polen $X_i X_i'$. Die Strahlenpaare VW, VU; VX_i, VX_i', sowie WU, WV; WX_i, WX_i' bestimmen je eine Involution, deren Achsen wir mit $g_i g_i'$, $h_i h_i'$ bezeichnen wollen. Die Ebenenpaare, welche in diesen Achsen auf ε senkrecht stehen, treffen die Kegel $V^{(2)}$, $W^{(2)}$ in den symmetrischen Erzeugendenpaaren $g_i^1 g_i^2$, $g_i^3 g_i^4$ bezw. $h_i^1 h_i^2$, $h_i^3 h_i^4$, aus welchen ebenfalls die Strahlenpaare jener Involutionen durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden.

Bewegt sich nun das Punktpaar $X_i X_i'$ in der Involution $(X_i X_i')$, so beschreiben jene Achsenpaare $g_i g_i'$, $h_i h_i'$ mit dieser Involution projektive Involutionen $(g_i g_i')$, $(h_i h_i')$, so daß diese auch mit der Involution $(f_i f_i')$ projektiv sind.

Diese drei projektiven Involutionen $(f_i f_i')$, $(g_i g_i')$, $(h_i h_i')$ stehen aber in der Beziehung zum Kegelschnitt $e^{(2)}$, daß zu jeder reellen Erzeugenden g_i^k von $V^{(2)}$, deren orthogonale Projektion ein Strahl von $(g_i g_i')$ ist, eine solche reelle Erzeugende f_i^k von $U^{(2)}$ oder eine solche reelle Erzeugende h_i^k von $W^{(2)}$ gehört, deren orthogonale Projektion ein entsprechender Strahl der Involution $(f_i f_i')$ oder $(h_i h_i')$ ist, und die Abstände der Punkte des Kegelschnittes $e^{(2)}$ von g_i^k, f_i^k oder g_i^k, h_i^k in konstantem Verhältnis stehen (41).

Die Kegel $U^{(2)}, W^{(2)}$ haben die gemeinsame Erzeugende $v \equiv f_0 \equiv h_0$ in der Ebene ε. Zu dieser gehört dasjenige symmetrische Erzeugendenpaar $g_0^1 g_0^2$ von $V^{(2)}$, aus welchem die konjugierten Pole auf der Geraden v durch orthogonale Ebenenpaare projiziert werden. Die Erzeugenden teilen den Kegel $V^{(2)}$ in die zwei Teile $g_0^1 w g_0^2$ und $g_0^1 u g_0^2$. Zu den in dem ersten Teil liegenden Erzeugenden g_i^k gehören die auf $U^{(2)}$ liegenden Erzeugenden f_i^k, während zu den in dem andern Teile liegenden Erzeugenden g_i^k die auf $W^{(2)}$ sich befindenden Erzeugenden h_i^k gehören.

44. *Es wird nun unsere Aufgabe sein, solche zusammengehörige Erzeugende f_i^k, g_i^k oder h_i^k, g_i^k der Kegel $U^{(2)}, V^{(2)}$ oder $W^{(2)}, U^{(2)}$ zu finden, von welchen die Punkte des Kegelschnittes $e^{(2)}$ gleiche Abstände haben.*

Hat ein Punkt des Kegelschnittes $e^{(2)}$ gleiche Abstände von den zusammengehörigen Erzeugenden f_i^k, g_i^k, so haben alle Punkte von $e^{(2)}$ gleiche Abstände von diesen Geraden. Wir wollen also die zusammengehörigen Erzeugenden f_i^k, g_i^k der Kegel $U^{(2)}, V^{(2)}$ so bestimmen, daß ein Treffpunkt A des Kegelschnitts $e^{(2)}$ und der Geraden $w \equiv UV$ von jenen gleiche Abstände hat.

Wir betrachten die Strecke AW als Durchmesser einer Kugel $\gamma^{(2)}$. Diese trifft die Kegel $U^{(2)}V^{(2)}$ erstens in ihrem gemeinsamen Kreise $w^{(2)}$, dessen Ebene durch W gehend auf w senkrecht steht. Außer diesem trifft $\gamma^{(2)}$ jene Kegel noch in den Kreisen $\bar{u}^{(2)}$, $\bar{v}^{(2)}$, deren Ebenen durch A gehend auf v bezw. u senkrecht stehen und also die Ebene ε von $e^{(2)}$ in den auf u bezw. v senkrechten Geraden $\bar{u}, \bar{v}$ schneiden. Diese Kreise $\bar{u}^{(2)}, \bar{v}^{(2)}$ sind die Orte der Fußpunkte der von A auf die Erzeugenden der Kegel $U^{(2)}$, $V^{(2)}$ gefällten Senkrechten.

Daraus folgt: Eine jede zu AW senkrechte Ebene λ trifft die Kreise $\bar{u}^{(2)}, \bar{v}^{(2)}$ in solchen Punkten, daß die durch diese Treffpunkte gehenden Kegelerzeugenden f^k, g^k von dem Punkte A gleiche Abstände haben. Verbindet man daher die Punkte U und V mit denjenigen Punkten, in welchen eine zu AW senkrechte Gerade l der Ebene ε die Geraden $\bar{u}$ bezw. $\bar{v}$ trifft, durch die Geraden f und g, so sind diese die orthogonalen Projektionen von solchen Kegelerzeugenden f^k und g^k, welche vom Punkte A gleiche Abstände haben. Die Geraden f und g beschreiben aber bei Veränderung der Senkrechten l zwei projektive Büschel (f) und (g) um U und V in der Ebene ε.

Wir müssen nun in den früheren projektiven involutorischen Strahlenbüscheln $(f_i f_i')$, $(g_i g_i')$ solche entsprechende Strahlen suchen, welche in den projektiven einfachen Strahlenbüscheln (f), (g) ebenfalls entsprechend sind.

Nun entspricht dem involutorischen Strahlenbüschel $(f_i f_i')$ in (f) infolge der letzteren projektiven Beziehung ein involutorisches Strahlenbüschel $(j_i j_i')$ in (g), welches zugleich mit $(g_i g_i')$ projektiv

ist. Jedem der gemeinsamen entsprechenden Strahlen g in $(g_i g_i')$, $(j_i j_i')$ entspricht daher je ein Strahl f in (f) in der Weise, daß diese g und f die orthogonalen Projektionen von solchen Erzeugenden g^k und f^k der Kegel $V^{(2)}$ und $U^{(2)}$ sind, welche von allen Punkten des Kegelschnittes $e^{(2)}$ gleiche Abstände haben.

Da nun die einfachen Strahlenbüschel (f), (g) und die involutorischen Strahlenbüschel $(f_i f_i')$, $(g_i g_i')$ in w einen gemeinsam entsprechenden Strahl haben, welcher daher auch in $(g_i g_i')$, $(j_i j_i')$ gemeinsam entsprechend ist, so ist die Gerade w schon die eine jener vier Geraden g, und zwar eine solche, welche mit der entsprechenden f koinzidiert. Es gibt daher nur noch drei Gerade g, nämlich g_1, g_2, g_3, welchen die Geraden f_1, f_2, f_3 entsprechen, und von welchen eine oder alle drei entsprechenden Paare $g_i f_i$ reell sind.

Aber selbst das reelle Geradenpaar $g_i f_i$ bedingt nicht notwendigerweise reelle Erzeugende $g_i^k f_i^k$ auf den Kegeln $V^{(2)}$, $U^{(2)}$. Denn im Falle, daß der Kegelschnitt eine Ellipse ist, können die Erzeugenden g_i^k, f_i^k niemals reell sein, da das gleichzeitige hyperbolische Paraboloid von keiner Ebene in einer Ellipse geschnitten werden kann. Ist aber $e^{(2)}$ eine Parabel, so kann schon ein Paar der Kegelerzeugenden g_i^k, f_i^k reell sein, welches dann senkrecht steht auf der Achse der Parabel, wie wir unter 42 gesehen haben. Auch im Falle, daß $e^{(2)}$ eine Hyperbel ist, können die Erzeugendenpaare g_i^k, f_i^k reell sein, da das hyperbolische Paraboloid hyperbolische ebene Schnitte hat. Alles zusammengefaßt haben wir den Satz:

Durch ein konjugiertes Polenpaar einer Hyperbel, welches durch die Hyperbel getrennt ist, kann man höchstens drei solche Geradenpaare legen, von welchen die Punkte der Hyperbel gleiche Abstände haben. Die Aufgabe, welche die Lösung bewirkt, ist dritten Grades.

6.

ÜBER DIE PHYSIOLOGISCHE FUNKTION DER SPEICHELDRÜSEN DER WEINBERGSCHNECKE (HELIX POMATIA L.).

Von ALEXANDER GORKA, Universitätsassistent.

Mitteilung aus dem zoologischen Institute der Königl. Ungarischen Universität zu Budapest.

Aus Állattani Közlemények, Bd. III, pp. 211—226.

Schon in jenen längstvergangenen Zeiten, als die heutige moderne Zoologie mit SWAMMERDAMMS und CUVIERS grundlegenden Arbeiten kaum begann, untersuchte man den Organismus der Weinbergschnecke, und auch seither befaßten sich so viele mit demselben, daß sowohl die Anatomie, wie auch die Histologie dieses gewöhnlichen Tieres im wesentlichen vollkommen bekannt ist und jetzt zu den am besten und gründlichsten ausgearbeiteten Teilen der Zoologie gehört. Unsere Kenntnisse über die Physiologie der Weinbergschnecke stehen jedoch noch so sehr auf der ersten Stufe unseres Wissens, daß wir über ihre gewöhnlichsten Lebensfunktionen wenig Aufklärung und nur gänzlich widersprechende Angaben in der Literatur finden. Ziehen wir jedoch den Umstand in Betracht, daß die Physiologie der wirbellosen Tiere bis zur neuesten Zeit ein Stiefkind der Zoologie war, so kann es uns auch nicht überraschen, daß man sich so wenig und so lückenhaft mit der physiologischen Funktion der Speicheldrüsen aller Schnecken befaßte, obwohl die dem fälschlich Magen genannten Mitteldarm anliegenden und mächtig entwickelten Speicheldrüsen schon die Aufmerksamkeit der ersten Beobachter auf sich zogen.

Schon SWAMMERDAMM* untersuchte diese Drüsen so genau, daß sogar die mit vollkommeneren Instrumenten arbeitenden jetzigen Forscher an seiner Beschreibung nichts ändern konnten. Auf Grund der Untersuchungen von SEMPER**, LEYDIG***, BARFURTH†, MONTI†† und LANGE††† wurden wir dann mit ihrer feineren Struktur bekannt. Die erste Angabe über ihre physiologische Funktion finden wir in der Arbeit SEMPERS†*, der, in Ermangelung physiologischer Versuche nur aus der anatomischen Struktur schließend, der Ansicht war, daß das Sekret der Speicheldrüsen ausschließlich mechanische Wirkung besitzt und nur zum Schlüpfrigmachen der Nahrung dient. Nach ihm stellte KRUKENBERG†** mehrere Verdauungsversuche an, konnte jedoch in keinem einzigen Falle ein diastatisches Enzym nachweisen, weshalb er vom Standpunkte der Funktion die Benennung „Speicheldrüsen" für ganz falsch hält. Wahrscheinlich hierauf gestützt, bezeichnet HALLER†*** die morphologisch gleichwertigen Speicheldrüsen von unbekannter Funktion der Prosobranchier, als buccale Drüsen. BARFURTH*† befaßte sich mit der glycogenbildenden Wirkung der Speicheldrüsen und entdeckte einen überraschenden Zusammenhang zwischen der Absonderung und der Glycogenbildung. Nach seiner Ansicht entsteht das Glycogen in den Drüsenzellen wahrschein-

---

* Bibel der Natur, Leipzig, 1752, p. 54—55.

** Beiträge zur Anat. u. Physiol. d. Pulmonaten; Zeitschrift f. wiss. Zoologie, VIII (3), p. 364—366.

*** Über Paludina vivipara; Zeitschrift f. wiss. Zoologie, II, 1850.

† Vergleichend-histochemische Untersuchungen über Glycogen; Archiv f. mikr. Anat., XXV, p. 259—404.

†† Le ghiandole salivari dei Gastropodi terrestri nei diversi periodi funzionale. — Mem. Ist. Lomb. Sc. Milano, XVIII, p. 115—133 und XXXII, p. 534—535; Boll. Sc. Pavia Anno, 21, p. 19—25.

††† Über den Bau und die Funktion der Speicheldrüsen bei den Gastropoden; Anat. Hefte, Erste Abt. XIX., 1902, p. 85—153.

†* L. c., p. 365.

†** Vergleichend-physiolog. Beiträge zur Kenntnis der Verdauungsvorgänge, Untersuchungen aus dem Physiol. Institute d. Univ. Heidelberg, II (1), 1878, p. 15—16.

†*** Bronns Klassen und Ordnungen des Tierreichs, III. Leipzig, 1901, p. 492.

*† Zit. Abhandlung, p. 366—386.

lich als Nebenprodukt bei der Bildung des Speichels (Mucins) aus den Eiweißmolekülen; das so gebildete Glycogen wird jedoch bei der neuerlichen Funktion der Drüsenzellen zur Regeneration der Eiweißmoleküle und bei der mit der Drüsenfunktion verbundenen stärkeren Oxydation verbraucht.

SOMOGYI* stellte in Verbindung mit der anatomischen und histologischen Untersuchung der Speicheldrüsen auch physiologische Versuche an, aus denen wir, wie er meint, deutlich ersehen können, daß das Sekret der Speicheldrüse auf die Fette überhaupt nicht einwirkt, auf die eiweißähnlichen Substanzen nur eine kleine Wirkung ausübt, während es die Stärke verändern kann, und daß daher die Drüse ihrem Namen, Speicheldrüse, auch in bezug auf ihre physiologische Funktion entspricht" (p. 28). Die Resultate der oberflächlichen physiologischen Untersuchungen SOMOGYIS müssen wir jedoch vollkommen außer acht lassen, da er erstens keine Kontrollversuche anstellte und zweitens zur Ausschließung der Bakterienwirkung kein Antiseptikum anwandte. Auf die Umwandlung der Stärke in Zucker, d. h. auf ihre Verdauung, schloß er aus dem positiven Resultat der TROMMERschen Probe; die von ihm nach ein bis zwei Stunden bei gewöhnlicher Temperatur beobachtete Reduktion stammte jedoch keineswegs von Traubenzucker, sondern von den aus den Speicheldrüsen extrahierten Mucinen, die SOMOGYI vor der Ausführung der TROMMERschen Probe samt den Eiweißsubstanzen nicht durch Fällung entfernt hat. Ich will nur nebenbei bemerken, daß er in seiner Abhandlung die Methoden seiner Untersuchungen nirgends erwähnt, daß er über die Konzentration der Stärkelösung keine Aufklärung gibt und von „feinem Öl", „feinem Fibrin" und von „andern Kohlehydraten" spricht.

Von histologischem und physiologischem Standpunkte, mit auf der Höhe der heutigen Wissenschaft stehenden modernen Methoden untersuchte LANGE** im Jahre 1902 die Speicheldrüsen

* Beiträge zur Anatomie, Histologie und Physiologie des Ernährungstraktus der Weinbergschnecke (*Helix pomatia L.*). Budapest 1887. Ungarisch. Inaugural-Dissertation.

** Anat. Hefte, Erste Abt., XIX, 1902, p. 139.

der Weinbergschnecke und gelangte zu dem Resultate, daß der Speichel des Tieres kein auf Stärke oder Eiweiß wirkendes Enzym enthält und daher nur seine mechanische Rolle in Betracht kommen kann. Außerdem enthält nach seiner Meinung der reine Speichel kein Glycogen.

Mit der Erwähnung der Resultate LANGEs haben wir auch die Reihe der Abhandlungen erschöpft, die in bezug auf die Physiologie der Speicheldrüsen der Weinbergschnecke selbständige Untersuchungen enthalten. Nach den Resultaten der bisherigen Untersuchungen besitzt also das Sekret der Speicheldrüsen nur eine mechanische Wirkung und spielt für die Verdauung keine wichtige direkte Rolle.

Die Aufgabe meiner Untersuchungen bestand darin, in erster Reihe mich von der Richtigkeit oder Unrichtigkeit der Resultate der erwähnten Forscher zu überzeugen und dann unsere Kenntnisse über die physiologische Funktion der Speicheldrüsen der Weinbergschnecke durch neue Versuche möglichst zu vermehren. Um reinen Speichel zu erhalten, reizte ich auf einem ausgehöhlten Objektträger die präparierten Speicheldrüsen mehrerer Schnecken mit Hilfe des elektrischen Stromes. Der so erhaltene Speichel ist fadenziehend, wasserklar, und nur bei 600facher Vergrößerung kann man in demselben feine, starklichtbrechende Körnchen wahrnehmen. Hierbei zeigt er starke alkalische Reaktion, bläut roten Lakmus und färbt eine 1 %ige alkoholische Phenolphtaleïnlösung hellrot. An der Luft wird er trübe und gerinnt endlich. Durch die Wirkung des Alkohols, der Essig- und Gerbsäure gerinnt er sofort. Mit Barytwasser erhalten wir keinen Niederschlag, und mit Jodtinktur können wir die bekannte kastanienbraune Farbe des Glycogens nicht wahrnehmen, weshalb ich die Angaben BARFURTHS und LANGEs, daß der reine Speichel kein Glycogen enthält, bestätigen kann.

Die Histologen schlossen auf Grund der mit Thionin, MAYERschen Mucikarmin- und Hämatoxylinfarben erhaltenen Reaktionen auf das Vorhandensein von Mucin; LANGE konnte jedoch im Extrakt der Speicheldrüsen nach dem Verfahren* von HAMMAR-

* Studien über Mucin u. mucinähnliche Substanzen. Pflügers Archiv f. d. ges. Physiologie, XXXVI, p. 319.

STEN und LANDWEHR mit rein chemischen Methoden Mucin nicht nachweisen, so daß wir nicht wußten, ob die in den Speicheldrüsen vorkommende und auf Thionin, Mucikarmin und Hämatoxylin reagierende Substanz wirklich Mucin ist oder nicht. Zur Entscheidung dieser Frage zerrieb ich die präparierten Speicheldrüsen von 20 Schnecken, nach mehrmaligem Auswaschen mit dest. Wasser, mit Quarzpulver zu einem Brei; den Brei verdünnte ich mit dest. Wasser auf 30 cm^3 und behandelte ihn mit Essigsäure. Den entstandenen Niederschlag sammelte ich auf einem Filter und löste ihn, nach dem Auswaschen desselben mit essigsaurem Wasser, in schwach alkalischem (Soda enthaltendem) Wasser auf und schlug ihn abermals mit Essigsäure nieder; endlich kochte ich den so gereinigten Niederschlag mit 2 %iger Salzsäure 8 Stunden auf dem Wasserbade, wodurch die Flüssigkeit gelblichbraun wurde und die FEHLINGsche Lösung stark reduzierte. Das Resultat dieses Versuches spricht also dafür, daß die Speicheldrüse wirklich Mucin enthält. Dieses Mucin stimmt in vieler Hinsicht mit dem Mucin der submaxillaren Speicheldrüse überein und unterscheidet sich sowohl von dem Sehnenmucin, als auch von dem von HAMMARSTEN nachgewiesenen Helicomucin. Der mit Essigsäure erhaltene, mit Alkohol und Äther sulf. gereinigte Mucinniederschlag ist nämlich in 0,001—0,002 %iger Salzsäure löslich; aus einer Kochsalz enthaltenden Lösung wird es durch Gerbsäure sofort niedergeschlagen, durch Essigsäure oder Ferrocyankalium wird jedoch die Lösung nicht einmal getrübt. Außerdem ist für dieselbe noch charakteristisch, daß sie von verdünnten Alkalien (so schon von Kalkwasser) leicht zersetzt wird.

Auf den großen Glycogengehalt der Speicheldrüsen der Schnecken wurde auch BARFURTH schon aufmerksam. LANGE fand in der Speicheldrüse (wasserfrei) der *Arion empiricorum* FÉR. genannten nackten Schnecke 7,356 % Glycogen. In bezug auf die Weinbergschnecke fehlen solche quantitative Untersuchungen, obwohl die Kenntnis der Menge des Glycogens wichtig ist, weil die Frage, ob das Glycogen in den Speicheldrüsen im Laufe der Sekretion nur als Nebenprodukt auftritt oder ob es eine solche Rolle besitzt wie in der Leber, nur durch sie beantwortet werden kann. Da mir eine größere Menge von Schnecken zur Verfügung stand,

versuchte ich die quantitative Bestimmung des Glycogens. Zur Bestimmung des Glycogens benutzte ich die Methode von BRÜCKE-KÜLZ und nicht die heute viel gebräuchlichere und bis zu einem gewissen Grade einen größeren Prozentgehalt an Glycogen zeigende PFLÜGER-NERKINGsche Methode, weil auch BARFURTH und LANGE die Glycogenmenge mit der ersten Methode bestimmt haben und so die Vergleichung viel genauer ist. — Zu diesem Behufe brachte ich die präparierten und mehrmals in dest. Wasser ausgewaschenen Speicheldrüsen von hundert Schnecken zum Gefrieren, zerrieb sie nach sechsstündigem Gefrieren schnell zu einem Brei; den Brei behandelte ich mit 96 %igem Alkohol und trocknete ihn nach der Verdunstung des Alkohols im Thermostat. Im frischen Zustande wogen die Speicheldrüsen 10,38 g, das Gewicht der Speicheldrüsen einer Schnecke betrug also durchschnittlich 0,1038 g, während die getrockneten Speicheldrüsen 1,9878 g Trockensubstanz zurückließen. Den eingetrockneten Speicheldrüsenbrei kochte ich mit 2 %iger Kalilauge, bis er sich ganz löste. Nach der Neutralisation tropfte ich zur Lösung abwechselnd Salzsäure von 1,114 spez. Gewicht und BRÜCKEsche Lösung (50 g Jodkalium + 500 g dest. Wasser + Quecksilberjodid bis zur Sättigung) zur Fällung des Eiweißes. Nach dem Filtrieren zerrieb ich den Niederschlag in Wasser, welches Salzsäure und BRÜCKEsche Lösung enthielt, um das eventuell mitgerissene Glycogen in Lösung zu bringen. Diese Lösung und Fällung des Eiweißes wiederholte ich noch zweimal. Die so gewonnenen vier Filtrate vereinigte ich und behandelte sie mit dem doppelten Volumen 99,8 %igen Alkohols; hierauf löste ich den Niederschlag in wenig warmen Wasser und behandelte die Lösung wieder mit Alkohol, endlich wusch ich den ganzen Niederschlag mit Alkohol und Äther auf einem Filter. Hierauf trocknete ich den Niederschlag, der das ganze Glycogen der Speicheldrüsen enthielt, im Exsikkator und wog ihn. Sein Gewicht betrug 0,1024 g. Dies ist jedoch nicht das wirkliche Gewicht der Glycogenmenge, da sich zu derselben noch verschiedene anorganische Substanzen gesellen. Nach PFLÜGERS Untersuchungen* können wir nicht ein-

* Die Bestimmung d. Glycogenes nach BRÜCKE und KÜLZ; PFLÜGERS Archiv f. d. ges. Physiologie. LXXV., p. 120—247.

mal nach Bestimmung und Abzug der Aschenbestandteile das genaue Gewicht des Glycogens erfahren, sondern wir müssen erst bestimmen, wieviel Zucker aus dem Glycogen entsteht und nur aus der Zuckermenge können wir genau die Glycogenmenge feststellen. Um das Glycogen in Zucker zu verwandeln, löste ich das verunreinigte Glycogen in 100 cm^3 2%iger Salzsäure und erwärmte die Lösung 4 Stunden auf dem Wasserbade; den entstandenen Zucker bestimmte ich durch Titration mit FEHLINGscher Lösung. Den $Cu(OH)_2$-Gehalt von 10 cm^3 FEHLINGscher Lösung reduzierten 46,29 cm^3 Zuckerlösung vollständig, und daher betrug die gesamte Traubenzuckermenge 0,108 g, da die Zuckerlösung 100 cm^3 betrug und da zur vollständigen Reduktion von 1 cm^3 FEHLINGscher Lösung 0,005 g Traubenzucker erforderlich ist. Hieraus erhalten wir die entsprechende Glycogenmenge durch Multiplikation mit dem Index 0,927; der tatsächliche Glycogengehalt beträgt 0,1001 g oder 5,03% der Trockensubstanz der Speicheldrüsen. Nach BARFURTHS Untersuchungen* enthält die Leber der genießbaren Schnecke 5,76%, der Fuß 3,29%, die übrigen Organe 2,06% Glycogen. Wir sehen aber, daß der Glycogengehalt der Speicheldrüsen dem der Leber sehr nahe kommt und den durchschnittlichen Glycogengehalt des Körpers weit übertrifft, weshalb die Speicheldrüse auch als glycogenbildendes und glycogenaufspeicherndes Organ im Stoffwechsel der Schnecke eine sehr wichtige Rolle spielen kann.

Die erhaltene Glycogenmenge ist natürlich nur annähernd bestimmt, da die Bildung und Aufspeicherung des Glycogens von vielen verschiedenen Faktoren abhängig ist, so von der Nahrung, von der Jahreszeit, vom Wetter und vielen andern Faktoren. Aber schon aus dieser einen Bestimmung können wir physiologisch wichtige Folgerungen ziehen und zwar in erster Reihe die, daß sich die Speicheldrüsen außer der Absonderung des Speichels auch noch am Kohlehydrat-Stoffwechsel beteiligen. Meine Ansicht wird noch dadurch bestärkt, daß LANGE in den Speicheldrüsen der *Arion empiricorum* FÉR. genannten Schnecke 7,356% Gly-

* Archiv f. mikr. Anatomie, XXV., 1885, p. 343.

cogen fand. Obwohl ich bemerken muß, daß LANGEs Angaben jedenfalls zu groß sind, da er das Glycogen aus der Aschenbestimmung durch Wägung bestimmte und das Mucin mit Essigsäure nicht entfernte, wodurch auch das von diesem sich abspaltende Kohlehydrat die Menge des Glycogens vergrößerte.

Die verdünnte Lösung des sich in den Speicheldrüsen aufspeichernden Glycogens zeigt, ähnlich dem in der Leber der Wirbeltiere vorkommenden, die bekannte Jodreaktion kaum oder überhaupt nicht, stimmt jedoch in vielen andern Eigenschaften mit dem typischen Glycogen vollkommen überein. So entsteht nach Jodzusatz bei Behandlung mit Jodkalium kein Niederschlag, sondern eine braune Lösung und nach Sättigung mit Chlorkalium nur nach viel Jodjodkalium-Lösung ein Niederschlag. 20%ige Gerbsäurelösung und Barytwasser fällt es flockig; der Niederschlag verschwindet jedoch nach dem Erwärmen. Nach Versetzen der Lösung mit dem doppelten Volumen MEYERscher Jodjodkaliumlösung (100 cm^3 der MEYERschen Lösung enthalten 0,5 g Jodkalium und 1 g Jod) und nachheriger Sättigung mit Chlorkalium erhält man reichlichen, rötlichbraunen Niederschlag.

Die Frage, inwiefern das Untersuchungsresultat KRUKENBERGS und LANGES (laut welchem das Sekret der Speicheldrüsen keine Verdauungssäfte enthält und daß daher, infolge seines Mucingehaltes nur seine mechanische Wirkung in Frage kommen kann) der Wirklichkeit entspricht, möchte ich mit der Mitteilung meiner weiteren Versuche beantworten.

Die Beschreibung meiner Versuche beginne ich mit der Mitteilung der Methoden.

Die Schnecken ertränkte ich ausnahmslos in ausgekochtem Wasser. Diese Methode hat nur den einen Nachteil, daß die Schnecken durch den Mund sehr viel Wasser aufnehmen und daß man daher bei der Präparierung der Speicheldrüsen sehr vorsichtig vorgehen muß, um den schwellenden Magen nicht zu verletzen und um die Speicheldrüsen mit dem aus dem Magen ausfließenden Safte nicht zu verunreinigen. Die Tötung mit 1%iger Cocainlösung, mit Chloroform und Curare benützte ich nicht, damit die Reaktion dieser Stoffe die weitere Untersuchung nicht störe. Die präparierten Speicheldrüsen wusch ich 3—4 mal in

dest. Wasser und zerrieb sie, nachdem sie gefroren waren, mit Quarzsand zu einem Brei. Die Reaktion des Breies war verschieden, meistens aber neutral, seltener ausgesprochen alkalisch oder sauer, rötete jedoch im ersteren Falle nie eine 1%ige Phenolphtaleïnlösung, im letzteren Falle bläute er Kongopapier nie. An der Luft stehend, wird er stark sauer und bekommt einen schlechten Geruch. Diese sauere Reaktion stammt wahrscheinlich von freier Milchsäure, da sie eine mit Eisenchlorid violett gefärbte, wässrige Phenollösung entfärbt (UFFELMANNsche Probe). Die Milchsäure stammt wahrscheinlich vom Glycogen, da beim Vorhandensein antiseptischer Mittel die Milchsäurebildung wegbleibt.

Um die Bakterienwirkung vollkommen auszuschließen, gab ich zum mit wenig dest. Wasser verdünnten Speicheldrüsenbrei Fluornatrium in 1—1,5%iger Konzentration und sättigte das Ganze mit Toluol (beiläufig 3%). Das Fluornatrium greift zwar nach längerem Stehen die empfindlicheren Enzyme an, schließt jedoch nach TAPPEINERS*, sowie ARTHUS und HUBERS** Untersuchungen die Wirkung der Bakterien vollständig aus und stört auch die verschiedenen Reaktionen nicht in der Weise, wie die bisher allgemein gebräuchlichen antiseptischen Mittel (Salicylsäure, Thymol, Chloroform etc.). Beim gemeinsamen Gebrauch von Toluol und Fluornatrium behalten die gewöhnlicheren Enzyme jahrelang ihre Wirkung; so besitze ich z. B. mehrere aus Käferdärmen stammende Enzymlösungen, die auch nach zweijährigem Stehen die Kohlehydrate und Eiweißstoffe ebenso wirksam verdauen, wie im frischen Zustand.

1. Versuch.

Zum vorher erwähnten filtrierten Speicheldrüsenextrakt gab ich 1%ige Stärkelösung und stellte das Reagenzglas in den auf 30° C. erwärmten Thermostat. Zur Kontrolle gab ich in ein anderes Reagenzglas ebensoviel 1%ige Stärkelösung und anstatt des Speicheldrüsenextraktes 1%iges, Toluol enthaltendes, Fluor-

* Archiv f. exp. Pathologie u. Pharmakologie, XXVII., 1890, p. 108.
** Archives de physiol. norm. et pathol., 5. Sér., IV., 1892, p. 651.

natrium. Nach 24 Stunden gab der Inhalt des ersten Reagenzglases mit Jodtinktur eine gelbe Reaktion zum Zeichen dessen, daß in ihm die Stärke bereits umgeändert ist; nach Entfernung der Eiweißstoffe und nach Niederschlagen des Mucins mit Essigsäure reduziert er jedoch weder die FEHLINGsche, noch die alkalische 0,001 %ige Safraninlösung (CRISMERsche Lösung), das heißt, sie enthält keinen Traubenzucker. Die Jodreaktion des Inhaltes des zweiten und dritten Reagenzglases ist unverändert schön blau, die Zuckerreaktionen (TROMMER-, CRISMER-, BOETTGER-ALMÉN- und JOHNSONsche Proben) sind aber ausgesprochen negativ.

2. Versuch.

Einige Tropfen Speicheldrüsenextrakt gab ich in die Höhlung eines ausgehöhlten Objektträgers und deckte ihn nach Zusatz von Erdäpfelstärkekörnern mit einem Deckgläschen zu. Zur Kontrole gab ich in die Höhlung eines andern Objektträgers gekochtes Speicheldrüsenextrakt und gleichfalls Erdäpfelstärkekörner, in die Höhlung eines dritten endlich Erdäpfelstärkekörner und 1 %iges, Toluol enthaltendes Fluornatrium. Alle drei Objektträger gab ich in eine SCHULTZEsche nasse Kammer, welche ich in den auf 30° C. eingestellten Thermostat stellte. Nach 24 Stunden konnte ich mich mit dem Mikroskop deutlich überzeugen, daß am ersten Objektträger kaum einige Stärkekörner geblieben sind und daß auch die wenigen, noch vorhandenen ganz zerfallen waren, während am zweiten und dritten die Stärkekörner vollkommen unversehrt waren.

3. Versuch.

In einem Reagenzglase gab ich zum Speicheldrüsenextrakt 1 %ige Amyloselösung, zur Kontrolle in ein zweites Reagenzglas aufgekochtes Speicheldrüsenextrakt und 1 % Amyloselöung, in ein drittes 1 %ige Amyloselösung und 1 %iges, Toluol enthaltendes Fluornatrium. Die drei Reagenzgläser stellte ich in den auf 32° C. eingestellten Thermostat. Nach 24 Stunden war im ersten Reagenzglas die Jodreaktion der Stärke, sowie die Zuckerreaktionen (TROMMER-, BARFOED-, CRISMER- u. JOHNSONsche Proben) negativ, während im zweiten und dritten Reagenzglas die Jodreaktion der

Stärke positiv (berlinerblau) war, die Zuckerproben jedoch ebenfalls negativ. Amylose oder in Wasser lösliche Stärke (= DELFF-sches Amylogen) stellte ich in der Weise her, daß ich gewöhnliche Reisstärke durch anhaltendes Kochen in Glycerin löste und mit Alkohol niederschlug.

4. Versuch.

In ein Reagenzglas gab ich zu Speicheldrüsenextrakt 0,5% Glycogenlösung, zur Kontrolle in ein anderes Reagenzglas gekochtes Speicheldrüsenextrakt und 0,5%ige Glycogenlösung, in ein drittes endlich 0,5%ige Glycogenlösung und Toluol enthaltendes, 1%iges Fluornatrium. Nach 24 Stunden war die Jodreaktion des Glycogens im ersten Reagenzglas negativ, die Zuckerproben (TROMMER-, BARFOED- und JOHNSONsche Proben) ebenfalls negativ, im zweiten und dritten Reagenzglas die Jodreaktion des Glycogenes unverändert positiv, die Zuckerproben negativ.

Das Resultat dieser vier Versuche spricht also entschieden dafür, daß das Speicheldrüsenextrakt ein Enzym enthält, welches die Stärke und das Glycogen, d. h. die Polysaccharide verzuckern kann.

Daß die Stärke und das Glycogen nach 24stündiger Wirkung des Speicheldrüsenextraktes tatsächlich vollständig verwandelt wird, bezeugt folgender Versuch. Ich bin aus der Überlegung ausgegangen, daß, wenn nach 24 Stunden im Reagenzglas, dessen Inhalt weder die Stärke- und Glycogen-, noch die Traubenzuckerproben zeigt, irgendein Polysaccharid vorhanden ist, so verwandelt dieses die Diastase in Zucker. Ich kochte also den Inhalt des Reagenzglases auf und gab nach Auskühlen desselben Diastase hinzu. Nach 12 Stunden waren die Zuckerproben negativ, d. h. die Stärke und das Glycogen verloren nicht nur ihre charakteristischen Jodreaktionen, sondern sogar ihre Polysaccharidennatur. Hier taucht nun die Frage auf, in was wurden die Stärke und das Glycogen nach Verlust ihrer Polysaccharidennatur durch die Wirkung des Enzymes der Speicheldrüse verwandelt?

Auch diese Frage können wir auf Grund folgenden Versuches beantworten. Wenn man in einem Reagenzglase filtriertes Speichel-

drüsenextrakt und 0,01 %ige Stärkelösung mischt, diese in einen auf 32° C. erwärmten Thermostat stellt und in Intervallen von 10 Minuten auf Stärke und Traubenzucker prüft, so stellt sich heraus, daß schon nach einer Stunde die Jodreaktion nicht mehr blau ist, sondern rötlich-violett, was schon für das Vorhandensein von Erythrodextrin spricht. Entfernt man nach drei bis vier Stunden die Versuchsflüssigkeit vom Eiweiß und schlägt man das Mucin mittelst Essigsäure nieder, so kann man die TROMMER-, CRISMER-, BARFOED- und JOHNSONschen Zuckerproben mit positivem Resultat ausführen. Diese Proben beweisen das Vorhandensein von Traubenzucker. Um mich zu überzeugen, ob nur Traubenzucker oder auch Maltose entsteht, wandte ich die Phenylhydrazinprobe an. Bei der mikroskopischen Untersuchung des bei dieser Probe entstehenden kristallinischen Niederschlages konnte ich neben den charakteristischen nadelförmigen Phenylglykosazonkristallen das Vorhandensein der platten Maltosazonkriställchen leicht feststellen. Mit Glycogen erhielt ich ganz ähnliche Resultate. Durch die Wirkung des Enzyms der Speicheldrüse entsteht also aus Stärke und Glycogen Erythrodextrin, weiter Maltose und Traubenzucker.

Aus meinen Versuchen geht hervor, daß das Speicheldrüsenextrakt der Schnecke die 0,01 %ige Stärke- oder Glycogenlösung in ca. 3½ Stunden vollkommen verändert, sodaß man mit Jod weder Stärke noch Glycogen nachweisen kann. Nach 3½ Stunden geben jedoch die BARFOED-, TROMMER-, CRISMER- und JOHNSONschen Zuckerproben ebenfalls ein negatives Resultat, das heißt nach 3½ Stunden kann nicht nur die Stärke oder das Glycogen nicht nachgewiesen werden, sondern nicht einmal die aus ihnen entstandene Maltose und der Traubenzucker, da sie zweifelsohne verwandelt sind! Durch diesen Umstand entsteht wieder eine neue Frage. Wie geht die Umwandlung vor sich und was für eine Substanz entsteht hierbei?

HUDSON FORD* wies schon im Jahre 1859 nach, daß das Destillat des Blutes Alkohol enthält. Nach ihm fand BÉCHAMP**

* Journal of the Elliott Society of Nat. Hist., I. Art. II., 1861, p. 43—99. Zitiert nach LANDSBERG.

** Comptes rendus de l'Académie des sciences, LXXV., 1872, p. 1830.

1872 im Destillat der Leber, der Kuh- und Eselinmilch
Nach RAJEWSZKY* bildet der Alkohol einen normalen
teil der Organe. Neuerdings wies STOKLASA** nach, da
nur bei der anaëroben Atmung der Pflanzen Alkohol und
dioxyd entsteht, sondern auch in fast allen Organen der
tiere, wenn diese zu keiner Luft, bzw. zu keinem Oxygen g
BACH und BATELLI*** geben auf Grund dieser Tatsachen u
eigenen Erfahrungen dem Gedanken Ausdruck, daß der
ein normales Dissimilationsprodukt der Kohlehydrate is
BERT† wies im Ei der *Testudo graeca*, in den Eiern des
culus und der *Arabacia*, weiter im Blute von *Sipunculus*,
lumbricoides, sowie im Körper des Regenwurmes und der A
larve das Vorkommen eines eigentümlichen Enzyms („ti
Zymase") nach, das aus verschiedenen Kohlehydraten u
cosiden Alkohol bereitet. LANDSBERG†† kam auf Grund
chemisch unanfechtbarer Untersuchungen ebenfalls zu der
tat, daß die frischen tierischen Organe eine kleine Me
formierten Alkohols enthalten. Auf Grund dieser Untersu
kam mir der Gedanke, ob der Speicheldrüsenextrakt der S
aus dem aus den Polysacchariden entstehenden Zucker nic
falls Alkohol bereitet. Um mich von der Richtigkeit o
richtigkeit meines Gedankens zu überzeugen, stellte ich
Versuche an.

Sorgfältig präparierte und in destilliertem Wasser n
gewaschene Speicheldrüsen brachte ich zum Gefrieren u
malmte sie mit chemisch reinem Quarzsand zu einem Br
Brei verdünnte ich mit dem doppelten Volumen 1 %igen
natrium und sättigte ihn mit Toluol. Den so vorb
Speicheldrüsenextrakt filtrierte ich und teilte ihn in drei P
Zur ersten Portion gab ich 1 %ige Stärkelösung, zur zweit
Aufkochen und Auskühlen ebenfalls 1 %ige Stärkelösu
dritten aber statt der 1 %igen Stärkelösung ein gleiches

* PFLÜGERS Archiv f. d. ges. Physiologie, XI., 1875, p. 122—
** Deutsche mediz. Wochenschrift, 1904 (6), p. 198.
*** Comptes rendus de l'Académie des sciences, CXXXVI., 190
† PFLÜGERS Archiv f. d. ges. Physiologie, XCIX., 1903, p. 17
†† Zeitschrift f. physiologische Chemie, XLI., 1904, p. 505—5

1 %iges mit Toluol gesättiges Fluornatrium. Alle aber, die Versuchsflüssigkeiten enthaltenden Reagenzgläser stellte ich in den 32grädigen Thermostat. Nach 48 Stunden gab ich zum Inhalte von ca. 10 cm^3 des ersten Reagenzglases, das weder die Stärke-, noch die Zuckerreaktionen zeigte, um den eventuell entstehenden Alkohol zu Aldehyd zu oxydieren 0,5 cm^3 conc. H_2SO_4 und gleichfalls 0,5 cm^3 2%ige K_2CrO_4-Lösung und destillierte. Vom Destillat fing ich ca. 1 cm^3 auf und stellte damit die Aldehydreaktionen an; vorerst die Jodoformprobe, dann die Fuchsin- und die ammoniakalische Silberreaktion. Das Resultat war in allen drei Fällen positiv, das heißt bei der Jodoformprobe konnte man neben dem Jodoformgeruch mit dem Mikroskope die charakteristischen sechseckigen Jodoformkristalle wahrnehmen; bei der Fuchsinprobe wurde die vorher mit Schwefelsäure entfärbte Fuchsinlösung schön rot, während bei der ammoniakalischen Silberprobe ein Silberspiegel entstand. Mit der Versuchsflüssigkeit des zweiten und dritten Reagenzglases verfuhr ich ganz in der beschriebenen Weise und fand die Stärke- und Zuckerproben negativ, die Fuchsin- und Jodoformprobe des Destillats ebenfalls negativ, während bei der ammoniakalischen Silberprobe kein Silberspiegel, sondern ein kaum wahrnehmbarer Niederschlag entstand. Ich bemerke, daß ich zur Jodoformprobe, da die im Handel käufliche Natronlauge mit Alkohol gereinigt wird, durch Verbrennung von metallinischem Natrium bereitete Natronlauge und chemisch ganz reines kristallisiertes Jod und Jodkalium verwandte.

Ganz ähnliche Versuche machte ich mit Glycogen. In einem Reagenzglase mischte ich Speicheldrüsenextrakt und 0,5%ige Glycogenlösung, in einem zweiten aufgekochtes Speicheldrüsenextrakt und 5%ige Glycogenlösung, in einem dritten endlich 0,5%iges Glycogen und 1%ige mit Toluol gesättigte Fluornatriumlösung. Den Inhalt der drei Reagenzgläser behandelte ich nach 48stündigem Stehen mit H_2SO_4 und K_2CrO_4 und destillierte. Die Aldehydreaktionen (Jodoform und Fuchsinproben) des aus dem ersten Reagenzglase stammenden Destillats waren positiv, während die aus dem zweiten und dritten Reagenzglase stammenden Destillate negative Aldehydproben zeigten. In allen meinen Versuchen oxydierte ich den Alkohol und wies ihn als Aldehyd nach,

weshalb man einwenden könnte, daß das Resultat für das Vorhandensein von Aldehyd und nicht von Alkohol spricht. Dieser Einwand hätte jedoch keinen realen Grund, weil erstens in den Speicheldrüsen präformierte Aldehyde nur in Spuren vorkommen, und auch diese werden von der H_2SO_4 und vom K_2CrO_4 zweifelsohne oxydiert und können daher als Aldehyde nicht nachgewiesen werden, wir können also mit ganzer Bestimmtheit und mit Recht darauf schließen, daß die nachgewiesenen Aldehyde durch die oxydierende Wirkung des Kaliumchromats erst nachträglich aus dem Alkohol entstanden sind.

Um die alkoholbildende Wirkung des Speicheldrüsenextraktes der Schnecke nachzuweisen, stellte ich noch folgende Versuche an:

1. Versuch.

Zu Speicheldrüsenextrakt gab ich 1%ige Stärkelösung und zur Kontrolle in ein zweites Reagenzglas zu aufgekochtem Speicheldrüsenextrakt 1%ige Stärkelösung und endlich in ein drittes Reagenzglas zu 1%iger Stärke 1%iges mit Toluol gesättigtes Fluornatrium.

2. Versuch.

In einem Reagenzglas schüttelte ich Speicheldrüsenextrakt mit 1%iger Traubenzuckerlösung, zur Kontrolle mischte ich in einem zweiten gekochtes Speicheldrüsenextrakt mit 1%iger Traubenzuckerlösung, in einem dritten endlich 1%ige Traubenzuckerlösung mit 1%igem mit Toluol gesättigtem Fluornatrium.

3. Versuch.

Zu Speicheldrüsenextrakt gab ich 1%ige Maltoselösung.

4. Versuch.

Speicheldrüsenextrakt mischte ich mit 1%iger Dextrinlösung. Das zum Versuche verwandte MERCKsche Dextrin (Dextr. puriss. alkohol. praecipitat.) enthielt besonders viel Erythrodextrin und Amyloporphyrin*, weshalb die Jodreaktion auffallend lebhaft rot war.

* Vergl. BÜTSCHLI, Untersuch. üb. Amylose und amyloseartige Körper: Verhandl. d. Heidelberg. naturhist.-med. Vereins, N. F., VII., p. 470.

Als Antisepticum verwandte ich in allen vier Versuchen Fluornatrium und Toluol, den Versuch selbst führte ich im auf 32° C. erwärmten Thermostat aus. Nach 48 Stunden war die Stärke und Zuckerprobe (TROMMER) des Inhaltes des ersten Reagenzglases im ersten Versuch negativ, die CHAUTARDsche Acetonprobe ebenfalls negativ, während die Jodoform-, Chromat- und Essigätherprobe ein positives Resultat lieferte, d. h. aus der Stärke hatte sich Aethylalkohol gebildet.

Um mich davon zu überzeugen, ob das positive Resultat der Jodoform-, Chromat- und Essigätherproben nicht von Ameisensäure herrührt, isolierte ich letztere vom Alkohol und zwar so, daß ich die Ameisensäure in ein Bleisalz umwandelte und nochmals destillierte. Die Jodoform-, Chromat- und Essigätherproben dieses Destillates waren auch positiv. Im zweiten und dritten Reagenzglase blieb die Jodprobe der Stärke positiv, während die Alkoholproben (Jodoform-, Chromat- und Essigätherproben) des Destillates ein negatives Resultat lieferten.

Im ersten Falle des zweiten Versuches waren nach 48 Stunden die BARFOEDsche und TROMMERsche Zuckerprobe positiv, aber die Alkoholproben (Jodoform, Chromatproben) des Destillates ebenfalls positiv. Im zweiten und dritten Falle waren die Traubenzuckerproben unverändert positiv, die Alkohol- und Aldehydproben ihrer Destillate jedoch negativ. Der Speicheldrüsenextrakt kann also auch aus Traubenzucker Aethylalkohol bereiten.

Im dritten Versuch war nach 48 Stunden die BARFOEDsche Probe negativ; die TROMMER-Probe positiv, die Alkoholproben des Destillates negativ, das heißt der Speicheldrüsenextrakt übt auf die Maltose keine Wirkung aus und kann dieselbe weder in Traubenzucker, noch in Alkohol spalten. Diesen Versuch stützte ich auf die Eigenschaft der Maltose, daß dieselbe die BARFOEDsche Lösung (essigsaures Kupferacetat) nicht reduziert.

Im vierten Versuch war nach 12 Stunden die Jodreaktion negativ, die TROMMERsche Zuckerprobe positiv. Nach 48 Stunden erwies sich die TROMMER-Probe schon als negativ, während die Alkoholproben des Destillates ein positives Resultat lieferten.

Dieser Versuch spricht dafür, daß der Speicheldrüsen
aus Dextrin Traubenzucker und Alkohol bildet.

Meine Versuche bestätigen also, daß das Extrakt der S
drüsen der Schnecken im 32grädigen Thermostat aus Stä
Glycogen, aus Dextrin und aus Traubenzucker Alkohol
bringen kann. Die Frage, ob die Spaltung der Kohl
schon durch die Wirkung des Speicheldrüsensekretes ni
in vitro, sondern auch im Leben, bis zum Aethylalkoho
können wir natürlich nicht beantworten. Nach meiner
ist dies wahrscheinlich nicht der Fall, denn die aus de
sacchariden gebildete Maltose und der Traubenzucker
schnell resorbiert, und so kann aus ihnen nicht Alkohol
werden. Meine Versuche bestätigen jedoch zwei Ta
erstens, daß in den Speicheldrüsen der Schnec
Kohlehydraten auf Wirkung eines durch Koch
wirksam werdenden Enzymes Aethylalkohol e
und zweitens, daß der Alkohol als Dissimilationsp
der Kohlehydrate bei den wirbellosen Tieren
scheinlich viel häufiger ist, als man bisher dacht

Die obigen Versuche können uns davon überzeugen,
der Speicheldrüse der Schnecke ein amylolytisch
ein glycolytisches Enzym vorhanden ist, das die
bisher darum nicht beobachteten, weil sie das gewohn
produkt der amylolytischen und glycolytischen Vorgän
Traubenzucker, nach 24 Stunden nicht nachweisen konnte
Forscher halten zwar das amylolytische und glycolytis
zym für identisch, obwohl man auf Grund der Untersu
FISCHERS* wenigstens bei den wirbellosen Tieren die zwei
unterscheiden muß. Auf Grund meiner Untersuchunge
auch ich die Ansicht KOBERTS** bestärken, daß das amylo
Enzym vom glycolytischen verschieden ist, und daß letzt
Stärke nicht unbedingt in Zucker verwandelt. Einige S
drüsen konservierte ich in 4%igem Formol und zerrieb
nach gründlichem Auswaschen und Gefrierenlassen zu eine

* WERNER FISCHER, Über die Enzyme wirbelloser Tiere. Dis
Rostock, 1903.

** PFLÜGERS Archiv f. d. ges. Physiologie. XCIX., 1903, p. 14

Der mit 1 %igem, mit Toluol gesättigtem Fluornatrium bereitete Extrakt des Breies war in bezug auf Stärke vollkommen wirkungslos, verwandelte jedoch das Glycogen binnen kurzer Zeit in Traubenzucker.

Die amylolytischen und glycolytischen Enzyme der Speicheldrüse der Schnecke sind gegen Säuren sehr empfindlich. Schon ein Tropfen Salzsäure hemmt vollkommen ihre Wirkung, während die Alkalien, wie z. B. die Soda ihre Verdauungswirkung steigern. Durch Milch- und Zitronensäure auch in 0,001 %iger Konzentration wird ihre Wirkung aufgehoben. Mit durch Sodazusatz schwach alkalisch gemachtem, 1 %igem Fluornatrium kann man ein sehr energisch verdauendes Speicheldrüsenextrakt bereiten, das sogar in verhältnismäßig sehr großer Verdünnung die Stärke und das Glycogen in Zucker verwandelt, das heißt man kann die Wirkung der amylolytischen und glycolytischen Enzyme der Speicheldrüsen der Schnecke auf dieselbe Weise steigern, wie dies von APÁTHY* für die aus den Speicheldrüsen der medizinischen Blutegel extrahierbaren und die Blutgerinnung hindernden Enzyme nachgewiesen hat.

Die Speicheldrüse der Schnecke enthält außer den amylolytischen und glycolytischen auch noch andere Enzyme.

Versetzt man Speicheldrüsenextrakt mit 1 %iger Rohrzuckerlösung und entfernt man das Eiweiß mit Essigsäure, so geben nach 24 Stunden die Traubenzuckerproben (BARFOED- und TROMMERschen) ein positives Resultat. Die Phenylhydrazinprobe zeigt unter dem Mikroskope charakteristische Phenylglykosazonkristalle. Die Speicheldrüse der Schnecke enthält also auch Invertin, durch dessen Wirkung aus Rohrzucker Traubenzucker entsteht.

In bezug auf Maltose und Milchzucker ist das Speicheldrüsenextrakt der Schnecke vollkommen wirkungslos. Speicheldrüsenextrakt + 1 %ige Maltose und Speicheldrüsenextrakt + 1 %ige Laktose geben nicht einmal nach achttägigem Stehen eine positive BARFOEDsche Probe, während die Mischung die FEHLING-

* Értesitö az Erdélyi Múzeum-Egylet orvos-természettud. szakosztályából; XXII., 1897, Revue I., p. 74—75. (Mitteilungen der med.-naturwiss. Sektion des Siebenbürgischen Museum-Vereins.)

sche Lösung stark reduziert, das heißt die Speicheldrüse der Schnecke enthält weder Maltase noch Laktase.

BIEDERMANN und MORITZ* fanden in der Verdauungsdrüse des Mitteldarmes der Schnecken, in der sogenannten Leber ein energisch wirkendes, Cellulose lösendes Ferment, Cytase. Ich untersuchte deshalb, ob dieses Enzym auch in der Speicheldrüse vorhanden ist. Ich führte Verdauungsversuche mit Watte, Papierschnitzelchen, mit aus dem Endospermiumgewebe von Dattelkernen verfertigten feinen Schnitten aus, weiter mit der nach HOFMEISTERS** Vorschriften hergestellten „löslichen Cellulose"; das Resultat war jedoch immer ein negatives, das heißt die Cellulose löste sich nicht. Die Speicheldrüse der Schnecke enthält also keine Cytase.

Aus der Reihe der Glycosiden untersuchte ich die Verdauung des Amygdalins, Arbutins und Phloridzins. Speicheldrüsenextrakt versetzte ich mit 1 %iger wässriger Amygdalinlösung und gab zum ganzen Fluornatrium in 1 %iger Konzentration und bis zu 3 % Toluol. Nach 24 Stunden war der Geruch der Blausäure gut wahrnehmbar und nach Entfernung der Eiweißstoffe konnte man in der zum Versuche dienenden Lösung mit der TROMMERschen Probe Traubenzucker nachweisen. Das Amygdalin wurde also durch die Wirkung des Speicheldrüsenextraktes in Blausäure und Traubenzucker gespalten. Dieses Resultat ist umso bemerkenswerter, da nach GRISSON*** der Speichel, das Pepsin, die Galle und der Darmsaft der höheren Tiere in Abwesenheit von Mikroorganismen das Amygdalin nicht zersetzen kann.

Einen ähnlichen Versuch stellte ich mit 1 %iger wässriger Arbutinlösung an. Nach 24 Stunden färbte sich die Mischung des Speicheldrüsenextraktes und des Arbutins mit Eisenchlorid nicht blau, nach Entfernung des Eiweißes mit Essigsäure konnte ich mit der TROMMERschen Probe keinen Traubenzucker nachweisen. Zu den Verdauungsversuchen mit Phloridzin verwandte ich eine 1 %ige wässrige Phloridzinlösung, die sich mit Eisen-

* PFLÜGERS Archiv f. d. ges. Physiologie, LXXIII., 1898, p. 219—287.

** Landw. Jahrb., XVII., 1888, p. 239.

*** Über das Verhalten der Glycoside im Tierkörper. Dissertation, Rostock, 1887.

chlorid bräunlich-rot färbte. Nach 24stündigem Stehen färbte sich jedoch der Speicheldrüsenextrakt und die 1 %ige Phloridzinlösung mit Eisenchlorid unverändert bräunlich-rot und nach Entfernung des Mucins und des Eiweißes waren die TROMMERsche und BARFOEDsche Zuckerproben negativ. Ich bemerke, daß ich sowohl bei den Versuchen mit Amygdalin, als auch bei denen mit Arbutin und Phloridzin — zur Kontrolle — auch mit aufgekochtem Speicheldrüsenextrakt experimentierte, und zwar mit negativem Resultat, das heißt in den Kontrollversuchen erlitt das Amygdalin, Arbutin und Phoridzin keine Veränderung.* Die Enzyme der Speicheldrüse wirken also von den Glycosiden wahrscheinlich auf das Amygdalin und Arbutin, während sie auf das Phloridzin keine Wirkung ausüben.

Nach SCHÖNBEIN** besitzen alle Fermente die Grundeigenschaft, daß sie Hydrogenperoxyd auf die Art des kolloidalen Platins zersetzen können; JACOBSON*** und KOBERT† wiesen jedoch auf Grund ihrer Untersuchungen darauf hin, daß die Enzymwirkung und die Zersetzung des Hydrogenperoxydes zwei verschiedene Eigenschaften sind.

So kann man z. B. nach den Untersuchungen von NEUMANN-WENDER†† die katalytische Wirkung der Diastase vernichten, ohne daß ihre amylolytische Eigenschaft eine Einbuße erlitte. In der Kenntnis dieser Umstände untersuchte ich, ob der Speicheldrüsenextrakt eine Hydrogenperoxyd katalysierende Wirkung hat. Zu diesem Behufe gab ich zum neutralisierten Speicheldrüsenextrakt auf Grund der Untersuchungen von FISCHER-KOBERT††† zehnfach verdünnte Lösung von 30 %igem, MERCKschem, chemisch reinem H_2O_2. Die Versuchsflüssigkeit begann alsbald fein zu schäumen, zum Zeichen dessen, daß das Speicheldrüsenextrakt eine Substanz enthält, die Hydrogenperoxyd katalysiert, das heißt das Extrakt enthält Katalase.

---

* Weitere Experimente sind noch in Vorbereitung.

** Journal f. prakt. Chemie, LXXV., 1858 u. LXXXIX., 1863.

*** Zeitschrift f. physiol. Chemie, XVI., 1892, p. 340.

† Medicinische Woche, Jahrg. 1901, No. 25—27.

†† Pharmac. Zeitung, Jahrg. 1903, No. 55, p. 471.

††† PFLÜGERS Archiv f. d. ges. Physiologie, XCIX., 1903, p. 125.

Seit GIARD* im Jahre 1896 feststellte, daß die Gewebe gewisser Ascidien die Guajaktinktur bläuen, wiesen die Forscher in den verschiedenen Geweben der wirbellosen Tiere eine ganze Reihe oxydativer Enzyme, sog. Oxydasen nach. Von diesen ist die von FÜRTH und SCHNEIDER** studierte Tyrosinase die bekannteste, die das im Körper befindliche Tyrosin in Melanin verwandelt. Die Speicheldrüsen der Schnecken enthalten wahrscheinlich kein solches oxydatives Enzym, da nach dem Gefrieren hergestelltes wäßriges Extrakt weder die Mischung von Terpentinöl und Guajaktinktur, selbst nach längerem Stehen, blaufärbt, noch die Guajakollösung rötet.

Die Untersuchung der Wirkung des Speichels der Schnecken auf Inulin, Eiweißstoffe und Fette konnte ich in Ermangelung günstigen Untersuchungsmaterials noch nicht beenden, weshalb ich die Mitteilung derselben auf eine andere Gelegenheit verschiebe.

Die Hauptresultate meiner Untersuchungen fasse ich zur leichteren Übersicht im Folgenden zusammen.

1. Der reine Speichel reagiert alkalisch und ist immer glycogenfrei.

2. Der Speichel enthält chemisch nachweisbares Mucin, welches mit dem Mucin der submaxillaren Speicheldrüse der Wirbeltiere in vieler Hinsicht übereinstimmt, jedoch sowohl vom Mucin der Sehnen, als auch von dem von HAMMARSTEN untersuchten Helicomucin abweicht.

3. Das in der Speicheldrüse der Schnecke aufgespeicherte Glycogen beträgt 5,03 % ihrer Trockensubstanz.

4. Nach der Leber (Verdauungsdrüse) ist die Speicheldrüse das größte und bedeutendste glycogenbildende und glycogenaufspeichernde Organ des Körpers, durch welche Eigenschaft sie im Stoffwechsel der Kohlehydrate eine sehr wichtige Rolle spielen kann.

5. Die Speicheldrüse erzeugt Enzyme durch deren Wirkung aus Stärke, Glycogen und Dextrin, das heißt aus Polysacchariden Erythrodextrin, Maltose und Traubenzucker entsteht.

6. Der durch Wirkung der von den Speicheldrüsen erzeugten

* Compt. rend. de la soc. biol., XLVIII., 1896, p. 483.

** HOFMEISTERS Beiträge z. chem. Physiol. u. Pathol., I., 1902, p. 229—242.

Enzyme aus den Polysacchariden entstehende Traubenzucker kann nur zu einer gewissen Zeit nachgewiesen werden, da später durch Wirkung der ebenfalls von der Speicheldrüse erzeugten Zymase aus dem Traubenzucker Aethylalkohol entsteht.

7. Die Speicheldrüse enthält ein besonderes Enzym, welches aus Stärke, Glycogen, Dextrin und Traubenzucker Aethylalkohol bilden kann.

8. Der durch die Wirkung der Enzyme der Speicheldrüse aus den Polysacchariden und Zuckern entstehende Aethylalkohol ist kein Verdauungs-, sondern vielmehr ein Dissimilationsprodukt.

9. Die die Stärke und das Glycogen verzuckernden Enzyme sind nicht identisch, da das amylolytische Enzym ganz vernichtet werden kann, ohne daß hierdurch die Verzuckerung des Glycogens eine Einbuße erlitte.

10. Die Wirkung der amylo- und glycolytischen Enzyme wird durch Säuren (Salzsäure, Milchsäure) vernichtet, von den Alkalien jedoch gesteigert.

11. Die Speicheldrüsen enthalten Invertin, welches den Rohrzucker in Traubenzucker verwandelt.

12. Das Sekret der Speicheldrüse übt auf Maltose, Milchzucker und Cellulose keinen Einfluß aus, das heißt es enthält weder Maltase noch Laktase oder Cytase.

13. Von den Glycosiden wirken die Enzyme der Speicheldrüse wahrscheinlich auf das Amygdalin und Arbutin, auf das Phloridzin sind sie aber gänzlich wirkungslos.

14. Die Speicheldrüse enthält Katalase, welches das H_2O_2 zersetzt, sie enthält jedoch keine Oxydase.

Am Ende meiner Arbeit erfülle ich eine angenehme Pflicht, indem ich meinem hochverehrten Professor und Prinzipal Herrn Dr. GÉZA ENTZ für die Aneiferung und die fachgemäßen Ratschläge, mit denen er meine Bemühungen unterstützte, Herrn LUDWIG WINKLER a.o. Univ.-Professor der Chemie für seine freundlichen Ratschläge auf dem Gebiete der Chemie und Herrn Univ.-Assistenten OSKAR KELLER für das mühevolle Sammeln des Untersuchungsmaterials meinen Dank ausspreche.

7.

ÜBER EIN KRITERIUM DER INTRANSITIVITÄT VON ENDLICHEN GRUPPEN LINEARER SUBSTITUTIONEN.

Von ALADÁR VISNYA in Nagy-Várad.

Übersetzt aus „Mathematikai és Physikai Lapok" (Mathematische und physikalische Blätter) Bd. XII (1903), p. 203–217.

Eine Gruppe linearer Substitutionen wird nach MASCHKE* intransitiv genannt, wenn man sie so transformieren kann, daß alle ihre Substitutionen ähnlich zerlegbar werden. In dieser transformierten Form können wir auch die Gruppe kurz zerlegbar nennen. Diese zerlegbaren Gruppen sind auf den ersten Blick leicht zu erkennen an den vielen, nach gewisser Regel verteilten Stellen, die in den Matrices ihrer Substitutionen durchweg mit Nullen besetzt sind.

Unterwirft man diese zerlegbaren Gruppen beliebigen Transformationen, so gelangt man zu den intransitiven Gruppen. Es ist zwar möglich, daß hierbei noch immer einige Stellen durchgehends mit Nullen besetzt bleiben, im allgemeinen aber werden sämtliche Nullstellen verschwinden. Die intransitiven Gruppen besitzen also schon kein so augenfälliges Merkmal wie die zerlegbaren.

Es entsteht also die Frage, wie man die intransitiven Gruppen von den — man kann sagen — transitiven Gruppen der be-

* Beweis des Satzes, daß diejenigen endlichen linearen Substitutionsgruppen, in welchen einige durchgehends verschwindende Koeffizienten auftreten, intransitiv sind. *Math. Ann.* Bd. 52, p. 363.

treffenden Dimension unterscheiden kann? Dies soll hier für die endlichen Gruppen erledigt werden. Für diese hat zwar MASCHKE in der eben zitierten Note eine hinreichende, aber bei weitem nicht notwendige Bedingung angegeben. Wie es bereits der Titel von MASCHKEs Abhandlung anzeigt, besteht diese Bedingung darin, daß in den Matrices sämtlicher Substitutionen wenigstens eine (nicht in die Hauptdiagonale fallende) Stelle durchgehends mit Nullen besetzt sei. Wir haben hingegen schon bemerkt, daß im allgemeinen die Nullen gänzlich verschwinden können. Bringt man aber diese MASCHKEschen Ausführungen in Verbindung mit den HERMITEschen Formen, die, wie bekannt, Invarianten zu jeder endlichen Gruppe linearer Substitutionen liefern, so kommt man leicht zu folgendem Satze, dessen Beweis das Hauptziel dieser Note ist:

Die notwendige und hinreichende Bedingung der Intransitivität einer endlichen Gruppe linearer Substitutionen ist, daß eine semidefinite HERMITEsche Form

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ik}x_i\bar{x}_k \qquad (\alpha_{ki}=\bar{\alpha}_{ik})^*$$

existiere, die bei allen Substitutionen der Gruppe invariant bleibt. Ist diese Form vom Range r $(r<n)$, so läßt sich die betreffende Gruppe von n^{ter} Dimension so transformieren, daß sie in eine r-dimensionale und eine $(n-r)$-dimensionale Gruppe zerlegbar wird.

Will man über die Intransitivität einer gegebenen Gruppe Aufschluß gewinnen, so beansprucht die Anwendung dieses Kriteriums gewisse Rechnungen, welche auf die Bestimmung solcher HERMITEschen Invarianten niederer Ordnung ausgehen; dabei muß sich im Falle einer nichtintransitiven (also transitiven) Gruppe herausstellen, daß diese Invarianten identisch verschwinden, d. h. 0ten Ranges sind. Wenn die Gruppe nur einigermaßen von spezieller Gestalt ist (z. B. sobald sie eine Substitution von kanonischer Form enthält, hauptsächlich, wenn die charakteristische

* $\bar{x}_k$ und $\bar{\alpha}_{ik}$ bezeichnen, wie allgemein üblich, die konjugiert komplexen Werte von x_k bezw. α_{ik}.

Gleichung dieser kanonischen Substitution keine mehrfachen Wurzeln besitzt), so gestalten sich diese Rechnungen schon höchst bequem, wie ich dies bei anderer Gelegenheit an verschiedenen Beispielen zu zeigen gedenke*. Dieses Kriterium läßt sich aber nicht nur praktisch, sondern auch theoretisch gut verwenden, so ließ sich z. B. mit seiner Hilfe die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten einer endlichen Gruppe im allgemeinen leicht charakterisieren.

* * *

1. Um die Notwendigkeit der oben ausgesprochenen Bedingung zu beweisen, nehmen wir zuerst an, daß unsere Gruppe intransitiv ist, und zwar daß sie sich durch Einführung von neuen Variablen X, auf eine Form bringen läßt, in der jede ihrer Substitutionen einerseits nach $X_1, X_2, \ldots, X_r$ und anderseits nach $X_{r+1}, \ldots, X_n$ zerlegbar wird.

Diese Form kann man symbolisch mit

$$\left(\begin{array}{c|c} G_1^{(r)} & 0 \\ \hline 0 & G_2^{(n-r)} \end{array}\right) \tag{1}$$

bezeichnen, und es ist klar, daß die Gesamtheit der Matrices r^{ter} und $(n-r)^{\text{ter}}$ Dimension, die wir mit $G_1^{(r)}$ bezw. mit $G_1^{(n-r)}$ bezeichnen, Gruppen bilden.

Betrachten wir nun $G_1^{(r)}$ selbständig, als eine Gruppe in den Variablen $X_1, X_2, \ldots, X_r$, so existiert nach einem bekannten Satze** eine definit positive HERMITEsche Form

$$H_1(\alpha' \mid X, \overline{X}) = \sum_{i=1}^{r} \sum_{k=1}^{r} \alpha'_{ik} X_i \overline{X}_k, \qquad (\alpha'_{ki} = \overline{\alpha}'_{ik})$$

die bei allen Substitutionen der Gruppe invariant bleibt.

---

* Den Impuls zur Aufsuchung eines solchen Kriteriums erhielt ich nämlich aus der Prüfung der Resultate von gewissen Rechnungen, mit denen mich Herr Prof. G. RADOS im Mathematischen Seminar am Polytechnikum zu Budapest seinerzeit betraut hat.

** Was die Literatur dieses Satzes anbelangt, siehe *Encyclopädie der Math. Wissensch.* I B 3 f. (WIMAN), 8, Fußnoten 37 und 38.

Jede Invariante der Komponenten $G_1^{(r)}$ oder $G_2^{(n-r)}$ kann aber auch als Invariante der ganzen zerlegbaren Gruppe I betrachtet werden. Nur ist H_1 in dieser Auffassung nicht mehr definit, sondern nur semidefinit und zwar genau r^{ten} Ranges. Daraus folgt aber gleich, daß man für die ursprüngliche (intransitive) Gruppe eine solche semidefinite Invariante (von demselben Range) erhält, wenn man in H_1 statt $X_1, X_2, \ldots, X_r$ wieder die ursprünglichen Variablen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ einführt.

2. Sehen wir nun anderseits, wie man aus der Existenz einer solchen semidefiniten HERMITEschen Invariante auf die Intransitivität der Gruppe schließen kann.

Ist

$$H^{(r)} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \alpha'_{ik} x_i \bar{x}_k \qquad (\alpha'_{ki} = \bar{\alpha}'_{ik})$$

eine HERMITEsche Form vom Range $r\,(r < n)$, die bei allen Substitutionen einer Gruppe G invariant bleibt, so läßt sich $H^{(r)}$ bekanntlich stets durch eine geeignete Transformation

$$x = L(X)$$

auf folgende kanonische Form bringen:

$$L' H^{(r)} \bar{L} = K^{(r)} = X_1 \bar{X}_1 + X_2 \bar{X}_2 + \cdots + X_r \bar{X}_r.$$

Wenn wir gleichzeitig auch die Gruppe durch L transformieren, so wird die transformierte Gruppe $L^{-1} G L$ diese kanonische Form invariant lassen*.

Daraus läßt sich aber folgern, daß in den Matrices ihrer Substitutionen gewisse Stellen durchgehends mit Null besetzt sind.

Wenn wir nämlich eine beliebige Substitution

$$X_i = \sum_{k=1}^{n} c_{ik} X_k' \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

der so transformierten Gruppe auf die obige kanonische Form anwenden, so entsteht aus den einzelnen Gliedern

* Die hier angewandte symbolische Bezeichnungsweise ist die FROBENIUSsche.

$$X_i \overline{X}_i = \sum_{k=1}^{n} c_{ik} X_k' \sum_{l=1}^{n} \bar{c}_{il} \overline{X}_l' = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} c_{ik} \bar{c}_{il} X_k' \overline{X}_l',$$

und diese Ausdrücke sind zu summieren durch die Werte $i = 1, 2, \ldots, r$.

Betrachten wir nun die Koeffizienten der Glieder $X_j' \overline{X}_j'$. Aus jedem der obigen Ausdrücke erhalten wir $c_{ij} \bar{c}_{ij}$, der vollständige Koeffizient ist also

$$c_{1j} \bar{c}_{1j} + c_{2j} \bar{c}_{2j} + \cdots + c_{rj} \bar{c}_{rj}.$$

Da aber jetzt die kanonische Form $\sum_{i=1}^{r} X_i \overline{X}_i$ eine Invariante der Gruppe ist, so müssen diese Koeffizienten für die Werte $j = r+1, r+2, \ldots, n$ verschwinden. Es ist also

$$c_{1j} \bar{c}_{1j} + c_{2j} \bar{c}_{2j} + \cdots + c_{rj} \bar{c}_{rj} = 0$$
$$(j = r+1, r+2, \ldots, n),$$

und da hier die einzelnen Glieder als Produkte konjugierter Werte nicht negativ sein können, so folgt hieraus:

$$c_{1j} = 0, \; c_{2j} = 0, \; \ldots, \; c_{rj} = 0$$
$$(j = r+1, r+2, \ldots, n).$$

Das sagt aber, daß die so transformierten Substitutionen der Gruppe eben alle von derjenigen Form sind, die MASCHKE (a. a. O. p. 367 unter (10)) durch das Schema

$$\left(\begin{array}{c|c} Q_1 & R_1 \equiv 0 \\ \hline R_2 & Q_2 \end{array} \right) \qquad \text{(II)}$$

symbolisiert, wo Q_1 und Q_2 quadratische Matrices von r^2 bezw. $(n-r)^2$ Elementen sind, und R_2 aus $(n-r)$ Zeilen und r Kolonnen besteht.

In dieser transformierten Form haben wir in den Matrices der Gruppe reichlich Stellen, die durchweg mit Nullen besetzt sind, so daß wir schon leicht auf die Intransitivität der Gruppe schließen können. Dazu müssen wir nämlich nicht einmal das Hauptresultat der zitierten MASCHKEschen Note in Anspruch nehmen, denn es sind hier viel engere Bedingungen erfüllt, so daß wir an einen bloßen Hilfssatz anknüpfen können.

Dieser Hilfssatz (a. a. O. § 3 p. 367) sagt eben aus: Wenn alle Matrices einer endlichen Gruppe die unter II symbolisierte Form haben, so läßt sich die Gruppe auf eine nach dem Schema I zerlegbare Form transformieren.

Mit der Bemerkung, daß wir so im Anschluß an die MASCHKEschen Ausführungen nicht nur den vollständigen Beweis unseres Satzes erhalten, sondern auch sogleich die tatsächliche Angabe einer Reihe von Transformationen, die eine intransitive Gruppe in die zerlegbare Form überführen, könnten wir nun abbrechen, wenn die Koeffizienten der ersten MASCHKEschen Transformation nicht mit einer r^2-fachen Unbestimmtheit angegeben wären, die unsere kanonische Form $K^{(r)}$ mit Zerstörung gefährdet. Die Herstellung einer solchen kanonischen Form r^{ten} Ranges kommt aber auch bei MASCHKE später als ein wesentlicher Schritt vor, und so wäre bei der Reduktion der intransitiven Gruppe auf die zerlegbare Form ein und derselbe Schritt eventuell im wesentlichen zweimal zu wiederholen, wenn man dem nicht durch eine nähere Bestimmung der betreffenden Transformationskoeffizienten vorsorgen könnte, was selbst in eindeutiger Weise ohne jeweilige Beschränkung ganz allgemein möglich ist.

Weil es von prinzipieller Wichtigkeit ist, daß sich das Reduktionsverfahren möglichst einfach gestalte, und mit solcher Anomalie nicht behaftet sei, möge es gestattet sein auf die MASCHKEschen Ausführungen auch hier wenigstens in großen Zügen einzugehen, um obige Bemerkungen genügendermaßen klar stellen zu können.

Der Grundgedanke des MASCHKEschen Verfahrens ist, die gegebene endliche Gruppe vom Schema II in die HERMITEsche Normalform so zu transformieren, daß die schon in R_1 befindlichen durchgehenden Nullen nicht zerstört werden. Es läßt sich dann nämlich zeigen, daß in dieser Normalform der Gruppe auch die mit R_1 symmetrisch liegenden Koeffizienten alle verschwinden müssen.

Diese HERMITEsche Normalform der Gruppe erhält MASCHKE in drei Schritten. Er legt eine beliebige definite HERMITEsche Invariante zugrunde und bestimmt zuerst eine Transformation,

welche die Nullstellen in R_1 unberührt läßt, so, daß die HERMITEsche Invariante in den neuen Variablen y nach den Systemen $y_1, y_2, \ldots, y_r$ und $y_{r+1}, \ldots, y_n$ zerlegbar wird, d. h. die Gestalt

$$H_1 + H_2 = \sum_{i,k=1}^{r} \beta_{ik} y_i \bar{y}_k + \sum_{i,k=r+1}^{n} \beta_{ik} y_i \bar{y}_k$$

annimmt. Dann sind nur noch zweitens und drittens die einzelnen Summanden H_1 und H_2 auf die kanonische Form zu bringen, wobei man einerseits die $y_1, y_2, \ldots, y_r$ und anderseits die $y_{r+1}, \ldots, y_n$ nur unter sich zu transformieren hat, was die Nullstellen in R_1 wieder unberührt läßt.

Vor allem wollen wir bemerken, daß nicht nur $H_1 + H_2$ als Ganzes, sondern auch H_1 und H_2 an und für sich Invarianten der in der Gestalt II erscheinenden Gruppe sind.

Bezeichnet man nämlich die einerseits statt $y_1, y_2, \ldots, y_r$ und anderseits statt $y_{r+1}, \ldots, y_n$ eingeführten neuen Variablen mit $Y_1, Y_2, \ldots, Y_r$ und bezw. mit $Y_{r+1}, \ldots, Y_n$, so sieht man (nachdem die transformierte Gruppe zerlegbar ist), daß

$$K_1 + K_2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i \bar{Y}_i$$

nur so invariant sein kann, wenn die beiden Teile

$$K_1 = \sum_{i=1}^{r} Y_i \bar{Y}_i \quad \text{und} \quad K_2 = \sum_{i=r+1}^{n} Y_i \bar{Y}_i$$

an und für sich invariant sind. Dann müssen aber auch die ursprünglichen H_1 und H_2 als selbständige Invarianten bestehen.

Nun betrachten wir näher den ersten Schritt des MASCHKEschen Reduktionsverfahren. Diese Zerlegung der H bewirkt MASCHKE durch eine Transformation von der Gestalt (a. a. O. p. 367 unter (11)):

$$\begin{cases} X_i = \sum_{k=1}^{r} \lambda_{ik} y_k & (i = 1, 2, \ldots, r) \\ X_i = y_i + \sum_{k=1}^{r} \lambda_{ik} y_k . & (i = r+1, \ldots, n) \end{cases}$$

Man bemerkt gleich, daß bei einer Transformation von dieser Gestalt die Nullstellen in R_1 unberührt bleiben, die kanonische

Form r^{ten} Ranges

$$K^{(r)} = X_1\overline{X}_1 + \cdots + X_r\overline{X}_r$$

hingegen, welche wir eben früher erhalten haben, wird durch sie im allgemeinen zerstört. Da es sich aber beim nächstfolgenden Schritt eben wieder um die Herstellung einer solchen kanonischen Form r^{ten} Ranges handelt, so wird es nicht ohne Interesse sein, zu zeigen, daß die MASCHKEsche Zerlegung einer H immer durch eine Transformation, von folgender spezielleren Gestalt möglich ist:

$$(T)\quad \begin{cases} X_i = y_i & (i = 1, 2, \ldots, r) \\ X_i = y_i + \sum_{k=1}^{r} \lambda_{ik} y_k. & (i = r+1, \ldots, n) \end{cases}$$

Es sei also

$$H = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik} X_i \overline{X}_k \qquad (\alpha_{ki} = \overline{\alpha}_{ik})$$

eine beliebige definite HERMITEsche Invariante unserer endlichen Gruppe. Wir haben die Transformationskoeffizienten λ_{ik} so zu bestimmen, daß in $T'H\overline{T}$ alle Glieder $y_k\overline{y}_\mu$ herausfallen sollen, in welchen $k \leq r$ und $\mu > r$ ist (denn gleichzeitig verschwinden ihre konjugierten auch).

Zu diesem Zwecke berechnet MASCHKE zuerst die Koeffizienten von $\overline{y}_{r+1}, \overline{y}_{r+2}, \ldots, \overline{y}_n$. Wir wollen hier den von ihm erhaltenen Ausdruck (13) des Koeffizienten von $\overline{y}_\mu$ $(\mu = r+1, \ldots, n)$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} \alpha_{i\mu}\lambda_{ik} y_k + \sum_{k=r+1}^{n} \alpha_{k\mu} y_k =$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{r} \alpha_{i\mu}\lambda_{ik} y_k + \sum_{i=r+1}^{n}\sum_{k=1}^{r} \alpha_{i\mu}\lambda_{ik} y_k + \sum_{k=r+1}^{n} \alpha_{k\mu} y_k$$
$$(\mu = r+1, \ldots, n)$$

einfach für unseren Fall spezialisieren, indem wir im ersten Teil der Doppelsumme für $i, k = 1, 2, \ldots, r$

$$\lambda_{kk} = 1 \quad \text{und} \quad \lambda_{ik} = 0 \qquad (i \gtrless k)$$

setzen. Wir erhalten dadurch

$$\sum_{k=1}^{r} \alpha_{k\mu} y_k + \sum_{i=r+1}^{n}\sum_{k=1}^{r} \alpha_{i\mu}\lambda_{ik} y_k + \sum_{k=r+1}^{n} \alpha_{k\mu} y_k$$
$$(\mu = r+1, \ldots, n).$$

Die λ_{ik} sind nun so zu bestimmen, daß in diesen $n-r$ Ausdrücken die Koeffizienten von $y_1, y_2, \ldots, y_r$ Null werden, was auf folgendes Gleichungssystem führt:

$$\alpha_{k\mu} + \sum_{i=r+1}^{n} \alpha_{i\mu}\,\lambda_{ik} = 0. \qquad \begin{pmatrix} k = 1, 2, \ldots, r \\ \mu = r+1, \ldots, n \end{pmatrix}$$

Dieses System von $r(n-r)$ linearen Gleichungen mit $r(n-r)$ Unbekannten ist aber nach folgenden r Reihen der Unbekannten

$$\lambda_{r+1,k}, \lambda_{r+2,k}, \ldots, \lambda_{nk} \qquad (k = 1, 2, \ldots, r)$$

in kleinere Systeme zerlegbar:

$$\left\{\begin{array}{l} \alpha_{r+1,r+1}\,\lambda_{r+1,k} + \alpha_{r+2,r+1}\,\lambda_{r+2,k} + \cdots + \alpha_{n,r+1}\,\lambda_{nk} = -\alpha_{k,r+1} \\ \alpha_{r+1,r+2}\,\lambda_{r+1,k} + \alpha_{r+2,r+2}\,\lambda_{r+2,k} + \cdots + \alpha_{n,r+2}\,\lambda_{nk} = -\alpha_{k,r+2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \alpha_{r+1,n}\,\lambda_{r+1,k} + \alpha_{r+2,n}\,\lambda_{r+2,k} + \cdots + \alpha_{nn}\,\lambda_{nk} = -\alpha_{kn} \end{array}\right.$$
$$(k = 1, 2, \ldots, r).$$

Die Koeffizienten dieser r Systeme von $(n-r)$ linearen Gleichungen in ebensoviel Unbekannten sind gemeinsam, nur die rechten Seiten sind verschieden. Ihre gemeinsame Determinante

$$|\,\alpha_{pq}\,| \qquad (p, q = r+1, \ldots, n)$$

ist als Hauptminor einer definiten HERMITEschen Form immer von Null verschieden, folglich sind die $r(n-r)$ Werte λ_{ik} immer eindeutig bestimmt. Wir können sogar die λ_{ik} explizite angeben. Es ist nämlich

$$\lambda_{ik} = -\frac{\sum_{l=r+1}^{n} \alpha_{kl} U_{il}}{|\,\alpha_{pq}\,|}, \qquad \begin{pmatrix} k = 1, 2, \ldots, r \\ i, p, q = r+1, \ldots, n \end{pmatrix}$$

wo U_{il} $(i, l = r+1, \ldots, n)$ die Unterdeterminante $(r-1)^{\text{ter}}$ Ordnung von α_{il} im Hauptminor $|\,\alpha_{pq}\,|$ $(p, q = r+1, \ldots, n)$ bezeichnet.

Nachdem nun die ersten r Variablen durch T eigentlich nicht transformiert werden, sondern nur eine andere Bezeichnung bekommen, so bleibt die einmal schon gewonnene kanonische Invariante $K^{(r)}$ der ersten r Variablen erhalten und muß nicht eventuell noch einmal aus H_1 wieder hergestellt werden, denn man kann von

nun an statt $T' H \overline{T} = H_1 + H_2$ einfach $K^{(r)} + H_2$ nehmen*, und man hat dann nur noch H_2 zu kanonisieren, um eine HERMITEsche Normalform der Gruppe ohne Zerstörung der in R_1 befindlichen Nullen zu erhalten. Der Beweis der Zerlegbarkeit einer solchen Gruppe ist schon leicht, doch können wir darauf natürlich nicht eingehen, sondern müssen auf die öfters zitierten MASCHKEschen Ausführungen verweisen.

Die Kenntnis einer semidefiniten HERMITEschen Invarianten $H^{(r)}$ einer endlichen Gruppe linearer Substitutionen erlaubt also nicht nur die Intransitivität der betreffenden Gruppe auszusprechen, sondern setzt uns zugleich in die Lage, die Transformation dieser intransitiven Gruppe in die zerlegbare Form effektiv auszuführen und zwar, wie wir oben gesehen haben, in folgenden drei Schritten: erstens die Kanonisierung der $H^{(r)}$, zweitens die Zerlegung einer beliebigen definiten H in $H_1 + H_2$ durch die vereinfachte Transformation T, endlich drittens die Kanonisierung der H_2.

---

* Wie eine endliche Gruppe verschiedene semidefinite Invarianten r^{ten} Ranges haben kann, siehe folgenden Artikel: „Über die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten etc.“

8.

ÜBER DIE GESAMTHEIT DER HERMITESCHEN INVARIANTEN EINER ENDLICHEN GRUPPE LINEARER SUBSTITUTIONEN.

Von ALADÁR VISNYA in Nagy-Várad.

Übersetzt aus „Mathematikai és Physikai Lapok" (Mathematische und physikalische Blätter) Bd. XII (1903), p. 355—371.

Das in der vorangehenden Note bewiesene Kriterium der Intransitivität von endlichen Gruppen linearer Substitutionen ist nicht nur praktisch gut brauchbar, sondern läßt sich auch zu theoretischen Untersuchungen verwenden. Es sei gestattet, hier die nächstliegenden dieser theoretischen Resultate vorzulegen, die gewissermaßen eine Ergänzung des zuvor angewandten Satzes sind, nach welchem jede endliche Gruppe linearer Substitutionen eine positive definite HERMITEsche Form invariant läßt.

Dieser Satz kann am einfachsten so bewiesen werden, daß man (nach MOORE*) zeigt, wie man eine solche Form tatsächlich erhält. Die so gewonnene Form bleibt natürlich auch dann eine Invariante, wenn man sie mit beliebigen konstanten Faktoren multipliziert und bleibt auch zugleich definit positiv, wenn dieser Faktor positiv gewählt wurde. Diese neuen Formen kann man aber natürlich nicht als wesentlich verschiedene Invarianten der Gruppe betrachten. Es entsteht also die Frage, ob eine endliche lineare Gruppe überhaupt verschiedene HERMITEsche Invarianten besitzen kann?

* An Universal Invariant for Finite Groups of Linear Substitutions etc. (*Math. Ann.* Bd. 50 p. 213).

Man sieht sogleich, daß die Frage in innigem Zusammenhange mit der Intransitivität der Gruppen ist. Bei intransitiven Gruppen nämlich ist die Frage stets zu bejahen. Denn bringt man die intransitive Gruppe gleich auf die zerlegbare Form, welche wieder, wie in der vorangehenden Note, durch das Schema:

$$\left(\begin{array}{c|c} G_1^{(r)} & 0 \\ \hline 0 & G_2^{(n-r)} \end{array}\right) \qquad \text{(I)}$$

symbolisiert sei, so besitzen die Komponenten $G_1^{(r)}$ und $G_2^{(n-r)}$ allerdings je eine definit posive Invariante H_1 und H_2 von r^{ter} bezw. $(n-r)^{\text{ter}}$ Dimension. Dann sind aber sämtliche Formen, welche die Schar

$$\lambda_1 H_1 + \lambda_2 H_2$$

liefert, Invarianten der aus $G_1^{(r)}$ und $G_2^{(n-r)}$ zusammengesetzten Gruppe und in dieser Formenschar sind schon auch wesentlich verschiedene definit positive Formen enthalten. Es bleibt aber noch immer fraglich, ob durch diese Schar die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten der betreffenden Gruppe erschöpft ist. Und so gelangt man zur Fragestellung, ob es nicht möglich wäre, den Satz über die Existenz der HERMITEschen Invarianten der endlichen linearen Substitutionsgruppen dadurch zu ergänzen, daß man auch über ihre Gesamtheit Aufschluß gewinne. In dem folgenden wollen wir zeigen, daß, wenn die Gruppe wenigstens eine Substitution enthält, deren charakteristische Gleichung lauter verschiedene Wurzeln besitzt, die Verhältnisse sich sehr einfach gestalten.

Damit ist allerdings die Frage nur „im allgemeinen" erledigt*, und man kann nach Fallenlassen der obigen Beschränkung auf wesentlich kompliziertere Verhältnisse stoßen, wie wir dies später an einem Beispiele zeigen werden.

---

* Als Beispiele verwandter Untersuchungen, bei denen auch die gleiche Einschränkung durchgehends beibehalten ist, können wir erwähnen: H. MASCHKE, Über den arithmetischen Charakter der Koeffizienten der Substitutionen endlicher linearer Substitutionsgruppen (*Math. Ann.* Bd. 50 p. 492); A. LOEWY, Zur Theorie der Gruppen linearer Substitutionen (*Math. Ann.* Bd. 53 p. 225).

Der Satz, durch den die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten im allgemeinen charakterisiert ist, lautet folgendermaßen: Enthält eine endliche Gruppe linearer Substitutionen wenigstens eine Substitution, deren charakteristische Gleichung lauter verschiedene Wurzeln besitzt, und ist sie (falls sie intransitiv wäre) auf eine solche Form transformiert, bei der die Gruppen $G_1^{(n_1)}, G_2^{(n_2)}, \ldots, G_k^{(n_k)}$*, in die sie zerlegbar ist, schon alle transitiv sind, so läßt sich die Gesamtheit ihrer HERMITEschen Invarianten durch die k-dimensionale Formenschar

$$\lambda_1 H_1 + \lambda_2 H_2 + \cdots + \lambda_k H_k$$

darstellen, wo $H_1, H_2, \ldots, H_k$ der Reihe nach definit positive Invarianten (in bezw. $n_1, n_2, \ldots, n_k$ Variablen) der einzelnen Komponenten $G_1^{(n_1)}, G_2^{(n_2)}, \ldots, G_k^{(n_k)}$ bedeuten.

$k = 1$ gibt den Fall der transitiven Gruppen. Von diesen besagt unser Satz, daß, falls sie der erwähnten Bedingung Genüge leisten, von einem konstanten Faktor abgesehen, nur eine einzige HERMITEsche Invariante haben. Ist hingegen $k > 1$, also die Gruppe intransitiv, so läßt sich der Inhalt des Satzes kurz dahin zusammenfassen, daß die linearen Kompositionen von den Invarianten der einzelnen Teile (die man aber gleich auch als Invarianten der ganzen Gruppe auffassen kann) die Gesamtheit der Invarianten der Gruppe gänzlich erschöpfen, gesetzt natürlich, daß die obige Beschränkung erfüllt ist, denn das vorher angemeldete Beispiel wird uns eben zeigen, daß im Gegenfalle sich die Verhältnisse schon nicht immer so einfach gestalten.

Schon bei der Aussprache des Satzes ist es, wie wir sehen,

---

* So daß die Dimensionen dieser „Komponenten" als Summe die Dimension der Gruppe geben:

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n.$$

Falls $k > 2$, können wir die Gruppe als mehrfach intransitiv bezeichnen. Um bei einer solchen Gruppe zur oben angegebenen „definitiven" Zerlegung zu gelangen, hat man nur die bei der ersten Zerlegung erhaltenen Gruppen $G_1^{(r)}$ und $G_2^{(n-r)}$ auf die Intransitivität weiter zu prüfen und sie eventuell allmählich weiter zu zerlegen.

ach der Natur der Sache nötig die intransitiven Gruppen in irer zerlegbaren Gestalt (und zwar in einer „definitiven") zu betrachten, beim Beweis ist es aber außerdem zweckmäßig diese och weiter zu spezialisieren und auf eine gewisse Normalform ber zu gehen.

MASCHKE* hat gezeigt, daß man jede endliche lineare Substitutionsgruppe so transformieren kann, daß 1) eine beliebige us der Gruppe herausgegriffene Substitution S in der kanonischen Form, und gleichzeitig 2) die Gruppe selbst in der HERMITEschen Normalform erscheint.

Bei den intransitiven Gruppen kann man aber noch weiter ehen und sie so auf eine zerlegbare Form transformieren, daß leichzeitig 1) eine beliebige S in der kanonischen Form und) jede einzelne Komponente der Gruppe transitiv und in der ERMITEschen Normalform erscheint.

Hierzu hat man zuerst auf eine zerlegbare Form zu transrmieren, in der die Komponenten $G_1^{(n_1)}$, $G_2^{(n_2)}$, ..., $G_k^{(n_k)}$ schon le transitiv sind. Weil dann die den einzelnen Komponenten $G_i^{(n_i)}$ angehörenden Variablen nur untereinander substituiert werden, t es leicht einzusehen, daß das übrige von Schritt zu Schritt artiell in den einzelnen $G_i^{(n_i)}$ erreichbar ist.

Wenn wir also annehmen wollen, daß in der zu betrachenden Gruppe wenigstens eine Substitution existiert, deren charakeristische Gleichung lauter verschiedene Wurzeln liefert, so ist ugleich auch jene Annahme gerechtfertigt, daß die Gruppe so uf eine zerlegbare Gestalt

$$G = G_1^{(n_1)} + G_2^{(n_2)} + \cdots + G_k^{(n_k)}$$
$$(n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n)$$

ebracht ist, daß in ihr eine Substitution S mit lauter verschielenen Wurzeln in der kanonischen Form erscheint und die Komonenten $G_1^{(n_1)}$, $G_2^{(n_2)}$, ..., $G_k^{(n_k)}$ alle transitiv, und von der HERMITEschen Normalform sind, das heißt der Reihe nach die anonischen Formen:

---

* Bestimmung aller ternären und quaternären Kollineationsgruppen, elche etc. § 2 (*Math. Ann.* Bd. 51, p. 258).

$$K_1 = x_1\bar{x}_1 + x_2\bar{x}_2 + \cdots + x_{n_1}\bar{x}_{n_1}$$
$$K_2 = x_{n_1+1}\bar{x}_{n_1+1} + \cdots + x_{n_1+n_2}\bar{x}_{n_1+n_2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$K_k = x_{n-n_k+1}\bar{x}_{n-n_k+1} + \cdots + x_n\bar{x}_n$$

als Invarianten besitzen.

Bei diesen Annahmen kann man sich leicht überzeugen, daß die Formenschar

$$\lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 + \cdots + \lambda_k K_k$$

die Gesamtheit der zur Gruppe gehörenden invarianten HERMITEschen Formen erschöpft.

Ist nämlich eine periodische Substitution von der kanonischen Form

$$(S)\begin{cases} x_1 = \varepsilon_1 x_1' \\ x_2 = \varepsilon_2 x_2' \\ \cdots\cdots \\ x_n = \varepsilon_n x_n', \end{cases}$$

wo die ε_i sämtlich Einheitswurzeln sind, so kann bei ihr eine HERMITEsche Form

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ik}x_i\bar{x}_k \qquad (\alpha_{ki} = \bar{\alpha}_{ik})$$

nur dann invariant sein, wenn alle α_{ik} verschwinden, für welche $\lambda_i + \lambda_k$ ist.*

Bei uns sind in S sämtliche ε_i von einander verschieden, die Gruppe G kann also invariante HERMITEsche Formen nur von der speziellen Gestalt

$$H = \mu_1 x_1\bar{x}_1 + \mu_2 x_2\bar{x}_2 + \cdots + \mu_n x_n\bar{x}_n$$

besitzen. Es sei aber noch bemerkt, daß wir uns jetzt schon nicht gerade nur auf die positiven definitiven Formen beschränken müssen; die μ_i können also auch negativ sein, natürlich aber nur reell.

Wenn also hier jetzt nicht

$$\mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_n$$

* MASCHKE, am zuletzt angeführten Ort.

wäre, so ist es immer erlaubt der Bequemlichkeit halber eine solche Reihenfolge der Variablen anzunehmen, daß

$$\mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_s < \mu_{s+1} \leqq \cdots \leqq \mu_{n_1} \qquad (s < n_1)$$

sei. Dann ist aber

$$H - \mu_1 K_1 = (\mu_{s+1} - \mu_1)\, x_{s+1}\, \bar{x}_{s+1} + \cdots + (\mu_{n_1} - \mu_1)\, x_{n_1}\, \bar{x}_{n_1} + \\ + \mu_{n_1+1}\, x_{n_1+1}\, \bar{x}_{n_1+1} + \cdots + \mu_n x_n \bar{x}_n$$

ebenfalls eine Invariante unserer Gruppe. Weil jedoch einerseits $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ und anderseits die übrigen Variablen bei unserer Gruppe nur untereinander substituiert werden, so ist das nur so möglich, wenn

$$(\mu_{s+1} - \mu_1)\, x_{s+1}\, \bar{x}_{s+1} + \cdots + (\mu_{n_1} - \mu_1)\, x_{n_1}\, \bar{x}_{n_1}$$

bei der Gruppe $G_1^{(n_1)}$ invariant bleibt. Die Möglichkeit einer solchen Invariante ist aber in diesem Falle schon von vornherein ausgeschlossen worden. Das wäre nämlich eine semidefinit positive Form vom Range $n_1 - s_1$, weil laut unseren Bedingungen alle ihre Koeffizienten positiv sind. Wenn aber eine solche HERMITEsche Invariante niedrigeren Ranges existieren möchte ($n_1 - s_1 \neq 0$), so müßte, wie wir gelegentlich gezeigt haben, $G_1^{(n_1)}$ intransitiv sein, was der ursprünglichen Annahme, daß die Zerlegung der Gruppe G in lauter transitive Gruppen schon vollendet ist, widerspricht. Ist also $G_1^{(n_1)}$ wirklich transitiv, so muß

$$\mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_{n_1}$$

sein.

Jetzt kann man aber die auf die ersten n_1 Variablen bezügliche Gruppe $G_1^{(n_1)}$ von der Gruppe G absondern und bei der übrig bleibenden Gruppe $(n - n_1)^{\text{ter}}$ Dimension, mit der Invariante $H - \mu_1 K_1$ die ähnliche Überlegung wiederholen. So erhält man, daß, wenn auch $G_2^{(n_2)}$ faktisch transitiv ist,

$$\mu_{n_1+1} = \mu_{n_1+2} = \cdots = \mu_{n_1+n_2}$$

sein muß. Auf diese Weise hat man fortzufahren, bis man endlich zu

$$\mu_{n-n_k+1} = \mu_{n-n_k+2} = \cdots = \mu_n$$

gelangt, und sieht, daß H wirklich der Formenschar

$$\lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 + \cdots + \lambda_k K_k$$

angehören muß.

Die in dieser Formenschar enthaltenen unendlich vielen HERMITEschen Invarianten können natürlich nicht sämtlich als wesentlich verschieden betrachtet werden. Die Anzahl der linear unabhängigen unter ihnen ist genau k, und durch k solche Formen sind die übrigen schon gänzlich bestimmt. Es ist außerdem leicht einzusehen, daß die Auswahl dieser k unabhängigen Formen immer so stattfinden kann, daß sie alle definit positiv seien, denn wenn man wie vorher die Darstellung der Schar durch

$$\lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 + \cdots + \lambda_k K_k$$

betrachtet, so hat man, um eine definit positive Form zu erhalten, nur sämtliche Parameter λ positiv zu wählen.

Es ist noch übrig, wie schon angemeldet war, zu beweisen, daß die in dem Obigen beibehaltene Beschränkung wirklich wesentlich ist. Hierzu genügt es, ein Beispiel zu konstruieren, welches zeigt, daß sich die Verhältnisse übrigens wesentlich verschieden gestalten können. Es wäre natürlich am interessantesten, wenn wir als Beispiel eine transitive Gruppe anführen könnten, die nicht nur eine einzige HERMITEsche Invariante besitzt. Die in der Literatur von uns vorgefundenen transitiven Gruppen erfüllen aber alle unsere Beschränkung, und zur Konstruktion eines Beispiels ließen sich keine geeigneten Anhaltspunkte finden. (Es liegt sogar die Vermutung nahe, daß solche transitive Gruppen überhaupt nicht existieren können). Ganz leicht ist es aber, zerlegbare (und so auch intransitive) Gruppen anzugeben, bei denen die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten durch die linearen Kompositionen der zu ihren Teilen gehörenden HERMITEschen Formen nicht erschöpft wird.

Als Beispiel sei diejenige quaternäre Gruppe angeführt, die man erhält, wenn man aus jeder Substitution

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

der binären Tetraedergruppe* die folgende quaternäre Substitution bildet:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0 & 0 \\ \gamma & \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

Die Erzeugenden der binären Tetraedergruppe können folgendermaßen angegeben werden (H. WEBER, *Lehrbuch der Algebra* 2. Aufl., II. Bd., p. 257):

$$\Theta = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \qquad \chi = \begin{pmatrix} \frac{1-i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ -\frac{1+i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{pmatrix}.$$

Wenn man hierzu noch folgende Bezeichnungen einführt:

$$\psi = \Theta\chi\ \Theta\chi^2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma = \Theta^2 = \chi^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

so kann man die 24 Substitutionen der Gruppe folgendermaßen symbolisch angeben:

$$\begin{array}{l} 1,\ \Theta,\ \ \psi,\ \ \Theta\psi, \\ \chi,\ \Theta\chi,\ \psi\chi,\ \Theta\psi\chi, \\ \chi^2,\ \Theta\chi^2,\ \psi\chi^2,\ \Theta\psi\chi^2, \end{array}$$

außerdem noch jede mit Γ multipliziert (was dem entspricht, daß jeder Koeffizient entgegengesetztes Vorzeichen erhält).

Die erzeugenden Substitutionen unserer quaternären Gruppe werden also

* Es liegt die Vermutung sehr nahe, daß die in dem folgenden entwickelten Verhältnisse weder bloß an das binäre Gebiet, noch speziell an den Tetraedertypus gebunden sind, und es ist mir seit der ungarischen Veröffentlichung dieser Abhandlung auch wirklich gelungen, den Fall der ähnlichen „Verdoppelung" (oder auch „Vervielfachung") einer transitiven oder intransitiven Gruppe von beliebiger Dimension und von beliebigem Typus durch eine eigentümliche symbolische Rechnung zu erledigen. *(Nachträgliche Bemerkung zur deutschen Veröffentlichung.)*

$$\Theta' = \begin{pmatrix} -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{pmatrix}$$

$$\chi' = \begin{Vmatrix} \frac{1-i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1+i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1+i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{Vmatrix}$$

sein, aus denen sich die Gruppe ebenfalls nach den obigen Symbolen zusammenstellen läßt.

Weil die charakteristische Determinante einer zerlegbaren Form auch selbst zerlegbar ist:

$$\begin{vmatrix} \alpha-\lambda & \beta & 0 & 0 \\ \gamma & \delta-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha-\lambda & \beta \\ 0 & 0 & \gamma & \delta-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha-\lambda & \beta \\ \gamma & \delta-\lambda \end{vmatrix}^2,$$

so sieht man gleich, daß es in dieser quaternären Gruppe keine Substitution gibt, deren charakteristische Gleichung lauter verschiedene Wurzeln hätte.

Wir wollen nun die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten dieser Gruppe bestimmen.

Es genügt hierzu die erzeugenden Substitutionen auf eine beliebige HERMITEsche Form

$$H = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik} x_i \bar{x}_k \qquad (\alpha_{ki} = \bar{\alpha}_{ik})$$

anzuwenden, und die Koeffizienten α_{ik} so zu bestimmen, daß H bei diesen invariant bleibe. Da nämlich aus diesen erzeugenden Substitutionen alle übrigen gewonnen werden können, so wird auch die ganze Gruppe die so erhaltene Form invariant lassen.

Führen wir zuerst die Substitution Θ aus. Diese ist von kanonischer Gestalt wie S auf Seite 192. Folglich muß nach

dem dort zitierten Satze

$$\alpha_{12} = 0,\ \alpha_{14} = 0,\ \alpha_{23} = 0,\ \alpha_{34} = 0$$

sein.

Man hat also weiter nur folgende (nach x_1, x_3 und x_2, x_4 zerlegbare) HERMITEsche Form zu betrachten:

$$H^* = \alpha_{11} x_1 \bar{x}_1 + \alpha_{13} x_1 \bar{x}_3 + \bar{\alpha}_{13} x_3 \bar{x}_1 + \alpha_{33} x_3 \bar{x}_3 + \alpha_{22} x_2 \bar{x}_2 + \alpha_{24} x_2 \bar{x}_4 + \bar{\alpha}_{24} x_4 \bar{x}_2 + \alpha_{44} x_4 \bar{x}_4.$$

Auf diese sollte man jetzt χ' anwenden. Es ist aber zweckmäßig vorher auch ψ' herbeizuziehen. Durch Ausführung von

$$\psi' \ldots \begin{cases} x_1 = i x_3' \\ x_2 = i x_1' \\ x_3 = i x_4' \\ x_4 = i x_3' \end{cases}$$

geben die einzelnen Glieder der oberen Reihe gerade solche vom Typus der eben unter ihnen stehenden, und umgekehrt. Daher muß, falls H Invariante unserer Gruppe sein soll, noch

$$\alpha_{11} = \alpha_{33} = \lambda, \quad \alpha_{22} = \alpha_{44} = \mu, \quad \alpha_{13} = \alpha_{24} = \nu$$

sein.

So daß man die Substitution

$$\chi' \ldots \begin{cases} x_1 = \frac{1-i}{2}(x_1' + x_2') \\ x_2 = -\frac{1+i}{2}(x_1' - x_2') \\ x_3 = \frac{1-i}{2}(x_3' + x_4') \\ x_4 = -\frac{1+i}{2}(x_3' - x_4') \end{cases}$$

nur auf

$$H^{**} = \lambda(x_1 \bar{x}_1 + x_2 \bar{x}_2) + \mu(x_3 \bar{x}_3 + x_4 \bar{x}_4) + \nu(x_1 \bar{x}_3 + x_2 \bar{x}_4) + \bar{\nu}(x_3 \bar{x}_1 + x_4 \bar{x}_2)$$

anzuwenden hat.

Wir bemerken — was leicht zu verifizieren ist — daß die binäre Tetraedergruppe in HERMITEscher Normalform angegeben war. So sind also

$$H_1 = x_1 \bar{x}_1 + x_2 \bar{x}_2$$

und

$$H_2 = x_3 \bar{x}_3 + x_4 \bar{x}_4$$

invariant. Es handelt sich demnach nur noch darum, ob der in der unteren Reihe stehende Ausdruck auch invariant ist, oder v verschwinden müsse, wenn H^{**} bei unserer Gruppe invariant bleiben soll.

Durch die einfache Rechnung

$$x_1\bar{x}_3 = \frac{1-i}{2}\,\frac{1+i}{2}\,(x_1' + x_2')\,(\bar{x}_3' + \bar{x}_4')$$

$$x_2\bar{x}_4 = +\frac{1+i}{2}\,\frac{1-i}{2}\,(x_1' - \bar{x}_2')\,(\bar{x}_3' - \bar{x}_4')$$

$$\begin{aligned} x_1\bar{x}_3 + x_2\bar{x}_4 &= \tfrac{1}{2}\,(x_1'\bar{x}_3' + x_1'\bar{x}_4' + x_2'\bar{x}_3' + x_2'\bar{x}_4') \\ &\quad + \tfrac{1}{2}\,(x_1'\bar{x}_3' - x_1'\bar{x}_4' - x_2'\bar{x}_3' + x_2'\bar{x}_4') \\ &= x_1'\bar{x}_3' + x_2'\bar{x}_4' \end{aligned}$$

kann man sich versichern, daß

$$h = x_1\bar{x}_3 + x_2\bar{x}_4,$$

und somit auch ihre konjugierte

$$\bar{h} = x_3\bar{x}_1 + x_4\bar{x}_2$$

invariant sind.

Man sieht also, daß die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten unserer Gruppe nicht einfach die lineare Komposition

$$\lambda H_1 + \mu H_2$$

der Invarianten H_1 und H_2 ihrer einzelnen Teile ist. Deshalb kann man hier mehr als zwei wesentlich verschiedene definit positive HERMITEsche Invarianten der Gruppe aufschreiben. So z. B. folgende vier:

$$\begin{aligned} D_1 &\equiv H_1 + H_2 \\ D_2 &\equiv H_1 + 2H_2 \\ D_3 &\equiv H_1 + 2H_2 + h + \bar{h} \\ D_4 &\equiv H_1 + 2H_2 - ih + i\bar{h}. \end{aligned}$$

Daß auch die beiden letzten definit positiv sind, läßt sich dadurch zeigen, daß man sie auf die kanonische Form bringt:

$$D_3 \equiv (x_1 + x_3)\,(\bar{x}_1 + \bar{x}_3) + (x_2 + x_4)\,(\bar{x}_2 + \bar{x}_4) + x_3\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_4$$

$$D_4 \equiv (x_1 + ix_3)\,\overline{(x_1 + ix_3)} + (x_2 + ix_4)\,\overline{(x_2 + ix_4)} + x_3\bar{x}_3 + x_4\bar{x}_4.$$

Man kann auch gleich sehen, daß sie linear unabhängig sind, denn

$$\lambda_1 D_1 + \lambda_2 D_2 + \lambda_3 D_3 + \lambda_4 D_4 \equiv 0$$

möchte bedingen, daß gleichzeitig

$$\begin{aligned} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 &= 0 \\ \lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 + 2\lambda_4 &= 0 \\ \lambda_3 - i\lambda_4 &= 0 \\ \lambda_3 + i\lambda_4 &= 0 \end{aligned}$$

sei. Die Determinante dieses linearen Gleichungssystems ist aber

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{vmatrix} \neq 0,$$

somit kann die obige Identität nur dann bestehen, wenn sämtliche λ verschwinden.

Endlich sei noch gestattet eine Schlußfolgerung anzugeben, welche durch die Kenntnis der HERMITEschen Invarianten der endlichen linearen Substitutionsgruppen ermöglicht wird.

Aus der Theorie der linearen Differentialgleichungen ist der folgende Satz bekannt*: „Zerlegt man einen homogenen linearen Differentialausdruck auf verschiedene Weise in irreduzible Faktoren:

$$P = Q_k Q_{k-1} \cdots Q_2 Q_1,$$

so können sich die Ordnungszahlen $n_1, n_2, \ldots, n_k$ $(n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n)$ dieser Faktoren bei den verschiedenen Zerlegungen nur höchstens in der Reihenfolge unterscheiden." Wendet man diesen Satz auf die algebraisch

* E. LANDAU: Ein Satz über die Zerlegung homogener linearer Differentialgleichungen in irreduzible Faktoren (*Crelle's Journal* Bd. 124 p. 115) und was hauptsächlich den Zusammenhang mit den linearen Gruppen anbelangt: A. LOEWY, Über die irreduziblen Faktoren eines linearen homogenen Differentialausdruckes (*Sächsische Berichte* 1902 p. 1).

Die Andeutung, daß der weiter unten folgende Satz auch aus der Theorie der linearen Differentialgleichungen ermittelt werden kann, habe ich Herrn Prof. E. BEKE zu verdanken.

integrierbaren linearen Differentialgleichungen in Verbindung mit ihren Rationalitätsgruppen an, so folgt daraus für die endlichen Gruppen linearer Substitutionen der Satz:

Transformiert man eine intransitive endliche Gruppe linearer Substitutionen auf verschiedene Weise in zerlegbare Gruppen, aber so, daß die einzelnen Komponenten $G_1^{(n_1)}, G_2^{(n_2)}, \ldots, G_k^{(n_k)}$ $(n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n)$ schon alle transitiv sind, so können in diesen verschiedenen Gestalten der Gruppe die Dimensionszahlen $n_1, n_2, \ldots, n_k$ höchstens nur in der Reihenfolge verschieden sein.

Dieser Satz ist schon deswegen wichtig, weil man solange nicht mit weitergehender Terminologie von zweifach, dreifach etc.* intransitiven Gruppen sprechen kann, bis nicht festgestellt ist, ob nicht dieselbe Gruppe in einer anderen Gestalt auf mehr oder weniger transitive Gruppen zerspaltet werden kann.

Es wird für unseren Satz natürlich auch ein rein formentheoretischer Beweis erwünscht sein. Zu einem solchen hat man nur die Kenntnis der Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten nötig, denn laut unserem Kriterium wird die Betrachtung der in dieser Formenschar enthaltenen semidefiniten Formen den Satz sogleich ergeben.

Wir wollen dies für den Fall zeigen, in welchem wir die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten schon bestimmt haben, d. h. für die Gruppen, in denen es wenigstens eine Substitution mit lauter verschiedenen Wurzeln gibt.

Der Kürze wegen sei die zu betrachtende Gruppe einfach in der auf S. 191 angegebenen Form aufgeschrieben. Die Gesamtheit der Invarianten ließ sich dort in der Gestalt

$$\lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 + \cdots + \lambda_k K_k \qquad \text{(I)}$$

darstellen.

Nehmen wir nun an, daß dieselbe Gruppe auf eine andere Gestalt transformiert, in transitive Gruppen von den Dimensionen

* k-fach intransitiv wäre die Gruppe zu nennen, welche auf eine in $(k+1)$ transitive Gruppen zerlegbare Gestalt gebracht werden kann (so daß die Gruppen, welche in zwei transitive Gruppen zerlegt werden können, einfach intransitiv sind).

$m_1, m_2, \ldots, m_l$ zerlegbar wird, wo ebenfalls

$$m_1 + m_2 + \cdots + m_l = n$$

ist.

Da die beiden Gestalten der Gruppe äquivalent (d. h. durch lineare Transformation ineinander überführbar) sind, müssen auch die zu diesen neuen Komponenten gehörenden Invarianten $H_1, H_2, \ldots, H_l$ gewissen Elementen der Schar I äquivalent sein, für welche ursprüngliche Formen $m_1, m_2, \ldots, m_l$ der Reihe nach die Rangzahlen bedeuten.

Nachdem jedes H andere Variablen enthält, sind sie linear unabhängig, und weil auch diese neue Zerlegung als eine endgültige angenommen wurde, muß auch die Schar

$$\mu_1 H_1 + \mu_2 H_2 + \cdots + \mu_l H_l$$

die Gesamtheit der HERMITEschen Invarianten der Gruppe ergeben (natürlich aber zur neuen Gestalt der Gruppe gehörend). Daraus folgt vor allem, daß

$$l = k$$

sein muß.

Aus der Formenschar I erhält man aber dann und nur dann eine Form von niedrigerem Range als n, wenn einzelne λ verschwinden. Nimmt man z. B. eine Form $\lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2$, so ist ihre Rangzahl schon $n_1 + n_2$, man sieht daher gleich, daß man die den H_i äquivalenten Formen niedrigeren Ranges, d. h. k linear unabhängige Formen, von denen die Summe der Rangzahlen n ist, nur so auswählen kann, wenn man die vollständige Reihe der verschiedenen K_i nimmt, jede noch eventuell mit einem positiven Faktor multipliziert. Auf diese Weise können die Zahlen $m_1, m_2, \ldots, m_l$ von den $n_1, n_2, \ldots, n_k$ nur in der Reihenfolge verschieden sein.

9.

BESTIMMUNG DES KOEFFIZIENTEN DER INNERN REIBUNG DER GASE NACH EINER NEUEN EXPERIMENTELLEN METHODE.

Auf Veranlassung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Kommission der ungarischen Akademie ausgeführt von

GYŐZŐ ZEMPLÉN.

Der III. Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften vorgelegt vom o. M. ROLAND Baron v. EÖTVÖS in der Sitzung am 23. Oktober 1905.

Im Jahre 1901 habe ich in den *„Mathematikai és Physikai Lapok"** die Nachteile der Methoden besprochen, welche bis jetzt zur Bestimmung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase gedient haben; insbesondere handelte es sich um die Methode der schwingenden Scheiben von MAXWELL** und um die Transpirationsmethode von GRAHAM - O. E. MEYER***. Diese Nachteile veranlaßten mich, an Stelle der Torsionsschwingungen der MAXWELLschen Scheiben diejenige einer im Gase schwingenden Kugelscheibe zu beobachten. In derselben Arbeit habe ich auch die Resultate einiger vorläufiger Probemessungen mitgeteilt, laut welchen die Methode sich auch praktisch brauchbar erwies; die Unvollkommenheit der damaligen experimentellen Anordnung

* Probemessungen zur Bestimmung der inneren Reibung der Gase nach einer neuen experimentellen Methode (ungarisch), *Math. és Phys. Lapok,* Bd. 10.

** *London Phil. Trans.* 156, 1860 = *Scient. Papers* Bd. 2. p. 1.

*** *Lond. Phil. Trans.* 136, 1846, p. 573; 139, 1849, p. 349 (GRAHAM) und *Pogg. Ann.* 1866, Bd. 127, p. 253 u. 353 (O. E. MEYER).

verhinderte mich jedoch daran, den absoluten Wert des Reibungskoeffizienten eines Gases in zuverlässiger Weise zu bestimmen.* Seitdem gelang es mir mit Unterstützung der ungarischen Akademie einen den Anforderungen solcher delikaten Messungen entsprechenden Apparat zu konstruieren: in der folgenden Arbeit werde ich außer der Beschreibung des Apparates und der Theorie der Versuche die Ergebnisse der Messungen mitteilen, welche ich bisher zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten der atmosphärischen Luft ausgeführt habe. Die Arbeit wird daher aus folgenden Teilen bestehen:

I. Prinzip und mathematische Theorie der Methode;

II. Beschreibung des Apparates und des Beobachtungsverfahrens;

III. Die Resultate: Der Reibungskoeffizient der Luft.

I. Prinzip und mathematische Theorie der Methode.

Eine kupferne Kugelschale g wird auf einen Metalldraht so aufgehängt, daß in der Ruhelage die Verlängerung der Drahtachse durch den Mittelpunkt der Kugelschale geht (s. die Figur). Die Kugelschale wird mit einer fixen Hohlkugel G umgeben, deren Mittelpunkt mit dem der Schale g zusammenfällt. Die Kugelschale und der Raum zwischen der Kugelschale und der Hohlkugel wird mit dem zu untersuchenden Gase gefüllt, die Kugelschale aus der Ruhelage durch eine Rotation um die Drahtachse abgelenkt; dann wird das aufgehängte System erfahrungsgemäß eine gedämpfte harmonische Bewegung ausführen, deren Differentialgleichung die folgende ist:

$$K\frac{d^2\vartheta}{dt^2} - F\frac{d\vartheta}{dt} + \tau\vartheta = 0. \qquad (1)$$

K bedeutet hier das Trägheitsmoment des schwingenden Systems, ϑ den Ablenkungswinkel desselben zur Zeit t (in der Ruhelage ist $\vartheta = 0$), $F\frac{d\vartheta}{dt}$ ist das dämpfende Moment sämtlicher Rei-

* Ein kurzer Auszug dieser Arbeit ist im Jahrgange 1901 sowohl des „*Mathematikai és Természettudományi Értesitö*“ (ungarisch), als auch dieser Berichte (deutsch) erschienen.

bungskräfte, welches mit der Winkelgeschwindigkeit proportional angenommen wurde, $\tau\vartheta$ das Drehmoment der Torsionselastizität des Drahtes.

Das Dämpfungsverhältnis k (das Verhältnis einer Winkelamplitude zur folgenden) und die Schwingungsdauer T können experimentell bestimmt werden, woraus F berechnet werden kann; (1) kann nämlich auch so geschrieben werden:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\tau}{K}\vartheta = 0, \tag{2}$$

wo jetzt

$$\beta = \frac{\text{lognat}\, k}{T} = \frac{\lambda}{T} \tag{3}$$

das logarithmische Dekrement pro Zeiteinheit bedeutet. Aus (1) und (2) folgt daher

$$F = -2\beta K, \tag{4}$$

wo β und K der Messung zugängliche Größen sind.

Würde F nur aus dem Dämpfungsmoment der Gasreibung auf der Kugelschale bestehen, dann wäre das Problem durch Bestimmung von k, T und K erledigt, denn F kann in diesem Falle durch Integration der Bewegungsgleichungen des Gases als eine Funktion des Reibungskoeffizienten η dargestellt werden, in welcher als Koeffizienten lauter experimentell meßbare Größen (die Dichte ϱ, k, T, die Dimensionen der Kugelschalen) auftreten. (4) wäre daher eine Gleichung, in welcher außer η lauter der Messung zugängliche Größen vorhanden sind, sodaß daraus η berechnet werden könnte.

F rührt jedoch nur teilweise von der Reibung des Gases auf der Kugelschale her; in F beteiligen sich außerdem die innere Reibung des Aufhängedrahtes, die Reibung der Luft auf den übrigen Teilen des schwingenden Systems (Spiegel, andere Nebenteile). Bezeichnen wir mit F_g den ausschließlich von der Gasreibung auf der Kugelschale herrührenden Teil von F, dann kann F so dargestellt werden:

$$F = F_g + F_e. \tag{5}$$

Die Berechnung von F_e ist kaum durchführbar, weil F_e von lauter mathematisch nicht gut definierbaren Größen abhängt, wir werden daher F_e eliminieren.

Wir entfernen die Kugelschale vom schwingenden System und sorgen dafür, daß F_e ungeändert bleiben soll; dazu ist erforderlich, daß einerseits die Belastung des Drahtes, anderseits die Form und Dimensionen aller Teile außer der Kugelschale dieselbe sei wie vorher. Die Bewegungsgleichung dieses neuen Systems wird dann

$$K' \frac{d^2\vartheta}{dt^2} - F_e \frac{d\vartheta}{dt} + \tau\vartheta = 0, \tag{6}$$

wo K' das Trägheitsmoment des neuen Systems bedeutet.

Haben k', λ', T', β' ähnliche Bedeutung für das neue System wie vorher k, λ usw. für das ursprüngliche, dann ist wiederum

$$F_e = -2\beta' K', \tag{7}$$

also aus (4), (5) und (7)

$$F_g = -2(\beta K - \beta' K'). \tag{I}$$

Diese ist nunmehr eine Gleichung, in welcher außer η nur experimentell bestimmbare Größen auftreten, woraus also η berechnet werden kann, falls F_g auf Grund der Bewegungsgleichungen als Funktion von η dargestellt wird.

Die Bewegungsgleichungen sind für das Innere und das Äußere der Kugelschale getrennt zu integrieren. Setzen wir voraus — wie das bei der Behandlung solcher Erscheinungen gebräuchlich ist —, daß die unmittelbar die Kugelschale berührende Gasschicht dieselbe Bewegung ausführt wie die Kugelschale selbst (daß also keine Gleitung vorhanden ist), dann liefert die Bewegung der Kugelschale selbst die Randbedingungen zur Integration der hydrodynamischen Gleichungen. Die Voraussetzung der verschwindenden Gleitung ist insbesondere nach den sorgfältigen Untersuchungen von KUNDT und WARBURG* für nicht allzukleine Drucke berechtigt.

Bei der Integration der Bewegungsgleichungen schließe ich mich den klassischen Beispielen von MAXWELL**, STOKES*** und insbesondere HELMHOLTZ† an.

---

* Berlin, *Akad. Monatsberichte* 1875, p. 160; *Pogg. Ann.* Bd. 155, p. 337 u. 525.

** *Scient. Papers* II, p. 1.

*** Cambridge, *Phil. Trans.* Bd. 8; London, *Phil. Trans.* Bd. 177.

† *Wissenschaftliche Abhandlungen* I, p. 172.

Unser Problem kann analytisch so formuliert werden:

Es sind die Geschwindigkeitskomponenten u, v, w, die Dichte ϱ und der Druck p als Funktionen des Ortes x, y, z und der Zeit t so zu bestimmen, daß folgende Gleichungen und Randbedingungen erfüllt sein sollen.

Sowohl im Innern als auch außerhalb der Kugelschale die auf Reibung korrigierten hydrodynamischen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
\varrho \frac{du}{dt} &= \varrho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left\{ \nabla^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}^* \\
\varrho \frac{dv}{dt} &= \varrho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left\{ \nabla^2 v + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\
\varrho \frac{dw}{dt} &= \varrho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left\{ \nabla^2 w + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\
0 &= \frac{d\varrho}{dt} + \varrho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
p &= \varphi(\varrho, \Theta)
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(II)}$$

X, Y, Z sind hier gegebene, auf die Volumeneinheit im Punkte x, y, z zur Zeit t wirkende äußere Kräfte, der Reibungskoeffizient η ist im allgemeinen von p und von der Temperatur Θ des Gases abhängig; die letzte Gleichung in (II) ist die Zustandsgleichung des Gases.

Die Randbedingungen sind, wenn der Anfangspunkt der Koordinaten in dem Mittelpunkt der Kugelschale gelegt und die z-Achse senkrecht nach oben gerichtet wird, die folgenden:

a) Für den inneren Raum, wenn der innere Radius der Kugelschale mit r_1 bezeichnet wird, besteht die einzige Bedingung:

Ist

$$x^2 + y^2 + z^2 = r_1^2,$$

dann ist die Winkelgeschwindigkeit

$$\psi = -\frac{u}{y} = \frac{u}{x} = De^{-\beta t} \cos \omega t = \Psi. \qquad \text{(IIa)}$$

Ψ ist die experimentell beobachtbare Winkelgeschwindigkeit der Kugelschale.

* $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$.

b) Für den äußeren Raum, wenn r_2 den äußeren Radius der Kugelschale, R den Radius der Hohlkugel bedeutet, bestehen zwei Bedingungen:

Ist

$$x^2 + y^2 + z^2 = r_2^2, \quad \text{so ist} \quad \psi = \Psi$$

und ist

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad \text{so ist} \quad \psi = 0. \qquad \text{(IIb)}$$

Mit Rücksicht auf die vorhandene Versuchsanordnung erfährt das System (II) noch beträchtliche Vereinfachungen.

Durch geeignete Wahl des Aufhängedrahtes und der Dimensionen des schwingenden Systems können wir erreichen, daß die Schwingungen so langsam vor sich gehen, daß die Glieder zweiten Grades in u, v, w und in den Deformationsgeschwindigkeiten $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \cdots$ im Vergleich zu den Gliedern ersten Grades vernachlässigt werden können. Daraus folgt:

I. Das Zeichen $\frac{d}{dt}$ kann durch das Zeichen $\frac{\partial}{\partial t}$ ersetzt werden.

II. Die Reibungswärme — eine quadratische Form der Deformationsgeschwindigkeiten — kann vernachlässigt werden: wenn also das Gas anfänglich gleichmäßiger Temperatur war, bleibt dieser Zustand auch während der Bewegung der Kugelschale unverändert, falls äußere Einwirkungen ausgeschlossen sind. η wird also eine Funktion von p allein bleiben (wie bekannt ist η von p unabhängig).

Mit Rücksicht darauf, daß im Gase sich ein Rotationskörper um seine Rotationsachse bewegt, und daß der hydrostatische Druck p von den Komponenten der inneren Reibung unabhängig ist, können wir annehmen, daß p in jeder horizontalen Ebene konstant ist, also

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

War das Gas anfänglich in Ruhe, dann wird die Rotation der Kugelschale keine senkrechte Geschwindigkeit im Gase zustande bringen, es wird also überall

$$w = 0,$$

ebenso bleibt die Dichte im Gase zeitlich unverändert und in

horizontalen Ebenen konstant, also

$$\frac{d\varrho}{dt} = \frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0.$$

Von äußeren Kräften ist die Schwere allein vorhanden ($X = Y = 0$, $Z = -g$); die dritte Gleichung im System (II) gibt also mit Rücksicht auf die erwähnten Vereinfachungen die Änderung der Dichte mit der Höhe z; dieselbe ist jedoch mit Rücksicht auf die kleinen Dimensionen des Apparates ($R = 6$ cm) zu vernachlässigen, sodaß p, ϱ, folglich auch η, im ganzen Gase als konstant angenommen werden können.

Das System (II) geht also in folgendes über

$$\left.\begin{aligned} \varrho \frac{\partial u}{\partial t} &= \eta \nabla^2 u \\ \varrho \frac{\partial v}{\partial t} &= \eta \nabla^2 v \\ 0 &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned}\right\} \qquad (II^*)$$

Mit Rücksicht auf die Form der Randbedingungen versuchen wir die Bewegung des Gases so darzustellen, daß jede mit der Kugelschale konzentrische kugelförmige Gasschicht als je ein starrer Körper eine gedämpfte harmonische Bewegung der gleichen Schwingungsdauer und logarithmischen Dekrementes wie die Kugelschale selbst ausführt, die Winkelgeschwindigkeit aber, mit welcher diese Gasschichten die Gleichgewichtslage passieren, eine Funktion des Radius r der Gasschicht allein ist. Wir suchen daher eine Lösung des Systems (II*) und der Randbedingungen (IIa) und (IIb) folgender Form für die Winkelgeschwindigkeit

$$\psi = \varphi(r)\, e^{-\beta t} \cos \omega t. \qquad (8)$$

Führen wir in (II*) an Stelle von u, v die Winkelgeschwindigkeit ψ ein, so wird die dritte Gleichung (II*) durch die Annahme, daß ψ nur von r und t abhängt, identisch befriedigt, und die beiden ersten Gleichungen gehen in folgende Gleichung für ψ über, in welcher x, y, z nur in der Kombination r auftreten:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\eta}{\varrho}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{4}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) = 0. \qquad (9)$$

Setzen wir voraus, daß ψ die Form (8) besitzt, so erhalten wir für φ folgende gewöhnliche Differentialgleichung:

$$\beta\varphi + \frac{\eta}{\varrho}\left(\frac{4}{r}\frac{d\varphi}{dr} + \frac{d^2\varphi}{dr^2}\right) = 0. \tag{10}$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist nach HELMHOLTZ*

$$\varphi = A\left(\frac{im}{r^2} - \frac{1}{r^3}\right)e^{imr} + B\left(\frac{im}{r^2} + \frac{1}{r^3}\right)e^{-imr}, \tag{11}$$

wo $i = \sqrt{-1}$, $m = \frac{\beta^{\frac{1}{2}}\varrho^{\frac{1}{2}}}{\eta^{\frac{1}{2}}}$, und A, B im allgemeinen komplexe Konstanten bedeuten. Der reelle und der imaginäre Teil von φ befriedigen jeder für sich allein die Gleichung (10): die allgemeine reelle Form von φ ist:

$$\varphi = \frac{1}{r^3}(A_1[\cos mr + mr \sin mr] + B_1[mr \cos mr - \sin mr]). \tag{12}$$

A_1 und A_2 sind hier reelle Konstanten, welche mit Hilfe der Randbedingungen bestimmt werden müssen. (Die Berücksichtigung des imaginären Teiles führt auf dasselbe Resultat.)

Bei dieser Bestimmung sind nunmehr die Raumteile innerhalb und außerhalb der Kugelschale getrennt zu behandeln:

Für den inneren Raumteil besitzen wir jedoch nur eine Randbedingung; als zweite wählen wir die Bedingung, daß für $r = 0$ φ nicht unendlich groß werden soll; diese zwei Bedingungen liefern für ψ die Form

$$\psi = \frac{r_1^3(mr\cos mr - \sin mr)}{r^3(mr_1\cos mr_1 - \sin mr_1)} De^{-\beta t}\cos\omega t. \tag{13}$$

Für den äußeren Raumteil liefern die Randbedingungen (IIb):

$$\psi = \frac{r_2^3\{m(R-r)\cos m(R-r) - (m^2Rr^2+1)\sin m(R-r)\}}{r^3\{m(R-r_2)\cos m(R-r_2) - (m^2Rr_2^2+1)\sin m(R-r_2)\}} De^{-\beta t}\cos\omega t.$$

Damit ist die Verteilung der Geschwindigkeit im Gase vollkommen gegeben, und wir können das Drehmoment der Gasreibung auf der Kugelschale berechnen.

Es seien $\Xi_r df$, $\mathsf{H}_r df$, $Z_r df$ die rechtwinkeligen Komponenten der Kraft, welche das Gas auf ein Flächenelement df ausübt,

* L. c.

dessen nach dem Innern des Gases gerichtete Normale durch s bezeichnet ist. Dann ist das gesuchte Drehmoment um die z-Achse

$$\Phi = \int_1 (x_1 \mathsf{H}_{s_1} - y_1 \Xi_{s_1})\, df_1 + \int_2 (x_2 \mathsf{H}_{s_2} - y_2 \Xi_{s_2})\, df_2. \tag{15}$$

Die Größen mit dem Index 1 beziehen sich auf die innere, die Größen mit dem Index 2 auf die äußere Fläche der Kugelschale.

Sind λ, μ, ν die Richtungskosinus von s und

$$A_x, B_y, C_z, \; B_z = C_y, \; C_x = A_z, \; A_y = B_x$$

die Komponenten der inneren Reibung des Gases, dann ist

$$\begin{aligned} -\Xi_s &= A_x\lambda + A_y\mu + A_z\nu \\ -\mathsf{H}_s &= B_x\lambda + B_y\mu + B_z\nu \\ -\mathsf{Z}_s &= C_x\lambda + C_y\mu + C_z\nu. \end{aligned} \tag{16}$$

Die Komponenten der inneren Reibung sind folgende Funktionen der Deformationsgeschwindigkeiten:

$$\begin{aligned} -A_x &= 2\eta \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ -B_y &= 2\eta \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ -C_z &= 2\eta \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \tag{17}$$

$$-B_z = \eta\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad -C_x = \eta\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad -A_y = \eta\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right).$$

u, v, w sind bekannt, es kann daher Φ auf grund der Formeln (15), (16) und (17) berechnet werden; es wird

$$-\Phi = \frac{8}{3}\pi\eta \left\{ r_1^4 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_1 - r_2^4 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_2 \right\}. \tag{18}$$

Es sei andererseits

$$\Phi = F_g \frac{d\vartheta}{dt} = F_g D e^{-\beta t} \cos \omega t.$$

Wenn man nun in (18) die Ausdrücke (13) und (14) für ψ einsetzt, dann erhält man

$$-\tfrac{1}{2} F_g = \beta K - \beta' K' = \tfrac{4}{3}\pi\eta \left\{ m^2 r_1^5 \frac{\sin m r_1}{\sin m r_1 - m r_1 \cos m r_1} - 3 r_1^3 \right.$$

$$\left. - m^2 r_2^5 \frac{m R \cos m(R - r_2) - \sin m(R - r_2)}{m(R - r_2)\cos m(R - r_2) - (m^2 R r_2^2 + 1)\sin m(R - r_2)} + 3 r_2^3 \right\}. \tag{III}$$

Diese ist eine transzendente Gleichung zur Bestimmung von η. Die Lösung kann durch sukzessive Approximation geschehen, ähnlich wie diejenige der algebraischen Gleichungen z. B. nach der HORNERschen Methode. Zu diesem Zwecke schreiben wir die Gleichung in der Form:

$$= \frac{\frac{3}{4\pi}(\beta K - \beta' K')}{r_1^5 \frac{m^2}{1 - m r_1 \operatorname{cotg} m r_1} + r_2^5 \frac{m^3 R - m^2 \operatorname{tang} m (R - r_2)}{(m^2 R r_2^2 + 1) \operatorname{tang} m (R - r_2) - m (R - r_2)} + 3(r_2^5 - r_1^5)} \qquad \text{(III*)}$$

Bei den gegenwärtigen Versuchen war

$$\varrho < 0{,}0015, \quad \eta > 0{,}00015, \quad \beta < 0{,}0005$$

(alles in c. g. s.), sodaß

$$m = \left(\frac{\varrho \beta}{\eta}\right)^{\frac{1}{2}} < 0{,}08.$$

Wir erhalten also aus (III*) für η einen ersten angenäherten Wert, wenn wir auf der rechten Seite der Gleichung $m = 0$ setzen; durch Anwendung der Regel von L'HÔPITAL erhält man:

$$\left(\frac{m^2}{1 - m r_1 \operatorname{cotg} m r_1}\right)_{m=0} = \frac{3}{r_1^2}$$

$$\left(\frac{m^3 R - m^2 \operatorname{tang} m (R - r_2)}{(m^2 R r_2^2 + 1) \operatorname{tang} m (R - r_2) - m (R - r_2)}\right)_{m=0} = 0.$$

Das bedeutet, daß in erster Annäherung die Wirkung der Gasreibung auf die innere Fläche der Kugelschale vernachlässigt werden kann, und man erhält zuerst

$$\eta = \frac{\beta K - \beta' K'}{4 \pi r_2^3}. \qquad (20)$$

Diesen Wert von η setzen wir in der rechten Seite von (III*) ein und erhalten daraus einen genaueren η, welchen wir in (III*) wieder rechts einsetzen können usw. bis der rechts in (III*) eingesetzte Wert von η innerhalb der Versuchsfehlergrenzen mit dem berechneten η übereinstimmt.

Viel bequemer ist jedoch die graphische Methode, welche auch schneller zum Ziele führt:

Wir führen in (III*) m an Stelle von η als Unbekannte ein, dann kann diese Gleichung in der Form geschrieben werden:

$$\frac{3(\beta K-\beta' K')}{4\pi\varrho\beta}=\frac{r_1^5}{1-mr_1\operatorname{cotg} mr_1}$$
$$+r_2^5\frac{mR-\operatorname{tang} m(R-r_2)}{(m^2Rr_2^2+1)\operatorname{tang} m(R-r_2)-mR-r_2)}+\frac{3}{m}(r_2^3-r_1^3). \qquad (\text{III}^{\text{es}})$$

Die linke Seite dieser Gleichung sei mit N_1, die rechte mit $N_2(m)$ bezeichnet, dann kann die Funktion $N=N_2(m)$ durch eine Kurve in der Nm-Ebene dargestellt werden, welche auf Grund einiger ausgerechneten Punkte aufgezeichnet werden kann; der Schnittpunkt dieser Kurve mit der zur m-Achse parallelen Geraden $N=N_1$ liefert den gesuchten Wert von m resp. η.

Bemerkenswert ist hierbei, daß die Kurve $N=N_2(m)$ ausschließlich von den Dimensionen des Apparates abhängig ist, sodaß bei allen mit demselben Apparat ausgeführten Messungen dieselbe, ein für allemal aufgezeichnete, Kurve benützt werden kann; die Berechnung von N_1 geschieht auf Grund der beobachteten Werte von β, β', ϱ.

Die Auswertung der gegenwertigen Versuche geschah ebenfalls auf Grund dieser graphischen Methode.

II. Beschreibung des Apparates und des Beobachtungsverfahrens.

Der Apparat wurde in der Werkstätte für Präzisionsmechanik von Süss in Budapest hergestellt.

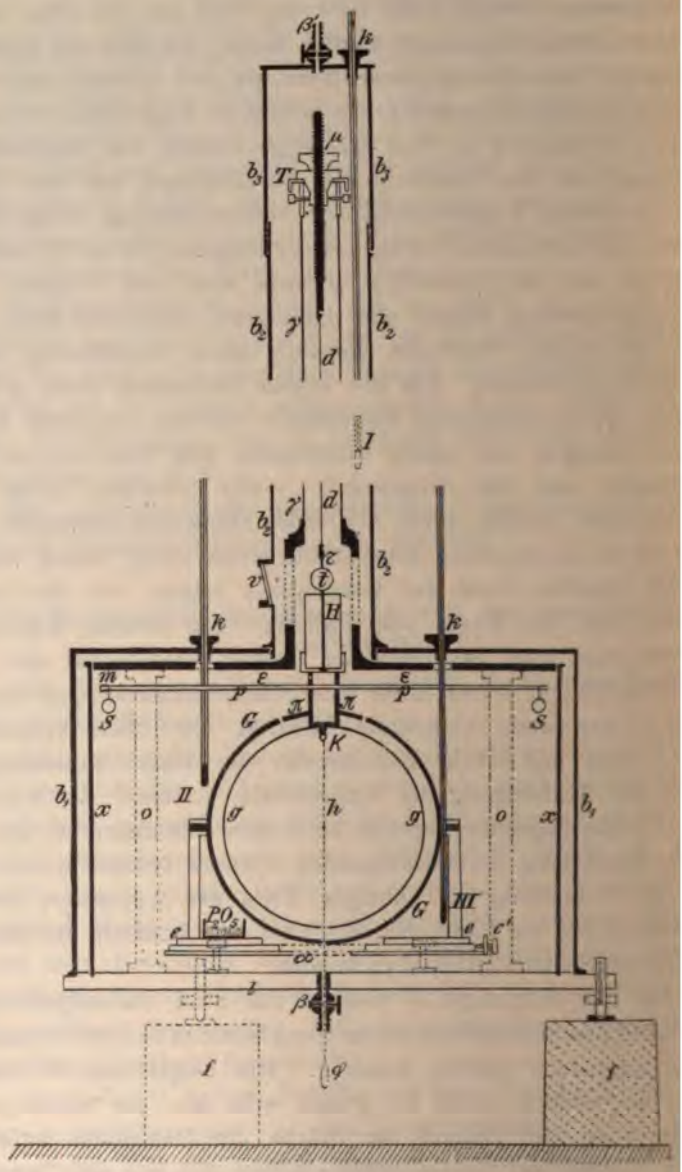
Sein essentieller Teil ist die Kugelschale g; bei der Berechnung der Versuche wird nämlich diese als mathematisch genaue Kugelschale behandelt, es muß daher dafür gesorgt werden, daß diese Voraussetzung auch nach Möglichkeit erfüllt sei. Eben deshalb konnte dieselbe nicht aus zwei auf einer Drehbank hergestellten Halbkugelschalen zusammengelötet werden. Entsprechend dem Ratschlage des Herrn M. Th. EDELMANN, Physiker und Mechaniker in München, dem ich dafür auch an dieser Stelle meinen Dank aussprechen will, habe ich die Kugelschale mit folgendem Verfahren hergestellt:

Ich ließ aus hartem Paraffin auf einer Drehbank eine Kugel von einem Halbmesser von etwa 5 cm verfertigen. Das war der schwierigste Teil der Arbeit, denn die Paraffinkugel bildete das Modell der Kugelschale. Ich habe dieselbe mit einem Katheto-

meter geprüft: die größte Abweichung zwischen den gemessenen Durchmessern übertraf nicht 0,04 mm, was als ein sehr befriedigendes Resultat bezeichnet werden kann. Ich habe die Paraffinkugel mit feinem Bronzepulver überzogen und dieselbe samt einer mit ihr möglichst konzentrischen kupfernen Kugelschale von etwa 20 cm Durchmesser in eine wässerige Lösung von Kupfersulfat eingesenkt und die Oberfläche der Paraffinkugel mit einer etwa 1,5 mm starken Kupferschicht auf elektrolytischem Wege überdeckt. Die Stromdichte betrug auf der Kathode 0,4 bis 0,5 Ampère pro dm^2, und die Elektrolyse dauerte etwa eine Woche. Der Kupferniederschlag bildete eine homogene, kompakte Masse, so daß ihre äußere Oberfläche ebenfalls genau kugelförmig abgedreht werden konnte. Um die beiden Endpunkte eines Durchmessers der so erhaltenen Kugelschale wurden nun zwei kreisrunde Öffnungen mit einem Halbmesser von etwa 1,5 cm ausgeschnitten und die Kugelschale etwas erwärmt, sodaß das geschmolzene Paraffin durch die beiden Öffnungen herausfloß und es blieb so die kupferne Kugelschale allein übrig, dessen äußere Fläche denselben Grad der Genauigkeit zeigte, wie die innere Fläche resp. die Kugel aus Paraffin. Die beiden Öffnungen wurden durch zwei entsprechende Deckel geschlossen; der eine derselben trug in seiner Mitte eine Schraubenmutter, der andere eine 1,5 mm weite kreisrunde Öffnung. Die Schraubenmutter, deren Achse mit einem Durchmesser der Kugel zusammenfiel, diente zur Aufhängung der Kugelschale, während die ihr diametral genau gegenüberliegende kreisrunde Öffnungen bei der genauen Einstellung des schwingenden Systems benutzt wurde.

Die Herstellung der übrigen Teile des Apparates, dessen Querschnitt auf der Figur dargestellt ist, war nunmehr mit keinen besonderen Schwierigkeiten verbunden.

Die fixe Hohlkugel G bestand aus zwei Halbkugelschalen, welche auf kleinen Schlitten zusammengeschoben und mit Schrauben genau eingestellt werden konnten. Die Kugelschale G mußte schon bei weitem nicht so genau sein wie die schwingende Schale, denn der Einfluß der Stärke der Gasschicht zwischen beiden Schalen auf die Gasreibung ändert sich nur sehr langsam, wenn diese Stärke eine ganz gewisse Grenze übertrifft. Ich


β'
k
μ
b3
T
b3
b2
γ
d
b2
I
b2
γ
d
τ
b2
v
t
H
k
k
m
ε
ε
p
p
S
S
G
π
π
K
b1
x
o
II
g
h
g
o
x
b1
G
III
PO5
e
e
c'
α
l
β
f
φ
f

habe auf Grund der bisherigen Werte von η das entsprechende Dämpfungsverhältnis für $r_2 = 5$ cm, $R - r_2 = 0{,}5$ cm und $R - r_2 = 1{,}0$ cm berechnet; wurde die Gasschicht zwischen beiden Schalen mit 0,5 cm geändert, so verursachte dies im Dekrement bloß eine Änderung von $\frac{1}{100}$. Bei den gegenwärtigen Versuchen war $R - r_2$ zirka 1 cm, sodaß die kleineren Unregelmäßigkeiten der äußeren Kugel keine wahrnehmbaren Fehler verursachen konnten.

Besondere Sorgfalt mußte der Elimination der Reibungskräfte (F_e) gewidmet werden, die nicht direkt berechnet werden konnten. Wie früher erwähnt wurde, habe ich zu diesem Zwecke zuerst die Schwingungen der Kugelschale beobachtet und dann diejenigen eines zweiten Systems, welches nach Entfernung der Kugelschale zurückblieb; in beiden Systemen mußte aber die Belastung des Drahtes und die Form und Größe aller Teile außer der Kugelschale dieselbe sein. Ich habe deshalb zwei kongruente Zylinder aus Aluminium und aus Blei herstellen lassen, sodaß der Unterschied ihrer Gewichte dem Gewichte der Kugelschale gleich war. Als ich die Schwingungen der Kugelschale beobachtete, war der Aluminiumzylinder über dieselbe so befestigt, daß seine Achse mit der Rotationsachse des Systems übereinstimmte; nachher habe ich die Kugelschale entfernt, den Aluminiumzylinder mit dem Bleizylinder vertauscht und die Schwingungen dieses Systems beobachtet. Dadurch wurde in der Tat erreicht, daß das dämpfende Moment aller Teile außer der Kugelschale in beiden Systemen dasselbe war.

Im zweiten Falle hätte ich aber mit dem Bleizylinder allein eine allzu kleine Schwingungsdauer erhalten, was die Genauigkeit der Beobachtungen vermindert hätte. Ich habe deshalb das Trägheitsmoment beider Systeme vergrößert, indem ich zwischen die Zylinder und die Kugelschale ein horizontales Kreuz aus Messingstäben befestigte, auf welchem kleine Messinggewichte (s) verschiebbar befestigt waren. Auf den Stäben war eine Millimeterteilung angebracht, sodaß die Entfernung der Gewichte von der Rotationsachse abgelesen werden konnte. Dadurch konnte auch die Bestimmung der Trägheitsmomente leicht durchgeführt werden.

Die Zusammenstellung des Apparates geschah nun folgendermaßen:

Das Skelett des Apparates war eine 1 cm dicke Kreisscheibe (l) aus Messing mit einem Durchmesser von 40 cm, in welchen vier 20 cm hohe Säulen (O) aus Messing eingeschraubt waren, die den runden Tisch ε trugen. In der Mitte des Tisches befand sich eine kreisrunde Öffnung, über diese ragte die kupferne Röhre γ hervor, welche auf ihrem Ende in einem Abstand von 60 cm vom Tische ε den Torsionskopf T trug.

Der Apparat wurde in einem trockenen Keller des physikalischen Instituts der Budapester Universität aufgestellt und zwar auf drei Holzwürfel (f) auf einem in die Hauptwand des Instituts gelagerten Tische. Ich habe sodann die Scheibe l horizontal eingestellt, nachdem ich die mit einem Hahn versehene Röhre β ausgeschraubt habe. Jetzt habe ich den Draht d eingehängt und die Achse τ darauf befestigt, welche den Spiegel t, den Aluminiumzylinder H, das Kreuz p, die Kugelzone π und die Schraube $\varkappa$ trug, welche in einem Haken endete. Nun zog ich durch die Kugelschale g einen doppelten Haarfaden h, an dessen Ende das Lot φ hing, und habe das andere Ende des doppelten Haarfadens in den Haken $\varkappa$ eingehängt und die Kugelschale auf die Schraube $\varkappa$ aufgeschraubt. Ich habe nun die Gewichte s auf dem Kreuze so verschoben, daß der Haarfaden h genau durch den Mittelpunkt der kleinen kreisrunden Öffnung der Kugelschale hindurchging. Dadurch habe ich erreicht, daß die Rotationsachse des Systems ein Durchmesser der Kugelschale war. Ich habe zwei solche Lagen der Gewichte bestimmt und die Entfernungen von der Rotationsachse abgelesen: in einer Lage waren alle Gewichte nahe an den Enden der Stäbe, in der anderen Lage möglichst nahe an der Rotationsachse. Die Bestimmung zweier solcher Lagen war zur Messung der Trägheitsmomente notwendig.

Einer der Stäbe trug auf seinem Ende einige Windungen aus dünnem weichen Eisendraht; diese kleine Spule m wurde dazu benutzt, den Apparat in Bewegung zu setzen.

Nach Entfernung des Haarfadens h habe ich auf den Schlitten c, welche am Tischchen α glitten, die beiden halben Hohlkugelschalen G so aneinander geschoben, daß sie eine geschlossene Kugel bildeten, wovon durch eine horizontale Ebene eine Kalotte abgeschnitten war. Die Kugelzone π war auf der Achse τ so

befestigt, daß sie bei konzentrischer Einstellung der Kugelschale G und der Kugelschale g genau die Fortsetzung der fixen Kugelschale bildete. Ich habe daher einerseits durch geeignete Drehung der Schraube μ am Torsionskopfe erreicht, daß das schwingende System der Höhe nach entsprechend eingestellt war, andererseits durch Verschiebung der Schlitten e erreicht, daß der ringförmige Zwischenraum zwischen der Kugelschale G und der Kugelzone π überall gleich breit war. Bei genauer Einstellung war dieser Zwischenraum etwa 1 mm breit, sodaß diese Einstellung mit Hilfe der Schrauben c' mit befriedigender Genauigkeit erreicht werden konnte. In dieser Weise konnte ich erreichen, daß die Mittelpunkte der fixen und der schwingenden Kugelschale zusammenfielen.

Nun stellte ich auf einen der Schlitten e eine Schale mit P_2O_5 und bedeckte den unteren Teil des Apparates mit dem Cylinder x aus 1,5 mm starkem Messingblech. Nachher wurde der ganze Apparat in die aus drei Stücken b_1, b_2, b_3 bestehende Messinghülle eingeschlossen, welche mit dem zur Spiegelablesung dienenden Fenster v versehen war. Der untere Teil (b_1) war in den Rand der Scheibe l eingeschliffen; derselbe wurde gut eingefettet und so der Teil b_1 darauf gelegt. In den Teil b_1 wurde dann die Röhre b_2 eingeschraubt, welche die Röhre γ umgab und das Fenster v trug. Auf die Röhre b_2 wurde endlich das Endstück b_3 aufgeschraubt, welches mit dem Röhrchen β' samt Hahn versehen war. Sämtliche Schraubenwindungen wurden gut eingefettet.

Endlich wurde auch das Röhrchen β in die Scheibe l eingeschraubt und die Thermometer I, II und III eingesetzt. Für diese trugen die Messinghülle b und der Tisch ε entsprechende Einschnitte; die Thermometer waren in messingene Schrauben k eingefaßt, welche luftdicht in die Messinghülle eingeschraubt werden konnten. Die Kugeln der Thermometer ragten tief in das Innere des Apparates hinein; der Quecksilberfaden und die Graduierung lagen jedoch außerhalb, sodaß die Ablesungen ohne Schwierigkeit geschehen konnten. Die Thermometer II und III zeigten die Temperatur des Gases möglichst nahe an der Kugelschale und zwar II diejenige der oberen, III diejenige der unteren Gas-

schichten. Die Kugel des Thermometers I ragte bis ungefähr zur Mitte des Aufhängedrahtes in die Hülle b_2 hinein und konnte so insbesondere von der Änderung der Temperatur des Drahtes Rechenschaft geben.

Der so zusammengestellte Apparat konnte nun mit Hilfe der Hähne β und β' mit einem beliebigen Gase gefüllt werden. Die Messinghülle war noch bei Druckunterschieden von 5—6 cm Quecksilber sehr genau luftdicht, konnte aber selbstverständlich größere Druckunterschiede nicht vertragen. Mein Zweck war aber ohnehin nicht etwa die Änderung des Reibungskoeffizienten mit der Änderung des Druckes zu beobachten, denn solche relative Messungen können nach anderen Methoden einfacher ausgeführt werden. Vielmehr war ich bestrebt, den absoluten Wert von η für einen bekannten Zustand des Gases möglichst einwandfrei zu bestimmen.

Meine bisherigen Messungen beziehen sich auf getrocknete atmosphärische Luft bei Zimmertemperatur und normalem Drucke.

Ich habe den Hahn β mit mehreren mit $CaCl_2$ und nassem NaOH gefüllten U-Röhren verbunden, welche mit der freien Luft des Gartens des physikalischen Instituts kommunizierten; dazwischen wurden mehrere Wattepfropfen eingeschaltet, damit kein Staub in den Apparat eindringen sollte. Den Hahn β habe ich mit einem Quecksilberbarometer und mit einer Wasserstrahlpumpe mittels einer mit $CaCl_2$ gefüllten Röhre verbunden.

Die Luft wurde so mit einer Druckdifferenz von etwa 5 bis 6 cm an beiden Enden der Leitung durch den Apparat gesogen. Das NaHO entfernte davon die Kohlensäure, das $CaCl_2$ den Wasserdampf; so kam die Luft in den Apparat hinein, wo noch die letzten Reste von Wasserdampf durch das P_2O_5 absorbiert wurden. Damit die Luft in allen Teilen des ziemlich labyrinthartig gebauten Apparates eindringen kann, habe ich dafür gesorgt, überall die nötige Anzahl von Ventilationslöchern anbringen zu lassen, insbesondere wurde die Schraube x und die untere Fassung des horizontalen Kreuzes durchgebohrt.

Der Apparat wurde so vor jedem Versuche zirka 24 Stunden lang mit reiner getrockneter Luft durchgespült; alsdann wurden die Hähne geschlossen und nachdem die Thermometer das Ein-

treten des Temperaturgleichgewichtes versichert hatten, wurde das schwingende System durch Vermittelung der kleinen Eisenspule m mit einem Magnete abgelenkt und als die Amplituden klein genug geworden waren, die Schwingungsdauer und das Dekrement der Amplituden beobachtet.

Sämtliche Beobachtungen (auch die Ablesung der Thermometer) wurden mittels Fernrohre, die 3—4 m weit vom Apparat aufgestellt waren, ausgeführt. Die Temperatur wurde unmittelbar vor der Beobachtung des ersten und nach derjenigen des letzten Umkehrpunktes auf allen Themometern abgelesen.

Ich habe die Beobachtungen gewöhnlich sofort begonnen sobald die Umkehrpunkte innerhalb der Skala lagen; aus den ersten drei wurde die Gleichgewichtslage des Systems bestimmt und auf der Skala bezeichnet; sodann wurden 40 Koinzidenzen der Gleichgewichtslage mit dem Fadenkreuze beobachtet und alle dazwischen liegenden Umkehrpunkte abgelesen. Dann wurden die Ausschläge auf die entsprechenden Bogen reduziert und λ und T berechnet.

III. Die Resultate; der Reibungskoeffizient der Luft.

Die Elimination des der Rechnung schwerlich zugänglichen Dämpfungsmomentes F_e gründet sich auf die Annahme, daß dieses Dämpfungsmoment im Laufe der Messungen ungeändert bleibt. Es mußte daher ganz besonders dafür gesorgt werden, daß die innere Reibung des Drahtes, welche den größten Teil von F_e liefert, während der Versuche keine Änderung erfährt.

Anderseits mußte ich den Draht so auswählen, daß seine Tragfähigkeit möglichst groß und seine Torsionselastizität möglichst klein ausfallen soll, um möglichst große Schwingungsdauer zu erhalten.

Ein Nickeldraht entsprach sehr gut der zweiten Forderung, und ich habe daher meine Messungen anfangs mit monatelang austordiertem, $\frac{1}{20}$ mm dickem Nickeldraht durchgeführt, mit welchem ich je nach den verschiedenen schwingenden Systemen verschiedene Schwingungsdauern erhalten habe, die zwischen 111 und 74 sec. variierten. Die Torsionselastizität des Drahtes erwies sich ebenfalls als sehr genau konstant, die innere Reibung desselben

war jedoch bedeutenden Schwankungen unterworfen; das natürliche logarithmische Dekrement λ zeigte bei derselben Anordnung nach wiederholten Messungen Änderungen bis zu 10—15 %. Nun ist aber η (siehe die Annäherungsformel 20) in erster Annäherung eine lineare Funktion solcher λ's, sodaß eine genaue Bestimmung von η bei Benutzung dieses Drahtes unmöglich war.

Bei Stahldrähten fand ich noch größere Schwankungen.

Ich mußte mich daher mit kleineren Schwingungsdauern begnügen und einen $\frac{1}{10}$ mm dicken Platindraht benutzen. Anfangs erreichte ich auch hier nicht das gewünschte Resultat, später gelang es jedoch durch geeignete Behandlung des Drahtes, vor den Messungen ein ziemlich konstantes Dekrement zu erhalten.

Die innere Reibung (elastische Nachwirkung) des Drahtes ist nämlich in hohem Maaße von der „Vorgeschichte" desselben abhängig, darum war ich bestrebt, die Versuche so einzurichten, daß diese Vorgeschichte wenigstens eine gewisse Zeit unmittelbar vor den Messungen in allen Fällen dieselbe sein soll. Ich habe deshalb folgendes Verfahren angewandt, welches sich als zweckmäßig erwies:

Nachdem der Apparat mit getrockneter Luft gefüllt war, ließ ich denselben einen Tag lang ruhig liegen, sodann habe ich das schwingende System mit zirka 40° von der Gleichgewichtslage abgelenkt. Nach drei Stunden waren die Ausschläge schon ganz klein; dann wurde die Ablenkung mit möglichst demselben Winkel wiederholt, wieder drei Stunden lang gewartet und erst nach der dritten Ablenkung die Beobachtungen begonnen, sobald die Umkehrpunkte innerhalb der Skala lagen.

Für die Konstanthaltung der Temperatur brauchte nicht besonders gesorgt werden, denn der Apparat war in einem beständig verdunkelten Souterrain des physikalischen Instituts aufgestellt, wo die Temperatur sehr genau konstant war. Die vollständige Versuchsserie zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten für getrocknete Luft dauerte aber einen vollen Monat (vom 27. Aug. bis 29. Sept. 1904), sodaß inzwischen eine gewisse Änderung der Temperatur doch merkbar wurde. Dies verursachte jedoch keine Schwierigkeit, denn die Versuchsserie war so eingerichtet:

Es wurden beobachtet:

I. 6 Schwingungsserien (à 40 Koinzidenzen) als das System mit der Kugelschale und dem Aluminiumzylinder belastet war;

II. 6 Schwingungen, als die Kugelschale abgeschraubt und der Aluminiumzylinder mit einem Bleizylinder ersetzt war, endlich

III. wieder 6 Schwingungsserien bei der Anordnung I.

Die Mittelwerte der Resultate der Beobachtungen I und III wurden mit denjenigen der Beobachtungen II kombiniert, und so konnte die während der ganzen Dauer der Beobachtungen in demselben Sinne eingetretene Anderung der Temperatur eliminiert werden, und es war nicht notwendig, den Temperaturkoeffizienten besonders zu bestimmen.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Messungen; die Maximalfehler der beobachteten Größen sind überall hinzugefügt: jeder Wert von λ und T wurde nämlich aus 41 Umkehrpunkten resp. 40 Koinzidenzen abgeleitet:

A.

Nummer des Versuches	k		T (sec.)		t (Temperatur)		Verschiebung der Gleichgewichtslage in Skalenteilen
	Zahlenwert	Max.-Fehler	Zahlenwert	Max.-Fehler	Zahlenwert	Max.-Fehler	
I, 1	1,01075	0,00023	32,481	0,019	21,35	0,01	0,2
2	86	24	412	18	50	02	0,3
3	74	22	404	21	39	04	0,5
4	78	26	399	21	19	03	1,1
5	74	18	398	17	14	02	0,2
6	80	16	399	14	14	01	0,3
II, 1	1,01159	0,00014	28,441	0,034	20,61	0,10	0,5
2	60	16	439	29	59	01	0,2
3	72	19	437	13	34	02	0,2
4	57	22	435	15	32	08	0,1
5	55	23	438	17	50	04	0,8
6	65	21	436	14	60	04	0,9
III, 1	1,01071	0,00022	32,396	0,012	19,62	0,03	0,2
2	79	22	382	08	69	04	0,3
3	88	18	375	20	41	01	0,1
4	87	22	378	23	21	02	0,1
5	87	20	395	21	20	05	0,6
6	76	23	401	19	57	02	0,8

Der Skalenabstand betrug 330 cm (= 3300 Skalenteile); ein Skalenteil = 31,3″.

Das Dekrement der Amplituden zeigte — wie aus der Tabelle A ersichtlich ist — keine größeren Schwankungen als $\frac{1}{40}\,\%$, und die Schwingungsdauer konnte im ungünstigsten Falle bis auf $\frac{1}{10}\,\%$ bestimmt werden; die größte Schwankung der Temperatur innerhalb derselben Schwingungsserie betrug 0,1° C. und die größte Verschiebung der Gleichgewichtslage 0,5 Skalenteile also zirka $\frac{1}{4}$ Minute.

Die folgende Tabelle enthält die Mittelwerte k, T, $\lambda = \log\text{nat}\, k$, $\beta = \frac{\lambda}{T}$ berechnet aus allen Versuchen I, III, und k', T', λ', β' berechnet aus den Versuchen II; die Maximalfehler bedeuten in dieser Tabelle die größte Abweichung von den in Tabelle A aufgeschriebenen Mittelwerten.

B.

$k = 1{,}01080 \pm 0{,}00009$	$\lambda = 0{,}01074 \pm 0{,}00009$
$k' = 1{,}01161 \pm 0{,}00011$	$\lambda' = 0{,}01154 \pm 0{,}00011$
$T = 32{,}397 \pm 0{,}034$	$\beta = 0{,}0003316 \pm 0{,}0000028$
$T' = 28{,}437 \pm 0{,}004$	$\beta' = 0{,}0004059 \pm 0{,}0000039$

Die mittlere Temperatur betrug bei den Versuchen I $21{,}28° \pm 0{,}22°$ C., bei den Versuchen II $20{,}49° \pm 0{,}17°$, bei den Versuchen III $19{,}45° \pm 0{,}24°$; kombinieren wir die Versuche I mit den Versuchen III, so erhalten wir die mittlere Temperatur 20,37°, sodaß der berechnete Wert von η sich auf 20,4° C. beziehen wird.

Es ist aus der Tabelle B ersichtlich, daß die relative Genauigkeit der Größen λ resp. β, welche in der Formel für η unmittelbar auftreten, schon bedeutend kleiner ist als die Genauigkeit von k selbst; k ist nämlich angenähert $= 1 + \lambda$, und λ ist ungefähr 0,01, sodaß, wenn k bis auf $\frac{1}{100}\,\%$ genau ist, λ nur bis auf $1\,\%$ genau ausfallen wird; dieselbe wird die Genauigkeit von η selbst sein. (Siehe die Formel 20.)

Daraus geht wieder klar hervor, wie sehr es wünschenswert ist, mit großer Schwingungsdauer zu arbeiten: k, die unmittelbar gemessene Größe, ist bis auf $\frac{1}{100}\,\%$ genau; das ist ungefähr die

Grenze der experimentell erreichbaren Genauigkeit; wäre λ größer, dann würde sich bei derselben Genauigkeit von k ein genauerer Wert von λ ergeben; λ ist aber das logarithmische Dekrement bei einer Schwingung, welches also mit der Schwingungsdauer direkt proportional ist, denn es ist β das Dekrement pro Zeiteinheit bei demselben Gase und bei demselben schwingenden System konstant. So war z. B. bei Anwendung des Nickeldrahtes $k = 1{,}038$ also λ mehr als dreimal so groß als bei dem Platindraht (die Schwingungsdauer ebenfalls), und so hätte η mit dreifacher Genauigkeit bestimmt werden können, falls die Schwankungen der inneren Reibung des Gases diese Versuche nicht vereitelt hätten.

Dadurch ist auch die Richtung gegeben, in welcher die Vervollkommnung dieser Methode durchgeführt werden muß: es muß ein Aufhängedraht von möglichst großer Tragfähigkeit, kleiner Torsionselastizität und konstanter innerer Reibung aufgesucht werden, dann kann die Genauigkeit der Messungen noch beträchtlich gesteigert werden.

Ich habe auf Grund der Zahlenwerte in der Tabelle β mit dem oben beschriebenen graphischen Verfahren den Wert von η bestimmt für getrocknete und von Kohlensäure gereinigte Luft bei der Temperatur 20,4° und atmosphärischem Druck.

Ich habe auf Millimeterpapier 5 Punkte der Kurve $N = N_2(m)$ konstruiert:

$$m = 0{,}045, \quad 0{,}046, \quad 0{,}047, \quad 0{,}048, \quad 0{,}049$$
$$N_2(m) = 234006 \quad 224003 \quad 214617 \quad 205700 \quad 197293$$

für

$$r_1 = 4{,}885, \quad r_2 = 5{,}007, \quad R = 6{,}084 \text{ cm}.$$

Die fünf konstruierten Punkte lagen sehr angenähert auf einer Geraden.

Auf dem Kreuze waren in Abständen

$$s_1 = 14{,}5, \quad s_2 = 14{,}5, \quad s_3 = 14{,}9, \quad s_4 = 12{,}5 \text{ cm}$$

von der Drehungsachse die Gewichte

$$m_1 = 9{,}892, \quad m_2 = 9{,}887, \quad m_3 = 9{,}921, \quad m_4 = 9{,}888 \text{ gr}$$

aufgehängt; bei dieser Anordnung waren die Trägheitsmomente

$$K = 18161, \quad K' = 13905 \text{ grcm}^2.$$

Ferner war

$$\varrho_{20,4} = 0{,}001202 \text{ grcm}^{-3}$$

$$\beta = 0{,}0003316 \text{ sec}^{-1}, \quad \beta' = 0{,}0004059 \text{ sec}^{-1}.$$

N_1 war $= 214782$ und aus dem Schnittpunkte der Linien N_1 und N_2 ergab sich genau

$$m = 0{,}046988$$

und

$$\underline{\eta = 0{,}0001794 \text{ cm gr}^{-1} \text{ sec}^{-1}} \text{ (Max.-Fehler 1 \%)}.$$

Meine nächste Aufgabe wird nun sein, eventuell mit Benutzung eines besser entsprechenden Aufhängedrahtes, die Änderung des Reibungskoeffizienten mit der Luftfeuchtigkeit zu bestimmen, wozu dieser Apparat besonders geeignet erscheint.

* * *

Zum Schluß sei mir gestattet meinen innigsten Dank auszusprechen einerseits der Math.-Naturw. Kommission der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, die mir durch materielle Unterstützung die Herstellung des kostspieligen Apparates ermöglichte, andererseits meinem Professor, dem Herrn ROLAND Baron v. EÖTVÖS, Direktor des physikalischen Instituts der Budapester Universität, der diese in seinem Institute durchgeführten Messungen immer mit dem größten Interesse begleitete.

10.

DATEN ZUR GENAUERN KENNTNIS DES SZEPES-GÖMÖRER ERZGEBIRGES.

Von FRANZ SCHAFARZIK korr. Mitglied.

(Antrittsvortrag aus der Sitzung am 20. Juni 1904.)

Der Gegenstand meines Vortrags bezieht sich auf dasjenige Gebiet unsers Vaterlandes, welches unter dem Namen des Szepes-Gömörer Erzgebirges bekannt ist. Wie schon die Benennung anzeigt, befindet sich viel Erz in diesem Gebirge und bildet die Urbeschäftigung seines Volkes der Bergbau. Die sich auf den Bergbau dieses Erzgebirges beziehenden Aufzeichnungen sind sehr alte und reichen noch bis in die Zeiten vor den Einfällen der Tartaren zurück. Die hauptsächlichsten Bergorte entwickelten sich während des XIII. und XIV. Jahrhunderts zu Bergstädten, die von den ungarischen Königen mit weit reichenden Privilegien belehnt wurden. Aus dieser Zeit sind uns sieben Bergstädte bekannt und zwar in der Reihenfolge ihres im Jahre 1487 neuerlich festgestellten Ranges: Gölniczbánya, Szomolnokbánya, Rudabánya, Jászó, Telkibánya, Rozsnyó und Igló*. Unter diesen liegt Telkibánya bereits außer dem Bereiche des eigentlichen Erzgebirges, nämlich im Eperjes-Tokajer-Gebirge, im östlichen Teile des Komitates Abauj.

In alter Zeit hatte man im Gebiete des Erzgebirges Silber, Kupfer und an einzelnen Orten auch Quecksilber gewonnen. Gölniczbánya z. B. wurde damals als Silberbergwerk angesehen,

* Wenzel, G., Magyarország bányászatának kritikai története [Kritische Geschichte des Bergbaues Ungarns] Budapest 1880, p. 75 u. ff.

und es wurden anläßlich des Zwistes, welcher zwischen König Ladislaus IV. und dem päpstlichen Nuntius entstanden war, aus dieser Grube jährlich 100 Mark Feinsilber verpfändet. Heute dagegen wird auf die Gewinnung des Silbers und des Quecksilbers bloß nur noch ein nebensächliches Gewicht gelegt, und es spielt auch das jährlich gewonnene Kupfer nur eine untergeordnete Rolle; die Kobalt- und Nickelproduktion von Dobsina ist sogar gänzlich eingegangen. Dagegen ist aber der Abbau des Eisenspates in den Vordergrund getreten, desjenigen Erzes, welches in früherer Zeit neben den Brauneisensteinen des sog. eisernen Hutes gar keiner Beachtung gewürdigt wurde.

Der einstige Erzreichtum Ober-Ungarns und besonders der Komitate Szepes und Gömör hat auch das Augenmerk des Auslandes in hohem Maße auf sich gelenkt. Es kamen der Reihe nach Edler v. Born (1774), Johann Jakob Ferber (1780), Jens Esmark (1793), Beudant (1818) und besuchten auf kürzern oder längern Reisen unser Vaterland, wobei keiner von ihnen versäumte, auch die berühmten Bergwerke der beiden genannten Komitate aufzusuchen. In ihren Aufzeichnungen legten sie hauptsächlich auf das Erzvorkommen, auf dessen Gewinnungsmethoden und andere Nebenumstände Gewicht, wohingegen sie das umschließende taube Gestein bloß flüchtig erwähnten und zumeist als Tonschiefer, Grauwackensandstein oder aber als Gneis bezeichneten.

Im Jahre 1860 aber hatte ein sehr hervorragender und besonders in montan-geologischer Hinsicht bahnbrechender Mann unser Land bereist und zwar der berühmte Professor an der Freiberger Bergakademie, Bernhard v. Cotta. Er besuchte Ober-Ungarn, ferner den nagybányaer Bergdistrikt und das siebenbürgische Erzgebirge, und auf diesem seinen Wege berührte er außer Selmeczbánya (Schemnitz) noch die Bergorte Úrvölgy Magurka, Dobsina, Alsó-Sajó und Szomolnok. In Dobsina bezeichnete er das Erzgänge führende Gestein als Ton- und Glimmerschiefer, das von Alsó-Sajó als talkigen Glimmerschiefer, dasjenige von Szomolnok hingegen als Ton- und teilweise Glimmerschiefer.

Später im Jahre 1868 befaßte sich im Auftrage der wiener kais. kgl. geologischen Reichsanstalt Dionysius Stur, ein hervor-

endes Mitglied dieser Anstalt, mit der geologischen Aufnahme Szepes-Gömörer Erzgebirges. Über diese Kartierung erstattete selbe eingehenden Bericht*, laut welchem das in Rede stehende biet noch weit nach Westen über Rozsnyó hinaus vorwiegend Tonschiefern, aus phyllitischem Gneis und Karpathen-Gneis tehe, die alle zu den kristallinischen Schiefern und zwar zu en oberstem Teile zu rechnen wären.

Diese Ansicht akzeptierte auch Franz v. Hauer, sowohl auf von ihm herausgegebenen geologischen Übersichtskarte und den dieselbe begleitenden Erläuterungen**, als auch in seinem annten Handbuche der Geologie***, in welchem er das Szepes-nörer und teilweise Zólyomer Erzgebirge als oberungarisches ssiv bezeichnet.

Im Juni des Jahres 1902 hatte ich Gelegenheit infolge es Spezialauftrages Sr. Exzellenz des königl. ungar. Finanz-nisters mich ungefähr einen Monat lang in der Gegend von zsnyó aufhalten zu können, und bei dieser Gelegenheit nahm bereits in den ersten Tagen wahr, daß die bis dahin für izitische Gneise und Schiefer gehaltenen Gesteine keine solchen, ndern Porphyroide sind. Als ich nun in der Umgebung von zsnyó meine Untersuchungen weiter fortsetzte, entdeckte ich bald den Quarz-Porphyr-Stock bei Csúcsom, und so wurde es r von Tag zu Tag klarer, daß wir es in diesem Teile des pes-Gömörer Erzgebirges anstatt mit kristallinischen Schiefern, t einem riesigen Porphyrgebiete zu tun haben, dessen Spuren n Rima-Brezó bis Gölniczbánya und von Rozsnyó bis Dobsina hzuweisen sind. Hiermit erblickte ich wie mit einem Schlage bis dahin so rätselhafte Genesis der Erzgänge in einem ganz lern Lichte.

Doch mußte ich zugleich einsehen, daß es unmöglich sei,

* D. Stur, Bericht über die geologische Aufnahme der Umgebung von mölnitz und Göllnitz, *Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt*, Bd. 19, Wien 1869, 82—416.

** Franz Ritter v. Hauer, Geologische Übersichtskarte der österr.-arischen Monarchie 1 : 576000, Wien 1867—1871.

*** Franz Ritter v. Hauer, Die Geologie und ihre Anwendung auf Bodenbeschaffenheit der österr.-ungar. Monarchie, Wien 1878.

meine Beobachtungen innerhalb einiger Tage, die mich noch von den mir bevorgestandenen Sommeraufnahmen trennten, genauer begründet vorzulegen, und deshalb entschloß ich mich behufs Wahrung der Priorität zur Veröffentlichung einer vorläufigen kleinen Mitteilung.*

Nachdem ich diese auf den ersten Blick monoton aussehenden Gesteine wiederholt untersucht habe und auch von einzelnen Vorkommen Analysen habe anfertigen lassen, bin ich nun in der Lage, bezüglich der von mir aufgesuchten Teile des Szepes-Gömörer Erzgebirges über folgende Gesteinstypen zu referieren.

Quarzporphyr.

Das Auftreten des typischen Quarzporphyrs ist bisher von allen dieses Gebiet begangenen Forschern gänzlich übersehen worden. Mir selbst gelang es jedoch dieses Gestein im obern csúcsomer Tale in einer Erstreckung von beinahe 2 km in Form von anstehenden Felsen aufzufinden; im Rozsnyó Tale dagegen fand ich im Bachgerölle ebenfalls typische Quarzporphyrstücke. Herrn Bergingenieur Eugen Regulv, der im folgenden Jahre von der königl.-ungar. geologischen Anstalt mit der systematischen Kartierung dieser Gegend betraut wurde, gelang es hierauf festzustellen, daß das csúcsomer Quarzporphyr-Vorkommen wenigstens an vier Quadratkilometer Ausdehnung besitzt, ebenso wie daß die Gerölle im Rozsnyó Bache ebenfalls von einem anstehenden Quarzporphyrgebiete herstammen. Dasselbe ist bedeutend kleiner, als das vorhin erwähnte und liegt im Zlatagraben, einem Nebenzweige des Rozsnyó Tales.

Mikroskopisch betrachtet sind die typischen Quarzporphyre von bräunlich-grauer Farbe, massiger Struktur, die aber infolge des Druckes mitunter zur schieferigen neigt. In ihrer dichten felsitischen Grundmasse erblickt man zahlreiche mittelgroße (1—2 mm), seltener größere (3—4 mm), uneben bis muschlig brechende, fettglänzende Quarzkörner von rauchgrauer Farbe.

* Franz Schafarzik, Vorläufige Mitteilung über das Auftreten von Quarzporphyren und Porphyroiden in den Komitaten Gömör und Szepes (Zips) in Nord-Ungarn, Földt-Közlöny, XXXII. Bd., Budapest 1902, p. 326—27.

Spärlicher entdecken wir in derselben auch einzelne Orthoklaskörner, die zufolge ihrer Spaltbarkeit leicht zu erkennen sind. Farbige Gemengteile sieht man im Quarzporphyr nicht — dagegen können wir als sekundäre Bildung einige kleine Pyritkörner verzeichnen.

Unter dem Mikroskop springen vor allem die Quarzkörner in die Augen. Im Innern sind sie von unregelmäßigen Sprungrissen durchzogen, während ihre äußern Umrisse eine kräftige magmatische Resorption erkennen lassen, worauf namentlich die an ihnen häufig zu beobachtenden Einsackungen hindeuten. Außerdem verraten sie die Spuren eines starken Druckes, indem sie zwischen gekreuzten Nikols undulöse Auslöschung zeigen; ferner sind sie mitunter auch tatsächlich zerquetscht. Die aus der Zertrümmerung hervorgegangenen scharfeckigen Partikeln wurden durch ein feinkörniges Quarzzement späterer Entstehung miteinander wieder verkittet. Kurz es bietet sich dem Beobachter das Bild einer typischen Kataklasstruktur dar. Wenn der Druck ausgiebiger war, haben die zerquetschten und wieder miteinander verkitteten Quarze die Gestalt von ausgezogenen Linsen angenommen, was man in dem Gestein von der rechtsseitigen Rückenhöhe des Láz-Baches besonders gut beobachten kann, namentlich wenn man den Dünnschliff senkrecht zur Druckfläche anfertigen läßt.

Außer den Quarzen liegen auch ziemlich viele Feldspatkörner im Dünnschliffe. Dieselben sind zweierlei, nämlich Orthoklase ohne Zwillingsstreifung, die in ihren Schnitten nach oP gerade auslöschen und die sich in der Flamme als Loxoklase erweisen, und zwillingsgestreifte Plagioklase, die in manchen Fällen eine oligoklasartige Auslöschung erkennen lassen. Die Feldspate sind gerade so zertrümmert wie der Quarz, ja mitunter so sehr, daß ihre sich auch mineralisch umsetzenden kleinen Partikelchen sich förmlich in der Grundmasse verlieren.

Die mineralische Umsetzung äußert sich in der Ausscheidung von Serizitschüppchen und in der Bildung von Zoizitkörnchen. Die dünnen, gerade auslöschenden Serizitblättchen übersäen die Felder der Feldspate wie unregelmäßig ausgestreute Sägespähne. Im gewöhnlichen Lichte sind diese Schüppchen farblos, bei ge-

kreuzten Nikols dagegen polarisieren sie das Licht lebhaft gelb und löschen dabei gerade aus. Die farblosen, stark lichtbrechenden Körnchen des Zoizit resp. wahrscheinlich Klinozoizit nehmen im polarisierten Lichte die für dieses Mineral charakteristische lavendelblaue Färbung an, als das Resultat seiner schwachen Doppelbrechung. Neben diesem eisenarmen Zoizit fehlt aber auch der eisenhaltige Epidot nicht, dessen gelbe Körnchen zwischen gekreuzten Nikols sich vom Zoizit durch ein lebhaftes gelbes und rotes Farbenspiel unterscheiden. Obwohl der Zoizit auch in Orthoklaskörnern auftritt, ist er zweifellos häufiger in den Plagioklasen anzutreffen; — außerdem ist derselbe fleckenweise auch in der Grundmasse zu beobachten, jedenfalls als das Endprodukt der gänzlichen Unänderung irgend eines Feldspatkörnchens.

Als einstige Biotite können einige ausgefranzte und häufig verbogene Muskovit-artige Glimmerblätter betrachtet werden, an deren Rändern dünne, braune eisenreiche Säume sichtbar sind. Diese Schnitte entsprechen vollkommen den auch anderwärts vorkommenden gebleichten Biotiten, bei welchem Vorgange der Eisengehalt des Biotites als Eisenhydroxyd ausgeschieden zu werden pflegt. Derartig gebleichte Biotite habe ich besonders in den aus dem csúcsomer Tale und in den aus der Umgebung des Láz-Baches herstammenden Quarzporphyrstücken beobachtet. In den Quarzporphyrhandstücken des Rosznyó Tales dagegen habe ich den braunen Glimmer noch in Form von frischen Schuppen, teils jedoch bereits zu Chlorit ungewandelt vorgefunden. Dieser letztere Gemengteil zeichnet sich in Schnitten parallel ∞P durch aus Gelb und Grün bestehenden Pleochroismus, im polarisierten Lichte dagegen durch seine stahlblaue Farbe aus. Seine Entstehung wird deutlich erwiesen dadurch, daß seine Blättchen mitunter in paralleler Verwachsung mit Biotit zusammen vorkommen. Schließlich erwähne ich noch, daß einzelne winzige Biotit- und Chloritschüppchen verstreut auch in der feinkörnigen Grundmasse zu entdecken sind.

Indem ich nun zu den akzessorischen Gemengteilen übergehe, muß ich vor allen andern den Zirkon erwähnen, als einen sehr häufigen und beinahe in keinem Dünnschliffe fehlenden Gemeng-

teil. Seine Kriställchen sind teils länglich, teils kürzer und gedrungen und zumeist 0,06, 0,072, ja sogar mitunter 0,168, ja in einem Falle sogar 0,2 mm groß. Die kleineren sind in der Regel schärfer, während die größern Kristalle bereits einigermaßen wie abgewetzt erscheinen. Seine Kriställchen sind entweder farblos oder sehr licht bräunlich. Lichtbrechung auffallend stark. Zwischen gekreuzten Nikols sind für sie die lebhaften grünen und roten Polarisationsfarben, sowie die gerade Auslöschung charakteristisch. In einem Falle wurde ein größerer Kristall nahe zu oP angeschliffen und ergab infolgedessen das für Zirkon charakteristische Achsenbild, nämlich das schwarze Kreuz mit einem farbigen Ringe, welches mit Hilfe der Viertelundulations-Glimmerplatte als positiv bestimmt werden konnte.

Seltener stoßen wir auf eine vereinzelte lange dünne Apatitnadel, die bei gekreuzten Nikols durch ihre mausgraue Farbe niederer Ordnung auffällt. Einzelne Nadeln sind infolge der dynamischen Einwirkungen auf das Gestein gleichsam wie zu Gliedern zerbrochen, die zwar voneinander getrennt, aber im großen und ganzen doch noch in einer Reihe liegen und dadurch ihre einstige Zusammengehörigkeit beweisen. Zwischen diesen einzelnen Säulenstückchen befindet sich als frische Zementmasse feinkörniger Quarz. Die Apatitkristalle ergeben mittels der STRENGschen mikrochemischen Reaktion den für P_2O_5 charakteristischen gelben Niederschlag.

Sowohl der Zirkon als auch der Apatit können als die ältesten Ausscheidungen des in Rede stehenden Quarzporphyr-Magmas betrachtet werden.

Im Dünnschliffe des Quarzporphyrs aus dem Rozsnyó Tale habe ich noch spärlich eingestreut blaue und braune, stark pleochroitische Turmalinnadeln in einzelnen Gruppen angetroffen und schließlich erwähne ich noch, daß sich in den verschiedenen Dünnschliffen hin und wieder noch einzelne opake, in auffallendem Lichte gelb- und metallglänzende Körnchen vorfanden, die offenbar den auch makroskopisch beobachteten Pyritkriställchen entsprechen.

Alle diese porphyrisch ausgeschiedenen wesentlichen und akzessorischen Gemengteile liegen in einer dichten, aus winzigen

Quarzkörnchen und Serizitschüppchen bestehenden Grundmasse, welche die porphyrischen größern Gemengteile, sich an dieselben undulös anschmiegend, umgibt. Selten und bloß in sehr untergeordneter Menge nehmen an der Zusammensetzung der Grundmasse auch kleine Biotitblättchen resp. aus ihnen hervorgegangene Chloritschüppchen teil. Außer den Quarzkörnchen der Grundmasse, die ineinander wie verzahnt eingreifen, gibt es auch Quarz von späterer Entstehung, was man namentlich in den Fällen feststellen kann, wenn die durch Druck zerborstenen und voneinander getrennten Quarz- oder Feldspatteilchen in den Zwischenräumen wieder durch kleine Quarzkörnchen verkittet worden sind. Dieser Zementquarz liefert jedoch stets nur ein Mosaik. Es ist ferner auffallend, daß in dieser Ausfüllungsmasse Serizitschüppchen in der Regel blos sehr spärlich auftreten.

Um von den untersuchten Gesteinen auch in chemischer Beziehung ein klares Bild zu erhalten, führe ich die Analyse von zweien derselben an. Herr Dr. EDMUND ERNYEI hatte die Freundlichkeit dieselben auszuführen.

	1.	2.
SiO_2	66,45 %	65,23 %
Al_2O_3	20,85 „	15,10 „
Fe_2O_3	2,67 „	5,01 „
FeO	1,73 „	3,99 „
MnO	0,45 „	0,74 „
MgO	Spur „	— „
CaO	2,53 „	3,19 „
Na_2O	Spur „	1,85 „
K_2O	3,88 „	5,67 „
H_2O (gebunden) .	0,21 „	0,18 „
Summa:	98,77 %	100,96 %

1. Quarzporphyr aus dem Bachgerölle des Rozsnyó Tales (Nr. 27).
2. Quarzporphyr aus dem obern Tale von Csúcsom (Nr. 190).

Fassen wir die Zahlen dieser beiden Analysen näher ins Auge, so sehen wir, daß unsere Gesteine nicht gerade zu den kieselsäurereichsten Quarzporphyren gehören. Sie stehen in dieser Beziehung den Quarzporphyren der Naifschlucht bei Meran

am nächsten. Doch scheint auch der Fall nicht ganz unwahrscheinlich, daß dieselben während der postvulkanischen und dynamometamorphen Einwirkungen und den dabei stattgehabten Umsetzungen etwas von ihrer Kieselsäure einbüßten, wohingegen die erhalten gebliebene Tonerde und der Gehalt an Kali prozentual etwas höher erscheint. Die Menge der Kalkerde dürfte sich nicht allein auf die noch anwesenden Plagioklase, sondern auch auf die nicht geringe Menge des Klinozoizit zurückführen lassen. Das Kaliumoxyd rührt nicht nur von den Orthoklasen, sondern zum guten Teil auch vom ziemlich reichlich vorhandenen Serizit her.

Aus Quarzporphyren hervorgegangene Porphyroide.

Bei der Untersuchung zahlreicher Schiefer des in Rede stehenden Gebietes hat es sich herausgestellt, daß dieselben zufolge dynamischer Einwirkungen aus den vorhin beschriebenen Quarzporphyren zu gänzlich schieferigen Gesteinen umgewandelt worden sind. Es sind dies solche Porphyrschiefer, die man nach ROSENBUSCH als Porphyroide zu bezeichnen pflegt. Das Endergebnis dieser Umwandlung sind die schmutzig-weißen oder gelblichen Schiefer, in denen als besonders auffallender Gemengteil der außerordentlich feinschuppige Muskovit oder Serizit zu bezeichnen ist, welcher in Form von mehr oder weniger silberglänzenden Häutchen die Spalt- und Trennungsflächen der Schiefer überzieht. Bis zu letzter Zeit hat man diese Schiefer im allgemeinen nach diesem am meisten auffallenden Mineral als serizitische Schiefer oder als serizitische Gneiße bezeichnet. Auf den Spaltflächen dieser Schiefer sind wir selbst bei der genauesten Untersuchung nicht imstande anderweitige und besonders größere Gemengteile zu erkennen. Im ganzen bemerken wir bloß kleinere Knoten und Warzen, die aber dicht eingehüllt sind in die wellenförmig und gekräuselt sich den Gesteinsblättern anschmiegenden Serizithäute. Ganz verschieden stellt sich dagegen das Gestein dar, wenn wir die Schiefer quer zerbrechen und dieselben auf dieser Bruchfläche untersuchen. Hier erblickt man zwischen den linienförmigen Serizitstreifen porphyrisch ausgeschiedene Gemeng-

teile, unter denen man bereits auf den ersten Blick Quarz und außerdem noch in vielen Fällen Feldspat erkennen kann. Der Quarz bildet stecknadel- bis erbsengroße, meist abgerundete Körner von rauchgrauer oder in vielen Fällen schwach bläulicher Farbe, so z. B. an zahlreichen Punkten des Ivágyó-Berges. Die sich vom Gesteine scharf abhebenden Quarzkörner sind für die vorliegenden Gesteine geradezu charakteristisch, indem sie ihnen eine porphyrische Struktur verleihen.

Zumeist finden wir in den Schiefern keine andern porphyrisch ausgeschiedenen Gemengteile als den Quarz, doch tritt ziemlich zahlreich der Fall ein, daß wir daneben auch noch Feldspat antreffen. Der Feldspat ist zweierlei, Orthoklas und Plagioklas. Den letztern erkennen wir leicht als solchen zufolge der Zwillingsstreifung auf seinen Blätterbrüchen, wohingegen der Orthoklas in manchen Fällen durch gut erkennbare Zwillinge nach dem Karlsbader Gesetz charakterisiert ist. Die Dimensionen der Feldspate schwanken zwischen Stecknadelkopfgröße bis zur Größe eines Zolles. Namentlich gelang es mir an der Südseite des Ivágyó-Berges solche Handstücke zu sammeln, in denen außer erbsengroßen bläulichen Quarzen auch mehrere Zentimeter große Karlsbader Zwillinge eingebettet sind, die sich als Orthoklase (Loxoklas) erwiesen haben.

Die mikroskopische Untersuchung dieser Porphyroide hat folgendes Resultat ergeben.

Quarz. Dieser Gemengteil zeigt häufig in sehr deutlicher Weise die magmatische Resorption, deren Vorhandensein schon aus dem Grunde wichtig erscheint, weil sie die Abstammung der in Rede stehenden Schiefergesteine aus Porphyr beweist, hingegen der Ableitung von andern Gesteinen, eventuell von Graniten ganz entschieden widerspricht. Die Quarzkörner hatten übrigens einen sehr hohen Druck zu erleiden, was nicht nur aus der undulösen Auslöschung im polarisierten Lichte zwischen gekreuzten Nikols hervorgeht, sondern auch durch die tatsächlich zu beobachtende Zertrümmerung bewiesen wird. Die einzelnen Quarzpartikel sind durch einen aus feinkörnigem Quarz bestehenden Zement miteinander verkittet, wodurch die sogenannte Mörtelstruktur entstanden ist.

In vielen Quarzen sind ganze Reihen von Interpositionen zu beobachten. Unter diesen befinden sich Glaseinschlüsse mit unbeweglicher und Flüssigkeitseinschlüsse mit lebhaft hin und her beweglicher Libelle. Die letztern, die als flüssige Kohlensäureeinschlüsse betrachtet zu werden pflegen, findet man besonders in den Quarzen der Porphyroide der Skalicza bei Rudna und des Wagner-Vilmos-Erbstollens ebendaselbst.

Der Quarz bildet in der Regel den vorherrschenden Gemengteil, außer ihm findet man aber stets auch noch mehr oder weniger Feldspat in dem Gesteine. Derselbe ist zweierlei: Orthoklas in einfachen Karlsbader Zwillingen (am Ivágyó bei Rudna) und zwillingsgestreifter Plagioklas. Der letztere bildet Zwillinge nach dem Albit-, ferner gleichzeitig auch nach dem Periklingesetz und schließlich auch noch nach dem Karlsbader Gesetze. Häufig sind die Feldspate ebenfalls zertrümmert, und dann weisen sie deutlich die Kataklasstruktur auf. Die Extinktion der Plagioklase wechselt von der oligoklasartigen bis zu den Werten vom Labradorit. Namentlich ist der letztere ziemlich häufig.

Die soeben skizzierten petrographischen Verhältnisse kann man in sehr typischer Weise in erster Reihe an den serizitischen Schiefern des Ivágyó-Berges bei Rudna und Nadabula beobachten, namentlich an der Süd- und an der Ostseite des genannten Berges, ferner ausnahmslos an den Schiefern des Lajos-Stollens bei Rudna, ferner in den Stollen Augusta, Bernhardi und Szadlovsky bei Nadabula, im neuen Erbstollen der Rimamurány-Salgótarjáner Eisenwerks A.-G. usw. — Ferner treffen wir diese Gesteine in Alsó-Sajó (Ignatius-Grube), in Sebespatak, in Csúcsom am Berge Csipketető, ebendaselbst in der MILLER'schen Antimongrube, in der Gemarkung der Stadt Rozsnyó in den beiden Tälern von Rozsnyó und Majoros, auf den südöstlichen Gehängen des Ramzsás, an den hochgelegenen Punkten Kosztoidás und Meszestető und endlich in der Stadt selbst in dem kleinen Aufschluß bei der neuen Elektrizitätsanlage u. a. O. an.

Obwohl der Feldspat häufig genug noch ganz frisch ist, bemerken wir in den Dünnschliffen unter dem Mikroskop doch, daß die Schnitte sowohl vom Orthoklas als auch vom Plagioklas von winzigen Serizitschüppchen ganz erfüllt werden, die offenbar

auf Kosten ihrer Wirte entstanden sind, und die zufolge ihrer Menge die Durchsichtigkeit der Feldspate merklich beeinträchtigen.

In einzelnen Fällen, so z. B. im nordöstlichen Zweige des Majoros-Tales, kommen in denselben auch noch längliche Klinozoizitkörnchen vor. Dieselben sind blaßgelblich, von starker Licht-, jedoch von sehr schwacher Doppelbrechung, welche die bekannte, sehr niedrige blaue Polarisationsfarbe im Gefolge hat.

Einstige größere Biotitlamellen sind im Gestein selten anzutreffen und wenn solche auch entdeckt werden können, wie z. B. im Rozsnyó Tale, so sind sie dort zumeist bereits zu grünem Chlorit umgewandelt. Manche ausgelaugte, gebleichte Biotite sind ganz von Sagenitgeweben erfüllt (großer Steinbruch beim Zólyombrezó). In andern Fällen sind derartig gebleichte Biotitlamellen dicht erfüllt von Epidotkörnchen, wie man dies z. B. in den quarzreichen Porphyroiden zwischen dem Sulower Sattel und dem dortigen Granitstock beobachten kann.

In Form von kleinern Schüppchen treffen wir den Biotit, sich mehr oder weniger in der Grundmasse verlierend, häufiger an, so z. B. im Porphyroide des rozsnyóer Meszesteto, in welchem die kleinen braunen Glimmerfetzen entweder für sich allein oder mit Chlorit verwachsen vorkommen (Rozsnyó, Majoros-Tal).

Bläulichschwarze, metallglänzende undurchsichtige Erzkörnchen befinden sich ebenfalls in unsern Porphyroiden, jedoch bloß sehr selten. Nachdem sie sich zumeist mit einer eigentümlichen weißlichen, schwach lichtbrechenden und als Titanomorphit oder Leukoxen zu benennenden Verwitterungshülle umgeben, ist man geneigt das Muttererz selbst als Ilmenit oder wenigstens als titanhaltigen Magnetit zu betrachten. (Rozsnyó, südöstlicher Zweig des Majoros-Tales.) Scharfe Magnetitkristalle von oktaëdrischer Form kommen im Porphyroide von Kosztoidás vor. Dieselben können bereits mit der Lupe beobachtet werden; auch sind sie stark magnetisch.

Ein weiterer häufig vorkommender Übergemengteil ist der Zirkon, welcher spärlich in beinahe jedem Dünnschliffe der Porphyroide nachgewiesen werden kann. Die ganz schwach bräunlichen, etwas abgewetzt aussehenden Kriställchen sind nicht einmal

gar so klein, indem ihre Länge zwischen 0,03—0,22 mm schwankt, wobei ihre Dicke bis zu 0,06 mm erreichen kann. Die Zirkone liegen zumeist in der Grundmasse, und bloß im Porphyroide des nadabulaer Szadlovszky-Stollens gelang es mir, einen Zirkon als Einschluß in einem porphyrisch ausgeschiedenen Quarzkorne zu finden.

Hie und da ist in unsern Porphyroiden auch eine Apatit-Säule anzutreffen, von denen manche durch den Druck wie zu Gliedern in mehrere Teile zerbrochen sind. Dieser Gemengteil gehört mit dem vorhin erwähnten Zirkon zusammen zu den ältesten Ausscheidungen der einstigen Quarzporphyroide.

Der Turmalin, welcher ein sehr bemerkenswerter Zeuge der einstigen pneumatolisch-hydatogenen Wirkungen ist, wird in den Porphyroiden sehr häufig angetroffen, und es ist auffallend, daß seine länglichen Kriställchen mitunter quer zur Schichtung gestellt sind, zum Zeichen dessen, daß sie offenbar späterer Entstehung sind (Nadabula, Augusta). Wenn wir nach all dem die Grundmasse unserer Porphyroide untersuchen, so bemerken wir, daß dieselbe nicht nur in bezug auf ihre mineralischen Gemengteile, sondern auch bezüglich ihrer Struktur in hohem Maße verändert ist. Auf den ersten Blick erscheint dieselbe in den meisten Fällen vorwiegend aus Quarzkörnchen und Serizitschüppchen zu bestehen. Indem wir sie aber näher betrachten, entdecken wir unter den wasserhellen Körnchen ziemlich häufig Albit (Rudna, Wagner V.-Erbstollen). Nachdem diese Albitkörnchen keine charakteristischen Umrisse aufweisen, weder Spaltrisse, noch typische Zwillingsverwachsungen zeigen, können sie sehr leicht mit Quarz verwechselt werden, wovor uns bloß die Untersuchung in konvergent polarisiertem Lichte schützen kann. Es ist außerdem bemerkenswert, daß sich neben dem Albit, obgleich spärlicher, auch zwillingsgestreifter Plagioklas in der Grundmasse befindet (Rudna, oberhalb Szkalicza). Die Quarz- und Feldspatkörner befinden sich gewöhnlich miteinander verzahnt vor.

Die Serizitschuppen sind wasserhell oder lichtgrünlich und stets gerade auslöschend. Ihre Anordnung ist gänzlich unregelmäßig und nicht der allgemeinen Schichtung der Gesteine untergeordnet. Dieselben übersäen die quarzige Grundmasse wie auf-

gestreute Sägespähne, und es stehen deren Schüppchen häufig quer zur Schichtung. In manchen Porphyroidschiefern jedoch sind die Serizitschuppen in der Richtung der Gesteinsschieferung angelagert (Rozsnyó Tal). Die Schichtenflächen sind durch Serizithäutchen, in denen sich mitunter auch Biotit- und Chloritschuppen befinden, markiert, und es ziehen diese Glimmerhäute im Querbruch als gerade oder um die porphyrischen Gemengteile wellenförmig gebogene Linien durch das Gestein, und rufen dadurch dessen blätterig-schichtige Struktur hervor. Die zwischen derartigen Glimmerhäuten befindlichen Quarz-, Albit- und Serizitmassen zeigen von dynamischen Einwirkungen keine Spur.

Außer den bisher erwähnten Gemengteilen der Grundmasse erblicken wir in ihr teils in einzelnen Gruppen, teils schmale Streifen bildend Klinozoizit, sowie mit demselben vergesellschaftet auch noch etwas Epidot. Das erstere Mineral ist nahezu farblos, das letztere hingegen lebhaft gelb (Rozsnyó Tal, Majoros Tal, am Sulowaer Sattel). Während das erstere im polarisierten Lichte eine schwachblaue Farbe annimmt, erscheint der letztere in lebhaften gelben und roten Farben. Anhäufungen von zitronengelben Epidotkörnern sind auch in den Porphyroiden des Ivágyó zu beobachten (Nadabula, Bernhardi-Stollen; Rudna, Lajos-Stollen). Es erleidet keinen Zweifel, daß beide Epidotarten späterer Entstehung sind, und daß dieselben auf Kosten der Feldspate, namentlich der Plagioklase, außerdem aber noch der Biotite entstanden sind.

Ein weiterer Gemengteil von ebenfalls sekundärer Entstehung ist der Siderit. Dieses Mineral tritt teils in Form von einzelnen scharfen Rhomboëdern, teils in Gestalt von größern unregelmäßigen Anhäufungen auf, die aber auch in diesen Fällen die rhomboëdrische Spaltbarkeit ganz deutlich zeigen. Zwillingsbildung ist an denselben nicht zu beobachten. Die Sideritausscheidungen haben eine schmutzigweiße Farbe und zeigen im polarisierten Lichte eine Aufhellung von einer unbestimmten weißlichen Farbe. Der Siderit tritt teils versprengt in der Grundmasse auf in Form von einzelnen Körnchen, zumeist jedoch hat sich derselbe entlang einzelner Risse angesiedelt, an denen auch anderweitige Neubildungen zu konstatieren sind, namentlich Quarz jüngerer Ent-

stehung, Albit und Serizit. Im Vereine mit diesen Mineralen dringt der Siderit auch zwischen die Quarzkataklase hinein. Erwärmte Salzsäure löst den Siderit leicht und vollkommen aus dem Dünnschliffe heraus. Während dieser mikrochemischen Reaktion können wir das Entweichen der Kohlensäure beobachten, wogegen die Lösung die Eisenreaktion liefert. Der Porphyroid vom nadabulaer Bernhardi-Stollen enthält nach der Untersuchung des Herrn Dr. K. Emszt 0,52 % CO_2 resp. 1 % $FeCO_3$. Wenn wir unsere Porphyroide in dieser Hinsicht untersuchen, finden wir in den meisten Siderit, so z. B. im Gesteine von Alsó-Sajó (Ignatius-Grube), in Nadabula (Augusta-Stollen, Bernhardi-Stollen, Szádlovszky-Stollen, Neuer Erbstollen), in Rozsnyó (Städtischer Steinbruch, im Rozsnyó Tal), in Rudna (Lajos-Stollen, Wagner V.-Erbstollen, am Ivágyó und auf der Szkalicza). Durch Oxydation werden diese Siderit-Rhomboëder und -Anhäufungen rostbraun.

Es ist nicht uninteressant, daß sich in manchen Dünnschliffen graue, im polarisierten Lichte völlig indifferente Körper befinden, die nichts anderes sind als die negativen Hohlräume von einstigen, nachträglich aber durch Lösung entfernten Sideritgruppen, unter denen in vielen Fällen die *R*-Form deutlich zu erkennen ist. Daß wir es in diesem Falle tatsächlich mit negativen Kristallhohlräumen zu tun haben, davon überzeugte ich mich auf die Weise, daß ich einen Sideritrhomboëder enthaltenden Porphyroiddünnschliff (Nadabula, Bernhardi), so lange mit Salzsäure kochte, bis der gesamte Sideritgehalt vollständig herausgelöst wurde. Nach der Entfernung des Siderites sind nun genau dieselben hohlen Formen entstanden, wie die vorhin erwähnten.

In einem Falle habe ich ferner noch ein weiteres Karbonat entdeckt und zwar den Kalkspat, welcher von allerjüngster Entstehung und der durch Einsickerung von außen in das Gestein eingedrungen ist. Unter dem Mikroskop werden dessen Körner durch seine bekannte Zwillingsstreifung, sowie durch das lebhafte Brausen mit verdünnter Salzsäure hinlänglich charakterisiert (Rozsnyó Tal).

Einige typische Porphyroide unsers Gebietes weisen folgende chemische Zusammensetzung auf:

	1.	2.	3.	4.
SiO_2	62,37	68,95	67,35	70,70
Al_2O_3	21,26	14,28	15,73	14,23
Fe_2O_3	3,57	2,81	3,61	2,56
FeO	6,45	4,65	2,79	2,83
MnO	0,11	0,36	Spur	0,40
MgO	0,38	—	0,28	—
CaO	0,55	1,79	0,84	0,51
Na_2O	1,22	—	1,07	2,26
K_2O	2,62	5,80	3,47	4,98
H_2O (gebunden)	0,11	0,15	0,45	0,21
CO_2	—	—	3,19	—
Summa:	99,64	98,79	98,78	98,69

1. Gefalteter Porphyroid, mit porphyrisch ausgeschiedenem Quarz von Nadabula, Szádlovszky-Stollen (Nr. 57).

2. Porphyroid, mit reichlich ausgeschiedenem violetten Quarz. Nadabula, Bernhardi vom äußersten Liegenden (Nr. 67).

3. Porphyroid, mit porphyrischen Quarzausscheidungen. Nadabula, aus dem neuen Erbstollen der Rimamurányer Eisenwerks A.-G. (Nr. 100).

4. Grünlicher, seidenglänzender serizitischer Porphyroidschiefer vom Saalband des Sideritlagers. Nadabula, Augusta-Stollen (Nr. 118)*.

Aus diesen Analysen ist ersichtlich, daß die in Rede stehenden Gesteine nicht bloß auf Grund der in ihnen nachweisbaren mineralischen Gemengteile, sondern auch in bezug auf ihre chemische Zusammensetzung mit bekannten Quarzporphyren gut übereinstimmen. Ihr Kieselsäuregehalt beträgt bis 70 %, die Tonerde 14—15 % und ist dieselbe bloß in einem Falle größer; die Alkalien machen 4—6 % aus, wovon der größere Teil in der Regel auf das K_2O entfällt, woraus man wohl auf das einstige Übergewicht des Kalifeldspates schließen darf. Der Wassergehalt ist gering, wodurch unsere Porphyroide sich von den mitunter ganz ähnlich aussehenden Phylliten unterscheiden.

* Der Kieselsäuregehalt des an der Südseite des Ivágyó, auf dem gegen die Skalicza herabziehenden Rücken in einer Höhe von 630 m vorkommenden großen Orthoklas und bläuliche, erbsengroße Quarze enthaltenden Porphyroids beträgt 67,25 %.

Klastoporphyroide oder Tuffporphyroide.

In der dritten, im Jahre 1896 erschienenen Auflage seiner Petrographie (II. Bd. p. 728) betonte H. ROSENBUSCH die Schwierigkeiten, denen man begegnet, wenn man die Klastoporphyre, nämlich die aus Quarzporphyrtuffen auf dynamometamorphem Wege entstandenen Porphyroide von den eigentlichen Porphyroiden abtrennen will. Äußerlich sind dieselben ganz den ebenfalls schieferigen, serizitischen Porphyroiden ähnlich. Ihre Gemengteile sind dieselben, als die der Porphyroide, was durchaus nicht befremden kann, wenn man bedenkt, daß das Tuffmaterial der Quarzporphyr-Eruptionen, die größern oder kleinern Rapilli und die Asche, eigentlich nichts anderes ist, als die Substanz der betreffenden Quarzporphyre selbst. Namentlich haben außer K. LOSSEN, O. MÜGGE und H. ROSENBUSCH nur noch wenige Forscher die Spuren von Klastoporphyren verfolgt. In den sporadischen Fällen, in denen dieselben bisher den Gegenstand der Untersuchung bildeten und die sich hauptsächlich auf Gesteine des Harz und des Odenwaldes beziehen, haben sich die betreffenden Forscher dahin geäußert, daß das Kriterium zur Erkennung der Tuffporphyroide in der klastischen Struktur zu suchen sei, welche diese Tuffe notwendigerweise einstens charakterisiert haben muß. Die klastische Struktur der Porphyrtuffe wird aber in gefalteten Gebirgen durch den großen Druck mehr oder weniger verwischt, und dieser Umstand erschwert deren sichere Erkennung sehr. Außer der klastischen Struktur pflegen ferner noch zahlreiche größere oder kleinere Hohlräume zwischen den Gemengteilen der einstigen Tuffe zurückzubleiben, die sich häufig unter dem Drucke nicht immer sämtlich schließen. Und in solchen noch zurückbleibenden Hohlräumen kristallisieren dann aus den im Gestein zirkulierenden Lösungen neuere Minerale, in Form von kleinen Geoden.

Diese Umstände habe auch ich vor Augen gehalten, als ich die gömörer Porphyroide mikroskopisch untersuchte.

Die Klastoporphyroide des Szepes-Gömörer Porphyroidgebirges sind von den typischen Porphyroiden nicht verschieden. Obwohl die porphyrisch eingesprengten Quarzkristalle hauptsächlich für die eigentlichen Porphyroide charakteristisch sind, finden wir

unter den als Tuffporphyroide anzusprechenden Schiefern auch solche, in deren Querbruche auch porphyrisch eingesprengte Quarzkörner, ja sogar mitunter auch Feldspate zu beobachten sind. In den meisten jedoch sind die erwähnten Gemengteile bloß in Form von kleinern Trümmern enthalten oder aber vermissen wir dieselben auch gänzlich, so daß das Gestein makroskopisch als ein Serizitschiefer oder als ein serizitischer Quarzitschiefer zu bezeichnen wäre.

Ihre mineralischen Gemengteile sind in Kürze folgende:

Größere Quarzstückchen und ferner noch mehr als diese größere Feldspate, welch letztere Plagioklase sind, und zwar Zwillinge nach dem Albit- und mitunter auch nach dem Periklingesetz. Die Feldspate sind stark zerquetscht. Häufig bemerkt man um einzelne größere Plagioklaskörner auf deren Umfang vertikal gestellte Biotit- und Chloritschüppchen, die im Verein mit Quarzkörnchen dieselbe kranzförmig umgeben (Südseite des Ivágyó, Veszverés westlich). In dem Porphyroide des letzteren Fundortes entsprechen die größern Quarzkörner einzelnen Kristallbruchstücken, die Grundmasse dagegen, die aus einem feinkörnigen Gemenge von Quarz und Serizit besteht, besitzt schichtenweise eine verschiedene Korngröße. In der Grundmasse kann man wenig Biotit resp. dessen Umwandlungsprodukt, grünen Chlorit, beobachten. Neben dem letzteren zeigt sich dann hin und wieder noch in kleinen Körnchen auch etwas Epidot. Schließlich wäre noch zu erwähnen, daß in den Dünnschliffen dieser beiden Gesteine auch der Zirkon nicht fehlt.

In der Millerschen Antimongrube bei Csúcsom fand ich im Liegenden der dortigen Kluft einen hauptsächlich aus Serizitschüppchen und Quarzkörnchen gebildeten Tuffporphyroid aus linsenförmig, abwechselnd gröber und feiner struierten Partien bestehend. In den linsenförmigen Knoten liegen einzelne große zerbrochene Orthoklas- und Quarzkörner, sowie ferner noch hie und da auch noch ein Plagioklaskorn. Sideritkristalle sind im Gestein teils verstreut, teils in den feinen Spalten in Gesellschaft von Gangquarz anzutreffen.

Die Grundmasse des im Millerschen Erbstollen bei Csúcsom gesammelten Gesteins besteht aus einem feinkörnigen Gemenge

von Serizit und Quarz, welches schichtenweise eine verschiedene Korngröße aufweist und in welcher sich ziemlich viel gequetschter Feldspat und Quarz befindet. Das eine Orthoklaskorn hat sich nachträglich durch einen neu zugewachsenen Mikroklinsaum vergrößert, um andere größere Körner dagegen finden wir aus Quarz und Albit bestehende Kränze.

In Alsó-Sajó zeigt der im Liegenden der Quecksilbererze vorkommende Porphyroidschiefer ebenfalls sehr deutlich die Serizitkränze nicht nur um einzelne Feldspat-, sondern auch um Quarzkörner. In diesem Gestein kann man außerdem auch einzelne Zirkonkriställchen, ferner Gruppen von Rutilnadeln, sowohl in der Grundmasse, als auch im Quarze beobachten. Turmalin kommt ebenfalls in Form einzelner Kristallgruppen vor; auch findet man noch einzelne Pyritkriställchen und ziemlich zahlreiche Siderit-Rhomboeder. Schließlich muß im Tuffporphyroid von Alsó-Sajó noch das Vorkommen von Schuppen eines schwach doppelbrechenden olivengrünen Chloritoides erwähnt werden. Derselbe scheint späterer Entstehung zu sein, da seine Blättchen nicht deformiert sind. Der Kieselsäuregehalt dieses Gesteins beträgt 66,8 %.

Der in der Gemarkung von Váralja-Dénes am Gehänge der Pirtyi genannten Kuppe unter Nr. 122 gesammelte Porphyrschiefer kann zufolge der in ihm auftretenden, aus Albit-, Biotit- und Chloritschüppchen bestehenden Kränze und Zonen, welche die zwischen den größern Feldspatkörnern befindlichen Räume ausfüllen, wohl ebenfalls als aus Tuff entstanden bezeichnet werden. Im Dünnschliffe dieses Gesteins kann ferner auch eine typische, längliche Quarzgeode beobachtet werden. In diesem Schiefer liegen übrigens außer einzelnen porphyrisch eingestreuten Quarzen noch ziemlich zahlreiche Plagioklase. Zirkon ist dagegen bloß auf einige Kriställchen beschränkt. Auf Grund von den angeführten ähnlichen Erscheinungen kann ferner als Tuffporphyroid betrachtet werden das Gestein des Magastető bei Rozsnyó, das Gestein der Uhorna Sattelhöhe, das zwischen der Siroka Dolina von Lassúpatak und der Dolina-Hatarska vorkommende Gestein, welches im Dünnschliff ebenfalls das Vorhandensein von einzelnen mikroskopischen Geoden erkennen läßt. Dieses letztere Gestein scheint übrigens ein konglomeratischer Tuffporphyroid zu sein,

der sich aus einstigen Lapillistückchen gebildet hat. Einzelne linsenförmige Gesteinspartien desselben tragen nämlich eine rein porphyrische Struktur zur Schau und es erscheinen dieselben durch starke glimmerige Schnüre voneinander getrennt. Als Tuffporphyroide können ferner angesprochen werden die Gesteine des Sebes-Tales, des Bányicska-Tales (Szomolnok), in dem um einzelne Orthoklaskörner faserige Kränze von Quarz und Chlorit sichtbar sind. Endlich mögen die am Fuße des Zenderling Berges bei Göllniczbánya vorkommenden Porphyroidschiefer, sowie der Hangendschiefer von Charitas in Szomolnok erwähnt werden, deren Grundmasse linsenförmig struiert ist und abwechselnd aus verschiedenen Korngrößen besteht, welche in betracht der fragmentarischen Beschaffenheit der zerbrochenen größern Quarzkörner ebenfalls Klastoporphyroide zu sein scheinen. Bezüglich der Göllniczbányaer Klastoporphyroide muß noch bemerkt werden, daß sich in denselben zahlreiche körnige Quarzitlinsen, sowie quer zur Schichtung durchziehende Quarzadern befinden, so daß dieser Schiefer sich bereits sehr gewissen serizitischen Quarzitschiefern nähert.

In der Erkennung oder Unterscheidung der Klastoporphyroide von den normalen Porphyroiden unterstützt uns auch die chemische Untersuchung, wie dies aus den nachstehenden zwei Analysen hervorgeht.

	1.	2.
SiO_2	69,47	80,42
Al_2O_3	16,22	13,36
Fe_2O_3	4,13	1,17
FeO	2,77	0,50
MnO	0,43	Spur
MgO	Spur	Spur
CaO	0,36	0,19
Na_2O	1,65	—
K_2O	3,07	1,97
H_2O (gebunden)	0,26	0,35
Summa:	98,36	97,96

1. Tuffporphyroid, Hangendschiefer, aus Grube Charitas, Szomolnok (Nr. 141).

2. Quarzreicher Tuffporphyroid, Gölniczbánya, an der Straße vom Fuße des Zenderlingberges (Nr. 134).

Die chemische Zusammensetzung des erstern Szomolnoker Schiefers nähert sich derjenigen der normalen Porphyroide, wohingegen das letztere Gestein von Göllniczbánya sowohl makroskopisch, als auch mikroskopisch als sehr quarzreich bezeichnet werden muß, was auch durch den außergewöhnlich hohen SiO_2-Gehalt der Analyse bestätigt wird.

Die richtige Auffassung der Klastoporphyroide ist jedenfalls eine sehr heikle Sache, denn wenn es auch in einzelnen Fällen gelingt, auf Grund mikroskopischer und chemischer Nachweise dieselben zu erkennen, so wird es gewiß noch sehr vieler Untersuchungen bedürfen, bevor man an eine Scheidung der Klastoporphyroide von den Porphyroiden im Terrain auch nur denken könnte. Vorderhand halte ich es für das bêste, wenn wir beide Gesteinsglieder beisammenlassen und dieselben unter der allgemeinen Bezeichnung der Porphyroide einesteils von den Quarzporphyren, andernteils von den metamorphen Sedimenten trennen.

Metamorphe Gesteine.

Auf dem Gebiete des Szepes-Gömörer Erzgebirges treffen wir außer den angeführten Gesteinen, nämlich außer den Quarzporphyren, den Porphyroiden und den Klastoporphyroiden auch noch Schiefer, ja sogar stellenweise auch Kalksteinlager an, die von den angeführten abweichend als einstige Sedimente aufzufassen sind.

Ein solches Gestein ist z. B. jener leichtgrüne phyllitische Tonschiefer, welcher in der Mangangrube von Csúcsom das Hangende bildet. Das feinkörnige Gemenge dieses Gesteins besteht aus Quarzkörnchen und wenig Serizit. Im Dünnschliffe wechseln lichtere und dunklere Streifen miteinander ab, die, wie man es bereits auch mit freiem Auge wahrnehmen kann, durch dünne Serizitlagen von einander getrennt werden. Bei stärkerer Vergrößerung ist eine Unmasse von Rutilnadeln zu bemerken, die in einzelnen streifenartigen Zonen das Gestein durchziehen. Epidotkörnchen und Sideritausscheidungen sind ebenfalls vorhanden, während einzelne schwarze Pünktchen von Graphit herrühren. Endlich möge noch das Vorkommen von ein bis zwei abgewetzt aussehenden Zirkonkriställchen erwähnt werden.

Fig. 1. Geologisches Profil des Erbstollens der Millerschen Antimongrube (nach eigener Aufnahme). *a* Schwarzer Tonschiefer, *b* weißer körniger Kalkstein, *c* grauer Ankerit, *d* kupfer- und silberhaltiger Ersgang, *e* graphitischer Tonschiefer, *f* Kalkschiefer, *g* Porphyroide mit einzelnen schwachen Antimonschnüren. Der Erbstollen wurde in süd-nördlicher Richtung getrieben und der abgebildete Teil desselben ist ungefähr 200 m lang. Einfallen der Schichten 11—12 Stdn. unter 60°.

Ein ähnlicher, jedoch etwas dunklerer Tonschiefer kommt auch im Erbstollen der Millerschen Antimongrube, vom Mundloche an gerechnet 150 m einwärts, vor. Auch hier wird das Schiefergestein vorwiegend aus Quarzkörnchen und Serizitschüppchen gebildet. Jedoch befinden sich in demselben bereits viel Graphitkörnchen und -staub, welcher wolkenartig das Gestein durchzieht. Außerdem sind außerordentlich viele Rutilnadeln zu verzeichnen in einzelnen wie auch in Zwillingskristallen. Turmalin dagegen ist spärlicher durch einzelne Kriställchen vertreten, von denen einige mitunter Rutilnadeln einschließen. Kleine Spitter dieses dunkeln graphitischen Gesteins verändern ihre Farbe nach intensiver Weißgluterhitzung vor dem Lötrohre zu einer lichtgrauen.

Außer diesen mehr oder weniger dunkelgrauen Tonschiefern gibt es auch ganz schwarze, selbst mit freiem Auge als graphitische zu erkennende Tonschiefer, sowohl im Hangenden der csúcsomer, als auch im Erbstollen der Millerschen Antimongrube. Das geologische Profil dieses Erbstollens ist beistehend wiedergegeben (Fig. 1).

Daß wir es in den erwähnten Fällen tatsächlich mit Tonschiefern zu tun haben, geht auch aus der Analyse hervor, in welcher der niedrige Kieselsäuregehalt, die verhältnismäßig hohe Aluminiumoxydmenge, sowie die beträchtliche Menge an Wasser sofort ins Auge springt.

In lufttrockenem Zustande ist in diesem Tonschiefer enthalten:

SiO_2	57,52 %
Al_2O_3	24,39 „
Fe_2O_3	1,54 „
FeO	5,35 „
MnO	0,44 „
MgO	Spur „
CaO	Spur „
Na_2O	1,43 „
K_2O	3,59 „
H_2O	5,51 „
Glühverlust	0,18 „
Summa:	99,95 %

Der analytisch untersuchte Schiefer entstammt aus dem Hangenden der Mangangrube von Csúcsom.

Als ein metamorphisches Gestein müssen wir ferner auch jenen graulichweißen Marmor betrachten, welcher in der Antimongrube von Csúcsom vorkommt. Seine Masse besteht aus körnigem Kalzit, zwischen welchem sich jedoch auch einzelne Quarzkörner und Quarzschnüre befinden. Ebenso sind in demselben auch einzelne Pyritkriställchen eingestreut, die wir bereits mit freiem Auge bemerken.

In der Mangangrube kann man in diesem körnigen Kalk manganhaltige Ausscheidungen, ebenso wie Magnetit- und Pyritlinsen und -schnüre antreffen. Das geologische Vorkommen dieses Kalklagers ist aus umstehendem Profil ersichtlich.

Typische, mehr oder weniger graphitische Tonschiefer kommen zwischen Porphyroiden in Alsó-Sajó, in dem den Gampl-Tagbau mit dem Ignatius-Stock verbindenden Erbstollen vor, ebenso wie auch an der Peripherie dieses Erzstockes selbst. Und ebenso hatte ich Gelegenheit auch im Petersstollen von Szomolnok graphitischen Tonschiefer zu sammeln. Dieser letztere enthält nach einer partiellen Analyse 59,14 % Kieselsäure und 1,29 % Karbon. An beiden Orten kommen auch Porphyroide vor.

Ferner müssen wir noch des Vorkommens der serizitischen Quarzschiefer gedenken, die ebenfalls in die Reihe der metamorphen Schiefer gehören. Derartige Schiefer sind z. B. jene an

der Westlehne des untern Abschnittes des Rozsnyó Tales befindlichen Quarzitschiefer, in deren aus feinen Quarzkörnern bestehender Grundmasse einzelne eckige Quarztrümmer eingesprengt sind. In einzelnen Quarzkörnern kann man Rutileinschlüsse beobachten.

Die Serizitschüppchen der Grundmasse sind im großen ganzen

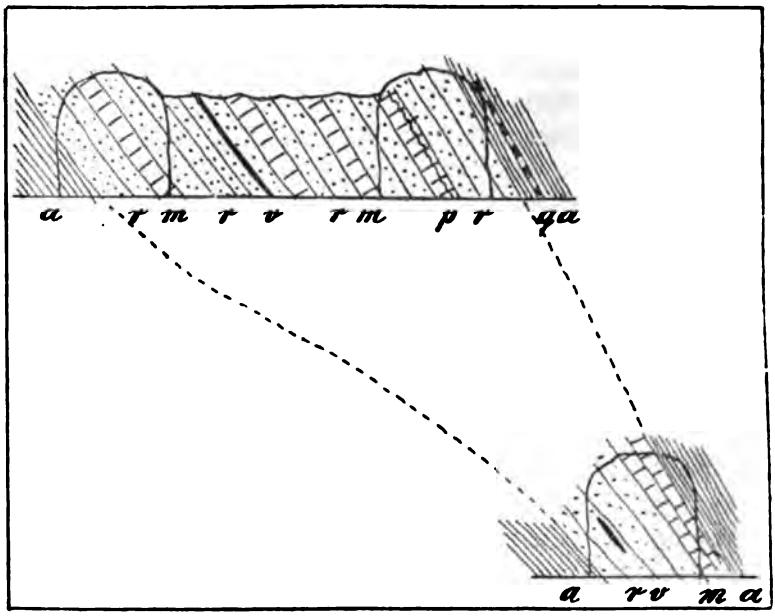


Fig. 2. Geologisches Profil der ärarischen Mangangrube bei Csúcsom (nach eigener Aufnahme). *a* Tonschiefer (teilweise graphitisch), *q* Quarzader, *m* kristallinischer Kalk, *r* Manganspatausscheidungen (stellenweise mit Tremolith und Granat), *v* Magneteisen, *p* Pyritader im Kalk. Sowohl im obern als auch im untern Stollen ist das Einfallen der Schichten 10—11 Std. unter 50—60°.

parallel zur Schieferung eingebettet, oft jedoch umgeben sie mit radialer Anordnung kranzförmig einzelne größere Quarzkörner. Die Schichtung wird eigentlich durch Gruppen graphitischer Körnchen zum Ausdruck gebracht, die sich als flatternde Bänder durch das Gestein hindurchziehen.

Als akzessorischer Gemengteil mag noch der in einzelnen Kriställchen vorkommende Turmalin erwähnt werden.

Im Erbstollen der csúcsomer Antimongrube findet man

zwischen den daselbst befindlichen Tonschieferschichten auch einzelne Quarzitbänke, in denen der SiO_2-Gehalt bis 86,65 % erreicht.

Wenn wir im csúcsomer Tale aufwärtsgehend den Volovecz ersteigen, so können wir, die Grenze des im Tale aufgeschlossenen Quarzporphyrstockes überschreitend, in den scharfzackigen Felsen des Csipketető noch eine Strecke weit Porphyroide beobachten, die aber gegen die 1286 m hohe Kuppe des Volovecz hin alsbald metamorphen quarzitischen Tonschiefern den Platz einräumen: An der Südseite der Volovecz-Kuppe habe ich in der Höhe von 1150 m einen derartigen Tonschiefer mit 62,28 % SiO_2 gesammelt. Indem ich von hier aus die Komitatsgrenze zwischen Gömör und Szepes auf dem vom Volovecz östlich ausstrahlenden Rücken weiter verfolgte, stieß ich auf der nächstfolgenden, dem Rücken aufgesetzten Katusdeka genannten Kuppe alsbald auf einen schwarzen graphitischen Quarzitschiefer, dessen Schichten unter 20—30° gegen Stunde 8—9 zu einfallen.

* * *

Im vorstehenden haben wir nachgewiesen, daß sich im Szepes-Gömörer Erzgebirge Quarzpophyre, ferner aus deren Laven und Tuffen entstandene Porphyroide und endlich auch wirkliche Sedimente befinden. Alle diese Gesteine sind aber nicht mehr in ihrem normalen Zustande, sondern verändert, was sich nicht nur durch das Auftreten von zahlreichen akzessorischen Mineralien, sondern auch durch eine bedeutende strukturelle Deformation verrät.

Die Schieferung unserer Porphyre und Porphyrtuffe wurde gewiß in erster Reihe durch den Druck der gewaltigen vulkanischen Massen, sowie durch Gebirgsfaltungen verursacht.

Wenn wir die Ausdehnung und die Mächtigkeit der Szepes-Gömörer Quarzporphyr-Eruption infolge der zerstörenden Erosion während der seither abgelaufenen langen Zeitabschnitte vielleicht nie werden richtig beurteilen können, so kann man doch annehmen, daß diese Eruptionen sowohl ihrer Fläche als auch ihrer Masse nach sehr bedeutend gewesen sein müssen, und daß die an die Oberfläche gelangte Lava, sowie auch die Masse des Tuffmaterials die heute noch sichtbaren Reste vielmal übertroffen

haben mag. Ein hoher Druck kann wohl im Innern der gewaltigen eruptiven Massen mit Recht angenommen werden, und die schieferige Erstarrung in den tiefern Teilen des Quarzporphyrmagmas dürfte auf diesen Umstand zurückgeführt werden.

Es sei erlaubt an dieser Stelle auf die mehrere hundert Meter mächtige Quarzporphyrmasse der schweizer Windgälle hinzuweisen, deren tiefere Partie schieferartig geschichtet erscheint, wohingegen dasselbe Gestein in den obern Teilen der Masse einen normalen Quarzporphyr darstellt und zwar mit typisch säulenförmiger Absonderung.

Bloß an einzelnen Punkten erstarrte der Quarzporphyr des Szepes-Gömörer Erzgebirges mit seiner ihm bei normalen Druckverhältnissen zukommenden massigen Struktur. Ein solches Vorkommen erkennen wir in dem größern Quarzporphyrstock im csúcsomer Tale, sowie ferner in dem kleinern des Zlata-Tales. Ob es wohl gestattet ist, diese Punkte als Eruptionsstellen, nämlich als die Schlotausfüllungen der einstigen Vulkane aufzufassen, kann heute noch nicht endgültig entschieden werden. Jedoch ist die Struktur selbst dieser Quarzporphyrstücke nicht völlig normal und ungestört, da wir selbst an ihrem Gesteine die durch Druck entstandenen Kataklase deutlich zu erkennen imstande sind. Eine besondere Art der Piëzokristallisation äußerte sich übrigens auch noch darin, daß sich namentlich die Kalifeldspate der Grundmasse in spezifisch dichteren Serizit, die Plagioklase dagegen teilweise zu Klinozoizit umgeändert haben, während der hie und da auftretende Biotit teilweise zu Chlorit wurde. Die Umsetzung der Gemengteile zu Mineralien von ähnlicher Zusammensetzung, jedoch geringerem Volum, kann besonders in den Quarzporphyren und in den Porphyroiden beobachtet werden, während in den Klastoporphyroiden mehr die Serizitierung zum Ausdruck gelangte. In diesen letzteren habe ich keine Umsetzung zu Zoizit beobachtet. In der mehr lockeren Masse verdanken die während der Zusammenpressung der Schichten gebildeten Serizitschüppchen ihre Entstehung eher einer gewissen Piëzokontaktmetamorphose, da die gasförmigen und flüssigen Mineralbildner selbst in die kleinsten Poren dieser Tuffe einzudringen vermochten. Auf diese Weise konnte neben dem vorwiegenden Serizite der Tuffpor-

phyroide zu Alsó-Sajó der daselbst auftretende Chloritoid entstanden sein.

Nach Abschluß der vulkanischen Eruptionen brach die Zeit der postvulkanischen Einwirkungen an, und dieser verdankt die in Rede stehende Gegend ihren reichen Gehalt an Erzen. Während bisher, solange bloß von Tonschiefern und serizitischen Schiefern die Rede war, das Auftreten des reichen Erzvorkommens im Szepes-Gömörer Erzgebirge unverständlich erschien (obzwar auch die älteren Autoren dasselbe als epigenetisch bezeichneten), kann man dasselbe nun in anbetracht des einstigen eruptiven Charakters der Schiefer, ohne Zwang auf natürliche Weise durch die Heranziehung der postvulkanischen Erscheinungen erklären.

Nach der Ejektion der festen Gesteinsmassen entströmen den Spalten des Vulkans und seiner näheren Umgebung Gase und Dämpfe, später Thermen, die mineralbildenden Elemente und Säuren, wie Salzsäure, Borsäure, Fluorsäure, Schwefelsäure und Kohlenoxyd, ferner noch bedeutende Mengen von Kieselsäure und verschiedene schwere Metalle enthalten. Diese Prozesse führen teils zur Bildung von Erzgängen, teils aber metamorphisierten sie die von ihnen durchsetzten Nebengesteine.

Diese Vorgänge haben im Szepes-Gömörer Erzgebirge zumeist Erzgänge geliefert. Vor allem sei das Antimonerz erwähnt, welches nach der freundlichen Mitteilung des Herrn Bergdirektors Adolf Trunkó auf einer ungefähr 29 km langen, in ONN-Richtung aus Gömör durch das ganze Szepeser Komitat hindurch bis an die Grenze von Abauj-Torna hin verlaufenden Kluft anzutreffen ist. Dieses bemerkenswerte Vorkommen habe ich in Csúcsom in der Millerschen Grube näher in Augenschein nehmen können.

Die hiesigen Gänge setzen zwischen steil (70—90°) aufgerichteten Porphyroidschiefern auf, und in der Regel findet man deren zwei, die 6—7 m voneinander entfernt sind. Dieselben liefern besonders an den Berührungsstellen 4—5 m mächtige Erzstöcke, wohingegen sie einzeln gewöhnlich bloß die Stärke von einigen Zentimetern bis zu einem Meter besitzen. Diese zwei Gänge halten sich genau an das Streichen der Schiefer, nämlich nach ONO. In ihrem Liegenden finden wir regelmäßig eine gut

zu beobachtende Verwerfung, jenseits welcher wir Porphyroide mit geringerem Einfallen antreffen.

Das Antimoniterz kommt gewöhnlich mit Quarz verwachsen vor, doch hat man stellenweise auch reines Erz gefunden, teils mit strahlig-stengeliger, teils mit feinkörniger bis dichter Struktur.

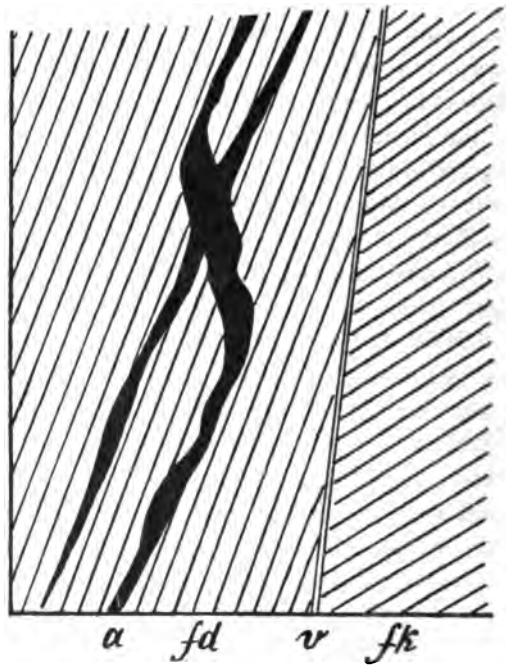


Fig. 3. Geologisches Profil der Millerschen Antimongrube in Csúcsom (zum Teil nach meiner eigenen Aufnahme). *fd* Hangend Porphyroidschiefer, *fk* Liegend Porphyroide, *v* Kluft, *a* schematische Darstellung der Antimonitgänge nach Adolf Tauber. Einfallen der Hangendschiefer 70°, das der Liegendpartie 40° gen 10—11 Std.

An andern Punkten haben sich vorwiegend Eisen- und Kupfersulfide abgesetzt, wie man dies in den Gruben von Szomolnok beobachten kann. Die Erze vom Szomolnok sind Pyrit und Chalkopyrit, die in Begleitung von Quarz nicht bloß kleinere Linsen zwischen den dortigen Schiefern bilden, sondern auch bedeutendere Stöcke. Drei große Stöcke: Der Hangend-, der Liegend- und der Engelbert-Stock kommen daselbst zwischen den Schiefern vor, die steil unter 60—85° gegen Süden zu einfallen. Zahlreiche dünnere, zumeist Chalkopyrit führende Schnüre begleiten die-

selben. Die großen Pyritstöcke keilen gegen die Teufe zu aus. Anläßlich meines flüchtigen Besuches habe ich an mehreren Punkten auch das Nebengestein in Augenschein genommen, das teils schieferigen Porphyroiden (im Liegenden des Engelbert-Stockes), teils Klastoporphyroiden (im Liegenden des Charitas-Stockes) oder aber selbst echten graphitischen Ton- und Quarzitschiefern entspricht.

Eingehender als dieses Vorkommen habe ich die Eisenspatlagergänge des Ivágyó bei Rozsnyó untersuchen können. Diese

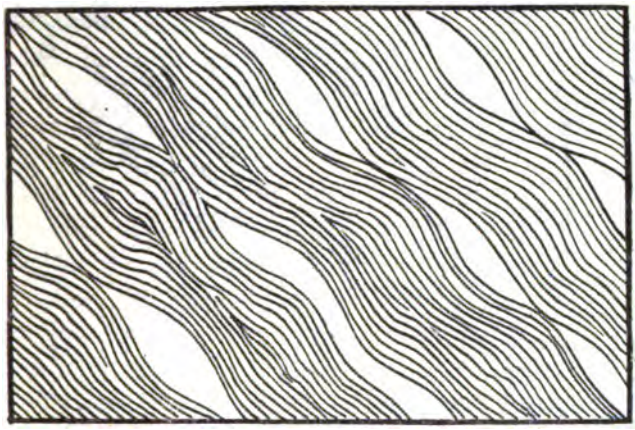


Fig. 4. Entstehung von Hohlräumen im Porphyroidgebirge. In den wellenförmig gefalteten Porphyroidschiefern entstehen durch Rutschung Hohlräume, die zur Aufnahme von Lagergängen geeignet sind.

mehr oder weniger linsenförmigen Lagergänge, welche gegenwärtig reichlich Eisenerze liefern, sind in Nadabula, Rudna und Sebespatak gut aufgeschlossen und zwar überall zwischen typische Porphyroidschiefer eingelagert. Ihrer Bildung sind Faltungen und Dislokationen (Rutschungen) in der Richtung der Schichtung vorangegangen, und man kann ruhig behaupten, daß gerade diese letztern jene Hohlräume geliefert haben, die nachträglich von Spateisenstein ausgefüllt worden sind. Es dürfte genügend gewesen sein, wenn die gewelltschichtigen Porphyroide übereinander bloß um einige Meter verrutschten, denn durch eine solche Bewegung konnten bereits derartige Hohlräume entstehen, die zur Aufnahme von den in Zirkulation befind-

lichen Minerallösungen geeignet waren. Die obenstehende schematische Figur (S. 253) zeigt, daß selbst eine ganz geringe Massenverschiebung tatsächlich derartig flache, linsenförmige, lagergangförmige Hohlräume ergeben haben mußte, auf deren ähnliche Entstehung übrigens in Norwegen früher bereits KJERULF hingewiesen hat.

Derartige zwischen den Schichten eingelagerte Gänge von

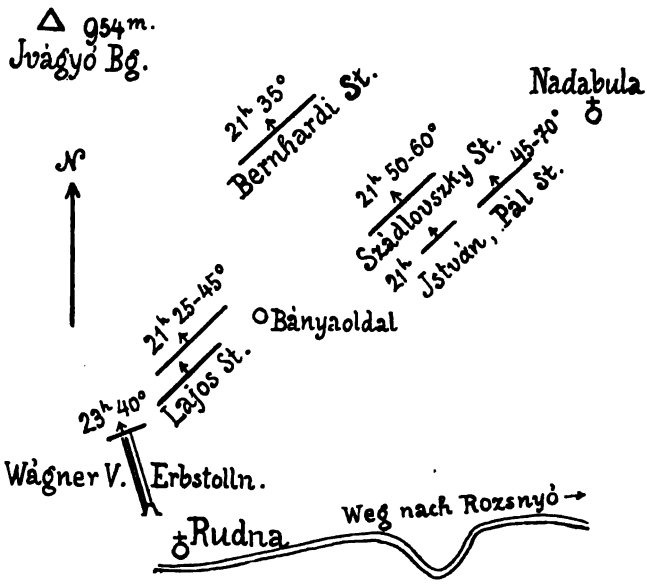


Fig. 5. Das Streichen der Eisenspatgänge am Ivágyó zwischen Nadabula und Rudna (nach den von FERD. KRAUSZ erhaltenen Daten).

diesem Typus kommen in der Porphyroidmasse des Ivágyó mit einer gewissen Regelmäßigkeit vor, und es kann noch hinzugefügt werden, daß dieselben sich zugleich in engem Zusammenhange mit der Tektonik der ganzen Gegend befinden. Dem Bergwerksdirektor Herrn FERD. KRAUSZ verdanke ich es, daß ich die betreffenden Grubenkarten des dortigen Bergbesitzes der Rimamurány-Salgótarjáner Eisenwerks-Gesellschaft in Augenschein nehmen konnte, auf Grund deren ich die beistehende Skizze (Fig. 5) von den Eisenspatgängen am Ivágyó konstruieren konnte. Aus derselben geht hervor, daß besonders der Lajos-Gang von Rudna,

sowie sämtliche Lagergänge von Nadabula das gleiche Streichen besitzen. Das nordöstliche Streichen des Ivágyó ist übrigens jene Richtung, welche um Rozsnyó, bei Pacsa und über den Sattel von Uhorna hinweg weit in das Komitat Szepes hinein zu verfolgen ist, bis es schließlich einem Streichen gen Stunde 6—7 weicht. Von Rudna hingegen nach Sebespatak zu tritt ein nordwestliches Streichen dominierend auf.

Nach dem vorhin Gesagten kehre ich nun wieder zu den Spateisensteingängen zurück. Wenn wir dieselben näher betrachten, fällt vor allem andern auf, daß die die Gänge begleitenden Porphyroidsalbänder in den meisten Fällen zu einem äußerst feinstruierten, lichtgrünen, seidenglänzenden, pintioidartigen Schiefer ausgewalzt sind, offenbar infolge des während der Verrutschung des Gebirges auf sie langsam einwirkenden starken Druckes. Diese gestreckte, beinahe wie verwischt erscheinende Gesteinszone ist kaum 1—2 cm stark, und unter derselben stoßen wir sofort wieder auf normalstruierten Porphyroid. Der Raum des Lagerganges selbst ist nun hauptsächlich von einem grobkörnigen, lichtgelben bis lichtbräunlichen spatigen Siderit erfüllt. Neben dieser Hauptausfüllungsmasse fehlt selten derber milchweißer Quarz, sowie ferner aus der Reihe der nichtmetallischen Minerale die silberglänzenden Häute des Serizites, resp. Muskovites. In andern Fällen erblicken wir in der spatigen Gangmasse große Knollen von kohlschwarzem, derbstengeligen Turmalin. Die Nadeln dieses leztern Minerals sind gleichmäßig von Quarz und Siderit umgeben, woraus auf eine etwas frühere Bildung desselben geschlossen werden kann. So finden wir dies in Rudna und Sebespatak. In Nadabula dagegen, wo der Turmalin bloß in Form von mikroskopisch kleinen Kriställchen vorkommt, gruppieren sich dessen dichte Schwärme mehr an den Rändern der Lagergänge.

Außerdem hat der Spateisenstein auch noch seine metallischen Begleiter und zwar in erster Reihe den Chalkopyrit, ferner den Pyrit, sowie den Tetraëdrit. Ihre Menge ist auf den Lagergängen Ivágyó bloß untergeordnet. Trotzdem pflegt man dieselben, so weit als es möglich ist, auszuklauben und zwar geschieht dies in Nadabula und in Rudna, wodurch einesteils der in die Röst-

öfen gelangende Siderit eine günstigere Qualität erreicht, während man die ausgelesenen Sulfide, namentlich die Fahlerze wegen ihres geringen Silbergehaltes zur weitern Verhüttung nach Selmeczbánya sendet.

Die aufgezählten Mineralien pflegen die Gangräume gewöhnlich ganz auszufüllen, so daß sich in der Regel keine Drusen oder Kristallkammern bildeten. Dennoch gelang es mir ausnahmsweise aus den Bernhardi- und Augusta-Bauen von Nadabula je eine kleinere Geode zu erlangen, die von Siderit-Rhomboëdern ausgekleidet waren und im letztern Falle überdies noch einen ziemlich großen weißen Quarzkristall enthielten.

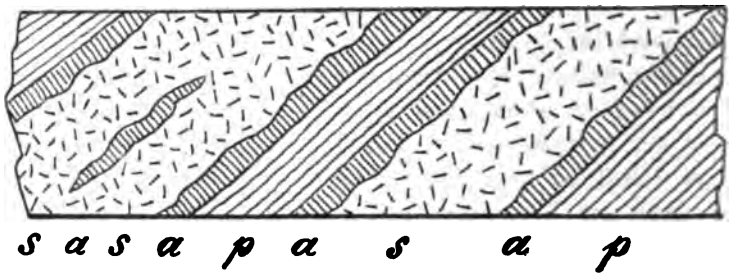


Fig. 6. Die Spateisensteinlagergänge am Mittellauf oberhalb des Karl-Stollens in Nadabula. *p* Porphyroid, *s* Sideritmittel, *a* Aplit. Die Gesamtmächtigkeit der beiden Spateisensteinlager beträgt 4—5 m, das zwischen denselben befindliche Porphyroidmittel ist 0,1 m stark, während die aplitischen Salbänder 0,1—0,5 m Mächtigkeit aufweisen.

Eigentümlich sind ferner noch die Verhältnisse in den Ivágyóer Eisengruben der Rimamurányer Eisenwerks-Gesellschaft, namentlich in dem Untern und Obern Carolus-Stollen. Auf Unter Caroli besteht das Spateisensteinlager aus zwei Fächern, einem Hangenden und einem Liegenden, welche beide unter 35° gen Stunde 21 einfallen. In dem über dem Stollen befindlichen Mittellauf liegt das 2—3 m mächtige Hangendfach zwischen Porphyroidschiefern. Gegen das Liegendfach zu ist dieser Schiefer bloß 1 m mächtig, und unter demselben folgt dann das Liegendfach von ähnlicher Stärke wie das obere. In dem untern Spateisensteinlager findet man nun nicht nur an beiden Salbändern, sondern auch entlang der Mittellinie ein weißes glimmerloses aplitisches Gestein, dessen Bänder sich scharf von den Schiefern des Nebengesteins und

noch mehr vom sideritischen Mittel abheben. Unter dem Mikroskop erkennt man in einer feinkörnigen quarzitischen Grundmasse einzelne größere, mitunter magmatische Resorptionen zeigende Quarzkörner.

In diesem Gesteine wimmelt es dann von Mineralien neuerer Entstehung. Von diesen sei in erster Reihe der wasserklare Albit erwähnt, der nicht nur in der Gesteinsmasse selbst, sondern auch in einzelnen Hohlräumen in Form von aufgewachsenen Kristallen* anzutreffen ist. Ferner Quarz, teils einzelne Äderchen im Gestein ausfüllend, teils in Hohlräumen in winzigen aufgewachsenen Kristallen. Außerdem bemerken wir schwarzen Turmalin in kleinen

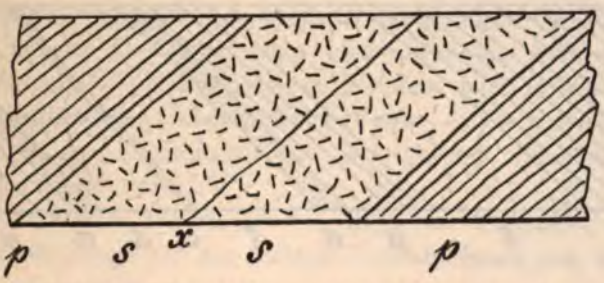


Fig. 7. Die zwei Sideritlager treten miteinander im Obern Karl-Stollen in Berührung. *p* Porphyroid, *s* Siderit, *x* Berührungsfläche zwischen den zwei Lagern. Die gesamte Lagermächtigkeit beträgt 2—4 m.

scharfen prismatischen Kriställchen, ferner Pyrit in kleinen Pentagondodekaëdern, mitunter in ganzen Schwärmen und endlich in einzelnen größern oder kleinern Einzelkristallen, in Gruppen oder Schnüren den bräunlichen Siderit. Dieses eigentümliche Gestein scheint eine Kontaktbildung zu sein, dessen Skelett der ausgelaugte Quarzporphyr geliefert hat, und dessen Hohlräume hierauf von den Neubildungen, wie Albit, zwillingsgestreiftem Plagioklas, ferner Quarz, Turmalin, Pyrit und Siderit wieder ausgefüllt worden sind.

Das Auftreten dieser Fazies ist aus den beistehenden Profilen ersichtlich.

---

* Einige schöne Kristalldrusen habe ich der liebenswürdigen Freundlichkeit des Herrn Univ.-Doz. Dr. Gustav Melczer zu verdanken.

Nichts beweist den wellenförmigen Verlauf der Lagergänge deutlicher als der Umstand, daß sich das zwischen ihnen befindliche Mittel stark verschmälert und schließlich total auskeilt, wodurch die beiden Lagergänge miteinander zu einem verschmelzen (Fig. 7).

An der in Fig. 7 zur Darstellung gebrachten Stelle fehlen die aplitischen Bänder, die aber etwas weiter sofort wieder auftreten. Am Feldorte der Hauptstrecke des Obern Karl-Horizontes werden beide Sideritlager von dem aplitischen Gestein begleitet.

Ich erwähne ferner, daß die beiden Fächer des Sideritlagers

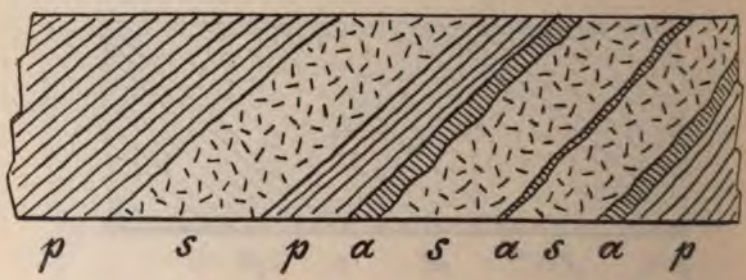


Fig. 8. Die beiden Spateisensteinlager im Obern Karl-Stollen. *p* Porphyroid, *s* Siderit, *a* Aplit. Mächtigkeit des obern Lagers 1,5 m, des untern 1 m; die aplitischen Bänder sind 0,12—0,35 m stark. Das Einfallen der in Fig. 6—8 abgebildeten Schichten ist 35—40° gen 21 Std.

zwischen dem Obern Karl- und dem darüber befindlichen Géza-Horizonte bei einem Einfallen von 25—30° eine Mächtigkeit von 6 + 2,5 m aufweisen; als wir aber von hier aus etwa 50 m weiter gingen, vereinigte sich das Sideritlager derart, daß bei gänzlicher Auskeilung des Siderits am Feldorte die nur noch 0,50 m weite Kluft von den beiderseitigen und hier miteinander in Kontakt tretenden Aplitbändern allein ausgefüllt wurde.

Zwischen den Géza- und Bernhardi-Horizonten habe ich die Mächtigkeit der Spateisensteinlager mit 7 + 3 m beobachtet, auf dem Bernhardi-Stollen selbst dagegen, also auf dem in der Masse des Ivágyó am höchsten gelegenen Horizonte besteht dasselbe Spateisensteinlager aus drei Fächern von einer Gesamtmächtigkeit von 16 m. Diese Daten teile ich hauptsäch-

lich aus dem Grunde mit, weil aus denselben das Anschwellen, sowie auch stellenweise die Verschmälerung der Spateisensteinlager, also im ganzen ihr wellenförmiger Verlauf deutlich hervorgeht.

* * *

Hiermit hätten wir, soweit es in dem engen Rahmen des vorliegenden Berichtes möglich war, die geologischen Verhältnisse der Erzgänge im rozsnyóer Revier zur Genüge beleuchtet. Jedoch darf man nicht glauben, daß das Nebengestein während der Erzbildung durch die pneumatolytisch-hydatogenen Vorgänge gänzlich unberührt geblieben ist. Im Gegenteil ist dasselbe von all den Lösungen durchdrungen worden, welche auch die Erzgänge geliefert haben. Dies wird nicht bloß durch das Auftreten einzelner dünner, die Hauptgänge in kleinerer oder größerer Entfernung begleitender Gangschnüre bewiesen, sondern auch durch das weit in das Nebengestein vor sich gehende Eindringen der gangbildenden Minerale.

Ein derartiges Mineral ist vor allem der *Turmalin*, als beweiskräftiger Zeuge für das einstige Vorhandensein von mineralbildenden Emanationen.

Die Häufigkeit seines Auftretens, sowie die sich hieraus ergebende Menge ist geradezu staunenswert. Am auffallendsten ist sein Auftreten auf den Gängen selbst, woselbst dieses Mineral ziemlich große, schwarze stengelige Aggregate bildet (Rudna, Alsó-Sebes). In andern Fällen häufen sich winzige Turmalinkriställchen an den Rändern der Gänge mit Quarz und Serizit an (Nadabula, Augusta) oder aber mit Albit (Bernhardi-Stollen).

Von den mächtigeren Gangspalten aus wanderte jedoch der Turmalin nicht bloß in das benachbarte Nebengestein, sondern man kann behaupten, in sämtliche Porphyroide und in zahlreiche metamorphe Schiefer ein.

Das nächste Mineral ist der *Siderit*, welches die Gangspalten in sehr reichlicher Weise erfüllt hat. Das Eisenkarbonat hat sich unmittelbar aus den Lösungen ausgeschieden. Die Ausscheidung des einfachen Eisenkarbonats aus dem doppeltsauren kann man in unserm Falle — also in einst tiefgelegenen Hohl-

räumen, weder durch Hinzutreten von atmosphärischer Luft, noch durch teilweise Verdunstung des Lösungsmittels erklären. Es kann dieselbe, unter Annahme der von E. Brauns (Chem. Mineralogie 1896, p. 359) gegebenen Erklärung, bloß durch das Zusammentreffen von aufsteigenden Eisenbarbonatlösungen in den Ganghohlräumen mit der Auslaugung des Nachbargesteins hervorgegangenen kieselsauren Alkalien, also im Wege der Fällung erfolgt sein. Bei diesem Vorgange haben die Alkalien einen Teil der Kohlensäure gebunden, wodurch in Lösung verbleibende und sich mit derselben entfernende Alkalikarbonate entstanden, während sich andernteils das einfache Eisenkarbonat als Siderit und die freigewordene Kieselsäure in Quarzform als Gangausfüllungsmassen ausgeschieden und abgesetzt haben.

Damit steht in völligem Einklang, daß als häufiges Begleitmineral des Eisenspates tatsächlich der Quarz auftritt.

Sowohl der Siderit, als auch der gleichzeitig entstehende Quarz wanderte mit den Lösungen, sowie wir dies auch bezüglich des Turmalins bemerkt haben, selbst in die entferntesten kleinen Hohlräume und Haarspalten des Nebengesteins, namentlich der Porphyroide. Wir treffen in den Dünnschliffen der meisten Porphyroide, sowie vieler metamorphischer Schiefer stets auch die Eisenspatrhomboëder an, welcher Umstand ein beredtes Zeugnis für die leichte und weithinreichende Beweglichkeit der betreffenden Solutionen abgibt.

Die zuletzt erwähnten Mineralien von pneumatolytisch-hydatogener Entstehung, nämlich der Turmalin und der Siderit, zu welchen sich noch der *Albit*, sowie *Quarz* und *Serizit* hinzugesellten, sind streng verschieden von den eigentlichen Gemengteilen des ursprünglichen Gesteins, nämlich von Orthoklas, Plagioklas, Biotit und Quarz, besonders dadurch, daß an ihnen keine Spur von irgend einer dynamischen Einwirkung zu bemerken ist, sowie daß sie sich selbst nicht immer parallel zur Richtung der Gesteinsschieferung orientiert haben. Auf der Fläche eines und desselben Dünnschliffes kann man mit Leichtigkeit die ältern, dynamischen Einwirkungen ausgesetzt gewesenen Gemengteile der Porphyroide von den Mineralien neuerer Entstehung, welche dynamischen Wirkungen bereits nicht unterworfen waren, unterscheiden.

Hiervon kann man sich auch im großen überzeugen, nämlich daß die Lagergänge selbst, abgesehen von einzelnen lokalen unbedeutenden Verwerfungen, weder in bezug auf ihre Form, noch auch bezüglich der Intaktheit ihrer Ausfüllungsmassen irgendwelche Veränderungen erlitten haben. Und aus diesem Umstande gelangen wir zu dem sehr wichtigen Schlusse, daß die Auffaltung des Szepes-Gömörer Erzgebirges der Erzlagerstättenbildung vorausgegangen sein mußte. Nach Bildung der Erzlagergänge wurde das in Rede stehende Gebirge von keiner bedeutenderen Bewegung mehr betroffen, denn es würde ja die geringste Faltenbewegung nicht nur zur gänzlichen Zermalmung der sehr spröden Sideritmassen, sondern auch der in ihrer Gesellschaft befindlichen Albite, Turmaline usw. geführt haben.

Wenn wir alle bisher angeführten Erscheinungen vor Augen halten, so können wir uns die Entwicklung des in Rede stehenden Gebirges folgendermaßen vorstellen. Die ruhige Lage des das Terrain okkupierenden aus schwarzen Tonschiefern, weißlichen Sandsteinen und dazwischen aus einzelnen Kalksteinschichten bestehenden Komplexes wurde durch tektonische Prozesse gestört. Auf verschiedenen Spalten gelangte hierauf die Quarzporphyrlava und wahrscheinlich noch mehr zerstäubtes Material an die Oberfläche, wo sich dasselbe mit Lavaströmen wechsellagernd in Form von Stratovulkanen anordnete. Den ausgiebigen Lavaergüssen folgten nun bedeutende Einsenkungen, die im Vereine mit andern von uns noch unbekannten Faktoren die Faltung des Gebirges herbeiführten, worauf man aus den zwischen die Porphyroide hineingefalteten metamorphen Schiefern schließen darf. Und es ist wahrscheinlich, daß die Entstehung der Porphyroide nicht nur durch den Druck der aufgestapelten vulkanischen Massen, sondern zum großen Teil auch durch den Faltungsprozeß hervorgerufen worden ist. Aus der letzten Phase der Faltung verblieben hierauf die entlang der Schichtung der Porphyroide befindlichen Hohlräume, die dann in der darauffolgenden Periode durch die Thermalquellenwirkung von Erzen ausgefüllt wurden. Seither wurde dann unser Gebirge von keiner weitern Faltung mehr betroffen, und so kam es, daß das Szepes-Gömörer Erzgebirge durch lange geologische Zeiträume hindurch bis auf

unsere Zeit unverändert, als ein wahres Massiv des ungarischen Oberlandes dagestanden hat.

Es wäre nunmehr nur noch das geologische Alter der im Vorstehenden besprochenen Quarzporphyre zu erörtern. Damit sind wir aber in der ganzen Sache in dem kritischesten Punkte angelangt. Soviel ist sicher, daß die Quarzporphyr-Eruption jünger ist, als die im Szepes-Gömörer Erzgebirge mit denselben gemeinschaftlich vorkommenden graphitischen Schiefer, serizitischen Quarzite und einzelne Kalksteinschiefer es sind. Es geht dies nicht bloß daraus hervor, daß die Porphyr-Eruption das aus den angeführten Gesteinen bestehende Grundgebirge im wahren Sinne des Wortes metamorphosiert hat, sondern auch aus den mitunter in den Quarzporphyroiden anzutreffenden graphitischen Schiefereinschlüssen (Rudna, Wagner Vilmos-Erbstollen). In Beziehung auf diese metamorphen Schiefer ist daher das Alter der Quarzporphyre entschieden jünger.

Die weitern Schlüsse hängen nun bloß von der Erkenntnis des geologischen Alters dieser Schiefer ab. In bezug auf diese fehlen uns jedoch zur Zeit unzweifelhaft verläßliche Anhaltspunkte.

In dieser Hinsicht sind wir bloß auf gewisse Analogien angewiesen. Wir wissen nämlich, daß in Dobsina in ganz ähnlicher petrographischer Ausbildung Tonschiefer, Quarzitschiefer und Kalksteine vorkommen, wie auf unserm Gebiete (Csúcsom u. a.). Dieselben sind nach der Darstellung von W. Voit* in ähnlicher Weise metamorphosiert (nur dort durch Diorit) wie die unserigen. Bei Dobsina liegen die Verhältnisse insofern günstiger, als daselbst in den Kalken dieses Schichtenkomplexes organische Reste enthalten und schon seit langer Zeit her bekannt sind**, welche das karbonische Alter derselben (am meisten dem karinthischen Ober-Karbon vergleichbar) außer allen Zweifel setzt.

* W. Voit, Schilderung der Lagerstättenverhältnisse von Dobschau. *Jahrb. der k. k. geol. R.-Anst.* 50. Bd. Wien 1900.

** Fr. Ritter v. Hauer, Erläuterung zur geol. Übersichtskarte d. österr.-ungar. Monarchie, Bl. III Wien 1869 p. 509 und v. Andrian, Bericht etc., Jahrb. d. k. k. geol. R.-Anst. 1859 p. 553. Die Petrefakte, die von Eduard Suess bestimmt wurden, sind folgende: *Receptaculites Oceani*, Eichw.; *Productus fimbriatus*, Sow.; *Camerophoria Kissi*, Suess.

Wenn wir daher in Ermangelung anderer Beweise annehmen, daß die metamorphen Kalke und Tonschiefer in der Umgebung von Rozsnyó ebenso wie die von Dobsina, karbonisch sind, so muß dann die Eruption der Quarzporphyre notwendigerweise jünger als diese, daher wahrscheinlich permisch sein.

In wie weit endlich die Quarzporphyre mit den in der weiteren Umgebung vorkommenden Granitstöcken (Szulova, Kohut) zusammenhängen, konnte ich zurzeit nicht in den Bereich meiner Untersuchungen ziehen, in Zukunft aber werden wir unser Augenmerk auch auf diesen Umstand hinlenken müssen. Überhaupt halte ich meinen vorliegenden Bericht durchaus nicht für eine ganz abgeschlossene Sache, sondern bloß als einen Fingerzeig darauf hin, worauf bei den künftigen geologischen Untersuchungen im Szepes-Gömörer Erzgebirge das Hauptgewicht zu legen wäre. Trotzdem fasse ich die Ergebnisse meiner bisherigen Beobachtungen in folgenden Punkten zusammen:

1. Die früher als Tonschiefer, Karpatengneise u. a. angesprochenen Gesteine des Szepes-Gömörer Erzgebirges sind auf Grund meiner Untersuchungen Quarzporphyre, Porphyroide, Klastoporphyroide und endlich metamorphe Sedimente.

2. Die im Szepes-Gömörer Erzgebirge, namentlich in der Umgebung von Rozsnyó befindlichen reichen Erzlager sind epigenetischen Ursprungs und können auf die postvulkanischen Einwirkungen der Quarzporphyr-Eruption zurückgeführt werden.

* * *

Es sei mir schließlich gestattet, allen den Herren, die mich bei dieser Arbeit in einer oder der andern Richtung zu unterstützen die Freundlichkeit hatten, auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank auszusprechen und zwar dem Kgl. Bergrat VENDELIN BRÁNSZKY, den Herren Bergdirektoren FERDINAND KRAUSZ und ADOLF TRUNKÓ in Rozsnyó, den Herren Bergwerksdirektor VICTOR LAJOS und Bergingenieur JULIUS WICK in Szomolnok. Ferner dem Herrn Universitätsprofessor Dr. VICTOR UHLIG in Wien für die freundliche Überlassung des von ihm gesammelten einschlägigen Materials, den Herren kgl. ungar. Sek-

tionsgeologen Dr. THEODOR POSEWITZ und Bergingenieur EUGEN REGULY in Budapest, die mir aus ihren reichen Aufsammlungen ebenfalls zahlreiche Handstücke vorgelegt haben und endlich dem Herrn Privat-Chemiker Dr. EDMUND ERNYEI für die Ausführung der mitgeteilten chemischen Analysen, sowie auch dem Herrn Chemiker der ungar.-geol. Anstalt, Dr. KOLOMAN EMSZT, der die Freundlichkeit hatte, in einigen Fällen Kieselsäurebestimmungen zu unternehmen.

11.

DIE BEDEUTUNG DES DIVERTICULUM TOMES-ZSIGMONDYI, DES CINGULUM AN DEN OBEREN LATERALEN SCHNEIDEZÄHNEN UND DES FORAMEN COECUM MOLARIUM (MILLERI) IN PHYLOGENETISCHER BEZIEHUNG.

Von Prof. Dr. JOSEF ÁRKÖVY.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 10. Novbr. 1903.

Auszug aus „Mathematikai és Természettudományi Értesitö" (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie), Bd. XXII, pp. 21—28.*

Im Juli-Heft 1903 der „Österr.-ungar. Vierteljahrsschrift für Zahnheilkunde" veröffentlichte Dr. OTTO ZSIGMONDY (Wien) eine kleine Arbeit: „Über die Entstehung der Fissuren in der die Kauflächenfurchen überkleidenden Schmelzdecke bei Prämolar- und Molarzähnen". Es ist klar, daß es sich hier um eine Schmelzfalte handelt, welche sich ganz nahe an die Dentingrenze, zuweilen auch unmittelbar an sie heran verfolgen läßt. Die kolbenartige Verbreiterung, welche die Fissur in typischen Fällen erfährt, im Anschlusse an den entwicklungsgeschichtlichen Vorgang, kennzeichnen diese vermeintliche Fissur als ein *Diverticulum*.

Eine Angabe ZSIGMONDYS mußte jeden Fachmann überraschen; nämlich das Vorkommen dieses Diverticulums in 80 Prozent der untersuchten Fälle. Es entstand bei mir der Gedanke, daß dieser hohe Prozentsatz kein Zufall sei, und da ein Diverti-

* Ausführlich deutsch erschienen in der Österr.-ungar. Vierteljahrsschrift für Zahnheilkunde. XX. Jahrgang (1904), pp. 1—22, mit 6 Tafeln.

culum ja doch nicht zur Vollständigkeit eines Organes gehört, sondern vielmehr einen Defekt darstellt, so mußte gefolgert werden, daß dieser Defekt im Laufe der Zeit durch irgend eine Veranlassung zustande gekommen sei. Der Aufschluß über diese Frage mußte an anthropologischem Material gesucht werden, in der Richtung, ob dieses Diverticulum vor vielen Jahrhunderten bereits bestanden habe oder ob es erst jüngeren Datums sei.

Prof. AUREL v. TÖRÖK, Direktor des anthropologischen Institutes in Budapest, hatte die Gefälligkeit, mir seine ganze Sammlung zur Verfügung zu stellen, und ich habe mit Hilfe des Herrn Dr. BÉLA WALLHEIM (klinischen Praktikanten)* das verwendbare Material untersucht. Beiden genannten Herren spreche ich hiermit meinen verbindlichsten Dank aus. Bereits am ersten Tage ist mir bei der Untersuchung der ältesten — 1000 bis 1600 Jahre alten — Schädel ein Umstand aufgefallen, von dessen Existenz ich keine Ahnung hatte: abgesehen vom Diverticulum, welches das Hauptaugenmerk in Anspruch nahm, war es höchst auffallend, daß an den oberen lateralen Schneidezähnen nur hie und da ein entwickeltes Cingulum, ja statt dessen im Gegensatze sogar eine Erhabenheit vorhanden war, während an den Molaren nur ganz vereinzelt ein Foramen coecum beobachtet werden konnte.

Um die Begriffe klar vor Augen zu haben, finde ich es für angezeigt, sowohl über das Cingulum als auch über das Foramen coecum einige Bemerkungen zu machen.

Das *Cingulum* ist eine Schmelzfalte, welche sich an der lingualen Fläche, speziell des Incis. lat. sup. von beiden Seiten gegen die Achsenlinie hinzieht und einen scharfen Winkel bildet, in dessen Tiefe sodann ein Foveola (ZUCKERKANDL) zur Entstehung gelangt. Ohne Schmelzfalte gibt es keine Foveola; diese ist also durch die Schmelzfalte bedingt. Man findet diese Bezeichnung, nämlich „Cingulum", in CH. TOMES' „Dental Anatomy" als eine den Odontographen geläufige verzeichnet.**

* Um Irrtümern vorzubeugen, habe ich das Material mit dem genannten Herrn gemeinschaftlich geprüft.

** Ch. S. TOMES: A Manual of Dental Anatomy human and comparative. London, Churchill, 1876.

Das *Foramen coecum* findet sich an den buccalen Wänden der Molaren vor. Es ist der Endpunkt eines Sulcus, welcher sich zwischen den mesio-labialen und labio-distalen Höckern cervikalwärts hinzieht. Die Lage des Foramens selbst entspricht zumeist der Mitte, zuweilen dem oberen Drittel der Kronenlänge. — Die erste Erwähnung eines Foramen coecum findet man in W. D. MILLERS „Mikroorganismen der Mundhöhle", I. Aufl., Leipzig 1889. — Man wird also wohl richtig vorgehen, wenn man die Bezeichnungen folgendermaßen auseinander hält. Das vielfach als Foramen coecum benannte „Grübchen" in der Mitte des Cingulums möge man nach ZUCKERKANDL *Foveola* des Cingulums, ein charakteristisches Merkmal des oberen lateralen Schneidezahnes, nennen; den Sulcus und das Grübchen aber, welches an den Molaren vorkommt, bezeichne man als *Foramen coecum* (MILLERI). Wir haben diese Unterscheidung bereits im Titel und im Laufe dieser Abhandlung durchgeführt.

Untersucht wurden insgesamt 169 Schädel, zum größten Teile aus dem anthropologischen Institut zu Budapest, und zirka je 20 aus dem ersten anatomischen Universitätsinstitut und aus dem zahnärztlichen propädeutischen Institut zu Budapest.

Die Untersuchung des Diverticulums wurde nach Anfertigung eines sagittalen Durchschnittes an zumeist oberen Prämolaren*, die des Cingulum und Foramen coecum, durch gewöhnliche äußere Beaugenscheinigung vorgenommen.

Die Untersuchungsergebnisse sind folgende:

I. *Diverticulum* [Prämolarium]. Das Vorhandensein des Di-

* Die Molaren sind, da sie sehr alt und morsch waren, fast alle unter der Einwirkung der elektrischen Sägemaschine zerborsten. Die Prämolaren hielten sich besser. Auch war das Augenmerk vielmehr auf diese gerichtet. — Nachträglich fand ich bei WIEDERSHEIM eine gewisse Billigung meines Vorgehens, indem dieser Autor den Prämolartypus bereits als eine Reduktionsform hinstellt: „Von hohem Interesse ist die Tatsache, daß, während die definitiven Prämolarzähne des Menschen relativ einfach gestaltet sind, ihre Vorläufer, d. h. die Milchmolaren, eine ungleich kompliziertere Form besitzen. Sie ähneln vielmehr den Molaren des Erwachsenen und man ersieht hieraus, daß die Milchmolaren von primitiverem, d. h. weniger reduziertem Typus sind, als die betreffenden Ersatzzähne." (WIEDERSHEIM: „Der Bau des Menschen", III. Aufl., pag. 174.)

verticulums ist nur an den rezenten Schädeln, respektive Zähnen, mit freiem Auge zu konstatieren; darum mußten wir photographische Aufnahmen mit dreifacher Vergrößerung machen, und selbst an diesen konnte das Diverticulum an aus alter Zeit stammenden Zähnen, wenn es überhaupt vorhanden war, nur mit Hilfe einer Lupe konstatiert werden. Aus den von uns gewonnenen Daten läßt sich die Entwicklung des Diverticulums bis auf die älteste Zeit zurückführen. Es findet sich verhältnismäßig seltener an Zähnen, die aus einer älteren Zeit stammen, als an Zähnen unserer Zeitperiode; es zeigt sich auch an Zähnen unserer Zeit, wenn es überhaupt vorhanden ist, viel ausgesprochener und evidenter.

Nach den entwicklungsgeschichtlichen Vorgängen (ZSIGMONDY) zu urteilen, sollte eine Verschmälerung der Kronenbreite der Prämolaren (oberen) in sagittaler Richtung die Begleiterscheinung des Auftretens des Diverticulum sein. Die Besichtigung und der Vergleich alter Schädel mit rezenten machen tatsächlich den Eindruck, als würden die alten und sehr alten Prämolaren breiter gewesen sein. Leider sind die vorgenommenen Winkelmessungen wegen vielfältiger Abrasion an den Schmelzhöckern resultatlos geblieben, und infolgedessen konnte man die sichtlich wahrgenommene Intercuspidatdifferenz nicht zahlenmäßig konstatieren.

Die Fragen, zu welchem Zeitpunkte das Diverticulum überhaupt noch nicht vorhanden war oder bei welchen, ein rohes Leben führenden Völkern es auch heute noch nicht zum Vorschein gekommen ist — Maori, Papua etc. — kann ich mangels eines einschlägigen Materials nicht beantworten. Es ist aber wahrscheinlich, daß die Entwicklung des Diverticulum, Cingulum und Foramen coecum stufenweise zustande gekommen ist, und zwar in dem Grade, als die Lebensweise der betreffenden Völker sich raffinierter gestaltet hatte.

Das Diverticulum fehlte dreimal an 8 Prämolaren aus der Römerzeit, zweimal an 3 Prämolaren aus der Zeit der Völkerwanderung, einmal an 3 Prämolaren von Avaren, zweimal an 2 Prämolaren aus der Zeit Andreas' I, zweimal an 4 altungarischen Prämolaren und zweimal an 4 Prämolaren, die aus dem Anfange des XIX. Jahrhunderts stammten.

II. *Cingulum* [Incis. lat. sup.]. Bezüglich des Cingulum haben wir positiver ausgesprochene Daten erhalten, indem in den Prozentzahlen seines Vorkommens eine graduelle und konstante Steigerung zu konstatieren ist. So ist seine Zahl bei Römerschädeln (200—300 p. Chr.) noch 0 Prozent: zur Zeit der Völkerwanderung (600—700) 25·34; bei den Avaren (700—800) 39·28; zur Zeit Andreas' I. (1046—1061) 53·33; an altungarischen Schädeln (1555—1668) 52·94; an Budapester Schädeln vom Anfang des XIX. Jahrhunderts 70·26; an rezenten Schädeln 94·59. So fehlt es auch bei den ein rohes Leben führenden Stämmen (Maori, Neger); es ist hingegen bei Kulturvölkern deutlich entwickelt.*

III. *Foramen coecum* [molarium]. Die Prozentzahlen bezüglich des Foramen coecum zeigen ein seltenes Vorkommen an den oberen und ein häufigeres Vorkommen an den unteren Molaren.

Die Einzelheiten ergeben die folgenden Prozentzahlen: Römer obere Molaren 1·66 Prozent, untere Molaren 0 Prozent (geringes Material); aus der Zeit der Völkerwanderung obere 7·31, untere 16·66; bei Avaren obere 0, untere 10; aus der Zeit 1046—1061 (Andreas I.) obere 0, untere 5·88; an altmagyarischen Schädeln obere 4·40, untere 14·28; an Budapester Schädeln vom Anfang des XIX. Jahrhunderts obere 6·66, untere 44·89; bei rezenten Schädeln obere 8·33, untere 32·50. Aus diesen Zahlen ist die fortwährende Vermehrungstendenz des Foramen coecum zu ersehen. Dasselbe ist in bezug auf die Schädel der verschiedenen Rassen und Stämme, insofern als von roher oder raffinierter Lebensweise die Rede sein kann, zu bemerken. So kommt das Foramen zum Beispiel an den Molaren der Maori, Malayen, Neger oder Eskimos nicht vor und tritt in beträchtlicher Zahl bei den Chinesen (14 Prozent) oder Altgriechen (beide Kulturvölker) auf.

---

* Der inc. lat. des linken Oberkiefers des diluvialen Menschen von Krapina mit seiner, nebenhöckerartigen, stark prominenten Konvexität an der Stelle des Cingulum, bestätigt auch die hier niedergelegten Befunde bezüglich des Cingulum. [Dr. Carl Gorjanović: „Der paläolithische Mensch und seine Zeitgenossen aus dem Diluvium von Krapina in Kroatien". — Mitteilungen der Anthropologischen Gesellschaft in Wien. Bd. XXXI u. XXXII.

Resumé:

1. Auf Grund der angeführten Angaben sollten das Diverticulum, das Cingulum mit der Foveola und das Foramen coecum in die Reihe der Schmelzhypoplasien aufgenommen werden, jedoch mit der Unterscheidung, daß diese phylogenetische Hypoplasien darstellen, während die bisher bekannten übrigen als pathologische Hypoplasien zu gelten hätten. Die Begründung einer solchen Unterscheidung liegt auf der Hand, da die letztere Art ihr Entstehen irgend einem pathologischen Prozesse (exanthematische Erkrankungen, Eklampsie, Rhachitis, Syphilis) verdankt, die erstere Art hingegen von pathologischen Einflüssen ganz unabhängig sich entwickelt; jene Entwicklungsveränderung entsteht ontogenetisch, diese phylogenetisch.

2. Entwicklungsgeschichtlich bedeuten alle drei Erscheinungen — Diverticulum, Cingulum, Foramen coecum — das Zustandekommen einer Schmelzfalte, in deren Tiefe der Schmelz auf eine minimale Schichte beschränkt wird oder sogar ganz und gar fehlt, wodurch eine kleine Dentinfläche bloßgelegt wird. Im pathologisch-anatomischen Sinne bedeuten sämtliche Erscheinungen einen passiven ätiologischen Faktor, d. h. eine widerstandsschwache Prädispositionsstelle für Karies.

Phylogenetisch betrachtet — insofern von einer Phylogenetik überhaupt die Rede sein kann, wenn sich Angaben auf einen Zeitraum von nur 1500 bis 1600 Jahren und auf die anthropoiden Affen stützen — sind die geschilderten Erscheinungen in erster Linie Veranlassungen zur Erkrankung, aber sie scheinen gleichzeitig eine Verkümmerung mindestens im strukturalen Sinne zu bedeuten, deren Endresultat das endgültige Ausbleiben, den Ausfall des Organes darstellt, wie dies das Beispiel des Incis. lat. sup. zeigt. Demgemäß scheint es offenbar zu sein, daß sowohl das Cingulum als das Diverticulum und auch das Foramen coecum als Erscheinungen der Reduktion der Zähne angesehen werden dürfen.

3. Das Diverticulum Tomes-Zsigmondyi ist offenbar älteren Datums, als das Alter des historischen Menschen; es kommt erst zu Anfang des XIX. Jahrhunderts zur allmählichen Entwicklung; seine volle Entwicklung fällt in die Neuzeit.

4. Das Cingulum (Incis. lat. sup.) war durchaus nicht ein integrierender Bestandteil der Urform des lateralen Incisivus, da bei den anthropoiden Affen an dessen Stelle eine Konvexität, nicht aber eine Schmelzfalte und eine Foveola konstatiert werden kann. Es fällt aber gänzlich hinweg oder es kommt nur sporadisch bei wilden Stämmen oder bei Völkern, die eine rohe Lebensweise führen, vor. Wenn man auch das erste Auftreten des Cingulum nachzuweisen nicht imstande ist, so macht sich dessen graduelles Auftreten doch in jenem Verhältnisse bemerkbar, in welchem man sich der Gegenwart nähert.

5. Das Foramen coecum [molarium] ist eine Eigentümlichkeit der Kulturvölker. Es war in alten Zeiten niemals ein Bestandteil der Molarenform, indem es bei anthropoiden Affen nicht einmal in Spuren vorkommt; es fehlt aber auch bei Urvölkern, welche ihre rohe Lebensweise beibehalten haben. Sein Auftreten ist höchst wahrscheinlich neueren Datums, da es 700—1686 n. Chr. nur in 5, 10 bis 14 Prozent vorkommt, ja selbst in rezenten Schädeln kaum 32·50 Prozent übersteigt.

Das erste Stadium seines Auftretens kennzeichnet sich durch die Sulcusentwicklung und erst in erheblich späteren Zeitläuften kommt der Sulcus mit dem Foramen coecum zur Beobachtung.

12.

ÜBER DEN ARAGONIT VON ÚRVÖLGY.

Von Dr. G. MELCZER.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 20. April 1903.

Auszug* aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Mathem. u. Naturwissensch. Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, pp. 236—254.

Verfasser beschäftigt sich in dieser Arbeit mit den Formen, dem Achsenverhältnis, der Zwillingsbildung und den Brechungsindices dieses bekannten, jedoch noch nicht eingehend untersuchten Vorkommens. Er fand durch Messungen an teils einfachen, teils Zwillingskristallen mit gut ausgebildeten Flächen folgende *Formen*:

c	{001}	*x*	{012}
m	{110}	*k*	{011}
n	{122}	*l*	{032}
s	{121}	*i*	{021}
p	{111}	*v*	{031}
o	{112}	*b*	{010},

ferner als schmale, weniger gut reflektierende Flächen weitere 23 Formen, von welchen {540} und {970} als sicher bestimmte, {0·11·6}, {0·15·8}, {0·16·5}, {0·17·2}, {091}, {0·16·1}, {0·17·1}, {0·19·1}, {0·21·1} als wahrscheinliche angesehen werden können. Das *Achsenverhältnis* wurde durch Messungen von dreierlei Winkeln (zusammen 45 Winkel) an 14 kleinen einfachen Kristallen zu

---

* Ausführlich deutsch erschienen in der *Zeitschrift für Kristallographie*, XXXVIII. Mit 1 Tafel und 15 Textfiguren.

$$a : b : c = 0{,}6217 \pm 0{,}0002 : 1 : 0{,}7207 \pm 0{,}0002$$

bestimmt. Aus dem Vergleich mit den von andern Autoren an andern Aragoniten bestimmten Achsenverhältnissen ersieht man, daß der von Úrvölgy eine etwas kürzere a-Achse hat als jene.

Verfasser formuliert sodann die beiden Ausdrücke für das Zwillingsgesetz des Aragonites und bestätigt dasselbe durch an vier Kristallen gemessene Zwillingswinkel. Bezüglich der Benennung der *Zwillinge* hebt er hervor, daß es notwendig ist — wie es schon LEYDOLT tat — Partikeln derselben Stellung, auch wenn sie räumlich getrennt sind, als ein Individuum zu betrachten. Verfasser findet auf Grund seiner Beobachtungen, daß die kleinen Zwillingskristalle meist Zwillinge und Drillinge, und zwar selten nur Juxtapositions-, sondern meistens zugleich Penetrationszwillinge von einem, zweien oder allen drei Individuen sind. Mehr als drei Individuen fand Verfasser nur an den größeren, oft mehrere Zentimeter dicken Zwillingskristallen.

Verfasser hat auch die *Brechungsindices* für die Lichtarten H_α, Na und H_β an sieben Kristallen durch Messung der minimalen Ablenkung bestimmt, da sich die bisherigen Beobachtungen nur auf Biliner Material beziehen. Die Differenzen, betreffend die Lichtbrechung, sowie die Doppelbrechung und die Dispersion der einzelnen Kristalle betragen einige wenige Einheiten der vierten Dezimale; als Mittel folgt:

Lichtart	α	β	γ
C	1,5275	1,6765	1,6807
D	1,5295	1,6805	1,6848
F	1,5340	1,6894	1,6941.

Vergleicht man diese Daten mit den von RUDBERG, GLAZEBROOK, DANKER, PULFRICH, MÜHLHEIMS und OFFRET an Biliner Aragonit bestimmten Werten, so ersieht man, daß der Aragonit von Úrvölgy eine etwas kleinere Lichtbrechung besitzt als der von Bilin, bezüglich der Doppelbrechung und Dispersion sind jedoch die Differenzen so klein, daß sie als Beobachtungsfehler angesehen werden können.

13.

DIE FOSSILEN FISCHE DES BEOCSINER ZEMENTMERGELS.

Von Dr. ANTON KOCH.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Februar 1903.

Auszug* aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Mathem. u. Naturwissensch. Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, pp. 190—195.

Der Inhalt dieser Abhandlung ist kurz folgender:

A) Aus dem Zementmergel, welcher die tiefere und Hauptmasse des großen Mergelbruches von Beocsin (Syrmien, Nordfuß des Fruskagoragebirges) bildet, und seiner Molluskenfauna nach dem unteren Horizonte der Pannonischen oder Pontischen Stufe angehört, werden die Reste folgender Fischarten, nebst einer Landschildkröte beschrieben und abgebildet: a) aus der Ordnung Anacanthini, Fam. Gadidae zwei große Arten und zwar 1. *Gadus (Merlungus) pannonicus* n. sp. 2. *Brosmius Strossmayeri Kramb. Gorj.*: b) aus der Ordnung Acanthopterygii, Fam. Sphyraenidae 3. ein reptilartiger großer Raubfisch *Sphyraenodus hexagonalis* n. sp.: dann aus der Fam. Percidae: 4. *Serranus* sp. ind. und 5. *Lates pliocaenus* n. sp.

Außer diesen fand sich auch ein großer Pflasterzahn von *Gyrodus* sp., der aber aus irgend einer tieferen Schicht des Fruskagoragebirges eingewaschen wurde. Endlich wurden Reste einer Landschildkröte als *Testudo syrmiensis* n. sp. beschrieben. Aus

* Ausführlich deutsch erschienen in den *Annales Musei Nationalis Hungarici* 1904, pp. 35—72. Mit 8 Tafeln und 2 Textfiguren.

dieser kleinen Fischfauna werden schließlich Schlußfolgerungen auf die Bildungsverhältnisse des Beocsiner Zementmergels abgeleitet.

B) In dem ca. 20 m mächtigen schlammigen Sandlager im Hangenden des Zementmergels, welches seiner Molluskenfauna nach den oberen Horizont der Pannonischen Stufe bildet, fand sich ein einziger Pflasterzahn von *Pycnodus* sp., welcher ebenfalls aus einer älteren Schicht des Gebirges eingewaschen wurde.

C) Aus dem Lignitflötze enthaltenden Paludinenton des nahen Cserevicser-Tales, welcher nach seiner Molluskenfauna die untere levantinische Stufe vertritt, werden Reste von Süßwasserfischen besprochen. Es sind dies: a) Hundezähne und Wirbelkörper von einer *Esox* sp.; b) ferner Schlundzähne und Wirbelkörper von *Cyprinus* und *Barbus*-Arten, welche näher nicht bestimmt werden konnten. Es ergibt sich daraus, daß in der Zeitperiode der levantinischen Stufe die südlichen Teile Ungarns durch Süßwasser bedeckt wurden.

14.

ÜBER DEN DURCHGANG VON HERTZSCHEN WELLEN DURCH ELEKTROLYTE.

Von IRENÄUS KÁROLY.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Mai 1904.

Die ebenen elektromagnetischen Wellen pflanzen sich ungeschwächt in den vollkommenen Isolatoren fort, erleiden jedoch eine Schwächung beim Durchgang durch Leiter; die Energie der Wellen geht dabei in JOULEsche Wärme über.

Die Grenztiefe, bis welche die HERTZschen Wellen in die Metalle eindringen können, wurde auf experimentellem Wege von BJERKNES* untersucht. Er fand, daß das Extinktionsvermögen der Metalle — der MAXWELLschen Theorie entsprechend — mit dem Leitungsvermögen und Magnetisierung zunimmt. Diese Tiefe ist jedoch sehr gering, ungefähr 0,01 mm und ist umso kleiner je schneller die Wellen schwingen. Das Grundprinzip seiner Messungen ist die mittels eines Elektrometers beobachtete Resonanz der verschiedenen Metalle. DRUDE** fand auf theoretischem Wege beinahe dasselbe Resultat.

J. J. THOMSON, J. STEFAN*** und NORDMANN bemühten sich das Verhältnis des Leitungs- und Absorptionsvermögens bei Elektrolyten experimentell zu bestätigen, um die Flüssigkeitsschicht zu bestimmen, durch welche die elektrischen Wellen noch durch-

* V. BJERKNES, *Wied. Ann.* 47, p. 69, 1892 und *Wied. Ann.* 48, p. 592, 1893.

** DRUDE, *Physik des Äthers* p. 480 u. 576.

*** *Wied. Beibl.* 13, p. 727; J. J. THOMSON, *Proc. Roy. Soc.* 45, p. 288, 1889.

dringen können. J. J. THOMSON* legte die Elektrolyte zwischen seinen kreisförmigen Vibrator und Resonator und untersuchte die Schichtdicke, die eben genügt, um den Funken des Resonators auszulöschen. Aus seinen experimentellen Angaben folgert er, daß die verschiedenen Schichtdicken, die noch die Wellen durchlassen, mit dem spezifischen Widerstand der Flüssigkeiten proportional sind. Wird das Durchlaßvermögen der verschiedenen Elektrolyten mit dem der Schwefelsäure (Dichte = 1,175) gemessen, deren 3—4 mm dicke Schicht noch Wellen durchläßt, so ist das Durchlaßvermögen des NH_4Cl (Dichte = 1,072) 1,53, des NaCl (1,183) 2,55, des KCl (1,55) 3,0, des NH_4NO_3 (1,173) 1,8, des K_2CO_2 (1,280) 3,2.

Nach den interessanten Versuchen von BRANLY** wurde der Kohärer von mehreren Forschern*** dazu benutzt, die Schwächung der Intensität der Wellen, die durch Elektrolyten gehen, auszuweisen. NORDMANN† hat dabei den Kohärer zuerst als Meßapparat angewandt. Er setzt den aus Goldpulver verfertigten Kohärer in die Mitte eines Quecksilber enthaltenden Holzgefäßes (später über das Quecksilber, dann aber durch eine Metallhülse bedeckt). Das eine Ende des Kohärers tauchte in das Quecksilber, das andere Ende ging in einen isolierten Draht durch das Quecksilber; von der Oberfläche des Quecksilbers ab, worauf das zu untersuchende Elektrolyt geschichtet war, steigt der Draht schon ganz blank lotrecht bis zu einer Höhe von 1,5 m in die Luft, um die 1—2 cm weit von ihm entstehenden Wellen zu empfangen, welche so nur durch die Flüssigkeit sich bis zum Goldpulver fortpflanzen können. Es sucht bei dieser Anordnung jene Dicke der Flüssigkeitsschicht, bei welcher die durchgedrungene Welle noch den Widerstand des Kohärers zu verkleinern vermag.

Er findet dabei, daß die durchlassende Dicke der verschie-

---

* *Wied. Ann.* 41, p. 400, 1890.

** BRANLY, *Paris C. R.* p. 785, 1890.

*** Bei DRUDE, J. KÁROLY diente der Kohärer mehr zu Demonstrationszwecken als zu Messungen.

† NORDMANN, *Paris C. R.* CXXXIII p. 339, 1901 und C. R. CXXXIV p. 417, 1902.

denen Elektrolyten mit der Abnahme des spezifischen Leitvermögens der Flüssigkeit zunimmt; diese Zunahme ist jedoch der Abnahme des Leitvermögens nicht proportional, sondern kleiner.

Die Resultate seiner Experimente sind folgende:

	E	$\frac{1}{R}$
H_2SO_4 (bei d. Max.-Leitvermögen 369 gr pro Liter)	5 mm	0,73
NaCl (gesättigte Lösung)	18 „	0,21
KCl (Normallösung, 74,54 gr pro Liter)	32 „	0,098
$MgSO_4$ (bei d. Max.-Leitvermögen 424 gr pro Liter)	41 „	0,049

E bedeutet die Grenztiefe, die die Welle in der Flüssigkeit erreichen kann; $\frac{1}{R}$ das Leitungsvermögen (bei Quecksilber 10690).

In der zweiten Abhandlung, welche die Untersuchung von normalen und verdünnten Lösungen von KCl enthält, bestätigt er seinen in der ersten Abhandlung begründeten Standpunkt. Die Resultate dieser neuen Messungen sind folgende:

	E	$\frac{1}{R}$
KCl (Normallösung)	32 mm	0,098
$\frac{1}{10}$ Normallösung	175 „	0,0119
$\frac{1}{50}$ „	494 „	0,00239
$\frac{1}{100}$ „	804 „	0,00122

NORDMANN vergleicht diesmal acht Daten seiner Messungen graphisch mit den Ausdrücken von MAXWELL und POINCARÉ. MAXWELL erhält aus der elektromagnetischen Lichttheorie für die Intensität der Welle, die durch eine Flüssigkeitsschicht von der Dicke Z und dem Leitungsvermögen R gedrungen ist, den Ausdruck $C^{-KZ\frac{1}{R}}$, POINCARÉ den Ausdruck $C^{-KZ\sqrt{\frac{1}{R}}}$.

NORDMANN hat daher drei Kurven konstruiert; die eine auf Grund des MAXWELLschen Ausdruckes, die zweite aus dem Ausdruck von POINCARÉ, die dritte für die Versuchsergebnisse; er findet, daß die MAXWELLsche Kurve die äußerste ist, ihr folgt die der Versuchsergebnisse und darauf die, welche aus den Versuchsdaten nach POINCARÉ berechnet wurde; in diesem wichtigen Umstande sieht er die Bestätigung der Theorie.

Die übrigen Forscher bemühen sich, den Absorptionskoeffizienten der Elektrolyten experimentell zu bestimmen.

G. UDNY JULE* erzeugt die elektrische Welle zwischen zwei Drähten und leitet sie so durch das Elektrolyt und bestimmt die Schwächung der durch das Elektrolyt gedrungenen Welle mit dem Elektrometer und Versuchsanordnung von BJERKNES**. Er bemerkte aber bald, daß er keine genauen Ergebnisse erzielen könne, weil die von den Enden des Drahtes und des Elektrolyts reflektierten Wellen interferieren. Mit vollkommenerer Methode und besserem Apparat wurde die Schwächung der Welle in den Elektrolyten von P. ZEEMANN*** gemessen. Die Welle ging durch das in ein langes Gefäß gegossene Elektrolyt, durch einen langen LECHERschen Leiter und wurde so von den Gefäßwänden nicht merklich reflektiert; die Intensität der Welle wurde mit dem Bolometer von PAALZOW-RUBENS† gemessen. Aus seinen Messungen ging hervor, daß Flüssigkeiten gleichen Leitungsvermögens das gleiche Absorptionsvermögen besitzen, und daß der Absorptionskoeffizient mit der Quadratwurzel des Leitungsvermögens und der reziproken Wellenlänge proportional ist.

A. EICHENWALD†† verbesserte die Methode ZEEMANNS und bestätigte durch seine Versuche die MAXWELLsche Theorie; DRUDE††† entwickelte die LECHERsche Methode weiter; K. WILDERMUTH wendet die ZEEMANNsche Methode auch bei kleinern Wellen an und beweist, daß bei Wellen mit der Schwingungszahl $21{,}10^{-10}$ das Absorptionsvermögen ausschließlich vom Leitvermögen der Flüssigkeit abhängig ist. Die DRUDEsche Methode wurde von E. MARX*† und COOLIDGE**† angewandt und vervollkommnet; COOLIDGE hat hauptsächlich dielektrische Konstanten gemessen. Der Absorptionskoeffizient des Wassers für elektrische Wellen

---

* *Wied. Ann.* 50, p. 742, 1893.
** BJERKNES, *Wied. Ann.* 44, p. 573, 1891.
*** P. ZEEMANN, *Wied. Beibl.* 20, p. 562, 1896 u. 21, p. 57, 1897.
† *Wied. Ann.* 37, p. 329.
†† Ebd. 62, p. 571, 1897.
††† Ebd. 60, p. 43, 1897 u. 58, p. 1, 1896.
*† Ebd. 66, p. 411.
**† Ebd. 69, p. 125.

wurde mit einer, von den bisherigen abweichenden, neuen Methode von P. PFEIFFER* bestimmt, der — ähnlich wie man die Absorption des Lichtes mißt — den Absorptionskoeffizienten aus dem Verhältnis zwischen den Intensitäten der einfallenden und austretenden Welle bestimmt hat, sowohl für die fortschreitende, als auch für die reflektierte Welle.

Die Frage, ob das Durchlassungsvermögen der Elektrolyten den MAXWELLschen oder den POINCARÉschen Ausdruck bestätigt, kann experimentell einerseits nur auf Grund einer einwandsfreien Methode, andererseits nur durch Anwendung eines Apparates beantwortet werden, der empfindlicher und in seiner Funktionierung beständiger ist, als die bisherigen. Meine Versuche, die ich diesbezüglich zwei Jahre hindurch angestellt habe, überzeugten mich davon, daß der von mir ausgeführte Kohärer mit einem Kontakte in jeder Hinsicht diesem Zwecke entspricht. Ich habe deshalb den von mir im Jahre 1900 verfertigten und im Jahre 1901** beschriebenen Demonstrationsapparat zu einem Meßapparat umgewandelt, der diese Frage beantworten sollte.

Anstatt des aus Metallstückchen bestehenden Kohärers mit mehreren Kontakten habe ich einen sehr empfindlichen, zuverlässigen und gleichmäßig funktionierenden*** Kohärer mit einem einzigen Kontakte konstruiert, welcher in Genauigkeit und gleichmäßiger Funktionierung nicht nur die Kohärer aus Metallspähnen, sondern auch die übrigen einkontaktigen Kohärer weit übertrifft. Die Kohärer mit mehreren Kontakten werden nämlich mit der Zeit müde, d. h. sie reagieren nach längerer Benützung weder so stark noch so genau, wie anfangs; vielmehr verhalten sie sich nach Einwirkung von mehreren Funken nicht nur unsicher, sondern oft sogar ganz entgegengesetzt, als unter der Einwirkung des ersten Funkens.

---

* Neue Methode zur Messung der elektrischen Dispersion und Absorption bei Drahtwellen, Kolozsvár 1904.

** I. KÁROLY, Absorption von elektrischen Wellen, *Mathematikai és Physikai Lapok* (ungarisch) Jahrg. 1901, p. 230.

*** I. KÁROLY, Erzeugung von elektrischen Wellen durch Veränderung des Widerstandes im galvanischen Stromkreis, *Math. és Phys. Lapok*, Jahrgang 1903, p. 119.

Die von LODGE und V. v. LANG* konstruierten einkontaktigen Kohärer haben eben den Nachteil, daß sie nach dem Schütteln die Empfindlichkeit verlieren und von neuem eingestellt werden müssen, und daß überhaupt die kleinste Bewegung schon ausreicht den Widerstand des Kohärers wieder zu vergrößern. Der von H. TAYLOR** konstruierte sehr empfindliche, einkontaktige Kohärer hat wiederum den Nachteil, daß er nach der kleinsten mechanischen Erschütterung erklingt und selbst auf einer großen eisernen Unterlage, mit Kupfer vollständig umhüllt, die Einwirkungen der Wellen empfindet. Mein Kohärer ist von all diesen Nachteilen frei, und ich kann seine Empfindlichkeit regulieren und konstant erhalten.

Bei den mit den hier untersuchten analogen Absorptionserscheinungen entspricht ein guter einkontaktiger Kohärer besser den Anforderungen, als der HERTZsche Resonator oder die ZEHNDERsche Röhre, oder die von KLEMENCIC und LEBEDEW angewandte thermoelektrische Säule, oder auch der von RUBENS und RITTER angewandte Bolometer; wenigstens entsprachen diese Apparate bei den Versuchen meinen Erwartungen nicht. Zur Charakterisierung der Empfindlichkeit meines Kohärers bemerke ich, daß z. B. eine durch den Funken eines 3 m entfernten elektrischen Glöckleins erzeugte Welle nach Durchgang einer 2 m dicken Säule aus Leitungswasser dieselbe Änderung im Widerstande des Kohärers verursacht als dieselbe Welle, wenn sie direkt durch die Luft geht. Die Zuverlässigkeit des Kohärers kann durch die Sicherheit geprüft werden, mit welcher er jedesmal auf die Ladung reagiert, die 1 dm weit von einer in den städtischen dreiphasigen Stromkreis von 150 Volt Spannung eingeschalteten, nichtbrennenden Glühlampe isoliert aufgehängter 1 dm langer, $^1/_4$ mm starker nackter Kupferdraht von der städtischen Leitung erhält, wenn man den Kupferdraht mit einem Leiter berührt, der mit dem einen Ende des Kohärers verbunden ist.

Bei meinem Apparate geschieht sowohl die Zuführung der

---

* *Wied. Ann.* 57, p. 34, 1896.

** *Elektrotechn. Zeitschr.* 36, p. 717, 1903.

elektrischen Welle durch das Elektrolyt zum Kohärer, als Einschaltung der Enden des Kohärers in den Stromkreis,

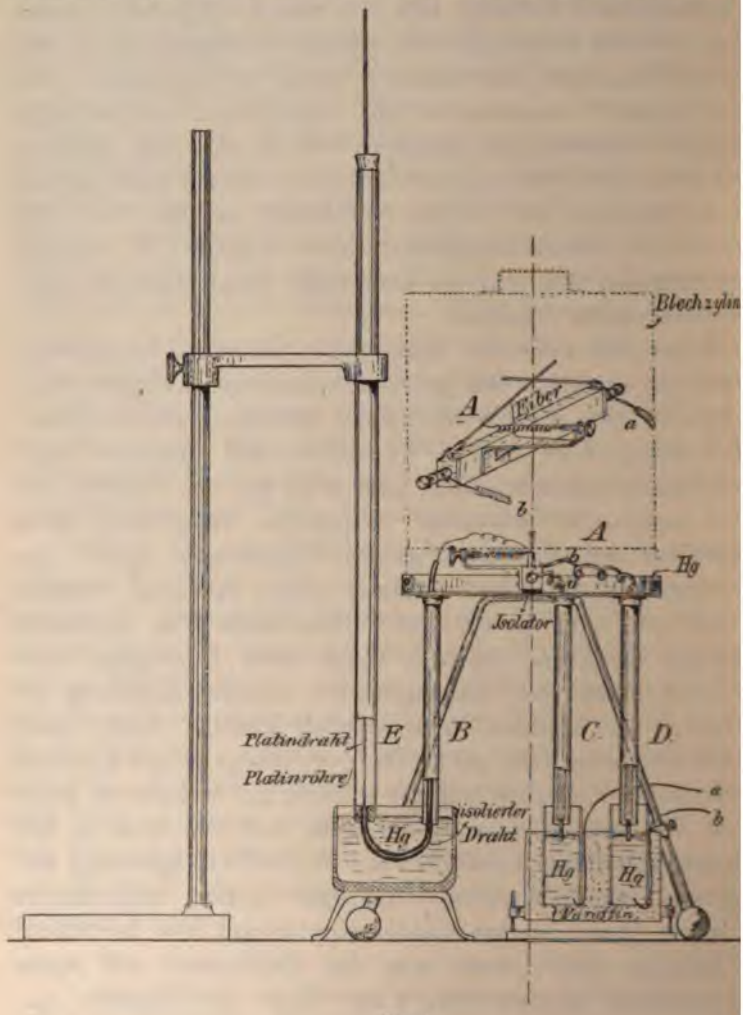


Fig. 1.

auch die vollständige Isolierung des Kohärers, von den in Luft sich fortpflanzenden Wellen sehr einfach und in vollkom zuverlässiger Weise, ebenso die Entfernung der benutzten Fl keit von der Versuchsröhre. Die das Elektrolyt enthaltende

tinröhre und der durchgehende dünne Platindraht verändern keineswegs das Leitvermögen der Flüssigkeit, sodaß die Notwendigkeit nicht vorliegt, dasselbe zu bestimmen. Es genügt, sich von zuverlässigen Quellen chemisch reine Salze zu verschaffen und das der gewünschten Verdünnung entsprechende Leitvermögen des Elektrolyts aus den Tabellen von KOHLRAUSCH zu entnehmen. Man kann übrigens das Leitvermögen in der Röhre

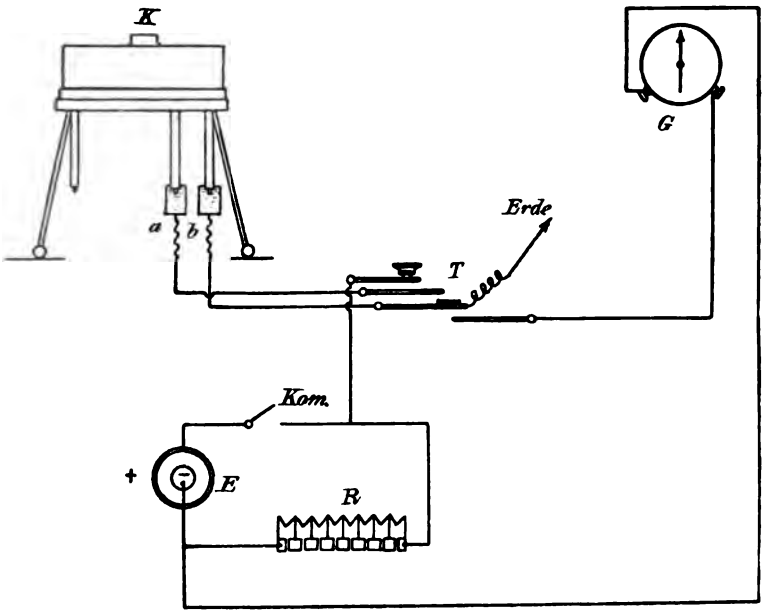


Fig. 2.

selbst mit der WHEATSTONEschen Brückenkombination kontrollieren, denn das untere Ende der Platinröhre steht mit dem Quecksilber nicht in Berührung, wir haben daher die bei der Berührung verschiedener Metalle auftretenden Kräfte nicht zu befürchten.

Meine Versuchsanordnung war die folgende (s. Fig. 1 u. 2): In eine auf eisernen Füßen ruhende eiserne Scheibe (Durchmesser 15 cm, Dicke $\frac{1}{2}$ cm) führen drei dünnwandige, zur Scheibe gelötete eiserne Röhren; um den Rand der eisernen Scheibe befindet sich ein 2 mm breiter und 2 mm tiefer, bis zur Hälfte mit

Quecksilber gefüllter Eisentrog, in den der 10 cm hohe und 15 cm breite Eisendeckel eingesetzt werden kann. Der einkontaktige Kohärer steht auf isolierter Grundlage auf der eisernen Scheibe und die mit seinen Enden verbundenen, jeder für sich isolierten Leiter werden durch die zwei benachbarten eisernen Röhren geführt. Die Enden dieser Leiter sind aus Platin und tauchen in zwei voneinander getrennte 4 cm hohe, 1,5 cm breite, bis zu $^3/_4$ mit Quecksilber gefüllte Röhren, jedoch so, daß dabei die eisernen Röhren das Quecksilber nicht berühren. Mit der in Fig. 4 abgebildeten Vorrichtung können die mit Quecksilber gefüllten Glasröhren soweit gehoben werden, daß das Quecksilber die Eisenröhren in der Höhe von wenigstens 1 cm bedeckt. In diesem Falle — wenn auch der Eisendeckel aufgesetzt ist — können nicht einmal die stärksten Wellen den Kohärer erreichen. Durch die dritte Eisenröhre des eisernen Gefäßes geht ein isolierter Leiter von einem Ende des Kohärers in ein 5 cm breites, 4 cm hohes mit Quecksilber gefülltes Glasgefäß, welches das untere Ende der Eisenröhre metallisch verschließt und von da in die Platinröhre, in welcher die Wellenabsorption der Elektrolyte untersucht wird.

Dieser Leiter ging isoliert durch das Quecksilber; ein Platindraht wurde ihm angelötet; dieser ging durch einen isolierten Stöpsel, der in das untere Ende der Platinröhre eingesteckt war, in die Versuchsröhre und zwar sogleich nach Verlassen des Stöpsels ohne Isolation lotrecht hinauf in die freie Luft, wo er eine Höhe von ca. 100 cm erreicht. Hier empfängt er die in einem Abstande von 2—3 dm erzeugten elektrischen Wellen und leitet sie durch das Elektrolyt bis zum Kohärer. Die elektrische Welle, die sich auf der Oberfläche des Platindrahtes fortpflanzt, muß, um den Kohärer zu erreichen, die Absorption des Elektrolytes überwinden, wirkt also auf den Kohärer mit geschwächter Intensität; die Schwächung derselben ist vom Durchlaßvermögen der Flüssigkeit abhängig. Die zwei Enden des Kohärers, welche in zwei voneinander getrennte, mit Quecksilber gefüllte Glasgefäße tauchen, sind mit Hilfe des Quecksilbers mittels isolierter Leiter in jenem Zweig des von einem RAOULTschen Normalelement gespeisten Stromkreises verbunden, in welchen der DEPREZsche Spiegelgal-

vanometer eingeschaltet ist; im andern Zweige sind beständig 5 Ω eingeschaltet. In der nicht verzweigten Leitung befindet sich ein Kommutator, und im Zweige, welcher den Kohärer enthält, zwei EDELMANNsche Unterbrecher. Bei der objektiven Ablesung steht die Skala 1 m weit vom Spiegel des Galvanometers; bei

Fig. 3.

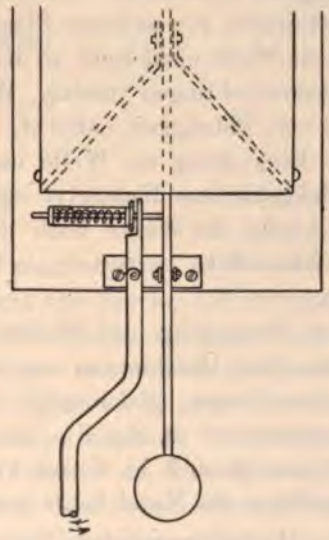


Fig. 4.

normalem Zustande des Kohärers (bei unendlich großem Widerstande) steht die Nadel beständig auf 0; nach Einwirkung der durch die Luft gehenden Welle beträgt der Ausschlag immer 110 Skalenteile, auch nach Hunderten von Versuchen. Wenn wir so den der Intensität der Welle entsprechenden Kohäreffekt mit den Ausschlägen der Galvanometernadel bestimmen, dann geht die Welle sowohl durch den Leiter der beiden mit Quecksilber gefüllten Glasgefäße, als auch durch die Flüssigkeit, denn der

Kohärer ist beständig mit dem Metalldeckel verschlossen. Wird die Intensitätsschwächung der durch die Flüssigkeit gehenden Welle beobachtet, so werden die mit Quecksilber gefüllten Gefäße soweit gehoben, bis das Quecksilber die Eisenröhren in einer Höhe von mindestens 1 cm bedeckt, sodaß in diesem Falle die Welle sich nicht durch die Luft bis zum Kohärer fortpflanzen kann. Die Änderung des Kohärerwiderstandes, der Ausschlag der Galvanometernadel hängt also von der Intensität der durch die Flüssigkeit gedrungenen Welle ab. In die Platinröhre wird 0,1 cm^3-weise solange Flüssigkeit eingegossen, bis der Kohärer seinen unendlich großen Widerstand behält, also die Galvanometernadel beständig auf 0 verbleibt. Die Höhe des in diesem Augenblicke in der Platinröhre vorhandenen Flüssigkeit ist die Grenzhöhe, durch welche die Welle nicht mehr zu durchdringen resp. keinen Kohärereffekt hervorzubringen vermag. Wird jedoch von der Platinröhre nur 0,1 cm^3 Flüssigkeit entfernt, so reagiert bereits der Kohärer auf die Einwirkung der Welle und die Nadel schlägt aus. Das so zurückgebliebene Elektrolyt ergibt jene Flüssigkeitsmenge resp. Höhe, welche die Wellen noch durchläßt, sodaß dieselben noch den Kohärereffekt hervorbringen und daher die Nadel ablenken können.

Zur Erzeugung der Wellen diente eine WIMSHURSTsche Maschine (der Durchmesser der Scheibe betrug 30 cm) und ein sehr zuverlässiger, gleichmäßig funktionierender Oszillator von K. L. LINDMANN* (s. Fig. 3). Zur Änderung des Kohärerwiderstandes genügt auch in diesem Falle ein mäßiges Anklopfen des Eisengefäßes: die Nadel kehrt sofort auf 0 zurück.

Die Wellenlänge betrug 20 cm; vor jeder Ablesung habe ich fünf Funken erzeugt. Der Stromkreis wurde nur in dem Momente geschlossen, als die Ablesung geschah; ferner habe ich den Kohärer auch bei unterbrochenem Strome erschüttert. Die Länge der Platinröhre betrug 39,5 cm; ihr Kubikinhalt war vom Stöpsel an gerechnet 45,5 cm^3; 0,1 cm^3 Flüssigkeit entsprach also einer Höhe von 0,87 mm.

---

* K. L. LINDMANN, *Ann. der Phys.* 4, p. 617, 1901 und DRUDE, *Ann. der Phys.* 7, p. 826, 1902.

Bei den Versuchen wurden die folgenden Elektrolyte benutzt:

5 % KCl
10 % KCl
15 % KCl
20 % KCl
KCl Normallösung (7,14 %)
$\frac{\text{KCl Normallösung}}{2}$
$\frac{\text{KCl Normallösung}}{5}$
$\frac{\text{KCl Normallösung}}{10}$
$\frac{\text{KCl Normallösung}}{20}$
$\frac{\text{KCl Normallösung}}{50}$
15 % NaCl
25 % NaCl
10 % $CuSO_4$.

Aus der folgenden Tabelle geht klar hervor, daß zwischen dem Durchlaß- und Leitvermögen der Elektrolyte ein enger Zusammenhang besteht. Denselben Leitvermögen entsprechen dieselben Durchlaßhöhen, einem größern Leitvermögen ein kleineres Durchlaßvermögen. Um diesen Zusammenhang graphisch darzustellen und mit der Theorie zu vergleichen, habe ich die Kurven sowohl nach dem MAXWELLschen, als auch nach dem POINCARÉschen Ausdruck aufgezeichnet, damit daraus durch Vergleichung mit der experimentell gefundenen Kurve hervorgehen soll, welcher Ausdruck den experimentellen Ergebnissen näher stehe. Bei den Kurven sind als Abszissen die Leitvermögen der Elektrolyte, als Ordinaten die in Millimetern ausgedrückten Höhen der Elektrolyte, welche noch die Wellen durchlassen, aufgetragen worden. Ich habe die Leitvermögen aus den KOHLRAUSCHschen Tabellen übernommen. Ich habe von MERCK (Darmstadt) die reinsten Substanzen bezogen und die Lösungen genau den KOHLRAUSCHschen Tabellen entsprechend hergestellt, und in der Tat wurden in der

Die Versuchsresultate.

Prozent	Leitvermögen (Ω^{-1} cm^{-1}) des Elektrolyts	Durchlaßmenge (cm)^3 des Elektrolyts	Durchlaßhöhe (mm) des Elektrolyts
	KCl		
5 %	0,069	7,6	66,12
10 %	0,136	5,5	48,00
15 %	0,202	4,7	40,89
20 %	0,268	3,6	31,32
	Normal-KCl-Lösung und -Verdünnungen		
Normallösung	0,098	5,9	51,33
1/2 „	0,0512	8,3	72,28
1/5 „	0,0216	14,4	125,28
1/10 „	0,0112	17,9	155,73
1/20 „	0,00579	26,8	233,16
1/50 „	0.0024	41,0	336,00
	NaCl		
15 %	0,164	4,5	39,15
25 %	0,214	4,3	37,41
	$CuSO_4$		
10 %	0,032	10,7	93,09

Platinröhre keine Änderungen wahrgenommen. Die so hergestel Lösungen wurden noch an demselben Tage zu den Versu benutzt.

Um die Theorie mit dem Experiment zu vergleichen, d als Ausgangspunkt das Leitvermögen einer 5 prozentigen Lösung: 0,069 und das Versuchsergebnis: 7,6 cm^3 für die M der durchlassenden Schicht. Auf diese beiden Daten wurde Theorie entsprechend die Menge der durchlassenden Schicht zogen und die Ordinaten sowohl für die MAXWELLschen, als für die POINCARÉschen Ausdrücke erhalten.

Ich habe nämlich das größere Leitvermögen mit dem vermögen 5 proz. KCl-Lösung dividiert, hierauf mit dem Quoti die Durchlaßmenge der 5 proz. KCl-Lösung (7,6 cm^3) geteilt, dies ergab die Ordinate entsprechend dem MAXWELLschen drucke in cm^3. Um die entsprechende Größe in cm^3 für POINCARÉschen Ausdruck zu erhalten, habe ich 7,6 cm^3 mi

Quadratwurzel dividiert. War das Leitvermögen des fraglichen Elektrolyts kleiner als das der 5 proz. KCl-Lösung, dann habe ich letzteres durch das erstere dividiert und mit dem Quotienten resp. mit dessen Quadratwurzel das der 5 proz. KCl-Lösung entsprechende Versuchsergebnis multipliziert. — Die so erhaltenen cm^3 habe ich sodann mit der einem cm^3 entsprechenden Höhe (8,7 mm) multipliziert und so die Durchlaßhöhen in Millimetern erhalten.

Die Resultate dieses Vergleichs sind in Fig. 5 und in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Die Versuchsergebnisse und die daraus theoretisch abgeleiteten Resultate.

Prozent	Versuchsergebnisse: Leitvermögen ($\Omega^{-1}cm^{-1}$) des Elektrolyts	Versuchsergebnisse: Durchlaßmenge (cm^3) des Elektrolyts	Versuchsergebnisse: Durchlaßhöhe mm des Elektrolyts	Theoretische Resultate: Poincarésche Durchlaßmenge (cm^3) des Elektrolyts	Theoretische Resultate: Poincarésche Durchlaßhöhe mm des Elektrolyts	Theoretische Resultate: Maxwellsche Durchlaßmenge (cm^3) des Elektrolyts	Theoretische Resultate: Maxwellsche Durchlaßhöhe mm des Elektrolyts
			KCl				
5 %	0,069	7,6	66,12	7,6	66,12	7,6	66,12
10 %	0,136	5,5	48,00	5,48	47,68	3,85	33,6
15 %	0,202	4,7	40,89	4,42	37,5	2,596	22,62
20 %	0,268	3,7	31,32	3,85	33,5	1,956	17,1
			Normal-KCl-Lösung und Verdünnungen				
Normallösung	0,098	5,9	51,33	6,35	55,68	5,35	46,54
1/2 „	0,0512	8,3	72,28	8,61	76,56	10,26	89,26
1/5 „	0,0216	14,4	125,28	13,6	118,32	24,24	210,9
1/10 „	0,0112	17,9	153,73	18,9	164,43	46,82	407,3
1/20 „	0,00579	26,8	233,16	26,3	228,81	90,74	789,4
1/50 „	0,0024	41,0	336,7	40,75	354,52	218,5	1900,95
			NaCl				
15 %	0,164	4,5	39,15	4,9	42,63	3,19	27,8
25 %	0,214	4,3	37,41	4,32	37,58	2,45	21,4
			$CuSO_4$				
10 %	0,032	10,7	93,09	11,5	100,05	16,42	142,85

Die so erhaltenen Daten und die daraus konstruierten Kurven bestätigen ganz ausdrücklich die POINCARÉsche Theorie gegenüber der MAXWELLschen.

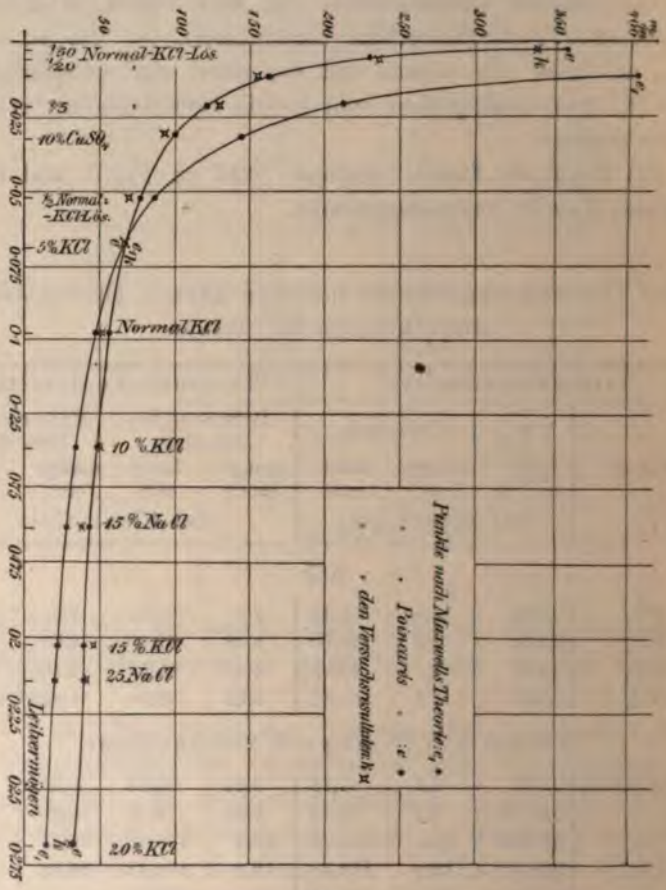


Fig. 5.

Das Durchlaßvermögen der Elektrolyte ist mit der Quadratwurzel des spezifischen Leitvermögens verkehrt proportional.

SITZUNGSBERICHTE.*

I. In den **Sitzungen der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften** wurden vom Oktober 1904 bis Juni 1905 von den nachbenannten Autoren die folgenden Arbeiten vorgelegt:

Sitzung am 17. Oktober 1904.

1. Josef Krenner, o. M.: *Inesit von Nagybánya.*
2. Julius Istvánffy, k. M.: *Über die Lebensfähigkeit der Borytissporen.*
3. Ludwig Schlesinger, k. M.: *Beiträge zur Theorie der Systeme linearer homogener Differentialgleichungen* (I. Mitteilung).
4. Philiph Lenard, k. M. und Virgil Klatt: *Über die Erdalkaliphosphore* (s. p. 1—34 dieses Bandes).

Sitzung am 14. November 1904.

1. Andreas Högyes, o. M: *Bericht über die Tätigkeit des Budapester Pasteurinstitutes in 1903.* (S. p. 78—81 dieses Bandes.)
2. Ludwig Winkler, k. M.: *Die Veränderung des Absorptionskoeffizienten der Gase mit der Temperatur.*

Sitzung am 12. Dezember 1904.

1. Maurus Réthy legt die neue Ausgabe des II. Bandes von Wolfgang Bolyai *Tentamen* vor, die er in Gemeinschaft mit Josef Kürschák und Béla v. Tötössy redigiert hat.
2. Rudolf v. Kövesligethy, k. M.: *Die Berechnung seismischer Elemente.* (S. p. 42—77.)

---

* In dieser Abteilung geben wir eine Übersicht der in den Sitzungen der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und der kgl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft gelesenen Arbeiten, Vorträge und Vorlesungen. Ein Teil derselben ist entweder dem ganzen Umfange nach oder in längerem Auszuge im vorangehenden Teile dieses Bandes enthalten; dieser Umstand ist auch bei den betreffenden, hier der Vollständigkeit wegen angeführten Titeln angedeutet.

3. Ludwig Schlesinger, k. M.: *Beiträge zur Theorie der Systeme linearer homogener Differentialgleichungen.* (II. Mitteilung.)
4. Koloman Tellyesniczky: *Der ruhende Kern und die Teilung des Kerns.*

Sitzung am 16. Januar 1905.

1. Peter Treitz: *Untersuchung des Bodenschlammes des Balaton-Sees.* Vorgelegt vom o. M. Ludwig Lóczy.
2. Koloman Ernszt: *Die chemische Zusammensetzung des Bodenschlammes und des Grundbodens des Balaton-Sees.* Vorgelegt vom k. M. Alexander Kalecsinszky.
3. Michael Bauer: *Ein Beitrag zur allgemeinen Theorie der algebraischen Größen.* Vorgelegt vom k. M. Gustav Rados.
4. Ludwig Schlesinger, k. M.: *Über isoliertwertige Funktionen.*

Sitzung am 13. Februar 1905.

1. Friedrich Reusz: *Beiträge zur Anatomie und Physiologie des Kleinhirnes der Tauben.* Vorgelegt vom o. M. Ferdinand Klug.
2. Ernst Tézner: *Über die Abhängigkeit der Schleimabsonderung von verschiedenen physiologischen Verhältnissen.* Vorgelegt vom k. M. Ferdinand Klug.
3. Eugen Bernátsky: *Monographie der heimischen Asparagus-Arten.* Vorgelegt vom o. M. Julius Klein.
4. Leopold Fejér: *Das Ostwaldsche Prinzip in der Mechanik.* Vorgelegt vom k. M. Gustav Rados.
5. Franz Tangl, k. M. und Stefan Weiser: *Über den Glyzeringehalt des Blutes.*

Sitzung am 13. März 1905.

1. Michael Lenhossék, o. M.: *Über die Entwicklung der peripherischen Nervenfasern.*
2. Ladislaus Hollós, k. M.: *Die unterirdischen Pilze Ungarns.* Antrittsvortrag.
3. Béla Alexander: *Die Untersuchung der Knochen in der Hand mittels X-Strahlen.*
4. Lorant Lengyel: *Ein Beitrag zur Thermodynamik der Pepsinverdauung.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.

Sitzung am 10. April 1905.

1. Karl Zimányi, k. M.: *Kristallographische Untersuchung des Cinnabarites.* Antrittsvortrag.
2. Maurus Hoór, k. M.: *Neuere Beobachtungen über die dielektrischen Nachwirkungserscheinungen.*

3. Michael Bauer, k. M.: *Über das Puiseuxsche Polygon.* Vorgelegt vom k. M. Gustav Rados.
4. Paul Dienes: *Zur Theorie der analytischen Funktionen.* Vorgelegt vom k. M. Gustav Rados.

Sitzung vom 15. Mai 1905.

1. Eugen Daday, k. M.: *Übersicht der Mikrofauna der Süßwässer von Paraguay.*
2. Rudolf v. Kövesligethy, k. M.: *Das Erdbeben von Ceram.*
3. Ludwig Schlesinger, k. M.: *Zur intrinsequen Geometrie der zweidimensionellen Mannigfaltigkeiten.*
4. Zoltan Toborffy, *Epidot aus dem Val di Vin.* Vorgelegt vom o. M. Josef Krenner.
5. Samuel Hönig: *Das Gesetz der Atomanziehung.* Vorgelegt vom k. M. Maurus Réthy.
6. Julius Kiss: *Über den Zusammenhang der gärungverhindernden Wirkung mit der chemischen Gruppe der Elemente.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.

Sitzung am 20. Juni 1905.

1. Julius König, o. M.: *Über die Grundlagen der Mengenlehre und das Kontinuumproblem.*
2. Josef Kürschák, k. M.: *Die Existenzbedingungen des verallgemeinerten kinetischen Potentials.*
3. Eugen Daday, k. M.: *Eine neue in Fischen parasitisch lebende Infusorie.*
4. Michael Bauer: *Affektlose Gleichungen.* Vorgelegt vom o. M. Julius König.
5. Ireneus Juvancz: *Zur Theorie der Grundoperationen der Arithmetik.* Vorgelegt vom o. M. Julius König.
6. Alexander Lichtenberg: *Zur Entwicklung und Histologie des männlichen Harnrohres.* Vorgelegt vom o. M. Ludwig Thanhofer.

II. In den Sitzungen der Königl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft wurden die folgenden Vorlesungen gehalten:

A) Fachsektion für Zoologie.

(Referiert von Alexander von Gorka.)

Sitzung am 7. Oktober 1904.

1. L. v. Méhely meldet mit aufrichtiger Trauer den am 2. Oktober erfolgten Tod Alfred Nehrings, Professor an der landwirtschaft-

lichen Hochschule zu Berlin und gedenkt zugleich der wissenschaftlichen Verdienste Nehrings. Die Denkrede erschien dem ganzen Umfange nach in *Állattani Közlemények* (III. Bd. 1904, p. 226—229).

2. Al. Gorka spricht über *die physiologische Funktion der Speicheldrüsen der Weinbergschnecke (Helix pomatia L.)*. Nach seinen physiologisch-chemischen Untersuchungen reagiert der reine Speichel stark alkalisch, ist stets glycogenfrei und enthält chemisch nachweisbares Mucin. Die Speicheldrüse speichert viel Glycogen auf; die Menge des aufgespeicherten Glycogens beträgt 5,03 % seiner Trockensubstanz. Verf. folgert daraus, daß die Speicheldrüse der Schnecken bei der Glykogenbildung und Glykogenaufhäufung eine fast ebenso hervorragende Rolle spielt, wie die Leber der Gastropoden. Die Speicheldrüse bildet auch diastatische Enzyme, auf deren Wirkung aus Stärke, Glykogen und Dextrin, also aus Polysacchariden, Erythrodextrin, Maltose und endlich Traubenzucker entsteht. Der so entstandene Traubenzucker ist aber nur zu gewissen Zeiten nachweisbar, da später durch die Einwirkung der ebenfalls von der Speicheldrüse produzierten Zymase aus dem Traubenzucker Äthylalkohol entsteht. Die Speicheldrüse enthält ein besonderes Enzym (Zymase), das aus Stärke, Glykogen, Dextrin und Traubenzucker Äthylalkohol entstehen läßt. Der Vortrag erschien dem ganzen Umfange nach in ungarischer Sprache in *Állattani Közlemények* (III. Bd. 1904, p. 211—226); in deutscher Sprache in *Mathem. u. Naturwiss. Berichte aus Ungarn* (XXIII. Bd. 1905, p. 156—177).

3. L. v. Méhely hält einen Vortrag über *eine neue Eidechsenart*, die er im südwestlichen Teile von Kroatien, im Klekgebirge und bei Jaszenák entdeckt und zu Ehren des Direktors der zoologischen Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums Dr. Géza v. Horváth als *Lacerta Horváthi* benannt hat. Der Vortragende schildert eingehend die morphologische Eigentümlichkeit der neuen Art, ihre geographische Verbreitung und Lebensweise, sowie ihre phylogenetischen Beziehungen. Zum Schluß demonstriert er einige lebende Exemplare derselben. Die Abhandlung ist, mit 5 Textabbildungen und mit 1 Tafel versehen, in *Állattani Közlemények* (III. Bd. 1904, p. 193—210) und in *Annales Musei Nationalis Hungarici* (II. Bd. 1904, p. 362—377) erschienen.

Sitzung am 11. November 1904.

1. E. Csiki berichtet „*Über die Verbreitung von Trochosa singoriensis Laxm. in Ungarn*". Laut Verf. wurde diese gewaltige Spinnenart in Ungarn im Jahre 1888 von K. Chyzer an der untern Donau bei Drenkova entdeckt. Seither ist dieselbe in Bázias, Temes-Kubin, Plosicz, Mezöhegyes, Hódmezövásárhely, Öcsöd, Hajdudorog,

Nyék, Sajó-Kaza und neuerdings in Déva gefangen worden. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist diese Spinnenart von der rumänischen Ebene entlang des Donau-Tales nach Ungarn eingedrungen. Der Vortrag erschien in *Állattani Közlemények* (IV. Bd. 1905, p. 97—100).

2. G. v. Horváth demonstriert die vorzüglichen *Raupenpräparate* von Friedr. Cerva (Budapest).
3. J. Lósy berichtet über seine im Auftrage des Ungar. Ackerbauministeriums angestellten mehrjährigen Studien über *das Vorkommen des Maikäfers in Ungarn*. Laut den Berichten der offiziellen landwirtschaftlichen Berichterstatter, der Förster und landwirtschaftlichen Lehranstalten kommt der Maikäfer in Ungarn Jahr für Jahr in großer Menge vor. Der allgemeine große Flug fiel auf das Jahr 1899 und das darauf folgende dritte Jahr 1902. Hinsichtlich des Maikäferfluges nehmen das Gebiet jenseits der Donau und die Komitate Ung und Bereg eine Ausnahmestellung ein; im letzteren ist nämlich die Flugzeit auf die Jahre 1901 und 1904 gefallen, während im ersteren der Maikäfer im Jahre 1900 aus dem Wiener Becken, im darauffolgenden Jahre aber aus Kroatien in großer Menge eingedrungen ist. Schließlich gedenkt Verf. der Varietäten des Maikäfers, die er in instruktiver Zusammenstellung demonstriert. Laut seiner Angabe leben in Ungarn drei Maikäferarten, d. i. *Melolontha vulgaris*, *M. hippocastani* und *M. pectoralis*, wovon letztere bloß in den Komitaten Arad, Temes und Krassó-Szörény vorkommt.
4. L. v. Méhely schildert auf Grund eigener Sammelreisen und Studien die herpetologischen Verhältnisse des Mecsekgebirges (Ungarn, jenseits der Donau) und der Kapela (Kroatien). Von den beobachteten und studierten Arten sind für die Fauna von Ungarn folgende neu: *Salamandra atra* Laur., welchen der Vortragende bei Vrelo (Komitat Modrus-Fiume) in 25 Exemplaren gesammelt hat; ferner *Molge cristata* Laur., subspecies *Karelinii* Strauch., *Vipera berus L.*, var. *bosniensis* Bttg., *Molge vulgaris L.* subsp. *Kapelana* n. subsp. und *Lacerta viridis* Laur. var. intermedia n. var., welch letztere Subspecies bezw. Varietäten auch für die Wissenschaft neu sind. Der Vortrag erschien dem ganzen Umfange nach in ungarischer Sprache in *Állattani Közlemények* (III. Bd. 1904, p. 241—289); in deutscher Sprache in *Annales Musei Nationalis Hungarici* (III. Bd. 1905, p. 256—316).

Sitzung am 2. Dezember 1904.

1. L. Biró spricht über *die Fauna der Höhlen des Komitates Bihar* und legt in Begleitung seines Vortrages zwei neue blinde Käfer vor, deren einen er nach Alex. Mocsáry, dirigierendem Kustos am Kgl. Ungar. Nationalmuseum, *Pholeuon Mocsáryi*, den andern aber zu Ehren des verdienstvollen Erforschers der Biharer Höhlen, Julius

v. Czárán, Gutsbesitzer im Komitate Arad, *Pholcuon Czáráni* benannt hat. Der Vortrag wurde durch Vorlage von photographischen Aufnahmen und diverser Präparate illustriert.

2. Als Ergänzung des vorigen Vortrags spricht E. Csiki über *die blinden Höhlenkäfer*. Nach Darstellung der morphologischen Verhältnisse derselben weist er die in Ungarn neu entdeckten vier Arten vor, deren eine er mit dem Namen *Anophthalmus Bíróí* belegt hat.
3. Th. Kormos demonstriert Batrachierlarven aus Ägypten, an welchen er die interessante Beobachtung gemacht hat, daß die Resorption des Schwanzes schon vor dem Erscheinen der vorderen Gliedmaßen beginnt. (Vgl. *Állattani Közlemények* IV. Bd. 1905, p. 100—103.)

Sitzung am 13. Januar 1905.

1. Géza Entz senior hält seinen Schlußvortrag über „*Farben der Tiere und Mimicry*". Der Vortragende befaßt sich mit der eigentlichen Mimicry und geht von der Tatsache aus, daß in der Organismenwelt die Ähnlichkeit in Form, Farbe und Zeichnung eine ziemlich allgemeine und gewöhnliche Erscheinung sei. Nicht nur die einem Stamm entsprossenen Blutsverwandten, sondern auch ihrer Abstammung nach einander sehr fernstehende gleichen sich; einzelne Tiere sind sogar dem Teile anderer Tiere, Pflanzen oder Pflanzenteilen, sowie Pflanzen, Tieren oder Teilen des Tierkörpers ähnlich. Allein die Ähnlichkeit ist in vielen Fällen bloß derart, daß sie nur den oberflächlichen Beobachter für einen Augenblick irre leitet, zuweilen erstreckt sie sich auf so geringfügige minutiöse Details, die auch für die Irreleitung eines aufmerksamen Beobachters für übertrieben erscheinen und auch vom Standpunkte der Mimicrytheorie übertrieben sind, weil sie die Grenzen der Notwendigkeit überschreiten. Aus der Ähnlichkeit aber kann in den meisten Fällen nachweisbar weder der Nachahmer, noch der Nachgeahmte positiven Nutzen ziehen. Es ist häufig der Fall, daß wehrlose Tiere, andere ebenso wehrlose, Wassertiere die Landtiere, Tiere von kleiner oder gar mikroskopisch kleiner Form große Tiere, andere, die ein verborgenes Leben führen, frei umherwandelnde, Tiere fernliegender Weltteile einander, jetzt lebende die längst ausgestorbenen nachahmen. Zudem beruht die ganze Mimicrytheorie auf der anthropomorphen Auffassung, daß die Tiere ebenso fühlen, ebenso kombinieren, ebenso urteilen und irren, wie der Mensch.

Nach den Erörterungen des Verf. läßt sich die Entwicklung der Mimicry unter keinen Umständen mit der natürlichen Zuchtwahl erklären, denn jene zufällig entstehenden geringfügigen Veränderungen, deren Summierung durch eine lange Reihe von Generationen zu einer wirklich nützlichen Ähnlichkeit führen könnte, sind anfänglich so belanglos und gering, daß man ihre Entwicklung

und ihren Bestand nur mit Voraussetzung einer gewissen Zielstrebigkeit erklären könnte und damit würde in die Erklärung der Naturerscheinungen abermals jenes metaphysische Prinzip eingeschmuggelt, dessen Beseitigung eine der größten Errungenschaften der neueren Naturforschung bildet.

2. Der Vorsitzende Géza Entz senior meldet, daß das Mandat des Redakteurs von „*Állattani Közlemények*“ abgelaufen ist, worauf die Sektion Ludwig v. Méhely auf weitere drei Jahre (1905—1908) einstimmig zum Redakteur erwählt.
3. Zoltán Szilády und Alexander Gorka unterbreiten ihre Anträge behufs der weiteren Herausgabe der bibliographischen Zusammenstellung der ungarischen zoologischen Litteratur. Beide Anträge wurden einer Kommission, bestehend aus den Herren G. Horváth, L. v. Méhely, G. Entz, K. Kertész und A. Gorka, übergeben.

Sitzung am 3. Februar 1905.

1. Alexander Gorka legt die Abhandlung K. J. Tunners vor: *Die Morphologie des männlichen Geschlechtsapparates und der osmotische Druck des Blutes von Cybister laterimarginalis de Geer.*

Verf. bietet eine eingehende anatomisch-histologische Beschreibung des männlichen Geschlechtsapparates von *Cybister laterimarginalis*. Den osmotischen Druck des Blutes hat Verf. nur darum festzustellen gesucht, um auf Grund dessen eine entsprechende isotonische Fixierungsflüssigkeit zusammenstellen zu können. In anatomischer Hinsicht bestätigt Verf. die Resultate der diesbezüglichen Untersuchungen früherer Forscher (Dufour, Suckow usw.). In histologischer Beziehung beanspruchen hauptsächlich folgende Beobachtungen eine besondere Erwähnung.

In den Hoden fand Verf. niemals reife, vollständig entwickelte Spermatozoen, sondern bloß Spermatiden, welche sich am Ende des Röhrenteiles der mit den Hoden verbundenen Nebenhoden zu Spermatozoen bilden. Dieser Endteil der Nebenhoden birgt zur Paarungszeit Tausende von Spermatozoen, die hier schon paarweise mit dem Kopfteil verwachsen sind und derart Doppelspermatozoen bilden, wie sie Ballowitz bei *Dytiscus marginalis* beobachtet hat. In den Hoden spielen sich somit bloß die Teilungs- und Wachstumsphasen der Spermatogenesis ab, wogegen der Reifungsprozeß im obern Teile der Nebenhoden vor sich geht und der Ablagerungsplatz der Spermatozoen in der untern Hälfte der Nebenhoden liegt, die im Gegensatz zum obern Teil ganz mit flachem Epithel versehen ist.

Der obere, mit einem geräumigeren Lumen versehene Teil der Anhangsdrüse ist von weniger drüsiger Natur, als der mittlere Teil, in welchem durch außerordentlich hohe Epithelzellen jenes charakteristische Sekret ausgeschieden wird, welches meistens nur im obern,

beträchtlich erweiterten Teile flüssig wird und nach der Ansicht des Verfs zur Verdünnung des Spermas dient. An der Basis der Anhangsdrüsen, unmittelbar an der Einmündung des mit den Nebenhoden zusammenhängenden Vas deferens, zieht eine ansehnliche Anschwellung die Aufmerksamkeit auf sich. Auf Grund seiner Untersuchungen ist Verf. geneigt, dieser Anschwellung die physiologische Bedeutung einer Vesicula seminalis zuzuschreiben. Am Vereinigungspunkte der beiden Anhangsdrüsen ist eine sehr interessant eingerichtete Schließvorrichtung angebracht, dessen wesentlicher Teil ein mit Muskeln im Zusammenhange stehender Chitinkeil ist, welcher im Ruhezustand der Muskeln den Spermatozoen den Weg nach außen vollständig verschließt, dagegen bei Zusammenziehung der Muskeln den Weg nach außen, oder besser gesagt, gegen den Penis öffnet.

Den osmotischen Druck hat Verf. in Ermangelung entsprechenden Untersuchungsmaterials nicht an *Cybister laterimarginalis*, sondern an *Hydrophilus piscus* bestimmt und gefunden, daß derselbe 6—7 Atmosphärendruck beträgt. Auf Grund dessen empfiehlt er zur Fixierung der Käfergewebe als stets bewährte Fixierungsflüssigkeit die Mayersche Flüssigkeit, wovon man 100 ccm mit 20 ccm destilliertem Wasser verdünnt.

2. Der Vorsitzende Géza Entz senior legt den Besicht der aus der vorigen Sitzung entsendeten Kommission vor. Derselbe gipfelt darin, daß die Bibliographie der ungarischen zoologischen Litteratur im Anschluß an die bisherigen Bände (von 1870—1900) für die Jahre 1901—1905 noch separat und nur ungarisch, aber, vom Jahre 1906 angefangen, als jährliche Beilage der *Állattani Közlemények* auch in einer fremden Sprache herausgegeben werden soll. Zum Redakteur des nächsten Bandes wurde Alexander Gorka erwählt.

Sitzung am 3. März 1905.

1. Eduard Ulbrich legt seine *Beobachtungen über die Lepidopteren von Isaszegh* vor, wobei er auf einige neue und seltene Aberrationen hinweist, nämlich: *Pieris Daplidice* L. ab. *Raphani* Esp. im August ein ♂, welcher mit Exemplaren aus Tunis vollständig übereinstimmt. *Argynnis Aglaja* L. im Juli ein ♀ mit sehr viel schwarzer Zeichnung. *Argynnis Adippe* L. ein Exemplar mit grüner Färbung der Unterseite, wahrscheinlich var. *Chlorodippe* H. S. *Melanargia Galatea* L. mit fahlbrauner Zeichnung. *Lycaena Coridon* Poda ab. *Tiphys* Esp., ab. *cinnus* Hb., ab. *marginata* Tutt., ab. *punctata* Tutt., ab. *aurantia* Tutt. (♀), ab. *striata* Tutt., ab. *obsoleta* Tutt. und ab. *suavis* Schulz, ferner eine aberrierende Form mit schwarzem Mittelfleck auf dem Vorderflügel.
2. Ernst Csiki demonstriert die „*Morphocaraben Ungarns*“ und er-

örtert die morphologischen Merkmale, auf denen die Einteilung dieser Gruppe beruht.

3. Ludwig Soós interpretiert die *„Hauptprinzipien der Mollusken-phylogenie“* und gibt eine kritische Zusammenfassung unserer Kenntnisse über die phyletische Herleitung und Entwicklung der Mollusken.

Sitzung am 7. April 1905.

1. Ernst Csiki legt *„Vier neue Coleopteren aus Ungarn und eine aus Bosnien“* vor. Die Arten werden charakterisiert und mit ihren Verwandten verglichen.
2. Ludwig v. Méhely schildert *„Huftiere, die auf Bäumen leben“*. Im Anschluß an *Procavia valida* True, welche Art das Königl. Ungar. Nationalmuseum von K. Katona aus dem Gebiete des Kilima-Ndjaro erhalten hat, bespricht der Vortragende die verwandschaftlichen Beziehungen, welche die Procaviidae mit den primitiven Insectivoren, ferner mit den Creodonten und Condylarthren verbinden und gelangt zu der Ansicht, daß die Procaviiden für den letzten Ausläufer des Condylarthrenstammes zu betrachten sind.
3. Zufolge einer Zuschrift des Ausschusses der Kgl. Ung. Naturwiss. Gesellschaft wird eine Kommission, bestehend aus den Herren G. Entz sen., G. Horváth, L. Méhely, St. Rátz und K. Kertész, entsendet, die sich mit folgenden Fragen zu beschäftigen hat: a) Auf welche Weise könnten solche Gebiete, die naturhistorische Spezialitäten beherbergen, dem nivellierenden Einflusse der modernen Kultur entzogen werden? b) Wie wäre eine planmäßige Erforschung der einzelnen Landesteile durchführbar?

Sitzung am 5. Mai 1905.

1. Ludwig Aigner berichtet über *„Neue Formen der ungarischen Lepidopteren-Fauna“*. Auf Grund vieljähriger Beobachtungen beschreibt und benennt der Vortragende die folgenden neuen Formen: *Aporia Crataegi* ab. *Kogi* (ganz schwarz), *Melitaea Cincia* ab. *Horváthi* (dunkel), ab. *Uhryki* (fast zeichnungslos), ab. *Mocsáryi* (mit zerflossener Zeichnung), *Melitaea Phoebe* Kn. ab. *Geyeri* (wenig gezeichnet), *Argynnis Dia* L. ab. *Hudaki* (Unterflügel fast ganz schwarz), *Melitaea Didyma* O. ab. *Fischeri* (wenig gezeichnet), *Melanargia Japygia* Hbst. ab. *immaculata* (wenig gezeichnet), *M. Galatea* L. ab *Franzenaui* (mit fahlbrauner Zeichnung), *Lycaena Bellargus* Rott. ab. *Czekellii* (graublau), ab. *parvipunctata* (unten mit wenig Augen), ab. *confluens* (unten mit verbundenen Augenflecken), *Hypogymma morio* L. ab. *Nátlyi* (fahle Färbung), *Calophasia casta* Bkh. ab. *Bíróí* (sehr dunkel), *Boarmia gemmaria* Brahm ab. *Rebeli* (schwarz), *Arctia caja* L. ab. *flava* (Hinterflügel gelb), *Arctia Hebe* L. ab

Wassii (Hinterflügel gelb), *Zygaena carniolica* Sc. ab. *Vángeli* (mit ungerandeten Flecken); ferner *Chilades trochilus* Frr. var. *grisea* (Cypern) und *Thecla Ilicis* ab. *Founteinei* (Tunis). Die beiden letzteren sind licht gefärbt.

2. Zoltan Szilády legt eine Abhandlung über „*Tiernamen in der ungarischen Volkssprache*“ vor.
3. Vidor Tafner liefert „*Beiträge zur Milbenfauna Ungarns*“ und zählt die seit dem Erscheinen des Faunenkatalogs (Fauna Regni Hungariae, Budapest 1906, Bd. Arthropoda) entdeckten, für Ungarn bisher nicht nachgewiesenen Milben-Arten auf und beschreibt deren vier neue, und zwar: *Analges intermedius*, *Oribata globuloides*, *O. Apáthyi* und *Notaspis hungarica*. Der Vortrag erschien dem ganzen Umfange nach in *Állattani Közlemények* (IV. Bd., 1905, p. 140—152. Mit 15 Figuren).

B) Fachsektion für Botanik.

(Referiert von J. Bernátsky.*)

Sitzung am 12. Oktober 1904.

1. Nach Begrüßung der Versammelten und Eröffnung des neuen Sitzungszyklus seitens des Vorsitzenden Julius Klein erfolgt die Wahl eines zweiten Vorsitzenden an Stelle des verstorbenen Mitgliedes M. Staub. Auf Grund des Wahlergebnisses wurde S. Mágocsy-Dietz zweiter Vorsitzender.
2. G. Fábiáns (Székesfehérvár) Arbeit „*Ein interessanter Maisstengel*“ wird vorgelegt von K. Schilberszky. Es handelt sich hauptsächlich um einen Blütenstand von *Zea Mays*, dessen unterer Teil einen gewöhnlichen weiblichen Kolben vorstellt, am obern Teil sind aber männliche Blüten vorhanden; die Spitze des Kolbens wird abermals von weiblichen Blüten eingenommen.
3. Ö. Nagy (Szászváros) sandte einen Bericht ein, in dem ebenfalls von einem teratologisch ausgebildeten Maiskolben die Rede ist; der betreffende Kolben trug an seinem ganzen obern Teil, auch an der Spitze, männliche Blüten. Außerdem wird in dem Bericht eines Kürbisstengels Erwähnung getan, der an hochgradiger Fasziation litt und an dessen Spitze eine große Anzahl männlicher Blütenknospen zu einem quastenartigen Gebilde vereint war.
4. A. Fanta (Székesfehérvár) legt eine Weintraube (*Chasselas-rouge*) vor, an der mehrere grüne Beeren mit scharf gekennzeichneten roten Streifen zur Entwicklung gelangten. J. Klein erklärt die Erscheinung, indem er auf die Fremdbestäubung hinweist und in Er-

* Mit Berufung auf die Sitzungsberichte erschienen in *Növénytani Közlemények* 1904—1905.

innerung bringt, daß bekanntlich an Maiskolben zwischen obligaten gelben Körnern auch graue, selbst auch bunte erscheinen.

5. M. Futós (Kolozsvár) Arbeit „*Polypodium vulgare L. und Polypodium vulgare β serratum Willd.*“ wird vorgelegt von J. B. Kümmerle. Der im Titel in zweiter Reihe genannten Form wird in den meisten Werken eine untergeordnete systematische Bedeutung zuerkannt. Erst von Christ wird sie als subspecies hingenommen. Verfasser untersuchte sie eingehend und kommt zu dem Resultat, daß auf Grund der morphologischen Gestaltung des Wedels, der Aderung und des Sporangiumringes ein so prägnanter Unterschied zwischen *P. vulgare L.* und *β serratum Willd.* zu konstatieren ist, daß letztere Form nicht bloß eine „südliche Rasse“ oder „mediterrane Unterart“, sondern eine selbständige gute Art repräsentiert.
6. M. Péterfis (Déva) Arbeit „*Die Torfmoose Ungarns*“ wird vorgelegt von K. Schilberszky.
7. H. Rehms (München) Arbeit „*Contributiones mycologicae ad floram Hungariae*“ wird vorgelegt von B. Augustin. Die Arbeit enthält eine Anzahl neuer Arten.
8. A. Scherffel (Igló) bespricht unter dem Titel „*Chionaster nivalis (Bohlin) Wille in der Hohen-Tátra*“ diesen, bisher von den Schneefeldern Skandinaviens bekannten Schneebewohner; er entdeckte ihn in einer vom Gymnasiallehrer R. Roth bei den „Fünf Seen“ in der Hohen Tátra gesammelten Schneeprobe, wo „roter Schnee“ nicht zugegen war. *Chionaster nivalis* kommt somit auch auf nicht-rotem Schnee vor. Es ist auf Grund mehrerer anderer Funde anzunehmen, daß dieser Organismus in der Hohen Tátra allgemein verbreitet ist.
9. J. Tuzson (Budapest) zeigt vor und erklärt „*einen neuen mikroskopischen Meßapparat*“, der auch in der „*Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie*“ näher beschrieben wurde.
10. Schriftführer J. B. Kümmerle liest ein während der Ferien eingelaufenes Schreiben von Ignaz Gerstner, Probst-Pfarrer zu Pápa-Teszér vor. Die botanische Sektion hatte seinerzeit für die gelegentlich eines Ausfluges der Sektion in den Bakonyer Wald von Gerstner gewährte gastlich-liebenswürdige Aufnahme ein Dankschreiben an ihn gerichtet. Gerstner gibt in dem vorgelesenen Schreiben seiner Freude Ausdruck, der botanischen Sektion und somit auch der Wissenschaft einen Dienst erwiesen zu haben.

Der Schriftführer meldet schließlich, daß Professor Paul Ascherson in Berlin gelegentlich seines 70. Geburtstages auch seitens der Sektion telegraphisch begrüßt wurde.

Sitzung am 9. November 1904.

1. A. Kerékgyártó (Budapest) hält einen Vortrag: „*Die Blütenpflanzen Ungarns in bezug der Farbe*“. Nach Zählungen des Verf. verteilen

sich die Pflanzen mit farbigen Blüten in Ungarn folgendermaßen: weiß 32,87 %, gelb 27,47 %, rot 20,7 %, blau 12,32 %, lila 6,85 %, braun 0,42 %.

2. J. B. Kümmerle hält einen Vortrag über „*Marsilea quadrifolia in der Flora von Budapest*". Vortragender fand im Herbarium des Ungarischen Nationalmuseums ein Belegexemplar für die Tatsache, daß wenigstens vor Jahren *Marsilea quadrifolia* auch in der Nähe von Budapest vorkam. Daran anknüpfend verhandelt er die Nomenklatur dieser Pflanze und gelangt zu dem Resultat, daß ihr richtiger Name *Lemma quadrifolia (L.) Lam.*, der von *Salvinia natans* aber *Marsilea natans L.* zu lauten hätte.

Zum Schlusse werden noch mehrere geschäftliche Angelegenheiten der Sektion erledigt.

Sitzung am 14. Dezember 1904.

1. E. Gombócz legt seine Arbeit über „*Die Pflanzengeographie und die Flora des Soproner Komitates*" vor. Der erste Teil der Arbeit handelt über die geographischen Verhältnisse, der zweite über die Geschichte der botanischen Erforschung, der dritte über die Verteilung der Vegetation des Komitates. Es werden insgesamt 1561 Phanerogamen und 26 Pteridophyten namhaft gemacht.
2. G. Lengyel berichtet über neuere Erscheinungen in der Flora der Umgebung von Budapest.
3. S. Mágocsy-Dietz legt einige *Taxus*-Zweige vor, die Professor D. Laczkó vom Miklóspálhegy bei Szentgál, Veszprémer Komitat, eingesandt hatte. Es geht daraus hervor, daß *Taxus baccata* in in jener Gegend tatsächlich noch wild vorkommen dürfte.
4. Die Arbeit G. Moesz' (Brassó) „*Pflanzenteratologische Nachrichten aus Brassó*" wird vorgelegt von N. Filarszky. In der Arbeit sind auch mehrere bisher gänzlich unbekannte pflanzenteratologische Fälle angemerkt.
5. R. Rapaics hält einen Vortrag über die geschichtliche Einteilung der ungarischen botanischen Literatur. Es sprachen zu dem Gegenstand noch die Herren J. Ernyey und S. Mágocsy-Dietz. Sie gaben der Ansicht Ausdruck, daß die vom Vortragenden in Vorschlag gebrachte Einteilung einer näheren Prüfung unterzogen werden solle.
6. F. Gabnay berichtet über die Vermögenslage der Sektion und zum Schluß dieser letzten Sitzung im laufenden Jahre wünscht der Vorsitzende Julius Klein den Versammelten ein glückliches neues Jahr.

Sitzung am 11. Januar 1905.

1. B. Augustin hält einen Vortrag: „*Beiträge zur Kenntnis der Entwicklung und vergleichenden Anatomie der Paprikafrucht*". Vor-

tragender befaßt sich sowohl mit der Entwicklung der Blütenteile, insbesondere der Antheren, des Pollen und der Narbe, als auch mit der Frucht selbst. In letzterer entwickelt sich nach ihrer vollkommenen Ausbildung ein „verkorktes Collenchym", nachträglich die Capsaicin enthaltenden Drüsen und der Farbstoff. Das „verkorkte Collenchym" erreicht bei den verschiedenen Paprikasorten eine verschiedene Dimension, es kann aus bloß 1, aber auch aus 7—8 Zellschichten bestehen.

2. J. Ernyey bespricht ein Werk von Szikszai Fabricius (Kovács) aus dem Jahre 1590, das vom Standpunkte der Geschichte der ungarischen Botanik einiges Interesse beansprucht.

3. J. Tomek hält einen Vortrag über den Zusammenhang zwischen *Ozonium stuposum Pers.* und *Agaricus (Collybia) velutipes Curtis.* Nach dem Vorkommen auf Bäumen im botanischen Garten der Universität in Budapest zu schließen, scheint erstere Art das sterile Mycelium des letztern Pilzes vorzustellen.

Zum Schlusse verliest der Schriftführer J. B. Kümmerle einen ausführlichen Bericht über die Tätigkeit der botanischen Sektion in dem in mehreren Hinsichten hervorragenden Jahre 1904.

Sitzung am 8. Februar 1905.

1. G. Lengyel hält einen Vortrag unter dem Titel: „*Floristische Beiträge aus dem nördlichen Teil des Heveser Komitates*". Was bisher aus diesem Komitat floristisch bekannt war, bezog sich fast ausschließlich auf das Mátragebirge, dagegen war sowohl die südlich davon gelegene Ebene als auch der nördliche, gebirgige Teil des Komitates nahezu ganz unbekannt. So ist es nicht zu verwundern, daß Verf. 450 für das Komitat neue Pflanzenarten namhaft machen konnte; darunter werden die folgenden besonders hervorgehoben: *Equisetum maximum Lam.* form. *serotinum (A. Br.); Melica transsylvanica Schur., Agropyrum trichophorum (Link.) Richt., Iris graminea L., Quercus sublobata Kit., Rosa caryophyllacea Bess.* form. *Zalána Wiesb., Rosa dumetorum Thuill., Hypericum acutum Mönch, Astrantia major L., Scrophularia Neesii Wirtg., Campanula persicifolia L.* var. *hispida Lej., Achillea lanata Sprg., Centaurea spuria Kern., Cirsium rákosiense Simk. (palustre × horidum).*

2. S. Mágossy-Dietz hält einen Vortrag über *die Fichte in der Tátra* und weist zugleich eine Anzahl am Standort aufgenommener Photographien vor, die namentlich die Einwirkung des Windes auf den Wuchs der Fichte veranschaulichen.

Vortragender zeigt ferner mehrere Photographien vor, die den Unterschied zwischen der Vegetation des dunklen geschlossenen und des lichten Waldes charakteristisch erkennen lassen.

3. A. Szigethi-Gyula hält einen Vortrag unter dem Titel: „*Beiträge*

zur Anatomie der Vitiswurzel mit besonderer Rücksicht auf die durch die Phylloxera verursachte Beschädigung". Die Anzahl, Größe und Form der Wurzelhaare ist bei den verschiedenen *Vitis*-Arten nicht gleich, sodaß infolgedessen die Saugkraft bei den europäischen und den amerikanischen Rebensorten eine verschiedene ist. Noch mehr veränderlich ist die Zahl der Gefäßbündel bei ganz gleichem Alter der Wurzel. Infolge der Reblausbeschädigung schwellen die betroffenen jungen Wurzelteile stark an, es erscheinen die bekannten knotenartigen mehr oder minder gekrümmten Anschwellungen, die aber bei den amerikanischen *Vitis*-Arten bei weitem nicht in dem Maße auftreten, wie bei den einheimischen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die anatomische Struktur, namentlich der Rindenteil der Einwirkung der Phylloxera bedeutend bessern Widerstand leistet.

Zu dem Gegenstand sprechen J. Tuzson und S. Mágocsy-Dietz und als Resultat eines längeren Ideenaustausches wird insbesondere eine Einigung betreffs der ungarischen anatomischen Fachausdrücke erzielt, indem die ungarische Botanik die botanisch-anatomischen Ausdrücke hauptsächlich der deutschen Literatur entlehnte, die Ampelographen dagegen mehr der französischen Literatur folgten.

4. L. Thaisz zeigt seine in Angriff genommene Arbeit unter dem Titel: „*Vorarbeiten der Flora des Csanáder Komitates*" vor und bespricht die Ergebnisse seiner bisherigen Forschungen über dieses, bisher sehr wenig durchforschte Komitat.

Sitzung am 8. März 1905.

1. B. Augustin bespricht unter dem Titel: „*Untersuchungen über die ungarische Seifenwurz*" die anatomischen Verhältnisse der Wurzel von *Gypsophila paniculata* im Vergleich mit denen der Wurzel von *Glycyrrhiza echinata*. In neuerer Zeit kam es öfter vor, daß die Seifenwurzdroge mit der genannten in Ungarn stellenweise massenhaft auftretenden *Glycyrrhiza*-Art verfälscht wurde. Sowohl morphologisch als auch anatomisch und auch chemisch sind beide voneinander sicher zu unterscheiden.

Zu dem Gegenstand sprechen Julius Klein und F. Gabnay.

2. Á. Kerékgyártó hält einen Vortrag unter dem Titel: „*Die Wärmesummen inbezug auf die pflanzengeographische Verbreitung von Castanea vesca*". Mit Benutzung der von M. Staub vielfach angewandten Wärmeschwelle — 0^0 — berechnete Verf. die für die Blütezeit und Fruchtreife von *Castanea* nötige minimale, optimale und maximale Wärmesumme von 103 Orten. Am Festlande beträgt das Minimum der Blütezeit 1000^0 C., der Fruchtreife 2500^0, das Maximum der Fruchtreife 6000^0. In der Folge unterscheidet Vortragender sechs Zonen, und zwar kommt *Castanea* in der ersten Zone wild und spontan vor, tritt auch waldbildend auf. In der

zweiten Zone wird der Baum angepflanzt, verwildert aber auch. In der dritten wird er angepflanzt und reift die Früchte unbedingt jedes Jahr. In der vierten ist die Fruchtreife nicht sicher. In der fünften wird *Castanea* als Zierbaum gehalten und bringt niemals reife Früchte. In der sechsten Zone endlich findet man *Castanea* bloß als Strauch. Auf den Britischen Inseln beträgt aber das Minimum der Blütezeit 800°, der Fruchtreife 2000°, so daß also die Wärmesummen allein nicht als maßgebend betrachtet werden dürfen.

An den Vortrag anknüpfend fügen S. Mágocsy-Dietz, Julius Klein, J. Tuzson und K. Schilberszky mehrfache Bemerkungen namentlich zur Frage des Wertes der Wärmesummen, der maßgebenden Wärmeschwelle und einiger modifizierenden Nebenbedingungen hinzu.

3. Z. Szabós in Breslau beendigte Arbeit „*Einige Pflanzen aus dem Kaukasus*" wird vorgelegt von L. Thaisz.
4. J. Wolcsánskys Arbeit: „*Beiträge zur Moosflora Ungarns*" wird vorgelegt von K. Schilbersky.
5. S. Mágocsy-Dietz hält einen Vortag „*Über die Frucht von Paliurus aculeatus Lam.*" Auf Grund der Herbarexemplare des botanischen Gartens der Universität in Budapest konnte Vortragender feststellen, daß die Breite des Flügels der *Paliurus*-Frucht veränderlich ist. Von Fiume erhielt Vortragender sogar eine ungeflügelte *Paliurus*-Frucht. Ob es sich dabei um bisher vielleicht übersehene spezifische Unterschiede handelte, ist noch näher zu erforschen.

Schriftführer J. B. Kümmerle teilt schließlich mit, daß die Reihenfolge der Vortragenden in den botanischen Sitzungen wie bisher auch in Zukunft nach alphabetischer Ordnung festgesetzt wird und davon nur aus besonders wichtigen Anlässen abgesehen werden kann.

Sitzung am 12. April 1905.

1. S. Mágocsy-Dietz hält einen Vortrag: „*Über die Gestalt des Blattes von Convolvulus arvensis L.*" Das Laubblatt dieser Pflanze ist außerordentlich veränderlich. Als Grundtypus hat man die pfeilförmige Gestalt zu betrachten, von der ausgehend eine ganze Reihe Übergangsgestalten zu anderen Formen beobachtet werden können. Da zwischen den extremen Formen nicht nur Übergangsstadien zu finden sind, sondern erstere zuweilen auch auf ein und demselben Individuum auftreten, so ist es durchaus verfehlt, auf Grund der Blattgestalt systematische Formen aufzustellen. So sind u. a. die im Sommer auf Weinreben sich windenden Exemplare der Pflanze zumeist mit sehr breiten Blättern begabt, wogegen die im Herbste dem Boden anliegenden Exemplare durch sehr schmale Blätter aus-

gezeichnet sind. Vortragender schließt aus seinen Beobachtungen darauf, daß die auffallende Veränderung des Blattes von *Convolvulus arvensis* in klimatischen und terrestrischen Verhältnissen ihre Ursache hat und wir es somit hier mit einem sicheren Falle von Anpassung zu tun haben.

L. v. THAISZ bekräftigt letztere Ansicht des Vortragenden und betont besonders die Fragwürdigkeit der Berechtigung dessen, daß auf Grund der verschiedenen Blattgestalt neue systematische Formen aufgestellt und diese mit eigenen Namen belegt werden.

2. S. JÁVORKA berichtet „*Über einen Bastard zwischen Vinca herbacea WK. und V. minor L. im Herbarium des botanischen Gartens der Universität in Budapest*", der im Gebirge bei Budapest gefunden und von seinem Entdecker F. SÁNDOR *Vinca hybrida* benannt wurde.

Es folgen amtliche Beratungen und Verhandlungen, u. a. auch in bezug der Erhaltung der Naturdenkmäler in Ungarn und der Erforschung der einheimischen Vegetation.

Sitzung am 10. Mai 1905.

1. K. BALKÁNYIS (Debreczen) Arbeit: „*M. FAZEKAS als Naturforscher*" wird vorgelegt von A. KUBACSKA. Die Arbeit ist für die Entwicklung der ungarischen Botanik von Interesse.
2. R. SZTANKOVITS hält einen Vortrag unter dem Titel: „*Beiträge zur Anatomie der Frucht der einheimischen Quercus-Arten*" und behandelt die Anatomie der Früchte von *Quercus pedunculata* EHRH., *Qu. sessiliflora* SM., *Qu. lanuginosa* LAM., *Qu. conferta* KIT. und *Qu. Cerris* L. mit besonderer Berücksichtigung der systematisch wertvollen Charaktere.

Sitzung am 30. Mai 1905.

1. Vorsitzender J. KLEIN berichtet schmerzerfüllt über das Ableben des Mitgliedes der botanischen Sektion, B. KONTÚR, der namentlich mit seinen der biblischen Geschichte entnommenen Themen botanischen Inhalts die ungarische botanische Literatur bereicherte.
2. N. FILARSZKY hält einen Vortrag „*Über unsere Crocus-Arten mit zweifelhafter Benennung*". Vortragender ist der Meinung, daß die in Ungarn verbreitete, durch ihre großen Perigonblätter an eine *Iris* erinnernde, in KERNERS Flora exsiccata Austro-Hungar. XXXV, 1902, unter dem Namen *C. banaticus* ausgegebene *Crocus*-Art richtigerweise entweder *C. byzantinus (BARK.) KER.* oder aber *C. iridiflorus HEUFFEL* zu heißen hat. Ferner sollte richtigerweise für die von HEUFFEL *C. banaticus* benannte Art dieser Name aufrecht erhalten bleiben, weswegen die für diese Arten aufgestellten Namen *C. Heuffelianus HERB.* und *C. Heuffelii KÖRN.* keinerlei Berechtigung haben. Schließlich weist Vortr. darauf hin, daß *C. banaticus HEU.*

var. *scepusiensis* Tehm. et Woloszczak zu streichen ist, indem das Merkmal dieser angeblichen Varietät „differt a typo fauce perigonii parce pilosa" auf falscher Beobachtung ruht, somit auch die Zipser Pflanze dem reinen Typus von *C. banaticus* entspricht.

3. J. Györffys (Makó) Arbeit „*Hymenostylium curvirostre (Ehrh.) Lindb. var. β scabrum Lindb. etc.*" wird vorgelegt von K. Schilberszky.

4. J. Quint legt seine Arbeit „*Die Bacillarien des Römerbades nächst Budapest*" vor. Er konnte insgesamt 147 Arten, darunter sechs neue, feststellen.

S. Mágocsy-Dietz hebt bezüglich der vom Verf. vorgelegten Arbeit hervor, daß sie aus dem unter der Leitung Professor J. Vángels stehenden biologischen Laboratorium des kgl. ung. Pädagogiums stammt, aus dem in neuerer Zeit schon mehrere botanische Arbeiten wissenschaftlichen Inhalts hervorgegangen sind.

Schließlich berichtet K. Schilberszky über die Vorkehrungen betreffs der im Interesse der Mitglieder des in Wien zusammentretenden botanischen Kongresses seitens der kgl. ung. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu arrangierenden Ausflüge in Ungarn.

C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie.

(Referiert von Dr. Friedrich von Konek.)*

Sitzung am 25. Oktober 1904.

1. A. Zaitschek hielt einen Vortrag: *Zur Biochemie der Milch.* Er fand, daß der Pseudonukleingehalt verschiedener Milcharten bei künstlicher Verdauung mit Pepsinsalzsäure ein verschiedener ist. Die Frauen-, Stuten- und Eselsmilch ergibt keinen wägbaren Pseudonukleinrückstand, während bei Kuhmilch, auf 100 g Kaseïn berechnet, rund 8 g, bei Ziegenmilch 10 g und bei Büffelmilch 12 g Pseudonukleïn zurückbleiben. Ähnliche Unterschiede zeigte die Verdauung der rein dargestellten Kaseïne. Die pepsinsalzsauren Kaseïnlösungen werden durch Konzentration, durch Antiseptika, sowie durch die Art und Weise ihrer Bereitung wesentlich beeinflußt. Pepton, Pepsin, Trypsin oder glykolytische Enzyme wurden in den untersuchten Milcharten nicht gefunden, hingegen gelang der Nachweis eines stärkeverzuckernden diastatischen Enzyms in frischer Milch.

2. Th. v. Kosutány erstattete seinen Bericht: *Über die bisherigen Erfolge der die chemischen Untersuchungsmethoden landwirtschaftlicher*

* Diese Referate sind ursprünglich in der Chemikerzeitung erschienen.

Produkte zusammenfassenden Tätigkeit, und schlug die Wahl mehrerer Fachkommissionen vor.

3. Der Vorsitzende K. v. THAN legte eine Mitteilung des Komitees für den VI. internationalen Kongreß für angewandte Chemie zu Rom vor und ersuchte einige Herren zur Bildung eines Komitees in Budapest, das die Aufgabe hätte, sich mit dem römischen Zentralkomitee in ständiges Einvernehmen behufs Erledigung aller kongreßlichen Angelegenheiten zu setzen.

Sitzung am 29. November 1904.

1. J. PFEIFFER spricht *über Braunkohlengas*. Er berichtet über seine im Gaswerke der Stadt Komárom ausgeführten praktischen Versuche, nach welchen sich das aus Braunkohlen (Tata) erhaltene Gas zur Speisung von Auerbrennern ebensogut eignet, wie das aus schlesischen Kohlen erzeugte sogen. Ostrauer Gas, das hier zu Lande bei der weitaus größten Anzahl städtischer Leitungen noch immer Verwendung findet. Da das ungarische Braunkohlengas infolge seines bedeutend höheren Kohlensäure- und niedrigeren Wasserstoff- und Methangehaltes spezifisch mehr als zweimal so schwer ist wie das Ostrauer Gas, so muß man, um den Auerbrennern die erforderliche Lichtstärke zu geben, dieses Gas unter weitaus stärkerem Gasometerdruck in die Leitungen pressen. Der verhältnismäßig hohe Schwefelgehalt der ungarischen Kohle bedingt fernerhin eine sorgsamere Entschwefelung dieses Leuchtgases, damit dessen Schwefelgehalt die gesetzlich festgestellte Norm nicht überschreite. Bei Innehaltung dieser wichtigsten Kautelen kann ungarisches Braunkohlengas in Auerbrennern ebenso gut verwendet werden, wie Steinkohlenleuchtgas.
2. B. SZILÁRD besprach die *neueren Verfahren zum Entwickeln der photographischen Platten bei Tageslicht*. Nach der älteren LUMIÈRE'schen Methode sind es hauptsächlich die mit Croceïn, Phenolphthaleïn und Luteol arbeitenden, die der Vortragende praktisch erprobte und vervollkommnete. Die so erzielten, sehr gelungenen Bilder erregten allgemeinen Beifall.

Sitzung am 20. Dezember 1904.

1. A. LEOPOLD hielt einen Vortrag *über Kaolinbestimmung im Ton*. Der Vortragende skizzierte die wichtigsten Momente der Tonanalyse, indem er einen kurzen Rückblick auf die diesbezüglichen Arbeiten von SCHÖNE, BISCHOFF, LUDWIG und SEGER warf und diese kritisch behandelte. Die Bestimmung der relativen Mengen von Kaolin, Mineralschutt und Sand im Ton geschieht gegenwärtig in der Weise, daß der Kaolin mit Schwefelsäure aufgeschlossen und

die amorphe Kieselsäure mit Hilfe von Soda oder Lauge in Lösung gebracht wird. Aus der Menge der Kieselsäure folgert man auf diejenige des Kaolins. Bezüglich der Konzentration von Soda oder Lauge konnte bisher keine Übereinstimmung erzielt werden. Neuerdings brachten Körner und Sjollema neue Methoden, die aber noch nicht kontrolliert wurden. Der Vortragende hat ein Verfahren ausgearbeitet, das darauf beruht, daß man den Kaolin durch Schwefelsäure zersetzt und aus der Menge der in Lösung gegangenen Tonerde auf die Menge des Kaolins folgert. Aus der vollständigen Tonanalyse ist die Menge der Gesamttonerde bekannt; die Differenz der beiden Bestimmungen ergibt, wie viel Tonerde in Form von Mineralschutt zugezogen ist. Multipliziert man letztere mit 5,41, so erhält man die Menge des Mineralschuttes. Man kann somit durch eine Tonerdebestimmung die ganze Frage lösen. Bei Zusammenstellung der Analyse wäre es angezeigt, außer den drei erwähnten Bestandteilen auch das Eisenoxyd und den kohlensauren Kalk in Betracht zu ziehen und deren Mengen anzuführen und diese nicht als Sand in Rechnung zu stellen.

2. Der Sekretär, L. v. Illosvay, verliest die Preisaufgabe des preußischen Ministeriums für öffentliche Arbeiten, betreffend die *Untersuchung hydraulischer Bindemittel.*

Sitzung am 13. Januar 1905.

1. Aur. v. Bartal gab in seinem Vortrage *über die Darstellung von Indigo* einen Überblick über die neuesten technischen Errungenschaften auf dem Gebiete der Indigoblausynthese.
2. Jos. v. Ferenczy sprach über *Antimonbestimmung in Legierungen* Der Vortragende bedient sich eines titrimetrischen Verfahrens, das sich auf die Arbeiten von L. Andrews und Györi stützt und eine rasche und genaue Bestimmung des Antimons auch in Gegenwart von Zinn, Kupfer, Blei, Arsen, Wismut, Eisen, Zink. Nickel ermöglicht. Auf Grund eigener Erfahrung empfiehlt der Vortragende folgendes Verfahren: Man siedet etwa 0,5 g Legierung mit 1—2 g. Jodkalium und 30—40 ccm konzentrierter Salzsäure eine halbe Stunde, bis das Antimon in schwammigen kleinen Stückchen zurückbleibt, während die übrigen Metalle in Lösung gegangen sind. Kaliumjodid muß stets in Überschuß vorhanden sein, da sonst die Salzsäure auch das Antimon auflösen würde. Das so gewonnene Antimon wird abfiltriert, mit heißem, Chlorkalium und Salzsäure enthaltendem Wasser gewaschen und in konzentrierter Salzsäure und Brom gelöst, der Überschuß des letzteren fortgekocht und das gebildete $SbCl_5$ durch schweflige Säure reduziert; nach Verjagung des Schwefeldioxydes titriert man — Indikator Methylorange — mit Kaliumbromid enthaltendem Kaliumbromat bis zum Verschwinden

der roten Farbe und bis der nächste Tropfen der Kaliumbromatlösung durch frei werdendes Brom die Lösung gelb färbt. Der Vortragende erhielt auf diese Weise bei Weißmetallen und anderen Legierungen gute Resultate. Der von NISSENSON für Kaliumbromattitrationen empfohlene Indigo hat sich nicht besser als Methylorange bewährt. Zweckmäßig verwendet man eine Kaliumbromatlösung mit 2,785 g Kaliumbromat und 30 g Bromkalium in 1 l; davon zeigt jeder Kubikzentimeter 0,036 Antimon an.

3. E. LÁSZLÓ demonstriert einen Schlämmapparat — hauptsächlich zur Gewinnung größerer Mengen geschlämmten Tones — und eine Waschflasche zum Trocknen der bei der Elementaranalyse gebräuchlichen Gase.

Sitzung am 28. Februar 1905.

1. E. LÁSZLÓ referierte über *Schwefelbestimmung in Pyriten*. Bekanntlich hat Prof. LUNGE-Zürich behufs Entscheidung der zwischen ihm und SILBERBERGER-Wien schwebenden, auf diesen Gegenstand bezüglichen Streitfrage Pyritmuster an verschiedene analytische Laboratorien mit der Bitte gesandt, diese nach beiden Verfahren analysieren zu lassen und die erhaltenen Resultate ihm zu übermitteln. Der Vortragende referiert über das Ergebnis der im technischen Laboratorium der hiesigen Technischen Hochschule ausgeführten Analysen und betont, daß die nach LUNGES Verfahren ausgeführten Bestimmungen mit LUNGES eigenen vollkommene Übereinstimmung zeigen, während die SILBERBERGERsche Methode größere Abweichungen ergeben hat; dieser haften noch die Übelstände an, daß sie infolge des Gebrauches von Alkohol für technische Analysen zu kostspielig und die Filtration der Strontianniederschläge zu langwierig ist. Es ist befremdend, daß auch die nach einer und derselben Methode ausgeführten Analysen verschiedener Analytiker größere Abweichungen zeigen als man von einer guten analytischen Methode erwarten darf.
2. J. PFEIFFER spricht über *Wasserreinigung mit Bariumverbindungen*. Ein Nachteil der wohl weitest verbreiteten und allgemeinster Anwendung fähigen Kalksodareinigungsmethode ist der Umstand, daß sich leicht lösliche Salze, Natriumchlorid und Natriumsulfat (aus der bleibenden Härte des Wassers) bilden, die den Siedepunkt des Speisewassers erhöhen und durch Ausblühen den Kessel korrodieren, unter Umständen sogar gefährden können. Um das zu umgehen, entfernt man den Gips auch teilweise mittels Bariumchlorid oder Bariumhydroxyd. Neuerdings wird zu diesem Zwecke gemahlener Witherit empfohlen; zuerst verwandte man das Baryumkarbonat zur Reinigung von Grubenwässern; dieses Verfahren führt nur dann zum Ziele, wenn der fein verteilte Witherit in Suspension bleibt,

d. h. das zu reinigende Wasser ununterbrochen gerührt wird. Der Vortragende vergleicht dieses patentierte Verfahren mit der älteren Kalksodamethode. Während die Kalksodamethode wohl in den meisten Fällen verwendbar ist, ist das Barytverfahren nur bei gipshaltigen Wässern — also in weitaus selteneren Fällen — von Vorteil. Wenn z. B. Speisewässer auch noch Natriumsulfat gelöst enthalten, so wird das Baryumkarbonat in erster Reihe natürlich mit diesem reagieren, und wir erreichen somit gerade das, was wir durch dieses Reinigungsverfahren eben verhüten wollten, nämlich die Anreicherung löslicher Salze im Speisewasser; in solchen Fällen wird die Witheritmethode also nicht zum Ziele führen. Da sie auch noch kostspieliger ist als das ältere Verfahren und nur in seltenen Fällen Anwendung finden kann, verspricht ihr der Vortragende keine lange Lebensdauer.

Sitzung am 28. März 1905.

1. M. Balló bespricht eine in Gemeinschaft mit J. Rózsényi ausgearbeitete Methode zur *Bestimmung der schwefligen Säure in der atmosphärischen Luft.* Das in den „Vereinbarungen" vorgeschlagene Verfahren erwies sich — wegen der Flüchtigkeit des Jods — als unzuverlässig. Als durchaus brauchbar erwies sich nach den von Balló und Rózsényi angestellten Versuchen das Wasserstoffsuperoxyd, das auch in $\frac{n}{100}$-Chamäleonlösung entsprechender Verdünnung die schweflige Säure noch sicher und quantitativ oxydiert, wobei Verluste an Wasserstoffoxyd nicht stattfinden; das überschüssige Peroxyd wird mit eingestellter Chamäleonlösung zurückgemessen. Die auf diese Weise gefundene Schwefeldioxydmenge entspricht nahezu vollkommen der angewendeten. Zur Ermittelung des Schwefeldioxydgehaltes der Luft genügt es, 100 l — nachdem diese einen Baumwollfilter passierten — durch die die Wasserstoffsuperoxydlösung enthaltenden Absorptionsgefäße in ziemlich raschem Tempo ($1^1/_2$—2 Std.) hindurchzusaugen, worauf mit Chamäleon zurücktitriert wird. Als Oxydationsmittel wurde auch Chromsäure versucht, jedoch bei weitem nicht mit so günstigem Erfolge. Diese Versuche wurden im Zusammenhange mit der Frage nach dem hygienisch zulässigen Schwefelgehalte des Leuchtgases ausgeführt. Der Vortragende nimmt auf Grund der Angaben von Ogata u. a. (Vereinbarungen) als Höchstgrenze 80 g Schwefel in 100 cbm Leuchtgas an, schlägt aber vor, den Mindestgehalt von 0,02 Prom. Schwefeldioxyd — bei dem nach längerer Zeit schon geringe Symptome beobachtet wurden —, der Sicherheit wegen noch bedeutend herabzusetzen.

An diesen Vortrag schließt sich eine längere Diskussion, im Laufe welcher der Vorsitzende K. v. Than betont, daß auch er von

der großen hygienischen Wichtigkeit dieser Frage überzeugt sei, da die in menschlichen Wohnungen eingeatmete schweflige Säure sich im Organismus auf Kosten des Blutsauerstoffes zu Schwefelsäure oxydiere, die leicht gefährlich werden kann. Gleichzeitig empfiehlt er zur Oxydation des Luftschwefeldioxydes $\frac{n}{100}$-Jodsäurelösung, die lange nicht so zersetzlich wie Wasserstoffsuperoxyd ist und sich jodometrisch leicht und haarscharf titrieren läßt.

2. Aur. v. Bartal hält einen Vortrag über *Elementarsynthese in der organischen Chemie und ihre Wichtigkeit bei deren Studium.*

3. Lor. Lengyel referierte über seine die *Reaktionswärme der Pepsinverdauung* betreffenden Versuche. Der Vortragende hat seine vorläufig nur qualitativen Versuche in der Weise ausgeführt, daß er die Verbrennungswärme des Systems vor und nach der Verdauung in der Berthelot-Mahlerschen Bombe bestimmte. Als Verdauungsobjekt bediente er sich Merkschen Ovalbumins, während die Verdauungsflüssigkeit durch Auflösen Merkschen Pepsins in $\frac{n}{10}$-Oxalsäure bereitet wurde. Die Versuche wurden mit genau abgewogenen Albumin- und Pepsinmengen ausgeführt. Hierauf wurde die Verbrennungswärme der gesamten Substanz ohne und nach verschieden vorgeschrittener Verdauung bestimmt. Über das Fortschreiten der Verdauung vergewisserte sich der Vortragende in der Weise, daß er in gleich lange währenden Parallelversuchen qualitative Prüfungen auf negatives Eiweiß, Albumosen, Pepsin, bezw. deren Mengen anstellte. Nach zehntägiger Verdauung war die Menge des koagulierbaren Eiweißes nur noch ganz minimal, und die Verbrennungswärme der so entstandenen Gesamtsubstanzen zeigte — verglichen mit jener ohne Verdauung bestimmten — keine nennenswerten Unterschiede. Der Vortragende folgert hieraus, daß die Reaktionswärme der Pepsinverdauung, wenigstens im Falle von Albumin, nur sehr gering sein könne.

4. J. Szilasi lieferte einige *Beiträge zur Milchuntersuchung.* Von 650 untersuchten Proben waren 56 % verfälscht. Der Vortragende wendet sich gegen die Grenzzahlen in der zur Kontrolle des Milchfettes dienenden Formel: $x = t \cdot 0{,}8\,\frac{s-1}{0{,}005}$; wenn t z. B. den Grenzwert 12 % hat, so würde sich x (Milchfett) zu 2,8 % ergeben, welche Zahl bekanntlich den Tatsachen nicht entspricht, da der praktisch bestimmte Fettgehalt der Milch nur ausnahmsweise unter 3 % sinkt. Differenzen zwischen verschiedenen Analytikern können auch dadurch entstehen, daß manche t und x auf 100 ccm, andere wiederum auf 100 g Milch beziehen; eine endgültige Einigung in dieser Beziehung scheint dringend geboten. Schließlich zählt der Vortragende einige Fälle abnorm zusammengesetzter Milch aus seiner eigenen Praxis auf.

In der hierauf folgenden Diskussion bemerkt Th. v. Kosutány, daß der Vorschlag zur Einigung über einige Fragen der Milchanalyse bereits gemacht wurde, und die Werte von t (Gesamtmenge der gelösten Stoffe) und x sollen sich fernerhin ausschließlich nur auf 100 g Milch beziehen.

5. B. Szilárd hält einen Vortrag über *Radioaktivität des Bitterwassers von Igmánd.* Aus den Ausführungen des Vortragenden und den vorgelegten ziemlich scharfen Radiographien geht hervor, daß auch dieses Mineralwasser Radium unter die Faktoren seiner fixen Bestandteile zählen darf.

Sitzung am 30. Mai 1905.

1. A. v. Sigmond sprach *über die chemische Zusammensetzung der gebundenen „Szik"(Soda)böden des Theißtales.* Der Vortragende überzeugte sich bereits früher davon, daß der Hauptbestandteil der wasserlöslichen Bodensalze solcher Böden das Glaubersalz ist. Die Soda kommt meistens nur stellenweise noch zur Geltung, während der Kochsalzgehalt ausnahmslos als untergeordneter zu bezeichnen ist. Jetzt beweist der Vortragende, daß die löslichen Natronsalze, die zumeist Verwitterungsprodukte sind, sich naturgemäß an solchen Orten in erheblicher Menge anhäufen, deren Untergrund undurchlässig ist, und somit ihre Auslaugung verhindert. Der salzsäurelösliche Anteil solcher Bodenarten ist durchaus geringer als in gewöhnlichen Humusschichten, und zwar schwankt seine Menge innerhalb 50 bis 70 %. Die lösliche Kieselsäure findet sich meist in beträchlicher Menge, 10—20 %; dieser Umstand beweist, daß sich die Verwitterung in ziemlich vorgerücktem, die Auslaugung hingegen noch im Anfangsstadium befindet. Zumeist überflügelt die lösliche Kieselsäure die Tonerde dergestalt, daß eine Folgerung auf das Vorhandensein zeolithartiger Verbindungsstufen nicht ungerechtfertigt erscheint. Auf das Absorptionsvermögen letzterer wird auch der auffallend hohe Kaligehalt dieser Bodenarten zurückzuführen sein, der gewöhnlich um 1 % herum schwankt. Umgekehrt finden sich mitunter auch Böden von sehr strenger physikalischer Beschaffenheit, deren Tonerdegehalt bis doppelt so groß ist als die Menge der löslichen Kieselsäure; es sind dies Böden, in denen die löslichen Salze keinen schädlichen Einfluß auszuüben vermögen, und deren äußerst ungünstige physikalische Beschaffenheit sie für Bodenbearbeitung ungeeignet macht. Der Vortragende vermutet, daß auch das freie $Al_2(OH)_6$ die Bündigkeit des Bodens ungünstig beeinflusse, und fügt hinzu, daß diese Böden fast durchweg kalkarm sind. Ihr Stickstoffgehalt ist als mittelgroß zu bezeichnen, jedoch sind die Verhältnisse für die Nitrifikation ungünstig. Mittelgroß ist auch der Gehalt an Gesamtphosphorsäure, ihre Löslichkeit jedoch meistens

ungenügend. Die Löslichkeitsverhältnisse der Bodenphosphorsäure involvieren eine mäßige Phosphorsäuredüngung; der reiche Kaligehalt dieser Bodenarten läßt eine Kalidüngung auf lange Zeit als aussichtslos erscheinen.

2. J. Weiser referierte im Namen von Fr. Tangl und J. Weiser *über den Glyzeringehalt des Blutes.* Die chemischen Prozesse des tierischen Organismus spalten die mannigfaltigen Glyzerinester in einfachere Verbindungen. Die Verf. studierten die Frage, ob sich in irgend einem Stadium dieser Zersetzung nicht etwa freies Glyzerin bilde, und somit dieser Alkohol als ständiger Bestandteil des Blutes zu betrachten wäre. Zu diesem Zwecke wurde Rinder- und Pferdeblut einer umständlichen fraktionierten Behandlung unterzogen, die hauptsächlich die quantitative Entfernung von Eiweiß, Glyzerinphosphorsäure, Lecithin und ähnlichen leicht Glyzerin abgebenden Substanzen bezweckte; in dem auf diese Weise erhaltenen Endprodukte bestimmten die Verf. das Glyzerin nach der Zeisel-Fantoschen Methode als Isopropyljodid und stellen den Satz auf, daß tierisches Blut tatsächlich freies Glyzerin enthalte, dessen Menge durchschnittlich 70 mg in 1 kg betrage.

D) Fachsektion für Physiologie.

(Mit Benutzung der Protokolle referiert von Dr. Rudolf Picker.)

Sitzung am 18. Oktober 1904.

Dr. Josef Guszmann hielt einen Vortrag, betitelt: „*Experimente mit Implantation von Hautteilen*". Aus den Versuchen von Kaufmann, Schwenninger und Ribbert ist bekannt, daß die Implantation von Hautteilen unter die Haut sehr oft die Entwicklung von Epidermalzysten zur Folge hat. Die Versuche des Vortragenden ergaben von den bisherigen, sowohl was die Versuchsmethode als auch was die Größe und Unterbringung des implantierten Hautstückes anbelangt, bedeutende Abweichungen, und seine Resultate brachten auch teils neue, teils ergänzende Daten.

Die erlangten Resultate können im Folgenden zusammengefaßt werden:

1. Durch Hautimplantation gelang es fast ohne Ausnahme Zysten hervorzubringen.
2. Ein Teil der Zystenwand besteht aus der implantierten Haut, während der übrige Teil sich neu bildet. Das bindegewebige Anteil der neu entstandenen Zystenwand bildete sich aus dem alten subkutanen Bindegewebe, während der Epidermalüberzug aus der fortgewucherten Epidermis der implantierten Haut stammt.

3. Die Epithelwucherung, die die Grundlage der Zystenbildung ist, offenbart sich in zweifacher Art: Die eine Art verfolgt den Typus, der seit den Versuchen KAUFMANNS u. a. bekannt ist, und darin besteht, daß das Epithel vom Rande des implantierten Hautteiles auf das benachbarte Bindegewebe übertritt und es langsam überkleidet. Demgegenüber vollzieht sich die andere Art der Epithelisierung in der Weise, daß das wuchernde Epithelgewebe von der Epidermaloberfläche des implantierten Hautteilchens auf das gegenüberliegende Bindegewebe übertritt, von wo aus es sich dann auf dessen Oberfläche verbreitet. Das Epithelgewebe des implantierten Hautlappens gelangt auf das gegenüberliegende Bindegewebe, daß es als Leitbahn die durch das Abtragen der Koriumpapillen entstandenen, größtenteils brückenartigen intrazystorischen Verbindungen benutzt.
4. In dem neugebildeten Teile der Zystenwand fällt außer der großen Verschiedenheit des mehrschichtigen Epithelüberzugs hauptsächlich auf, daß vereinzelt mehr oder weniger Haarbälgen gleichende Bildungen vorkommen, die man als Resultate der sekundären Implantation ansehen muß.
5. Die in Punkt 4 angeführten Eigenschaften führen zu dem wichtigen Resultate, daß die künstlich hervorgerufenen Zysten, was deren Konstruktion anbelangt, in ihrer ganzen Ausdehnung den einfachen Dermoidzysten sehr nahe stehen.

An der auf den mit mikroskopischen Demonstrationen und Projektionen verbundenen Vortrag folgenden Diskussion nahmen EDMUND KROMSTECHER, KOLOMANN v. TELLYESNICZKY, WILHELM GOLDZIEHER und FERDINAND v. KLUG teil.

Sitzung am 6. Dezember 1904.

1. GÉZA MANSFELD trug unter dem Titel „*Inanition und Narkose*“ über seine Versuche vor, die sich auf die durch betäubende Mittel an durch Inanition geschwächten Individuen hervorgerufenen Wirkungen beziehen. Seine Versuche stellte er an Kaninchen an, die 4 bis 10 Tage hungerten und dursteten, teils bloß hungerten. Einen Teil der Narcotica bekamen sie peroral, den andern Teil subkutan. Zu seinen Versuchen benutzte er Chloralhydrat, Paraldehyd, Äthylalkohol, Morphin, Amylenhydrat und Äthylurethan. Das Resultat war, daß die Wirkung des Chloralhydrates, Morphiums und Paraldehyds bei der Inanition sich bis zum höchsten Grade steigert, die Wirkung des Äthylalkohols, Amylenhydrats und Äthylurethans jedoch unverändert bleibt. Zur Erklärung dieses abweichenden Verhaltens obiger Mittel bringt er seine Resultate in Zusammenhang mit der Hypothese von MEYER-OVERTON, wodurch er zu beweisen

imstande ist, daß die Wirkungssteigerung bei der Inanition als Maß der Toxizität der Narcotica gelten kann, und bringt somit zugleich auch den ersten experimentellen Beweis für die Richtigkeit der erwähnten Hypothese bei den Prozessen, die im Körper höher stehender Tierarten vorgehen.

Rudolf Bálint: „*Die Störung der Aufmerksamkeit bei Affektionen der Hemisphären*". Er stellt einen Kranken vor, bei dem eine Sehstörung vorhanden ist, die jedoch nicht von einer Erkrankung des Sehapparates stammt. Außerdem besteht noch eine Störung der Bewegung der Hände. Nach eingehender Besprechung des vorliegenden Falles faßt er diese Störungen in folgenden Punkten zusammen:

1. Die Störungen der Handbewegungen bestehen darin, daß alle Bewegungen, welche durch die Augen kontrolliert werden, inkoordiniert sind. Die Koordination ersetzt der Kranke dort, wo das möglich ist, durch andere Sinne.
2. Der Kranke sieht von mehreren Gegenständen immer nur diejenigen, die am meisten nach rechts zu liegen kommen.
3. Beim Fixieren eines Gegenstandes hat der Kranke keine Kenntnis von den andern an der Peripherie liegenden Gegenständen, erlangt aber sofort Kenntnis von denselben, sowie seine Aufmerksamkeit auf dieselben gelenkt wird.
4. Die Ortsveränderung der Aufmerksamkeit des Kranken ist erschwert, und zwar eher von rechts nach links, als umgekehrt.

Darauf geht der Vortragende zur Erklärung der einzelnen Symptome über. Die Störung der Handbewegungen wird von der Läsion derjenigen Bahnen bewirkt, die das Sehzentrum mit den kinoesthetischen Zentren der Hand verbinden.

Zur Erklärung dieser Störung der Aufmerksamkeit demonstriert B. an einem Versuchstier (Hund), bei dem die rechte Seite des Hinterhauptlappens lädiert ist. Der Hund ergreift von zwei im rechten Sehfeld liegenden Fleischstücken nicht das ihm näher liegende zuerst, sondern immer das am weitesten rechts liegende Stück. Dies kommt daher, daß wegen der Läsion der rechten Hemisphäre die Innervation der linken Hemisphäre stärker zur Geltung kommt, wodurch die Innervation des ganzen Tierkörpers einen mehr ausgeprägten rechtsseitigen Charakter erhält.

Bei demselben Hunde kann man auch noch beobachten, daß seine Aufmerksamkeit sich leichter in der Richtung der lädierten Seite bewegt als in der entgegengesetzten. Die an dem Kranken beobachtete dritte Störung der Aufmerksamkeit kann B. jedoch nicht erklären.

Sodann behandelt er kurz die Psychophysiologie der Aufmerksamkeit, sowie die Möglichkeit der Lokalisation der Affektion.

Sitzung vom 31. Januar 1905.

1. Ernst Tesner hielt einen Vortrag unter dem Titel: „*Die physiologischen Schwankungen der chemischen Zusammensetzung des Speichels*“. Von den Grundbestandteilen des Speichels befaßte er sich mit dem Enzym, dem Rhodan und den anorganischen Salzen. Die Bestimmung des Enzyms kann unmittelbar nicht ausgeführt werden, weshalb er die Quantität der Eiweißsubstanzen des Speichels und die Verdauungsfähigkeit auf Grund der Reduktionskraft des verdauten Stoffes bestimmte. Die Quantität der anorganischen Salze kommt in der Alkalizität zum Ausdruck und ist somit durch Titrierung bestimmbar. Zur Bestimmung des Rhodans gelang es ihm, die Verwendbarkeit des photometrischen Verfahrens nachzuweisen.

Die Drüsenfunktion zeugt von spontanen Veränderungen, die am Tage während des Hungerns stattfinden. In der Frühe nach dem Aufstehen steigert sich die Wasserausscheidung so sehr, daß die Konzentration sämtlicher Bestandteile und die Verdauungskraft herabgesetzt ist; die letztere steigt von Vormittags 9 Uhr bis zu den späten Nachmittagsstunden und nachher sinkt sie wieder; in diesen Schwankungen begleitet sie die Quantität der organischen Substanzen und anorganischen Salze. Die Funktion der Speicheldrüsen steigt somit bis zum Nachmittags erreichten Maximum, Abends jedoch sinkt sie; auf diese Weise folgt sie den entsprechenden Veränderungen des ganzen Stoffwechsels, wie sie z. B. in der Körperwärme zum Ausdruck kommen.

In der während der Tageszeit bestimmten Funktion der Speicheldrüsen können verschiedene Faktoren Abweichungen bewirken. Das Kauen, Wasseraufnahme, Rauchen, die sauern, süßen und salzigen Schmeckreize steigern die Funktion der Drüsen, was in der Steigerung der Sekretion des Wassers, der organischen Bestandteile und der anorganischen Salze, sowie der Verdauungskraft zum Ausdruck gelangt. Die erwähnten Reize unterscheiden sich insofern voneinander, als ihre Wirkung auf die Sekretion der einzelnen Bestandteile nicht gleich groß ist. Die Speicheldrüsen reagieren somit auf verschiedene Reize in verschiedener Weise, mit andern Worten, sie besitzen eine spezifische Reizbarkeit. Beim Essen wirken die genannten einfacheren Reize zusammen ein, und so setzt sich die Gesamtwirkung aus diesen Einzelwirkungen zusammen; nur das Frühstück ist nicht imstande, die gerade auf diesen Zeitpunkt fallende spontane Konstruktionsverringerung aufzuhalten.

Die Konzentration des Rhodans sinkt bei jedem Reiz, auch beim Essen, die Rhodansekretion jedoch steigt zur selben Zeit; die Bildung des Rhodans ändert sich somit parallel mit der Sekretion der Eiweißarten, deren größten Teil das Speichelenzym bildet. Sie

ändert sich auch parallel mit der Verdauungskraft und da Vortragender feststellte, daß die Konzentration des Rhodans auf die Verdauungsfähigkeit keine Wirkung ausübt, so müssen wir voraussetzen, daß wenn die Rhodansekretion groß ist, auch die Enzymbildung bedeutend ist und umgekehrt. Dieses Verhältnis beweist, daß die Bildung des Rhodans an die Funktion der Speicheldrüsen und zwar an die Bildung des Enzyms gebunden ist. Dafür spricht auch, daß das Rhodan sich augenscheinlich aus Eiweißsubstanzen bildet. Es kann somit unter den Speichelbestandteilen nur mit dem Enzym oder dem Muzin den gleichen Ursprung haben. Von diesen jedoch bildet sich das Muzin auch noch an andern Stellen des Körpers, ohne daß zugleich auch Rhodan entstände.

Das Speichelenzym und Rhodan entstehen wahrscheinlich aus eiweißartiger Grundsubstanz auf einmal, z. B. auf die Art, daß das Rhodan bei der Bildung des Enzyms als Nebenprodukt abfällt.

2. Rudolf Picker hielt einen Vortrag unter dem Titel: *„Zur Biologie und zur systematologischen Stellung des Gonococcus"*. Den Ausgangspunkt dieser Arbeit bildete eine Mitteilung Thalmanns, welcher gemäß es diesem gelungen war, ohne Zusatz von Serum auf mit Hilfe von Phenolphtalein als Indikator durch NaOH auf $^2/_3$ neutralisiertem Agar den Gonococcus aus dem Sekret zu züchten, sowie die Erfahrungen von Urbahn und Wildholz, denen es gelang, den Gonococcus, den sie auf serumhaltigem Nährboden gezüchtet, in einer großen Anzahl der Fälle früher oder später auf serumfreien Medien, auf Glyzerin- oder einfachem Agar zu züchten und weiterzuführen. Die Untersuchungen des Vortragenden bestätigen einesteils die bisherigen Erfahrungen, andernteils ergänzen sie dieselben.

Sitzung am 21. Februar 1905.

Michael v. Lenhossék hielt einen Vortrag unter dem Titel: *„Über die ersten Entwicklungsmomente des menschlichen Embryo und über die Implantation des Eies"*, in dem er seine neuesten Untersuchungen bekannt gibt, und zwar über diejenigen frühen Stadien der menschlichen und Säugetierembryonen, die auf die Furchung folgen.

Der Fortschritt auf diesem Gebiete ist der Ausarbeitung einiger sehr junger menschlicher Embryonen (die von Peters, Merttens, Spee usw.) und der den Menschen näherstehenden Säugetierembryonen (Affen, Halbaffen) zu verdanken, wobei hauptsächlich Hubrecht, Selenka und Kollmann sich außerordentliche Verdienste erwarben.

L. erörtert zunächst die Bildung der Keimblätter aus der Keimblase (Blastula), sodann behandelt er eingehend die Meinungsverschiedenheiten über die Bildung des Entoderma.

Das Entoderma des menschlichen Embryos entwickelt sich nicht durch Weiterwachsen des Trophoblastes an seiner inneren Seite wie

z. B. bei dem Kaninchen oder Hunde, sondern durch Spaltbildung beim Embryonalknoten, wie bei dem Stachelschwein oder dem Halbaffen Tarsius.

Hernach gab L. eine Übersicht über die bei der Entwicklung der Deckschichten vorkommenden Eigentümlichkeiten. Diese ist z. B. bei Kaninchen verkümmert, beim Schwein, beim Reh stärker entwickelt. Ihre stärkste Entwicklung erreicht sie bei den Säugetieren, bei welchen wir die Erscheinung der „Entypie" beobachten, wie z. B. beim Meerschweinchen und der Maus. Diese ist hauptsächlich deshalb interessant, weil auch beim Menschen die Entypie vorhanden ist.

Die Bildung des Entodermas bei den Säugetieren kann, mit der Gastrulation der übrigen Wirbeltiere verglichen, dem Entoderma des Amphioxus nicht gleichgestellt werden, da das Entoderma der Säugetiere nach Lenhossék dem Teloderma der Sauropsiden entspricht, welch letzteres wieder jener eigenartigen Entwicklungsart des Entoderma gleichzukommen scheint, die wir z. B. beim Salamander beobachten (Grönroos).

Sodann schreitet L. zur Demonstation des bis heute jüngsten präparierten menschlichen Embryo, des Petersschen, bei welchem die Embryonalanlage alles in allem bloß 0,19 mm im Durchmesser beträgt.

Der Dottersack im menschlichen Embryo ist von Anfang an sehr klein. Er bildet sich so, wie beim Stachelschwein, vergrößert sich aber nicht so sehr wie bei jenem, sondern bleibt klein.

Interessant ist, daß das Amnion des Menschen sich nicht durch Faltenbildung wie bei sämtlichen Sauropsiden entwickelt, sondern auf die Art wie z. B. bei der Fledermaus und den mit Entypie sich entwickelnden Säugetieren (z. B. Meerschweinchen), d. h. durch Spaltbildung am Embryonalknoten, wo das über die Spalte sich erhebende Plättchen zum Amnionepithel wird, während aus der Spalte das Cavum amnioticum oder richtiger Cavum myeloamnioticum wird. Die Ablösung des Amnion von der inneren Oberfläche des Chorion und die Bildung des sogenannten Bauchstiels, der für die Menschen und die menschenähnlichen Affen so charakteristisch ist, erklärte Vortragender an dem 2 mm langen Embryo von Spee.

Im zweiten Teile des Vortrages zählte Vortragender die neuen Anschauungen über die Implantation des Eies auf, durch vergleichende Daten diejenige Anschauung unterstützend, gemäß welcher die Anhaftung des menschlichen Eies nach dem sogenannten „interstitiellen" Modus geschieht, wie z. B. beim Meerschweinchen, bei welchem das Ei durch eine kleine Spalte des Epithels des Endometriums hindurch in die oberflächliche kompaktere Schicht des Bindegewebes der Mucosa gelangt, und sich dort einnistet.

Sitzung am 21. März 1905.

1. Paul v. Liebermann hielt auf Grund der Experimente Leó v. Liebermanns und Paul v. Liebermanns einen Vortrag: „*Über die Enzyme des Malzextrakts und den Mechanismus der Guajakreaktion*". Die Guajakreaktion kommt auf die Art zustande, daß ein Bestandteil des Guajakharzes, die Guajakonsäure, zu einer blauen Verbindung oxydiert wird. Damit das rasch geschehe, ist aktives Oxygen nötig. Es gibt oxydierende Substanzen, die der Guajakonsäure gegenüber aktiv sind, z. B. das Ozon; diese färben unmittelbar die Guajaktinktur blau. Das Oxygen anderer oxydierender Mittel ist der Guajakonsäure gegenüber wirkungslos, aber dem Jodkali gegenüber aktiv, d. h. es scheidet das Jod aus demselben aus. Solche Substanzen oxydieren die Guajakonsäure nur mit Hilfe von Enzymen rasch. Aus den Untersuchungen Leo v. Liebermanns über diese Art der Reaktion ging hervor, daß die Oxygenquellen der Reaktion verschieden sein können, so z. B. kann es H_2O_2, altes Terpentinöl und sogar Guajaktinktur selbst sein, wenn sie alt ist. Die frische Tinktur enthält kein aktives Oxygen, aber wenn sie längere Zeit hindurch steht, nimmt sie das molekulare Oxygen der Luft auf, wobei sie eine wahrscheinlich superoxydartige Verbindung bildet. Das Oxygen verbindet sich dabei mit der Guajakonsäure (wird nicht blau), sondern zu einer andern, im Harze sich befindlichen Substanz oder Gruppe, welche wir nach Engler Autooxydator nennen können. Wenn wir zu dieser aktives Oxygen enthaltenden Tinktur bestimmte Enzymlösungen, z. B. Malzextrakt hinzufügen, so wandert das aktive Oxygen vom Autooxydator zur Guajakonsäure über und färbt sie blau. Auf welche Weise das Enzym dies bewirkt, wissen wir nicht genau und bestimmt: am wahrscheinlichsten ist es, daß es sich selbst zuerst mit dem Oxygen verbindet und es dann abgibt.

Neumann-Wender gab in seiner jüngst erschienenen Arbeit der Ansicht Ausdruck, daß das bei diesem Prozesse teilnehmende Enzym, das er Perioxydase nennt, nicht genügend sei zur Reaktion, sondern daß dazu auch Katalase nötig sei, also ein solches Enzym, das auch das H_2O_2 zerlegen kann. Wender wies nach, daß die verschiedenen Enzymwirkungen des Malzextraktes, wie auch die Zersetzung des H_2O_2 eine solche ist, durch verschiedene Enzyme ausgeübt zu werden, sodaß wir nicht berechtigt sind, anzunehmen, daß bei der Guajakreaktion bloß eins wirkt. Nach ihm muß also die Katalase die hier zusammenwirkenden Superoxyde auflösen: das Autooxydator-Superoxyd und die Enzym-Oxygenverbindung, welch er auch für Superoxyd hält.

Diese Frage ist theoretisch sehr interessant, da in neuerer Zeit in der Literatur immer neuere Daten über solche vermittelnde Enzym

auftauchen, die die Wirkung eines anderen Enzyms ermöglichen. Wenn WENDERS Hypothese richtig wäre, so wäre die Guajakreaktion nur ein sehr lehrreicher Fall für solche Prozesse.

Aus den Experimenten zur Entscheidung dieser Frage ging hervor, daß *Katalase zur Guajakreaktion nicht nötig ist.* Es gelang nämlich solche Lösungen herzustellen, die die Guajakreaktion gaben, obzwar diese das H_2O_2 nicht zerlegen konnten, also keine Katalase enthielten.

Ein ähnliches Resultat ergaben auch andere Versuche, die mit andern, die Guajakreaktion gebenden Flüssigkeiten gemacht wurden.

Das die Guajakreaktion des Blutes gebende Enzym ist nach den Experimenten LEO v. LIEBMANNS das Methaemoglobin oder eine ihm ähnliche Substanz, die auf Einwirkung des bei der Reaktion gebrauchten Terpentinöls aus dem Blutfarbstoffe sich bildet. Methaemoglobin können wir auch auf andere Weise herstellen, z. B. durch verdünnte Essigsäure.

Da die Wirkung irgend einer Lösung auf H_2O_2 sich aus den qualitativen Reagenzglasversuchen schwer beurteilen läßt, wurden alle Versuche auch quantitativ angestellt, indem das erzeugte Oxygen auf manometrischem Wege bestimmt wurde, und zwar mit Hilfe eines Apparates, den LEO v. LIEBERMANN zu solchen Messungen konstruiert hat.

2. Dr. LADISLAUS v. RHORER hielt einen Vortrag: *„Über die osmotische Arbeit der Nieren"*. Die Nieren verfertigen aus dem immer ungefähr $^1/_3$ normalen osmotisch-konzentrierten Blut unter normalen Verhältnissen einen viel (ungefähr dreimal) konzentrierteren, nur ausnahmsweise dünneren Urin als das Blut; in beiden Fällen bewirken sie Konzentrationsunterschiede, also vollbringen sie Arbeit gegen den osmotischen Druck, der die Ausgleichung der Konzentrationsunterschiede erstrebt. Diese Arbeit ist es, die wir unter der osmotischen Arbeit der Nieren verstehen. Zur Bestimmung derselben muß man die partielle Konzentration der einzelnen Bestandteile in Betracht ziehen, wodurch der Wert der genannten Arbeit auf mehr als das Doppelte des bisher berechneten, auf täglich ungefähr 450 mkg, das heißt auf einen etwas größeren Wert als 1 kg Kalorie steigt.

Sitzung am 4. April 1905.

KOLOMAN v. TELLYESNICZKY hielt einen von Demonstrationen begleiteten Vortrag unter dem Titel: *„Die Struktur und Funktion der Milz"*, in welchem er auf Grund seiner Untersuchungen die Struktur und Bedeutung der Milz besonders mit bezug auf die strittigen Punkte erklärt. Die Teilung der Milz in solche mit breitem venösem Netz (Mensch, Nagetier) und solche ohne venöses Netz (Schwein,

Rind, Schaf, Pferd), die von Billroth stammt, ist beizubehalten, obzwar sie das Wesen der Struktur der Milz nicht berührt. Die Kapsel und das Gebälke der menschlichen Milz besteht aus kompaktem, faserigem Bindegewebe, in dem sehr feine elastische Elemente ein dichtes Netz bilden; Vortragender fand in ihnen keine Muskelelemente, obzwar er auf solche sehr achtete. Die Kapsel der Milz der Haussäugetiere, sowie die Balken, enthalten sehr wenig oder gar kein Bindegewebe; bei diesen bilden den Grundstoff der Balken glatte Muskelfasern, zwischen denen ein Netz dickerer elastischer Fasern eingebettet ist. Der alte Streit betreffs der Verbindung der Arterien und Venen, der sich darum drehte, ob das Blut aus den Arterien, die in der Milz kein Kapillarnetz bilden, durch Vermittelung der Pulpa (offener Kreislauf) in die Venen gelangt oder ohne dieselben (geschlossener Kreislauf), kann als beigelegt betrachtet werden und zwar durch folgende Gründe: 1. Die Pulpa finden wir auch normal mit roten Blutzellen gefüllt. 2. Ins Blut gebrachte fremde Körnchen z. B. Tuschkörnchen oder Blutzellen anderer Tiere (z. B. Vogelblut bei Säugetieren) erscheinen sofort in der Pulpa. 3. In der Milz der mit Anthrax behafteten Tiere findet man die Pulpa mit Milzbrandbazillen, obzwar sich dieselben nur im Blutstrome aufhalten, sehr dicht injiziert. 4. Eine Ausspritzung mit Kochsalzlösung wäscht die Pulpa durch die ordentliche Bahn des Blutstroms vollständig aus. 5. Gewöhnliche Gelatineinjektionen bewirken ohne Ausnahme auch die Injektion der Milzpulpa. Der Blutkreislauf der Pulpa an und für sich würde auch erklären, wie die Leukozyten sowohl aus der Pulpa als auch aus den Milzknötchen, welche gegen die Pulpa keinerlei Grenzen aufweisen, in den Blutstrom gelangen.

In neuerer Zeit jedoch (Helly und Weidenreich) wurde auch die überraschende Tatsache konstatiert, daß Leukozyten in großem Maße auch durch die Wand der Blutgefäße hindurch wandern; diese Diapedese demonstriert Vortragender auch an einer andern Milz, die 2 Stunden nach dem Tode eines erhängten Menschen fixiert wurde. Die weißen Blutzellen der Pulpa und der Lymphknötchen können also auf zweierlei Weise durch den Blutstrom und vermittels der Diapedese in das venöse System der Milz gelangen. Auf diese Weise wird die so riesige Vermehrung der Leukozyten in den Milzvenen erklärlich, sodaß wir schon mit freiem Auge an gefärbten Präparaten den Unterschied zwischen dem Inhalte der Arterien und Venen sehen können; die Milz des Embryos scheidet kernhaltige rote Blutzellen aus, die Milz des Erwachsenen sowohl Lymphozyten als auch Leukozyten mit polymorphen Kernen, was der Vortragende durch Vergleichung des Inhaltes der Arterien und Venen der Milz demonstrierte.

Sitzung am 16. Mai 1905.

1. Alexander v. Korányi trägt seine mit Julius Bence angestellten Untersuchungen unter dem Titel: „*Physikalisch-chemische Blutuntersuchungen*“ vor. Die Verteilung der gelösten Grundbestandteile des Blutes zwischen dem Serum und den Zellen des Blutes und die Modifizierung dieser Verteilung durch die Wirkung der Änderung des CO_2-Gehaltes kann nur so richtig beurteilt werden, wenn wir auch die Volumsveränderung der Zellen, bewirkt durch das CO_2, in Betracht ziehen. Nach Veränderung des CO_2-Gehaltes ändert sich die elektrische Leitungsfähigkeit. Dagegen wächst der Lichtbrechungsindex. Daraus folgt, daß im Serum sich die Konzentration der großen organischen Moleküle steigert, wobei die Leitungsfähigkeit nur in dem Falle fast gleich bleiben kann, wenn auch die Konzentration der Elektrolyten sich steigert. Es kann auf Grund der Leitungsfähigkeit und des Brechungsindex die „korrigierte“ Leitungsfähigkeit berechnet werden, die die Vergrößerung der Ionkonzentration zeigt; diese jedoch ist geringer als daß sie der Volumsverminderung des Serums entspräche. Durch Wirkung des CO_2 verschwinden Elektrolyte aus dem Serum und gelangen in die Blutzellen. Demgegenüber ist die Vergrößerung des Brechungsindex viel größer als daß sie der Volumsänderung des Serums entspräche, woraus folgt, daß aus den Blutzellen große Moleküle in das Serum übertreten. Die Veränderung begleitet die Steigerung der Viskosität des Blutes, wofür ein Grund in der Volumvergrößerung der Zellen liegt. Die Größe der bestimmten CO_2-Wirkung hängt von der Quantität des CO_2 und der Zahl der Blutzellen ab; es sind dies Wirkungen des Hydrogen-Ions, die rückentwickelt werden können, wenn wir die vom CO_2-Gehalte des Blutes abhängenden H-Ione mit HO-Ionen einer Lauge neutralisieren. Zur Beobachtung der Neutralisation des CO_2 ist die Änderung der Refraktion des Serums am geeignetesten. Die bis zum Minimum des Brechungsindex verbrauchte Lauge ist das Maß desjenigen CO_2-Gehaltes des Blutes, der zur Abgabe von H-Ionen fähig ist Ein Nachteil des Verfahrens besteht darin, daß die Endreaktion nicht sehr genau ist. Deshalb ist es zweckmäßiger, als annäherndes Zeichen für die Änderung des CO_2-Gehaltes das Maß der Verkleinerung des Brechungsindex durch Laugenwirkung anzusehen, die bei konstanter Blutzellenzahl zugleich mit dem CO_2-Gehalte zunimmt. Auf dieser Grundlage wäre die exakte Bestimmung des CO_2-Gehaltes im Blute kaum möglich, doch die Richtung seiner Schwankungen ist bei wenig Blut erkennbar, so daß von nun an die Änderungen des CO_2-Gehaltes des Blutes auch Objekt klinischer Untersuchungen sein können.

2. Julius Donath macht in seinem Vortrage unter dem Titel: „*Eine neue Cholinreaktion*“ uns mit dem Nachweis des Cholin in der cerebrospinalen Flüssigkeit durch das Polarisationsmikroskop bekannt. Sein Verfahren beruht auf der doppelten Brechung des Cholinplatinchlorides. Zu 20—30 cm^3 der zu untersuchenden Cerebrospinalflüssigkeit schütten wir, um das Ca, Mg und Fe zu entfernen, ein wenig K_2CO_3-Lösung, der eventuelle Niederschlag wird abfiltriert, das Filtrat wird abgedampft. Der Trockenrückstand wird in Alkohol gelöst abgeseiht und nachdem wir das Filtrat mit HCl schwach angesäuert, lassen wir es wieder verdampfen, bis es trocken ist. Dieses trockene Salz lösen wir in absolutem Alkohol, filtrieren es und behandeln das Filtrat mit einer abgemessenen Quantität (ungefähr 0,3—0,4 cm^3) Lösung von absolutem Alkohol und 5 % Platinchlorid. Den auf dem Filter angesammelten Platinchloridniederschlag waschen wir mit absolutem Alkohol aus und lösen ihn dann in ein wenig (1—3 cm^3) warmem Wasser auf. Zu dieser Lösung fügen wir dann 0,3—0,4 cm^3 1,5 % KCl-Lösung hinzu. Die 1,5 % KCl-Lösung ist bei gleichem Volumen äquivalent mit der 5 % Platinchloridlösung bei der Bildung des Kaliumplatinchlorids. Die Kaliumchloridmenge ist mehr als hinreichend, um das überflüssige Platinchlorid zu binden und zwar in Gestalt des nach dem regelmäßigen System kristallisierenden Kaliumplatinchlorids, welches aber ebensowenig zu Irrtümern Anlaß gibt wie das ebenfalls im Überfluß hinzugefügte und ebenfalls nach dem regelmäßigen System kristallisierende KCl. Nach diesem Verfahren gelangt keiner der bisher bekannten Bestandteile des Liquor cerebrospinalis (Eiweißkörper, Bilirubin, Fett, Traubenzucker, Ureum, Choleastarin, Milchsäure, Fe, Ca, Alkalien), die zum Teil doppelt brechen, in den Platinchloridniederschlag. Demnach besteht letzterer nur aus Kaliumammonium- und Cholinplatinchlorid, zu deren wässeriger Lösung nur noch überflüssiges KCl hinzukommt. Das übrigens auch doppelt brechende Natriumplatinchlorid, welches sechsmal mehr Kristallwasser enthält, gelangt auch nicht in den Platinchloridniederschlag, da — wie Vortragender fand — das Platinchlorid da in absolutem Alkohol gelöste NaCl überhaupt nicht niederschlägt. Die rote Lösung enthält somit außer dem Cholinplatinchlorid nur noch einfach brechende Substanzen. Einzelne Tropfen dieser wässerigen Lösung stellen wir auf einen Objektträger in den Exsikkator und lassen sie nun dort 24 Stunden lang eintrocknen. An den gelben Kristallen des Cholinplatinchlorids (Plättchen, Leisten, gerade und gebogene Nadeln, mitunter in Bauschgarben und rosettenartiger Anordnung, Prismen, Fasern, welch letztere oft gezähnt sind) können wir zwischen gekreuzten Nikols die Erscheinung der farbigen Polarisation sehen. Das winzigste mikroskopische Bruchteilchen dies

doppelt brechenden Kristalle kann durch seine Helle oder durch seine Farbenpracht auf dunklem Boden sehr scharf unterschieden werden; die übrigen einfach brechenden Alkalichloride bleiben dunkel.

Vortragender konnte mit dieser seiner Methode, wie auch früher, das Vorkommen des Cholins im Liquor cerebrospinalis bei solchen Nervenkrankheiten konstatieren, die mit dem schnelleren Zerfalle des Nervengewebes zusammenhängen (Paralysis progressiva, Tabes-dorsalis, Myclitis, Meningitis tuberculosa usw. oder bei Epilepsie nach häufigeren Anfällen.)

Vortragender untersuchte auch eine andere Cholinreaktion und zwar den durch Jod-Jodkali oder noch eher mit Jod-Jodbaryum zustande kommenden Niederschlag. Jedoch kann man nur bei verhältnismäßig konzentrierteren Cholinlösungen unter dem Mikroskope Kristalle und feine Tropfen sehen; die Kristalle fließen bald auseinander; der Grund hierfür ist, daß der Jod-Cholinniederschlag sowohl im Reagensüberschusse als auch im Wasser sich leicht löst, ja sogar der in der Eprouvette hervorgebrachte Niederschlag wird auch leicht gelöst. Bei dünneren Cholinlösungen oder noch eher bei den cerebrospinalen Flüssigkeiten bekommt man meistens nur Tropfen, weshalb auch diese Reaktion, als weniger charakteristisch, zum Nachweis des Cholins nicht geeignet ist. Außerdem ist sie auch weniger empfindlich als die Polarisationsmethode.

E) Konferenz der vereinigten Sektionen.

Sitzung am 15. April 1902.

Hugo Preisz hielt einen Vortrag über „*Die Ursachen der beschränkten Leistung des Ultramikroskopes und unserer optischen Instrumente.*"

F) Populäre Abendvorlesungen.

Vorträge am 9. und 16. Dezember 1904.

Alexander Gorka hielt zwei Vorträge über „*Symbiosis*".

G) Populäre Kurse.

1. Ludwig v. Ilosvay: *Elemente der organischen Chemie.* 7 Vorträge vom 10. Februar bis 1. April 1905.
2. Michael Pekár: *Das Blut und sein Kreislauf.* 8 Vorträge vom 10. Februar bis 31. März 1905.

BERICHTE ÜBER DIE TÄTIGKEIT, DEN VERMÖGENSSTAND U. A. DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER KGL. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften.

1.

Die LXV. feierliche Jahresversammlung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften wurde am 14. Mai 1905 vom Vizepräsidenten, Julius Kautz, mit einer Ansprache *über den gegenwärtigen Stand der Wissenschaft und Wissenschaftlichkeit in unserm Vaterlande* eröffnet.

2.

Hierauf gedachte der Generalsekretär Gustav Heinrich in seinem

Jahresberichte

besonders der Bestrebungen der Akademie zur Verewigung des Andenkens ihres Gründers, des Grafen Stefan Széchenyi.

„Seit dreißig Jahren" — so sprach er — „beschäftigt sich die Akademie sowohl mit den in Druck erschienenen als auch mit den in Handschriften hinterlassenen Werken dieses Mannes, der zu den bedeutendsten Gestalten des XIX. Jahrhunderts zählt und den wir heute noch — vielleicht in tieferem Sinne denn je — den größten Ungarn nennen. Bereits im Jahre 1875 verschaffte sich die Akademie von den Erben Stefan Széchenyis das Verlagsrecht des gesamten literarischen Nachlasses und veröffentlichte dann in den Jahren 1884 bis 1894 vorerst von seinen noch nicht herausgegebenen Handschriften und seinen zerstreut erschienenen Artikeln neun Bände. Aber auch eine neue Ausgabe der noch bei seinen Lebzeiten erschienenen Werke des großen Staatsmannes war schon langeher ein dringendes Bedürfnis, da diese Werke zumeist auf dem Büchermarkte nur schwer zu verschaffen und einige von ihnen ganz unzugänglich waren. Diese

Werke werden, wie die Széchenyi-Kommission meldet, fünf Bände von je 40 Bogen ausfüllen, in denen diese bei weitem nicht hinlänglich bekannten und noch weniger erschöpften Schätze der politischen Weisheit und Vaterlandsliebe wieder in die Hände der Nation gelegt werden. Auf Antrag jener Kommission faßte die Akademie in der Gesamtsitzung im Januar den Entschluß, daß sie in den Jahren 1904 und 1905 aus Széchenyis *sämtlichen Werken* zwei Bände veröffentlicht, welche die folgenden Werke enthalten sollen: *Hitel* (Kredit), *Világ* (Welt), Stadium, *Kelet népe* (Das Volk des Ostens) *és Politikai programmtöredék* (Politisches Programmfragment). Auch beschloß sie, diese Ausgabe mit sachlichen und sprachlichen Einleitungen zu versehen.

Der I. Band erschien im Jahre 1904. Er enthält die Werke *Hitel* und *Világ* mit zwei Einleitungen; in der ersten charakterisiert Paul v. Gyulai den Grafen Stefan Széchenyi als Schriftsteller, in der zweiten schildert Julius Kautz die Bedeutung dieser ersten zwei hervorragenden Werke des großen Mannes. Der zweite Band befindet sich unter der Presse und wird bis Oktober dieses Jahres erscheinen.

Aber auch in einer andern Richtung ist die Akademie bestrebt die Erinnerung an ihren Begründer in den künftigen Generationen rege zu erhalten: sie gründet ein Széchenyi-Museum, das die ganze auf den großen Patrioten bezügliche Literatur und andere Andenken enthält. Als geeignetster Moment zur Eröffnung dieses Museums bietet sich uns die 80. Jahreswende des Begründungstages unserer Akademie dar, die wir im November dieses Jahres feiern werden. Bis dahin wird dieses reichhaltige und interessante Museum, das in mehreren schönen Sälen der Akademie untergebracht ist, vollkommen geordnet sein. Das Museum besitzt 62 Werke von Stefan Széchenyi in 112 Bänden, nahezu 600 Werke über Széchenyi in 680 Bänden, 138 Zeitungen und Zeitschriften, 48 Plakate und Musikalien in 150 Stücken, 90 Széchenyi-Bilder, 13 Széchenyi-Statuen, 42 Bilder und 6 Statuen aus der Umgebung des Grafen, 150 Andenken und mehrere tausend Handschriften von und über Széchenyi."

Im Anschlusse an diese Anmeldungen dankte der Generalsekretär zugleich dem Grafen Béla Széchenyi und dem ehemaligen Generalsekretär Koloman v. Szily für die Begeisterung und Opferwilligkeit, mit welcher sie das Zustandekommen dieser schönen Sammlung ermöglicht haben.

Nach eingehender Würdigung der vieljährigen segensreichen Tätigkeit seines Vorgängers Koloman v. Szily gedachte Redner der Verluste, welche die Akademie durch das Ableben des Direktionsrates Georg Császka, des Ehrenmitgliedes Grafen Géza Kuun, der ordentlichen Mitglieder Wilhelm Schulek und Alexander Lipthay, der korrespondierenden Mitglieder Samuel Batizfalvy, Ákos Beöthy und

und Alexander Schmidt, sowie des auswärtigen Mitgliedes Kanut d' Olivecrona im vergangenen Jahre erlitten hat.

Die einzelnen Mitglieder sterben, nach den ewigen Gesetzen der Natur — sagte er in den Schlußworten seines Berichtes —, doch die Akademie stirbt nie. Die Plätze unserer abberufenen Genossen werden durch neue Kräfte ersetzt, die mit frischer Begeisterung und edler Ambition in unsern Kreis treten, um an dem Aufbaue des Pantheons der ungarischen Wissenschaft mitzuwirken. Wir begrüßen sie herzlich und wünschen ihrem Eifer vollen Erfolg.

3.

Die Vermögensverhältnisse der Akademie sind aus folgenden Daten ersichtlich:

	Kronen	Heller
Die Akademie besaß am 31. Dezember 1904 ein reines Gesamtvermögen von	5 708 594	13
Davon entfallen auf das Gebäude, die Bibliothek, den Büchervorrat usw.	2 000 000	—
Das Budget der Akademie belief sich im Jahre 1904 auf	433 130	65
Die Ausgaben der III. Klasse beliefen sich im Jahre 1904 auf	52 601	90

4.

Die Anzahl der Mitglieder der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am Ende des Jahres 1904 ist aus folgender Tabelle ersichtlich:

	I. (sprachwissenschaftl. u. ästhetische) Klasse	II. (philosophische und historische) Klasse	III. (mathematische u. naturwissenschaftl.) Klasse	Zusammen
Ehrenmitglieder	5	9	8	22
Ordentl. Mitgl.	12	23	22	57
Korresp. Mitgl.	33	51	53	137
Auswärt. Mitgl.	33	18	28	79
Zusammen	83	101	111	295

Die Vermögensangelegenheit verwaltete der Direktionsrat der Akademie, welcher aus dem Präsidenten und Vizepräsidenten, dem Generalsekretär und 23 Mitgliedern bestand.

Nach den Statuten beträgt der Status der Akademie: Ehrenmitglieder 24, ordentliche Mitglieder 60, korrespondierende Mitglieder 156.

Im Mai 1905 wurden in der III. Klasse die folgenden neuen Mitglieder gewählt:

Zum ordentlichen Mitglied:

Ludwig v. Ilosvay, Chemiker, bisher k. M.

Zu korrespondierenden Mitgliedern:

Ludwig v. Bodola, Geodät.

Emerich v. Lörenthey, Palaeontolog.

Zum auswärtigen Mitglied:

Wilhelm Pfeffer in Leipzig, Botaniker.

— — —

5.

Bibliothek. Die Anzahl der geordneten Fächer beträgt 54. Diese enthalten 71 604 Werke. Darunter:

Anthropologie	529
Mathematik und Astronomie	1237
Naturwissenschaft	247
Physik	1021
Chemie	465
Naturgeschichte	137
Zoologie	735
Botanik	459
Mineralogie und Geologie	577
Medizinische Wissenschaften	2579
Ausgaben von Akademien und wissenschaftlichen Gesellschaften	629
Ausgaben der Ungar. Akademie d. W.	386
Ausländische Zeitschriften	204
Inländische Zeitschriften	399
Bolyaiana	39.

Der Fachkatalog besteht aus 113 Bänden und 48 Zettelkasten. Angekauft wurden 503 Werke. Als Pflichtexemplare wurden erhalten von 326 Druckereien 8418 Werke. Private und Behörden schenkten 153 Werke.

Im Lesesaal der Bibliothek benutzten 8866 Personen 12 206 Werke. Ausgeliehen waren 708 Werke.

— — — —

6.

Die III. Klasse hat folgende Arbeiten mit Preisen gekrönt:

1. Stefan Bugársky: *Der Einfluß des Mediums auf die Reaktionsgeschwindigkeit und das chemische Gleichgewicht.* (Rózsay-Preis.)
2. Alexius Sigmond: *Neue Untersuchungen über den Phosphorbedarf des Kulturbodens und dessen Bestimmung.* (Rózsay-Preis.)

II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft.

1.

Die Gesellschaft hielt ihre Generalversammlung am 28. Januar 1905 ab. Nach einer schwungvollen Eröffnungsrede des Präsidenten Prof. Vinzenz Wartha folgte der Jahresbericht des Sekretärs Prof. Josef Paszlavszky, aus dem wir die folgenden Daten entnehmen:

Im verflossenen Jahre sind in die Gesellschaft 961 neue Mitglieder eingetreten. Die Gesellschaft hat jetzt 8822 Mitglieder.

Die Gesellschaft gibt die folgenden ungarischen Zeitschriften heraus:

Természettudományi Közlöny (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) und hierzu *Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz* (Ergänzungsheft der Naturwissenschaftlichen Mitteilungen);
Állattani Közlemények (Zoologische Mitteilungen);
Növénytani Közlemények (Botanische Mitteilungen);
Magyar chemiai folyóirat (Ungarische Chemische Zeitschrift).

Außerdem hat die Gesellschaft eine Verlagsunternehmung für Pränumeranten, die je einen Zyklus von drei Jahren abonnieren. Im XI. Zyklus (1902—1904) erschienen in dieser Unternehmung die folgenden Werke:

Hoffmann-Wagner: *Magyarország virágos növényei* (Ungarns Phanerogamen, mit ungarischem Texte und ergänzenden Tafeln versehene Ausgabe des Hoffmannschen Pflanzenatlasses);
G. Almássy: *Vándorútam Ázsia szivébe* (Meine Reise nach Mittelasien);
K. Lamperth: *Az édesvizek élete* (Das Leben der Süßwässer), übersetzt von M. Entz;
O. Hermann: *A magyar nép arcza és jelleme* (Gesicht und Charakter des ungarischen Volkes);
G. H. Darwin: *A tengerjárás és rokon tunemények* (Ebbe und Flut, sowie verwandte Erscheinungen), übersetzt von R. v. Köveligethy.

2.

Aus dem Berichte des Kassierers entnehmen wir die folgenden Daten:

	Kronen	Heller
Die Gesellschaft besaß am 31. Dezember 1904 ein reines Gesamtvermögen von	425 516	13
Davon entfallen auf das Gebäude	238 000	
auf die Bibliothek	100 000	
auf den Büchervorrat . . .	40 000	
Das Budget der Gesellschaft belief sich im Jahre 1904 auf	154 718	19

3.

Aus dem Berichte des Bibliothekars erfahren wir, daß die Bibliothek der Gesellschaft um 699 Bände und 1 Atlas gewachsen ist, so daß sie mit Ende 1904 insgesamt 26 309 Bände umfaßte. Den Mitgliedern standen im Lesezimmer 133 Zeitschriften zur Verfügung. Auf neue Bücher und Einbände wurden 6555 Kronen verwendet. Der Bibliothek wurden im Jahre 1904 von 3513 Mitgliedern 4277 Bände entliehen.

BERICHT ÜBER DEN BOLYAI-PREIS.

Erstattet
von GUSTAV RADOS
an die ungarische Akademie der Wissenschaften.

Hochansehnliche Akademie!

Anläßlich der hundertsten Jahreswende der Geburt von JOHANN BOLYAIS hatte die hochansehnliche Akademie — um auch ihrerseits zur Feier dieses denkwürdigen Tages beizutragen — beschlossen, zum Andenken dieses Forschers von unvergänglichem Ruhme, sowie seines Vaters und Lehrers WOLFGANG BOLYAIS eine das Symbol der Akademie und das Bild von Budapest zeigende Medaille, sowie ferner einen internationalen Preis von 10000 Kronen zu stiften, der für immerwährende Zeiten die Benennung „BOLYAI-Preis der ungarischen Akademie der Wissenschaften" zu führen hat. Im Sinne des Stiftungs-Statutes hat derselbe zum ersten Male im Jahre 1905 zur Verteilung zu gelangen und ist nachher jedes fünfte Jahr dem Autor der hervorragendsten mathematischen Untersuchungen des verflossenen Lustrums zuzuerkennen, ohne Rücksicht auf die Sprache und die Art der Veröffentlichung dieser Untersuchungen. Es hat jedoch auch die Gesamtleistung des mit dem Preis zu krönenden Forschers in Betracht zu kommen. Für die Zuerkennung dieses Preises hat die mathematische und naturwissenschaftliche Klasse der Akademie in der März-Sitzung der Fälligkeitsjahre eine aus zwei internen und zwei auswärtigen Mitgliedern bestehende Kommission einzusetzen, die im Oktober dieses Jahres in Budapest zusammentritt und aus ihrer Mitte ihren Präsidenten und Referenten wählt. Der Präsident ist stimmberechtigt und entscheidet im Falle von Stimmengleichheit durch sein Votum.

Die Akademie hat für das Jahr 1905 eine Kommission eingesetzt, die bestanden hat aus den internen Mitgliedern: Herrn JULIUS KÖNIG, Sekretär der mathematischen und naturwissenschaftlichen Klasse, und GUSTAV RADOS, Mitglied derselben Klasse, und aus den zwei auswärtigen Mitgliedern: Herrn GASTON DARBOUX, secrétaire perpétuel de l'Academie des Sciences de l'Institut de France, und Herrn FELIX

KLEIN, Mitglied der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Die Kommission war am 11. und 12. Oktober zu ihren mündlichen Verhandlungen in Budapest vereint und wählte Herrn GASTON DARBOUX zum Präsidenten, Herrn FELIX KLEIN zum Referenten.

Der Schluß des von der Kommission aufgenommenen Protokolls lautet:

„Die Kommission konstatierte zuvörderst, daß die neuen Gesichtspunkte, von denen die moderne mathematische Forschung beherrscht wird, eine sehr ansehnliche Zahl von mathematischen Arbeiten zutage gefördert hat, deren hohen Wert die Kommission mit Freude anerkennt; allein gerade dieser Umstand hat die Aufgabe der Kommission auch zu einer äußerst schwierigen gestaltet.

Die Kommission war überzeugt, den Intentionen der Akademie am besten nachzukommen, indem sie sich entschloß, nur diejenigen Arbeiten in Verhandlung zu ziehen, die auf die *allgemeine* Entwicklung der Mathematik von bedeutendster Einwirkung waren. In diesem Sinne konnte die Kommission sich darauf beschränken, die Werke zweier Forscher in Erwägung zu ziehen, deren Verdienste allseitig anerkannt sind. Es sind dies die Herren DAVID HILBERT und HENRI POINCARÉ.

Die Kommission hat nun den einhelligen Beschluß gefaßt, den BOLYAI-Preis Herrn

HENRI POINCARÉ

zuzuerkennen, indem sie im Sinne des Statutes die Gesamtleistung des Herrn POINCARÉ in Betracht zog, dessen Untersuchungen bereits im Jahre 1879 einsetzen und sozusagen einen Kreislauf um das Gesamtgebiet der Mathematik vollendet haben, wobei sie der mathematischen Forschung überall neue Gesichtspunkte eröffneten. Die Kommission hat jedoch zu gleicher Zeit beschlossen, um Herrn HILBERT ein ganz besonderes Zeichen ihrer großen Wertschätzung darzubringen, ihren Referenten — entgegen dem herkömmlichen Brauch — damit zu beauftragen, in seinem Berichte der Arbeiten des Herrn DAVID HILBERT in derselben ausführlichen Weise zu gedenken, wie derjenigen des Herrn POINCARÉ. Denn sie würdigt die universelle Bedeutung derselben im vollen Maße und ist überzeugt, daß sie je länger, je mehr zu einer Rolle von größter Bedeutung berufen sind."

G. DARBOUX, Präsident.
F. KLEIN, Referent.
JULIUS KÖNIG.
GUSTAV RADOS.

* * *

Im Sinne dieser Beschlüsse hätte Herr FELIX KLEIN als gewählter Referent der Kommission die Werke der Herren HENRI POINCARÉ und DAVID HILBERT in gleicher Weise hinsichtlich ihrer Einwirkung auf die Entwicklung neuer mathematischer Ideen und Methoden des eingehenden besprechen und würdigen sollen. Leider war Herr FELIX KLEIN infolge seines Schonung heischenden Gesundheitszustandes gezwungen, seine Referentenstelle niederzulegen, und so mußte denn die Kommission — und wie ich hinzufügen darf — das gesamte mathematische Publikum mit lebhaftem Bedauern auf Herrn KLEINS Bericht verzichten. Herr KLEIN hätte mit demselben gewiß in glänzender Weise einen hochbedeutenden Beitrag zur Geschichte der modernen mathematischen Forschung geliefert. Um für den Ausfall des erwarteten Berichtes einigermaßen Ersatz zu schaffen, hat die BOLYAI-Kommission mich der unverdienten Ehre teilhaftig gemacht, an Stelle des Herrn KLEIN zu treten. Angesichts der kurzen Zeit, die mir zum Studium des reichen Materials zur Verfügung gestanden hat, nicht minder aber auch wegen der großen Schwierigkeit der mir zugefallenen Aufgabe, fürchte ich derselben nur in höchst unvollkommener Weise zu entsprechen. Um den gestellten Anforderungen auch nur einigermaßen gerecht zu werden, mußte ich mir von Haus aus die Beschränkung auferlegen, aus der großen Zahl der in Betracht kommenden Leistungen nur diejenigen herauszugreifen, welche gelegentlich der mündlichen Verhandlungen der Kommission als besonders maßgebend hervorgehoben wurden.

HENRI POINCARÉ ist unstreitbar im Augenblicke der wirksamste Forscher auf dem Gebiete der Mathematik und mathematischen Physik. Seine scharf ausgeprägte Individualität läßt ihn als intuitiven Gelehrten erkennen, der sich die Anregung zu seinen weitausgreifenden Untersuchungen aus dem unerschöpflichen Born geometrischer und physikalischer Anschauungen holt, diese jedoch mit bewundernswerter logischer Schärfe auch ins einzelne zu verarbeiten vermag. Neben glänzender Erfindungsgabe kennzeichnet ihn die Fähigkeit zur kühnen und erfolgreichen Verallgemeinerung mathematischer Beziehungen, die es ihm oft ermöglichte, die Grenzen der Erkenntnis auf den verschiedensten Gebieten der reinen und angewandten Mathematik weit hinaus zu schieben.

Hiervon zeugen gleich seine ersten Arbeiten über die automorphen Funktionen, mit denen er die Reihe jener glänzenden Publikationen eröffnete, die zu den größten mathematischen Leistungen aller Zeiten gezählt werden müssen. In dem Bestreben, für die Lösungen von Differentialgleichungen eindeutige und überall konvergente Darstellungen zu ermitteln, wandte er sich zunächst der einfachsten bis dahin genauer untersuchten Klasse von totalen Differentialgleichungen zu, den linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen mit rationalen oder auch

algebraischen Koeffizienten. Er gelangte hierbei zu neuen Transzendenten, die als weittragende Verallgemeinerung der elliptischen Funktionen, oder auch der elliptischen Modulfunktionen aufgefaßt werden können, und hinsichtlich der Lösung von linearen Differentialgleichungen dasselbe leisten, was die elliptischen und ABELschen Thetafunktionen für die Integrale algebraischer Differentiale geleistet hatten. Diese neuen transzendenten Funktionen sind dadurch gekennzeichnet, daß sie sich gegenüber den Transformationen gewisser diskontinuierlicher Gruppen von linear gebrochenen Substitutionen invariant verhalten. Sind in diesen Substitutionen $\left(z, \frac{az+b}{cz+d}\right)$ von der Determinante $ad - bc = 1$ alle Koeffizienten reelle Zahlen, so lassen diese die Achse der reellen Zahlen fest. Werden derartige Substitutionen mit einer solchen komponiert, deren Koeffizienten beliebige komplexe Zahlen sind, so lassen die komponierten Substitutionen einen Kreis unverändert, den POINCARÉ als Fundamentalkreis bezeichnet. Die hierdurch gekennzeichneten Gruppen sind es, die POINCARÉ FUCHSSche Gruppen nennt, während er die allgemeinsten diskontinuierlichen Gruppen von linearen Substitutionen als KLEINSche Gruppen benannt hat. Vermittels der Auffassungsweise der nichteuklidischen Maßbestimmung gelang es nun POINCARÉ die Beschreibung und Bestimmung der in Frage stehenden Gruppen anschauungsmäßig zu gestalten. Jede dieser Gruppen gibt Anlaß zu einer regulären Gebietseinteilung der Ebene oder des Raumes, und es kann dem Problem, alle FUCHSSchen oder KLEINschen Gruppen aufzustellen, die Wendung gegeben werden, daß alle regulären Gebietseinteilungen der nichteuklidischen Ebene beziehungsweise des nichteuklidischen Raumes zu bestimmen sind. Durch Einführung der sogenannten Zyklen konnte nun POINCARÉ die möglichen Fundamentalbereiche der FUCHSSchen Gruppen in sieben Familien einordnen und schließlich die den jeweiligen Gebietseinteilungen zugehörigen Gruppen auch wirklich aufstellen. Es handelte sich nun ferner um die Lösung des wichtigen Problems, diejenigen eindeutigen Funktionen zu bestimmen, die sich gegenüber den Substitutionen einer FUCHSSchen Gruppe invariant verhalten. Es sind dies die von POINCARÉ sogenannten FUCHSSchen Funktionen. Hierbei läßt sich POINCARÉ wieder durch die Analogie mit den elliptischen Funktion leiten. Bekanntlich sind die elliptischen Thetafunktionen selbst nicht periodisch, sondern verändern sich bei Vermehrung des Argumentes mit einer Periode durch das Hinzutreten eines Exponentialfaktors. POINCARÉ bildet nun Reihen, an denen die Einwirkung der Transformationen einer FUCHSSchen Gruppe schon äußerlich in Evidenz tritt und deren Verhalten dem der elliptischen Thetafunktionen ähnlich ist. Dieselben sind von der Form

$$\Theta(z, H(z)) = \Sigma H\left(\frac{a_i z + b_i}{c_i z + d_i}\right)(c_i z + d_i)^{-2m}, \qquad (m > 1)$$

wo die Summe über alle Transformationen der Gruppe zu erstrecken ist und H das Zeichen einer beliebigen rationalen Funktion bedeutet. Die durch diese Reihen definierten eindeutigen analytischen Funktionen sind es, die POINCARÉ als FUCHSsche Thetafunktionen bezeichnet. Dieselben genügen der Funktionalgleichung

$$\Theta\left(\frac{a_k z + b_k}{c_k z + d_k}\right) = \Theta(z)\,\frac{1}{(c_k z + d_k)^{2m}}$$

für jede Substitution der $\left(z, \frac{a_k z + b_k}{c_k z + d_k}\right)$ der vorgelegten FUCHSschen Gruppe. Übrigens muß man zwei Arten von FUCHSschen Gruppen und dementsprechend von FUCHSschen Thetafunktionen unterscheiden. Für die eine ist der Fundamentalkreis eine sogenannte natürliche Grenze, und sie existiert nur innerhalb dieses Kreises, für die andere Art finden sich an der Peripherie des Fundamentalkreises nur isolierte singuläre Stellen vor und die Funktionen dieser Art können über diesen Kreis hinweg über die ganze Ebene fortgesetzt werden.

In Analogie zu dem üblichen Ansatze in der Theorie der elliptischen Funktionen stellt nun POINCARÉ durch Quotienten von Θ-Funktionen gleichen Grades m solche Funktionen her, die gegen alle Transformationen der vorgelegten FUCHSschen Gruppe unempfindlich bleiben. Es sind dies die FUCHSschen Funktionen, für die nun analoge Gesetze gelten, wie für die elliptischen Funktionen. Die Zahl der Null- und Unendlichkeitsstellen innerhalb eines Fundamentalpolygons ist die gleiche. Zwei FUCHSsche Funktionen derselben Gruppe sind stets durch eine algebraische Gleichung verbunden, deren Geschlecht mit dem anschauungsmäßig definierten Geschlechte der Gruppe übereinstimmt. So ist ein Anknüpfungspunkt an die Theorie der algebraischen Funktionen gegeben, den POINCARÉ in erfolgreicher Weise zum Beweis des wichtigen Satzes benützt: Die Koordinaten der Punkte einer beliebig vorgelegten algebraischen Kurve können stets als eindeutige Funktionen eines Parameters dargestellt werden. Als ähnlich wirksames Instrument der Untersuchung haben sich die FUCHSschen Funktionen für die Theorie der ABELschen Integrale erwiesen, für deren Reduzibilität auf Integrale niederen Geschlechtes POINCARÉS Untersuchungen als diejenigen zu erwähnen sind, die in das Wesen der Frage aufs tiefste eindringen.

Durch die Einführung der sogenannten FUCHSschen Zetafunktionen, die als Quotienten einer Reihe mit rationalen Gliedern und einer Θ-Reihe definiert werden, gelang es POINCARÉ schließlich zu beweisen, daß vermittels dieser neuen Transzendenten die Lösungen von linearen Differentialgleichungen, deren Koeffizienten algebraische Funktionen der unabhängigen Veränderlichen sind, in analoger Weise ausgedrückt

werden können, wie etwa die Integrale von algebraischen Differentialen durch ABELsche Θ-Funktionen.

Hiermit hatte POINCARÉ für das Studium der automorphen Funktionen und deren Anwendungen ein weites Feld eröffnet und durch die Klarlegung des Zusammenhanges dieser Theorie mit derjenigen der linearen Differentialgleichungen die letztere mit neuen und fruchtbaren Methoden bereichert.

Von POINCARÉS weiteren funktionentheoretischen Untersuchungen sei ferner die Abhandlung „Sur un théorème de la théorie générale des fonctions" (Bulletin de la Société mathématique de France 1883) hervorgehoben. Es handelte sich hier darum, allgemein die Theorie der mehrdeutigen analytischen Funktionen auf diejenige der eindeutigen Funktionen zurückzuführen. In der Tat ist es POINCARÉ gelungen, den folgenden grundlegenden Satz von großer Allgemeinheit aufzustellen: Ist y eine beliebige mehrdeutige analytische Funktion von x, so kann man stets eine Veränderliche z von der Art bestimmen, daß x und y als eindeutige Funktionen derselben dargestellt werden können.

Es sei hier ferner der wichtigen Arbeit POINCARÉS gedacht, die sich auf das LAGUERRESche Geschlecht von transzendenten ganzen Funktionen bezieht und deren Hauptsätze für die transzendente ganze Funktion $f(x) = \Sigma A_n x^n$ vom Geschlechte p die Wachstumseigenschaft $|f(x)| < e^{|x|^{p+1}}$ und für die Koeffizienten die Beziehung

$$\lim_{n=\infty} A_n (n!)^{\frac{1}{p+1}} = 0$$

liefern, die in späteren wichtigen Untersuchungen eine Rolle spielen.

Für die allgemeine Theorie der analytischen Funktionen war es von großer Bedeutung die Frage zu beantworten, von welcher Mächtigkeit die Menge der Funktionswerte einer mehrdeutigen analytischen Funktion an einer beliebigen Stelle ihres Bereiches sein möge. POINCARÉ hat nun bewiesen, daß die vollständige Bestimmung einer analytischen Funktion stets durch eine abzählbare Menge von Funktionselementen bewirkt werden kann, und daß demnach die Menge der Funktionswerte an einer beliebigen Stelle ihres Bereiches auch abzählbar ist.

Daß die Verwendung von divergenten Reihen unter gewissen Voraussetzungen als legitimes Mittel mathematischer Forschung wieder wirksam wurde, ist vornehmlich dem Umstande zuzuschreiben, daß sich POINCARÉ der von ihm als asymptotisch bezeichneten Darstellungen sowohl gelegentlich seiner Untersuchungen über die irregulären Lösungen von linearen Differentialgleichungen als auch in seiner berühmten Abhandlung „Sur le problème de trois corps et les équations de la dyna-

mique" im reichlichsten Maße bediente und damit zu ähnlichen Untersuchungen die Anregung gegeben hat.

Eine neue Wendung gab er auch der Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten Zahlen durch den Hinweis auf den Zusammenhang derselben mit LIES Gruppentheorie, wodurch die Theorie der komplexen Zahlen in ganz neuem Lichte erscheint und an die Lösung ihrer Grundprobleme mit den Hilfsmitteln der Gruppentheorie herangetreten werden konnte.

Erwähnt sei noch die Theorie von linearen Gleichungssystemen von unbegrenzt vielen Gleichungen mit unbegrenzt vielen Unbekannten, in welcher POINCARÉ als erster allgemeine Konvergenzkriterien für die auftretenden unendlichen Determinanten gab.

Ich muß noch in Kürze derjenigen Arbeiten POINCARÉS gedenken, die den Boden für den Ausbau einer allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen von mehreren Veränderlichen vorbereiten. Hier ist zuerst seine Abhandlung „Sur les résidus des intégrales doubles" zu nennen. Zwischen der Theorie der Funktionen einer Veränderlichen und derjenigen von mehreren Veränderlichen zeigen sich schon in den Anfangsgründen tiefreichende Unterschiede. Die direkte Übertragung von Sätzen der einen Theorie auf die andere gelang bisher in den seltensten Fällen. POINCARÉ hat nun gezeigt, auf welche Weise die grundlegenden CAUCHYschen Residuensätze für mehrfache Integrale ausgesprochen werden können und wendet dieselben auf das Studium der Periodizitätsmodulen von mehrfachen Integralen und der ABELschen Thetafunktionen an.

In diesem Zusammenhange seien noch seine Untersuchungen aus dem Gebiete der Analysis situs von höhern Mannigfaltigkeiten hervorgehoben (1895—1904). Er gelangt hierbei u. a. zu dem wichtigen Resultat, daß eine Mannigfaltigkeit höherer Dimension durch die Angabe der BETTIschen Zusammenhangszahlen allein im Sinne der Analysis situs noch nicht bestimmt ist, vielmehr lassen sich zu einem System von BETTIschen Zahlen noch unendlich viele Mannigfaltigkeiten bilden, die nicht ineinander deformierbar sind. Insbesondere ist hier zu erwähnen die Ausdehnung des EULERschen Polyedersatzes auf Polyeder von beliebiger Dimension und beliebigem Zusammenhang.

POINCARÉ war es, der als erster für das folgende WEIERSTRASSsche Theorem einen Beweis geführt hat: Ist eine analytische Funktion von zwei komplexen Variabeln überall meromorph, so kann sie stets als Quotient von zwei ganzen Funktionen derselben Variabeln dargestellt werden.

Ferner sei noch einer bemerkenswerten Verallgemeinerung des ABELschen Theorems gedacht, die folgendermaßen ausgesprochen werden kann: Sind $(x_1, y_1, z_1), \ldots, (x_q, y_q, z_q)$ die Koordinaten der Schnittpunkte einer algebraischen Fläche mit einer algebraischen Raumkurve C, sind

ferner $(x_i + dx_i, y_i + dy_i, z_i + dz_i)$ die Koordinaten des Schnittpunktes einer der C benachbarten Raumkurve C', so besteht eine Anzahl von Beziehungen

$$X_1 dx_1 + X_2 dx_2 + \cdots + X_q dx_q = 0,$$

wobei die X_i rationale Funktionen der x, y, z sind.

Es mögen noch seine Untersuchungen über das Verschwinden der Abelschen Thetafunktion, sein Beweis über die Darstellung der Abelschen Funktionen durch Thetaquotienten und schließlich die Verallgemeinerung des Satzes von der Residuensumme der elliptischen Funktionen auf Abelsche hervorgehoben werden (1902).

Auch die Theorie der allgemeinen gewöhnlichen Differentialgleichungen hat durch Poincarés Untersuchungen eine Bereicherung erfahren. Ich denke hierbei in erster Linie an jene topographischen Untersuchungen der Lösungen von Differentialgleichungen, die gewissermaßen eine qualitative Analyse der Integrale noch vor deren Ermittelung zulassen. Diese lange Reihe von Untersuchungen, mit denen Poincaré seine Arbeit über das Dreikörperproblem gewissermaßen vorbereitet hat, sind vermöge der Fülle der enthaltenen Resultate noch zu einer bedeutungsvollen Rolle berufen.

Von Poincarés zahlentheoretischen Arbeiten sei zuvörderst seine Abhandlung „Sur un mode nouveau de représentation géometrique des formes quadratiques définies ou indéfinies" erwähnt, in der er zunächst eine Arithmetik der Gittersysteme (réseaux) entwickelt und vermittels derselben die Äquivalenztheoreme und die Gausssche Theorie der Komposition von quadratischen Formen in sinnreicher Weise geometrisch darstellt. Die Übertragung der hier entwickelten Methoden auf Mannigfaltigkeiten von höheren Dimensionen führte ihn später zu einer interessanten Verallgemeinerung des Kettenbruch-Algorithmus. Zu erwähnen sind ferner seine Arbeiten über arithmetische Invarianten, die er durch Reihen und Integrale darstellt und auf die Erledigung von Äquivalenzfragen anzuwenden weiß. Durch die Betrachtung derjenigen diskontinuierlichen Gruppen von linearen Substitutionen, die eine ternäre indefinite quadratische Form unverändert lassen, gewinnt er einen Anschluß an die Theorie der automorphen Funktionen. Jede dieser Gruppen ist mit einer speziellen Fuchsschen Gruppe isomorph. Die zu dieser Fuchsschen Gruppe gehörigen sogenannten arithmetischen Fuchsschen Funktionen zeichnen sich dadurch aus, daß sie ein Additionstheorem besitzen, was bei allgemeinen Fuchsschen Funktionen nicht der Fall ist. Die mannigfachen Beziehungen, die zwischen arithmetischen Fuchsschen Funktionen bestehen, eröffnen der Zahlentheorie und Algebra ein aussichtsreiches Feld für neue Untersuchungen. Algebraisch-arithmetischen Charakters sind seine Arbeiten über die Äquivalenz von Formen höherer Ordnung, die als wesentliche Weiter-

führung der bezüglichen HERMITEschen und JORDANschen Untersuchungen zu betrachten sind.

Ich gehe nun auf die Arbeiten POINCARÉS über, die sich auf Probleme der Mechanik und theoretischen Physik beziehen. Als bedeutendstes in dieser Reihe ist an erster Stelle seine große preisgekrönte Abhandlung „Sur le problème de trois corps et les équations de la dynamique" (Acta Mathematica Bd. XIII, 1890) zu erwähnen. Angesichts der großen Schwierigkeiten, die sich der Integration der Differentialgleichungen des Dreikörperproblems entgegenstellen, haben auch POINCARÉS Untersuchungen im wesentlichen nur zu negativen Resultaten geführt. Aber als großes Verdienst ist es ihm anzurechnen, daß er auf die Unzulänglichkeit der heutigen mathematischen Methoden für die Lösung des Problems nicht bloß hingewiesen, sondern dieselbe auch bewiesen hat. Es gelang ihm mit voller Strenge den Nachweis zu führen, daß es außer den bekannten Integralen des Problems keine weiteren eindeutigen analytischen Integrale geben könne, so daß die Lösung des Problems ganz andere Hilfsmittel erheischt, als diejenigen, über die wir heute verfügen. Einer eingehenden Untersuchung unterzieht er den speziellen Fall des Problems, in welchem die Masse A groß, B klein und C unendlich klein angenommen wurden und A und B Kreisbewegungen ausführen. Er führt zur Behandlung die auch mathematisch höchst fruchtbaren Methoden der Integralinvarianten, variierten Differentialgleichungen, charakteristischen Exponenten, periodischen und asymptotischen Lösungen ein, und es gelingt ihm für den erwähnten Spezialfall nachzuweisen, daß im Falle, daß AC endlich bleibt, die Massen A, B, C ihren ursprünglichen Positionen unendlich oft wieder beliebig nahe kommen. Überdies ist diese bewundernswerte Abhandlung reich an weittragenden Prinzipien für die praktische Erledigung der Probleme der himmlischen Mechanik, die heute auch der praktische Astronom anerkennt.

Von nicht geringerer Wichtigkeit ist seine folgenreiche Abhandlung „Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation" (1885). Für das alte klassische Problem der Gleichgewichtsformen rotierender Flüssigkeiten schafft hier POINCARÉ eine äußerst sinnreiche neue Theorie. Nach der Einführung der sogenannten Bifurkations- und Grenzformen, der Stabilitätskoeffizienten, sowie nach einer höchst interessanten neuen Begründung der Theorie LAMÉscher Funktionen, gelingt es ihm nicht allein den Beweis für die Existenz der von MATHIESSEN und W. TOMSON angegebenen Gleichgewichtsformen zu führen, sondern auch die Existenz von unendlich vielen anderen nachzuweisen. Insbesondere sei hier die durch POINCARÉ als pyriforme (birnenförmig) benannte Gleichgewichtsfigur erwähnt, die zu bekannten kosmogenetischen Untersuchungen Anlaß geboten hat. Betreffs der Stabilität der Gleichgewichtsformen hat sich durch die Dis-

kussion der Vorzeichen der Stabilitätskoeffizienten folgendes Resultat ergeben. Rotationsellipsoide, die weniger abgeplattet sind als das JAKOBIsche Ellipsoid E, falls dasselbe auch ein Rotationsellipsoid ist, sind stabile Gleichgewichtsfiguren. Die dreiachsigen Ellipsoide sind stabil, wenn sie länglich sind. Diese Resultate bestehen auch für den Fall, daß eine Viskosität vorhanden ist. Rotationsellipsoide, deren Abplattung größer als diejenige von E ist, sind nur für reibungslose Flüssigkeiten stabile Gleichgewichtsfiguren.

Zu erwähnen ist hier ferner seine Abhandlung „Sur les équations aux derivées partielles de la physique mathématique" (1886). Eine große Anzahl von Problemen der theoretischen Physik hat auf die LAPLACEsche oder ähnliche partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung geführt. Trotz der großen Mannigfaltigkeit der vorkommenden Grenzbedingungen läßt das Wesen und die Behandlung dieser Probleme sozusagen einen gewissen gemeinschaftlichen Familienzug erkennen, so daß man auch für die Lösungen dieser Probleme eine Anzahl von gemeinschaftlichen Eigenschaften zu erwarten hat. Ein hervorstechender gemeinschaftlicher Zug zeigt sich unglücklicherweise in den enormen Schwierigkeiten, die sich bei dem Existenzbeweis der Lösungen einstellen. POINCARÉ unternimmt es in dieser Abhandlung diese Schwierigkeiten für eine Reihe dieser Probleme zu bekämpfen. So gelangt er hinsichtlich der Lösung des DIRICHLETschen Problems zu seiner äußerst originellen „méthode du balayage". In der gleichen ausführlichen Weise hat noch POINCARÉ das von FOURIER herrührende Problem der Erkaltung eines Körpers behandelt.

Im engen Zusammenhange hiermit steht seine Abhandlung „Sur les équations de la physique mathématique" (1894), in welcher er eine Reihe der schwierigsten und bedeutendsten Probleme der mathematischen Physik der Lösung zuzuführen vermag. Das Problem der Schwingungen einer gespannten Membran, die Elastizitätstheorie, die FOURIERsche Theorie der Wärmeleitung und auch noch zahlreiche andere Probleme der mathematischen Physik führen gleicherweise auf die Lösung der partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \xi v + f = 0, \qquad \text{(I)}$$

in welcher ξ eine Konstante, f aber eine gegebene Funktion der Koordinaten bedeutet. POINCARÉ behandelte insbesondere die allgemeine Randwertaufgabe: Es soll v als Funktion der Koordinaten derart bestimmt werden, daß es die Gleichung (I) befriedigt, nebst seinen ersten und zweiten Ableitungen innerhalb eines gegebenen Gebietes kontinuierlich ist und an den Stellen der Grenzfläche desselben Gebietes die Bedingung

$$\frac{dv}{dn} + bv = 0$$

erfüllt, wobei $\frac{dv}{dn}$ den Differentialquotienten nach der Normalen, b aber eine Konstante bedeutet.

Durch äußerst scharfsinnige Anwendung von Methoden, die teils von SCHWARZ und teils von C. NEUMANN herühren, gelingt ihm die strenge Lösung dieses Problems für die überwiegende Zahl von Fällen. Hervorzuheben sind hierbei die Reihe von an sich bedeutenden Hilfssätzen, die sich auf Integrale von der Form

$$\int \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right] d\tau$$

beziehen und die POINCARÉ als wirkungsvolles Instrument seiner Untersuchung anzuwenden verstanden hat.

In diesem Zusammenhange möge noch seine Abhandlung „La méthode de NEUMANN et le problème de DIRICHLET" hervorgehoben werden. Bekanntlich hat C. NEUMANN eine Methode entwickelt, vermittels deren man eine harmonische Funktion innerhalb eines Gebietes durch konvergente Ausdrücke darstellen kann, falls ihre Werte für alle Stellen der überall konvexen Grenzfläche dieses Gebietes gegeben sind. POINCARÉ gelang es nun, die NEUMANNsche Methode auf Begrenzungsflächen zu erweitern, die in allen Punkten eine bestimmte Tangentialebene und zwei bestimmte Hauptkrümmungsradien besitzen, im übrigen aber hinsichtlich ihrer Gestalt beliebig gegeben sind. Von besonderer Wichtigkeit sind hier POINCARÉS Entwicklungen, die sich auf die sogenannten Fundamentalfunktionen beziehen. Zu jeder Begrenzungsfläche gehört eine unendliche Reihe solcher Fundamentalfunktionen, die für kugelförmige Begrenzungsflächen in die bekannten Kugelfunktionen übergehen. POINCARÉ bemerkt, daß eine willkürliche Funktion sich nach Fundamentalfunktionen entwickeln lasse, wobei die Entwicklungskoeffizienten durch mehrfache Integrale ausgedrückt werden, die über diejenige Fläche zu erstrecken sind, der die Fundamentalfunktionen angehören. Sind diese Fundamentalfunktionen einer Fläche bekannt, so kann das DIRICHLETsche Problem sowohl für den Innenraum als den Außenraum der Fläche ohne Schwierigkeit gelöst werden.

Erwähnt sei noch die stattliche Reihe von Büchern, mit denen POINCARÉ die mathematische Literatur bereichert hat. Besonders seien die Werke „Les méthodes nouvelles de la Mécanique céleste, Leçons de Mécanique céleste (1905), La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes; La télégraphie sans fil und La Science et l'Hypothèse (1902)" hervorgehoben, ferner auch seine „Cours de physique mathématique": Théorie mathématique de la lumière (1887 auch in

Deutsche übertragen); Electricité et Optique (1890, auch übersetzt); Thermodynamique (1890); Leçons sur la théorie de l'Elasticité (1890); Théorie des tourbillons (1891); Les oscillations électriques (1892); Capillarité (1895); Théorie analytique de la propagation de la chaleur (1895); Calcul des Probabilités (1897); Cinématique et mécanismes (1899); Théorie du potentiel newtonien (1899); Figures d'équilibre d'une masse fluide (1902).

Ich habe in meinen bisherigen Ausführungen nur eines geringen Bruchteiles von den mehr als 300 Publikationen POINCARÉS flüchtig gedenken können; ich glaube jedoch, daß auch schon aus dem Angeführten klar hervorgeht, welch beherrschende Stellung wir POINCARÉS Leistungen in der mathematischen Literatur zuerkennen müssen, deren Entwicklung er durch eigenes Forschen nahezu auf allen Gebieten auf das wirksamste gefördert, überall aber durch die Fülle der durch ihn ersonnenen neuen Ideen und Methoden weitgehend befruchtet hat, so daß er sich würdig jenen großen französischen Mathematikern anschließt, in deren Reihen die Namen LAPLACE, GALOIS, CAUCHY, HERMITE von unvergänglichem Glanze sind.

Zum Schlusse sei mir noch gestattet seines letzterschienenen Werkes „Sur la valeur de la science" (1905) zu gedenken, in welchem er gewissermaßen das Glaubensbekenntnis des Gelehrten niedergelegt hat.

Ich möchte aus diesem hochinteressanten Buche eine Stelle wörtlich zitieren, an der er den Gegensatz anschauungsmäßiger und logischer Denkweise des näheren ausführt. Bezüglich der Logiker meint nun POINCARÉ: „En rejetant le secours de l'imagination, qui, nous l'avons vu, n'est pas toujours infaillible, ils peuvent avancer sans crainte de se tromper. Heureux donc ceux qui peuvent se passer de cette appui! Nous devons les admirer, mais combien ils sont rares!"

Einer dieser Bewundernwerten und Seltenen ist DAVID HILBERT, der Meister der logischen Analyse in der Mathematik. Mit glänzender logischer Kombinationskraft begabt, schafft er aus sich selber heraus, lediglich durch die Verallgemeinerung, durch das Trennen und Verknüpfen, durch das Sammeln von mathematischen Begriffen, so daß eine äußere, durch Anschauung vermittelte Anregung gar nicht erkennbar wird.

Logische Strenge und Schlichtheit der Beweisführung gelten ihm als adäquate Anforderungen, und er ist davon überzeugt, daß logische Schärfe — richtig erfaßt — niemals zur Sterilisierung, sondern vielmehr stets zur fruchtbaren Weiterentwicklung mathematischer Ideen führen müsse. Er wendet sich in seinen Forschungen mit Vorliebe den schwierigsten, lange Zeit unerledigt gebliebenen Problemen zu, deren Kern er mit bewundernswertem Scharfsinn so zu erfassen vermag, daß seine Betrachtungen nicht allein diese Probleme vollständig erledigen, sondern oft auch der ganzen Disziplin, der diese Probleme angehörten, einen Abschluß geben.

Von diesem Charakter sind schon seine ersten großen Abhandlungen, in denen HILBERT eine Begründung für den Fundamentalsatz der Invariantentheorie entwickelt. Diesen Satz hatte GORDAN für den Fall von Systemen binärer Grundformen bewiesen; die Methoden, die er hierbei angewendet hat, versagten jedoch in den Fällen, wo die Grundformen mehr als zwei Veränderliche enthalten oder auch dann, wenn die Grundformen mehrere Reihen von zwei Veränderlichen enthalten, die verschiedenen linearen Transformationen unterliegen. Um sich die Mittel für den lange gesuchten Beweis des allgemeinen Theorems zu schaffen, stellt HILBERT eine ganz neue Theorie der Modulsysteme von Formen voran, in welcher er Sätze von der größten Bedeutung entwickelt. Ein bereits klassisch gewordenes, tief erdachtes Theorem bildet hierzu den Ausgangspunkt. Es lautet wie folgt: Ist irgend eine nicht abbrechende Reihe von Formen der n Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ vorgelegt, etwa $F_1, F_2, F_3, \ldots$, so gibt es stets eine Zahl m von der Art, daß jede Form jener Reihe sich in die Gestalt

$$F = A_1 F_1 + A_2 F_2 + \cdots + A_m F_m$$

bringen läßt, wo $A_1, A_2, \ldots, A_m$ geeignete Formen der nämlichen Veränderlichen sind mit Koeffizienten, die demselben Rationalitätsbereiche angehören wie diejenigen der F. Diesem Satz gab er eine arithmetische Verfeinerung, indem er seine Gültigkeit auch für den Fall erweisen konnte, daß den auftretenden Koeffizienten die Beschränkung, ganze rationale Zahlen zu sein, auferlegt wird. Für die Modultheorie haben diese Sätze die Bedeutung, daß man aus den Formen eines Moduls stets eine endliche Anzahl von Formen so auswählen kann, daß jede andere Form des Moduls durch eine lineare Kombination jener ausgewählten Formen darstellbar ist. In geometrischer Deutung heißt das so viel, daß sich durch eine gegebene algebraische Raumkurve stets eine endliche Zahl von Flächen

$$F_1 = 0, F_2 = 0, \ldots, F_m = 0$$

hindurchlegen lasse derart, daß jede andere die Kurve enthaltende Fläche durch eine Gleichung von der Gestalt

$$A_1 F_1 + A_2 F_2 + \cdots + A_m F_m = 0$$

dargestellt werden kann, wo unter $A_1, \ldots, A_m$ quaternäre Formen zu verstehen sind.

Im weiteren Verlauf dieser Untersuchungen wendet sich HILBERT dem Studium gewisser Systeme von linearen Diophantischen Gleichungen zu, aus deren Lösungen er die sogenannten abgeleiteten Systeme bildet, und durch äußerst scharfsinnige Betrachtungen gelangt er zu folgendem abschließenden Resultat. Ist das Gleichungssystem

$$F_{t1}X_1 + F_{t2}X_2 + \cdots + F_{tm}X_m = 0 \quad (t = 1, 2, \ldots, m)$$

vorgelegt, worin $F_{t1}, \ldots, F_{tm}$ gegebene Formen von $x_1, x_2, \ldots, x_n$ bedeuten, so führt die Aufstellung der Relationen zwischen den Lösungen desselben zu einem zweiten Gleichungssystem von derselben Gestalt, zum sogenannten abgeleiteten System, das wiederum ein abgeleitetes System liefert u. s. f. Das so begonnene Verfahren erreicht nun immer (spätestens beim $n$ten abgeleiteten System, das sicher keine Lösung mehr hat) ein Ende. Durch die Kette von abgeleiteten Gleichungssystemen gewinnt HILBERT einen tiefen Einblick in die algebraische Struktur des Modulsystems $(F_1, F_2, \ldots, F_m)$ und ist in den Stand gesetzt, die Anzahl derjenigen Bedingungen zu ermitteln, welche die Koeffizienten einer Form von der Rten Ordnung zu erfüllen haben, um nach dem Modulsystem $(F_1, F_2, \ldots, F_m)$ der Null kongruent zu sein. Die Anzahl der voneinander linear unabhängigen Bedingungen $\chi(R)$ stellt HILBERT durch die bemerkenswerte Formel

$$\chi(R) = \chi_0 + \chi_1 \binom{R}{1} + \cdots + \chi_d \binom{R}{d} \qquad d < n$$

dar, wo $\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_d$ gewisse dem Modulsystem $(F_1, F_2, \ldots, F_m)$ eigentümliche ganze Zahlen bedeuten und übrigens R oberhalb einer bestimmten Grenze genommen werden muß, ferner die Symbole $\binom{R}{k}$ Binomialkoeffizienten bezeichnen. Diese ganzzahlige Funktion $\chi(R)$ nennt HILBERT die charakteristische Funktion des Moduls und beweist den für die Modultheorie wichtigen Satz, daß die Summe der charakteristischen Funktionen zweier Modulsysteme stets gleich ist der Summe, die aus den charakteristischen Funktionen des größten gemeinsamen und des kleinsten enthaltenden Modulsystems gebildet wird.* Neben-

---

* Sind $(F_1, F_2, \cdots, F_m)$ und $(H_1, H_2, \cdots, H_h)$ zwei Moduln, und ist für die Gleichung

$$F_1 X_1 + \cdots + F_m X_m = H_1 Y_1 + \cdots + H_h Y_m$$

das volle Lösungssystem

$$X_1 = F_{1s},\ X_2 = F_{2s}, \cdots, X_m = F_{ms},$$
$$Y_1 = H_{1s},\ Y_2 = H_{2s}, \cdots, Y_h = H_{hs}$$
$$(s = 1, 2, \cdots, k)$$

und bildet man die Formen

$$K_s = \sum_{i=1}^{m} F_i F_{is} = \sum_{j=1}^{h} H_j H_{js},$$

so ist $(K_1, K_2, \cdots, K_s)$ der kleinste enthaltende Modul, während bekanntlich $(F_1, F_2, \cdots, F_m; H_1, H_2, \cdots, H_h)$ als der größte gemeinsame Modul bezeichnet wird.

bei ist es von Interesse zu bemerken, daß die Koeffizienten $\chi_0, \ldots, \chi_4$ mit den von NÖTHER definierten Geschlechtszahlen der durch das Modulsystem definierten Raumkurve auf das engste zusammenhängen.

Mittels dieser Sätze und eines Satzes über den Ω-Prozeß, dessen wesentlicher Inhalt von GORDAN und MERTENS herrührt, gelingt es nun HILBERT, den Fundamentalsatz der Invariantentheorie unter den allgemeinsten Voraussetzungen nachzuweisen. Derselbe lautet in HILBERTS Formulierung wie folgt. Ein System von Grundformen mit beliebig vielen Veränderlichen, welche in vorgeschriebener Weise gleichen oder verschiedenen Transformationen unterliegen, hat stets eine endliche Zahl von ganzen und rationalen Invarianten, durch welche sich jede andere ganze und rationale Invariante in ganzer und rationaler Weise ausdrücken läßt.

Das gleiche gilt von den Kovarianten, Kombinanten und Kontravarianten, da diese Bildungen sich unter den Invariantenbegriff zusammenfassen lassen.

Versteht man unter einer irreduziblen Syzygie eine solche Relation zwischen den Invarianten des Grundformensystems, deren linke Seite nicht durch lineare Kombination von Syzygien niederer Art erhalten werden können, so bestehen die beiden abschließenden Sätze HILBERTS:

Ein endliches System von Invarianten besitzt nur eine endliche Zahl von irreduziblen Syzygien.

Die Systeme irreduzibler Syzygien verschiedener Arten bilden eine Kette abgeleiteter Gleichungssysteme, die spätestens beim $(m+1)$ten Gliede abbricht, wenn m die Zahl der Invarianten des vollen Systems bezeichnet.

Nachdem HILBERT die Existenz des vollen Invariantensystems nachgewiesen hatte, war nun das Problem gegeben, die wirkliche Aufstellung desselben auf eine endliche Anzahl, von Beginn der Rechnung übersehbarer Prozesse zurückzuführen. HILBERT gab nun seinen Untersuchungen eine merkwürdige Wendung, die die ganze Invariantentheorie in neuem Lichte erscheinen läßt. Es kann nämlich die Invariantentheorie der Theorie der algebraischen Funktionenkörper derart untergeordnet werden, daß sie lediglich als bemerkenswertes Beispiel für diese Theorie erscheint etwa so, wie in der Zahlentheorie der Kreisteilungskörper heute nur mehr als Beispiel unter den allgemeinen Zahlkörpern gelten kann, an dem die Sätze der allgemeinen Zahlkörper zuerst erkannt wurden. HILBERT führt nun den Nachweis dafür, daß sich zu jedem Grundformensystem stets ein algebraischer Funktionenkörper konstruieren lasse, dessen ganze algebraische Funktionen genau mit den ganzen rationalen Invarianten des vorgelegten Grundformensystems übereinstimmen. Dies ist der Invariantenkörper. Unter der Heranziehung des KRONECKERschen fundamentalen Theorems über das

Fundamentalsystem eines Körpers ist es nun klar, daß nach der Kenntnis des Invariantenkörpers zur Aufstellung des vollen Invariantensystems nur noch die Lösung elementarer Aufgaben aus der arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen nötig ist.

Im weiteren Verlauf der Untersuchungen beweist HILBERT einen Satz, der sich den früher erwähnten schönen Theoremen über Modulsysteme würdig anreiht, und den ich seiner Wichtigkeit und vielseitigen Verwendbarkeit wegen besonders hervorheben möchte. Derselbe lautet: Sind m ganze rationale homogene Funktionen $f_1, f_2, \ldots, f_m$ der n Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ vorgelegt und sind ferner $F, F', F'', \ldots$ irgendwelche ganze rationale homogene Funktionen von $x_1, x_2, \ldots, x_n$, von der Beschaffenheit, daß sie für alle diejenigen Wertsysteme dieser Veränderlichen verschwinden, für welche die vorgelegten m Funktionen $f_1, f_2, \ldots, f_m$ sämtlich gleich Null sind, dann ist es stets möglich, eine ganze Zahl r zu bestimmen derart, daß jedes Produkt $\Pi^{(r)}$ von beliebigen r Funktionen der Reihe $F, F', F'', \ldots$ dargestellt werden kann in der Gestalt

$$\Pi^{(r)} = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \cdots + a_m f_m,$$

wo $a_1, a_2, \ldots, a_m$ geeignet gewählte ganze rationale homogene Funktionen der Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sind. Dieser Satz, den HILBERT in einer späteren Arbeit in sinnreicher Weise zu einem überaus einfachen Beweis eines DEDEKINDschen Theorems über hyperkomplexe Zahlen angewendet hatte, bildet den Kern der ganzen Theorie der algebraischen Invarianten. Die weitere Theorie wird auf die Bestimmung der sogenannten Nullformen aufgebaut, d. h. von Formen, deren Koeffizienten solche numerische Werte besitzen, daß alle ihre Invarianten verschwinden. Eine jede dieser Nullformen kann durch eine unimodulare Substitution auf eine kanonische Form gebracht werden und die Aufgabe alle Nullformen aufzustellen, ist somit auf die Bestimmung aller kanonischen Nullformen zurückgeführt. Die hierzu notwendige Lösung von Diophantischen Ungleichungen geschieht am besten auf graphischem Wege. Für die Aufstellung des vollen Invariantensystems gibt HILBERT schließlich das folgende Verfahren an:

1. Man stelle ein System S_1 von Invarianten auf, durch welche sich alle anderen Invarianten der Grundform als ganze algebraische Funktionen ausdrücken lassen; ein derartiges System S_1 erhält man, indem man solche Invarianten auswählt, deren Verschwinden überhaupt das Verschwinden aller Invarianten zur Folge hat.

2. Man stelle ein System S_2 von Invarianten auf, durch welche sich alle übrigen Invarianten rational ausdrücken lassen.

3. Man berechne ein vollständiges System von ganzen algebraischen Funktionen in dem durch die Systeme S_1 und S_2 bestimmten

Funktionenkörper. Die Funktionen dieses Systems S_3 sind Invarianten und bilden zusammengenommen mit den Invarianten S_1 das gesuchte volle Invariantensystem.

Von diesen drei Aufgaben ist die erste die schwierigste; sie wird gelöst, indem man solche Invarianten ermittelt, deren Verschwinden notwendig das Verschwinden aller Invarianten zur Folge hat; zu ihrer Ermittelung genügt es, alle diejenigen Invarianten in Betracht zu ziehen, deren Gewicht eine gewisse Zahl nicht übersteigt. Übrigens zeigt HILBERT, daß das volle System der Invarianten auch ohne Kenntnis eines Systems S_2 aufgestellt werden könne.

HILBERTS Arbeiten haben somit für alle wesentlichen und bis dahin ungelösten Fragen der Invariantentheorie die langgesuchte Erledigung in der vollkommensten Weise gebracht, so daß dank derselben die Lehre von den Invarianten hinsichtlich der theoretischen Fragen als abgeschlossen betrachtet werden kann.

Ich wende mich nun den arithmetischen Untersuchungen HILBERTS zu. Die Zahlentheorie hat vermöge der Schlichtheit ihrer Grundlagen, der Exaktheit ihrer Begriffe, der methodischen Reinheit ihrer Schlüsse von jeher als Muster für alle andern mathematischen Disziplinen gegolten, hat jedoch zu ihrer Beherrschung und Förderung ein großes Abstraktionsvermögen zur unerläßlichen Voraussetzung. Wir können uns daher nicht wundern, daß sie auf HILBERT, den abstrakten Denker, auch ihren Zauber ausübte und ihn zu tiefgehenden Untersuchungen anreizte. Ich führe seine eigenen Worte an, die sein Empfinden hierfür am klarsten zum Ausdruck bringen. „Die Theorie der Zahlkörper ist wie ein Bauwerk von wunderbarer Schönheit und Harmonie; als der am reichsten ausgestattete Teil dieses Bauwerkes erscheint mir die Theorie der ABELschen und relativ-ABELschen Körper, die uns KUMMER durch seine Arbeiten über die höheren Reziprozitätsgesetze und KRONECKER durch seine Untersuchungen über komplexe Multiplikasion der elliptischen Funktionen erschlossen haben. Die tiefen Einblicke, welche die Arbeiten dieser beiden Mathematiker in die genannte Theorie gewähren, zeigen uns zugleich, daß in diesem Wissensgebiete eine Fülle der kostbarsten Schätze verborgen liegt, winkend als reicher Lohn dem Forscher, der den Wert solcher Schätze kennt und die Kunst, sie zu gewinnen mit Liebe betreibt."* Diesen schönen Worten HILBERTS haben wir nur hinzuzufügen, daß HILBERT selbst es ist, dem es gelang die tiefstverborgenen und kostbarsten dieser Schätze zu heben. Von seinen arithmetischen Untersuchungen sei als erste „Ein neuer Beweis des KRONECKERschen Fundamentalsatzes über ABELsche Zahlkörper" (1896) erwähnt. KRONECKER hatte schon im Jahre 1853 den fundamentalen Satz aufgestellt, daß die Wurzeln aller

* Die Theorie der algebraischen Zahlkörper. Bericht von D. HILBERT 1897.

ABELschen Gleichungen im Bereiche der rationalen Zahlen sich durch Einheitswurzeln ausdrücken lassen. Lange Zeit blieb dieser fundamentale Satz unbewiesen, und erst nach 30 Jahren hatte für denselben H. WEBER unter Heranziehung von transzendenten Hilfsmitteln einen äußerst schwierigen Beweis erbracht. HILBERT liefert nun mit Hilfe einer Reihe durch ihn eingeführter Begriffsbildungen und unter Anwendung des Diskriminantensatzes von MINKOWSKI einen einfachen arithmetischen Beweis dieses Satzes, aus dem zugleich ersichtlich wird, auf welche Weise man alle ABELschen Körper von gegebener Gruppe und Diskriminante aufstellen kann.

Ich muß des ferneren seines schon früher zitierten Berichtes „Die Theorie der algebraischen Zahlkörper" gedenken. Es ist dies ein Bericht über die Entwicklungsgeschichte der Theorie der algebraischen Zahlkörper, der in Folge seiner klaren Anordnung, der präzisen Beweisführung als Musterbild einer Zusammenfassung gelten kann, hierüber hinaus aber vermöge der Fülle in demselben zuerst veröffentlichter neuer Begriffsbildungen und Methoden als wesentliche Weiterführung der Theorie der algebraischen Zahlkörper zu betrachten ist. Relativkörper, Relativnorm, Relativdiskriminante, Verzweigungskörper usw. sind alles von HILBERT herrührende Begriffsbildungen, die hier zuerst im systematischen Zusammenhang entwickelt wurden. Als besonders folgenreich hat sich die von HILBERT hier entwickelte Theorie des KUMMERschen Zahlkörpers erwiesen, ferner die Bildung des Begriffs der Normenreste dieses Körpers. Mittels dieses Begriffs gelingt es, das allgemeine Reziprozitätsgesetz für Potenzreste durch die Formel

$$\prod_{\mathfrak{w}} \left(\frac{\mu, \nu}{\mathfrak{w}}\right) = 1$$

darzustellen, wo $\left(\frac{\mu, \nu}{\mathfrak{w}}\right)$ eine gewisse Einheitswurzel bedeutet und das Produkt über alle Primideale $\mathfrak{w}$ des Körpers zu erstrecken ist.

In seiner Abhandlung „Über die Theorie der relativ-quadratischen Zahlkörper" hat er die Theorie der quadratischen Reste für den Fall entwickelt, daß der Grundkörper k imaginär und von ungerader Klassenanzahl ist. Als wichtigstes Resultat dieser Untersuchungen kann das Reziprozitätsgesetz in k gelten und jener Satz, demzufolge in einem relativ-quadratischen Körper stets die Hälfte aller denkbaren Charakterensysteme wirklich durch Geschlechter vertreten sind, und der gewissermaßen als Verallgemeinerung der bekannten Sätze von GAUSS gelten kann.

In seiner wichtigen Abhandlung „Über die Theorie der relativen ABELschen Körper" wird die Gültigkeit dieser Sätze auf beliebige Körper k ausgedehnt. Als grundlegend wichtiges Hilfsmittel der

Untersuchung wird hier zuerst die Begriffsbildung des Klassenkörpers eingeführt.

Es ist dies jener in bezug auf k relativ-ABELsche Zahlkörper von der Relativdiskriminante 1, der alle in bezug auf k unverzweigten Körper als Teilkörper enthält. KRONECKER wurde schon im Jahre 1856 zu der überraschenden Bemerkung geführt, daß es zu jedem imaginären quadratischen Körper einen zu assoziierenden Zahlkörper von der Relativdiskriminante 1 gibt, nach dessen Adjunktion die sämtlichen Ideale des Grundkörpers zu wirklichen ganzen algebraischen Zahlen werden. Er bezeichnet es als höchstes, erstrebenswertes Ziel der Zahlentheorie, die Natur dieses zu assoziierenden Zahlkörpers zu ergründen. Die Hilfsmittel hierzu hat nun HILBERT geschaffen, durch dessen grundlegende Untersuchungen angeregt, es H. PH. FURTWÄNGLER (1904) gelungen ist, den Klassenkörper für einen beliebig vorgelegten Zahlkörper wirklich zu konstruieren.

Als Meisterwerk und Beleg seines großen Talentes für die Vereinfachung schwieriger Beweise sei noch einer seiner älteren Arbeiten „Über die Zerlegung der Ideale eines Zahlenkörpers in Primideale" (1894) gedacht, in welcher er den bekannten DEDEKINDschen Satz unter der Zugrundelegung des GALOISschen Zahlkörpers aufs lichtvollste und übersichtlichste beweist. Ferner auch seines Beweises für die Transzendenz der Zahlen e und π. Hier hat er den Kern des HERMITEschen und LINDEMANNschen Beweises seines unnötigen Beiwerkes entkleidet, indem er das Nichtverschwinden eines Ausdruckes nicht auf schwierige Abschätzungen, sondern auf den Nachweis gründet, daß er eine ganze Zahl vorstellt, welche modulo einer geeigneten Primzahl gewiß nicht zur Null kongruent ist.

Im Anschluß zu diesen arithmetischen Untersuchungen sei noch einer wichtigen Abhandlung „Über die Irreduziblität ganzer Funktionen mit ganzzahliger Koeffizienten" gedacht. In dieser Abhandlung führt HILBERT den Nachweis des Satzes: Ist eine Funktion $F(x, y, \ldots, w; t, r, \ldots, q)$ in einem gewissen durch eine algebraische Zahl bestimmten Rationalitätsbereich irreduzibel, so ist es stets auf unendlich viele Weisen möglich, in dieser Funktion für $t, r, \ldots, q$ ganze rationale Zahlen einzusetzen, so daß dadurch die Funktion in eine Funktion allein der Veränderlichen $x, y, \ldots, w$ übergeht, welche im gegebenen Rationalitätsbereiche irreduzibel ist. Hieraus ergibt sich alsdann der Beweis des bis dahin nur vermuteten Satzes, daß es unbegrenzt viele Gleichungen $n$ten Grades geben müsse, deren Gruppe im Bereiche der rationalen Zahlen die symmetrische Gruppe ist. Das Gleiche gilt auch für die alternierende Gruppe.

Indem ich nun auf die geometrischen Untersuchungen HILBERTS übergehe, habe ich über sein Werk „Grundlagen der Geometrie" (1899,

2. Aufl. 1905) zu berichten. Diese Grundlagen sind eine kritische Untersuchung der Prinzipien der Geometrie, für die er ein einfaches und vollständiges System von Axiomen aufstellt und die wichtigsten Grundtheoreme (den Satz von DESARGUES und einen Spezialfall des PASCALschen Satzes) in der Weise ableitet, daß die Tragweite der aus den einzelnen Axiomen zu ziehenden Schlüsse in Evidenz tritt. Er ordnet die Axiome in fünf Gruppen ein und beweist die Widerspruchslosigkeit derselben, indem er arithmetische Mannigfaltigkeiten konstruiert, die den Axiomen genügen. Schließlich werden die geometrischen Elementarkonstruktionen eingehend erörtert und auf Grund tiefliegender arithmetischer Sätze die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür entwickelt, daß sich eine vorgelegte Konstruktionsaufgabe allein durch Ziehen von Geraden und Abtragen von Strecken lösen lasse.

In diesem Zusammenhange sei noch seiner wichtigen Untersuchung über die Begründung der Geometrie vom Standpunkte der Transformationsgruppen aus gedacht, die durch die größere Allgemeinheit ihrer Voraussetzungen die hierauf bezüglichen Untersuchungen von SOPHUS LIE überholt.

HILBERTS hier genannten Arbeiten, die hinsichtlich ihrer großen Bedeutung schon von POINCARÉ auf das eingehendste gewürdigt wurden, haben eine reiche Literatur hervorgerufen, gewissermaßen die von HILBERT wiederholt ausgesprochene Überzeugung bekräftigend, daß die logische Strenge der Untersuchungen stets die Keime fruchtbarer Weiterentwicklung in sich trägt.

Und nun noch einiges über HILBERTS Forschungen auf dem Gebiete der Funktionentheorie. Ich möchte zuerst seines bewunderungswürdigen Beweises gedenken, den er für das DIRICHLETsche Prinzip geführt hat, welches die Existenz der Lösung des bekannten Randproblems der Potentialtheorie aus der als selbstverständlich angesehenen Existenz des Minimums eines Integrals folgert. Dieses Prinzip hatte sich vermöge seiner Einfachheit und mannigfachen Anwendbarkeit auf die Theorie der algebraischen Integrale, sowie auf Probleme der mathematischen Physik als eines der wirkungsvollsten Hilfsmittel der mathematischen Forschung erwiesen. Nun kam die WEIERSTRASSsche Kritik, in der an einem sehr einfach gewählten Beispiele die Unzulässigkeit der DIRICHLETschen Schlußweise evident dargetan wurde. Dem DIRICHLETschen Prinzip war hierdurch scheinbar der Lebensnerv abgeschnitten. Nur mit dem Aufwand großer Mühe konnten C. NEUMANN, H. SCHWARZ und H. POINCARÉ Ersatz für das so leistungsfähige DIRICHLETsche Prinzip schaffen. Umso höher ist nun HILBERTS Verdienst anzurechnen, das DIRICHLETsche Prinzip in seiner ursprünglichen Einfachheit mit den einfachsten Mitteln wiederbelebt zu haben. Die HILBERTsche ebenso lichtvolle als einwurfsfreie Schlußweise zeichnet sich nebst ihrer

Schlichtheit noch durch den Umstand a
eigenschaft benützend, von den spezielle
funktionen keinen Gebrauch macht,
Probleme der mathematischen Physik a

Von großer Bedeutung sind ferne
allgemeinen Theorie der linearen Int
ab). Unter Integralgleichungen sind
stehen, in denen eine unbekannte Fu
unter dem Zeichen eines bestimmten
halten ist. HILBERT hatte sich bald üb
Aufbau der Theorie dieser Gleichungen
besondere für die Theorie der bestimmt
Entwicklung willkürlicher Funktionen
Theorie der linearen Differentialgleichu
und Variationsrechnung von größter Be

Er untersucht den Zusammenhang d
solcher Integralgleichungen unter der w
die durch ihn als „Kern" bezeichnete
beiden Argumente symmetrisch ist. Hi
lungen einer willkürlichen Funktion
tionen, in denen die bekannten Entwickl
BESSELschen, LAMÉschen, STURMschen un
Fälle enthalten sind. Es gelingt ihm
hinreichenden Bedingungen für die E
Eigenfunktionen aufzustellen. Überaus
Art zu schaffen ist es, daß den Grundg
heuristisches Hilfsmittel oft angewandte
großem Scharfsinn zu einem beweisende

Ich möchte auch noch seiner Unt
der Variationsrechnung gedenken, die
größten Bedeutung zu sein scheinen.
WEIERSTRASS angebahnt hatte, zeigt e
raschenden Vereinfachung der Variation
Nachweis der notwendigen und hinreich
eines Extremums die Berechnung der zw
sogar die mühsamen an die erste Va
vermieden werden können.

Doch ich breche die Reihe dieser
derung von HILBERTS Untersuchungen
HILBERT einen Mathematiker von den s
der Strenge mit Vielseitigkeit, logische
kraft, ruhiges Erwägen mit flammender
schaft in sich vereint.

BÜCHERSCHAU.

A kisérleti chemia elemei. (Die Elemente der Experimentalchemie.) Von KARL v. THAN. Zwei Bände, II. Band, 3. Buch. Budapest 1906.

Das erste und zweite Buch des I. Bandes dieses Werkes, welche die allgemeine und physikalische Chemie resp. die Beschreibung der Elemente enthielten, ist im Bande XIV 1898 dieser Berichte besprochen worden. Der Verfasser legte in der Sitzung am 19. Februar der ungarischen Akademie das jetzt erschienene Buch des II. Bandes, des gesamten Werkes drittes Buch, vor. Dieses Buch ist der Beschreibung der sogen. anorganischen Verbindungen gewidmet, welche Verfasser die „Stammverbindungen" nennt.

Nach einer kurzen Einleitung, in welcher Verfasser die Benennung der „Stammverbindungen" motiviert, leitet er einige Sätze der allgemeinen Chemie ab. Er tat dies an diesem Orte hauptsächlich aus dem Grunde, damit dieselben bei der speziellen Beschreibung der einzelnen Verbindungen nicht öfters wiederholt werden müssen, zum Teil aber deshalb, weil diese Sätze seit dem Erscheinen des I. Bandes größere Wichtigkeit erlangt haben. Derartige Sätze sind die Phasenregel von GIBBS, erläutert an dem Beispiel des heterogenen Gleichgewichtssystems der Aggregatzustände des Wassers. Diese Regel wendet dann der Verfasser auf die heterogenen Gleichgewichtszustände der Isomerien, der Lösungen auf die Kristallhydrate, ferner auf einige kompliziertere Fälle der heterogenen chemischen Gleichgewichte an. Am Ende der Einleitung wird kurz die Theorie der fraktionierten Destillation, und ausführlicher die Methode der elektrochemischen Bestimmung der freien Energie behandelt.

Hierauf folgt der Hauptgegenstand des Buches, nämlich das System der Beschreibung der Stammverbindungen. Das Wesen des in diesem Werke befolgten, neuen und vielfach originellen Systemes bespricht der Verfasser auf S. 36 seines Werkes in folgender Weise:

Nach der üblichen didaktischen Gewohnheit hat man in den elementaren Lehrbüchern der Chemie den Gegenstand, nach einer

kurzen allgemeinen Einleitung, mit der l
Elementes, etwa des Sauerstoffs oder de
behandelte dann bei den folgenden Ele
selben mit den vorhergehenden Element
passender Gelegenheit, an konkreten
wichtigere Sätze der allgemeinen Chemie
Methode viele Vorteile; ebenso unzweife
einer derartigen Behandlung der größte
neben andern ausgedehnten wichtigen G
Chemie gewöhnlich nur zwei Semester
lückenhafte Kenntnisse verschaffen könne
verfügen, können auf Kosten der Anstr
der Teilnahme an den Übungen im L
längerer Zeit und fleißiger Arbeit eine
die Vielfältigkeit der Erfahrungstatsachen
schaffen. Meiner Meinung nach kann dies
misch noch hinreichend wissenschaftlich
habe ich schon vor mehr als dreißig Ja
Chemie auf einer strengeren systematisc
welche ich auch in diesem Werke ange
fahrungen meiner langen Lehrtätigkeit
sowohl den didaktischen Anforderungen
lichen Ansprüchen besser entspricht als

Beim Lernen ist dieses System nu
man die Lehren der allgemeinen und
Art, vorausschickt wie ich dies im I. L
habe. Der Anfänger wird schon in die
Ableitung und Begründung der Haup
Chemie, auf experimentaler Grundlage
Methoden der Forschung und den hervo
wichtigsten Körper vertraut gemacht.
dingung dessen, damit auf Grund des h
Schüler über das Gebiet der speziellen
quemer Weise eine klare Übersicht ver
des fraglichen Systems besteht eben da
logie der Verbindungen die Übersicht üb

Zur Würdigung der Vorteile dieses
der Verfasser sowohl die metallischen a
Elemente, in je zwei größere Klassen ge
des ungarischen Werkes). Die Metalle
in „*Platinoid-Metalle*“ eingeteilt, währe
mente in die Klasse der „*Oxygenoide*“
Sinne genommenen „*Metalloide*“ zerfalle
in der folgenden Weise charakterisiert

Die echten Metalle haben zumeist eine *konstante Wertigkeit*, ihr chemischer *Charakter* ist entschieden *positiv*. Letztere Eigenschaft findet darin einen Ausdruck, daß die echten Metalle beinahe in allen ihren Verbindungen als *elementare Kationen* von hohem Potential auftreten.

Die Platinoid-Metalle sind von *veränderlicher Wertigkeit*, der chemische Charakter ist weniger entschieden *positiv*. In ihren kleinerwertigen Formen (Isomerien) bilden sie wie die echten Metalle *elementare Kationen* aber von *niedrigerem Potential*. Sie sind Bestandteile der *komplexen Kationen* der *Metallamminverbindungen* sowohl wie jener der *komplexen Anionen* der Halogensalze.*

Die Oxygenoide sind in der Form ihrer minimalen Wertigkeit, also die Haloide und die Amphide, entschieden *negativ*, und bilden *elementare Anionen* von hohem Potential. Sie sind Bestandteile nahezu aller komplexen Anionen (Säureresten). In ihren höherwertigen Formen haben sie den Charakter von Metalloiden im engern Sinne. In diesen letzteren Formen zählen wir dieselben zu den weiter unten zu erwähnenden Hemimetalloiden.

Die Metalloide im engern Sinne haben eine veränderliche Wertigkeit; sie sind weniger entschieden negativ als die Oxygenoide. Mit den Amphiden verbunden bilden sie die *komplexen Anione* aller Amphidsalze. Mit *Alkylen* verbunden können sie komplexe Kationen bilden. Die Glieder mit hohen Atomgewichten in der Form ihrer minimalen Wertigkeit (z. B. As''', Sb''', Bi''', Sn'' usw.) können diese auch als *elementare Kationen* von nicht sehr hohem Potential auftreten.

Welche Elemente in die betreffenden Klassen gehören, ist aus der Tabelle auf S. 361 zu ersehen. Die Charakterisierung dieser Klassen hat nur eine relative Bedeutung. Obwohl in der überwiegenden Anzahl der Glieder der einzelnen Klassen die angeführten Eigenschaften ganz entschieden ausgeprägt sind, so ist dies bei einzelnen Gliedern weniger der Fall, da bei diesen die verschiedenen isomeren Formen allmähliche Übergänge aus der einen Klasse in eine andere bilden.

Die Grundlage der Beschreibung und der Reihenfolge der Stammverbindungen in diesem Werke bildet die Ähnlichkeit der chemischen Konstitution der einzelnen Verbindungen. Die Einteilung in größere Abteilungen und Klassen bestimmt die Reihenfolge der großen Klassen der nichtmetallischen Elemente, also die der *Oxygenoide* und der *Metalloide* (s. Bd. I S. 479 oder auch die Tabelle S. 361 dieses Aufsatzes). Auf dieser Grundlage sind die gesamten Stammverbindungen

* Mit diesem Namen bezeichnet Verfasser jene komplexen Salze, welche elektrolytisch in ein elementares Kation und in ein Platinoidmetall enthaltendes Anion zerfallen. Halogensalz ist z. B. K_2PtCl_6, während KCl zum Unterschiede als Haloidsalz vom Verfasser bezeichnet wird.

in vier große Abteilungen abgesondert. Die erste Abteilung umfaßt die *einfachen Verbindungen der Metalle mit den Nichtmetallen;* die zweite Abteilung die *Verbindung der Nichtmetalle miteinander;* in die dritte Abteilung gehören die *Verbindungen der Metalle mit den metalloidhaltigen Säureresten;* in der vierten Abteilung sind endlich die *komplexen Verbindungen der Platinoidmetalle* zusammengefaßt. Alle diese Abteilungen sind in Klassen gesondert, deren Reihenfolge wieder durch die natürlichen Gruppen der nichtmetallischen Elemente festgestellt ist; so daß die einzelnen Klassen die Verbindungen der gleichartigen positiven Radikale, mit den unter sich ebenfalls gleichartigen negativen Radikalen in sich fassen. Diese Einteilung in Klassen ersieht man aus der folgenden Zusammenstellung.

Übersicht des Systems der Stammverbindungen.

Erste Abteilung: Einfache Verbindungen der Metalle mit den Nichtmetallen.

I. Klasse: Metallhaloide.
II. Klasse: Metallamphide.
III. Klasse: Metallmetalloide.

Zweite Abteilung: Verbindungen der Nichtmetalle miteinander.

IV. Klasse: Metalloidhaloide,
V. Klasse: Metalloidamphide.
VI. Klasse: Amphidsäureradikalhaloide.
VII. Klasse: Metalloidmetalloide,

Dritte Abteilung: Verbindungen der Metalle mit metalloidhaltigen Säureresten.

VIII. Klasse: Oxysalze.
IX. Klasse: Thiosalze.
X. Klasse: Nitridsalze.

Vierte Abteilung: Komplexe Verbindungen der Platinoidmetalle.

XI. Klasse: Komplexe Halogensalze.
XII. Klasse: Komplexe Amminverbindungen.

Die einzelnen Klassen teilen sich in Gruppen, deren Reihenfolge die Wertigkeit und die Abstufung der Stärke des chemischen Charakters des negativen Bestandteiles, im ganzen also durch die Reihenfolge

der natürlichen Gruppen des periodischen Systems bestimmt wird. So sind z. B. die fünf Gruppen der I. Klasse in folgender Reihenfolge nacheinander beschrieben: *1. Gruppe:* Metallfluoride ***MFl.*** *2. Gruppe:* Metallchloride ***MCl.*** *3. Gruppe:* Metallbromide ***MBr.*** *4. Gruppe:* Metalljodide ***MJ.*** *5. Gruppe:* Metallcyanide ***M(CN).*** Wenn der positive Bestandteil mit demselben negativen Bestandteile verschieden zusammengesetzte Verbindungen bildet, so zerfallen diese Verbindungsformen in gesonderte Reihen. So besteht z. B. in der II. Klasse die 1. Gruppe, welche die Verbindungen der Metalle mit Sauerstoff enthält, aus fünf Reihen, nämlich: *Reihe 1α:* Metalloxyde M_2O. *Reihe 1β:* Metallhydroxyde MOH. *Reihe 1γ:* Gemischte Metalloxyde $MM'''O_2$. *Reihe 1δ:* Metallhyperoxyde M_2O_2. *Reihe 1ε:* Metallsuboxyde M_4O.

Innerhalb der Gruppen und Reihen wird die Reihenfolge der einzelnen Verbindungen durch die Wertigkeit der positiven Bestandteile entschieden, und zwar in der Weise, daß man mit dem Wasserstoffe anfangend, die einwertigen positiven Elemente in der Reihenfolge nach ihrer Ähnlichkeit und der Abstufung ihrer Charakterstärke nachfolgen. Den Verbindungen der einwertigen positiven Elemente reihen sich dann jene der zwei-, drei-, vierwertigen positiven Elemente mit einem und demselben negativen Bestandteile an. Zur Übersicht der Reihenfolge der Verbindungen fügen wir als Beispiel die Gruppe der Metallchloride an, welche in der folgenden Tabelle in vertikalen Abschnitten nacheinander aufgeschrieben sind.

Die Reihenfolge der Glieder der Gruppe der Metallchloride.

a		*b*			*c*	*d*
HCl	$LiCl$	$CaCl_2$	$BeCl_2$	$CrCl_2$	$AlCl_3$	$PtCl_4$
KCl	$NaCl$	$SrCl_2$	$MgCl_2$	$MnCl_2$	$TlCl_3$	$PdCl_4$
$RbCl$	$CuCl$	$BaCl_2$	$ZnCl_2$	$FeCl_2$	$CrCl_3$	
$CsCl$	$HgCl$	$PbCl_2$	$CdCl_2$	$CoCl_2$	$MnCl_3$	
$(H_4N)Cl$	$AgCl$	$RaCl_2$	$SnCl_2$	$NiCl_2$	$FeCl_3$	
$(H_4P)Cl$	$AuCl$			$CuCl_2$	$AuCl_3$	
$TlCl$				$HgCl_2$		
				$PtCl_2$		
				$PdCl_2$		

In dieser Weise gelangen innerhalb der einzelnen Abschnitte die ähnlichsten Verbindungen nebeneinander, und dies erleichtert sehr wesentlich die Übersicht der Stammverbindungen.

Um die Ähnlichkeit und Abweichung in der Konstitution der einzelnen Verbindungen bündig zu bezeichnen, ist es von Vorteil, passende Ausdrücke einzuführen. Wir wollen zu diesem Zwecke die gleich-

wertigen Radikale von ähnlichem Charakter, nach dem Beispiele der Karbonidradikale, *homologe Radikale* nennen, dagegen die ungleichwertigen aber mit ähnlichem Charakter als *isologe Radikale* bezeichnen. Nach diesem Übereinkommen sind z. B. K^I, Rb^I, Na^I, Ag^I unter sich, sowie O^{II}, S^{II}, Se^{II} miteinander homologe Radikale, dagegen sind K^I, Ca^{II} und Fe^{III}, sowie Cl^I, O^{II}, N^{III} isolog. Der chemische Charakter der Verbindungen und die Mannigfaltigkeit derselben wird erfahrungsgemäß hauptsächlich durch die negativen Elemente oder Atomgruppen beeinflußt. So z. B. ist das Verhalten des Zinkoxydes (ZnO) im Vergleiche zu jenem des Magnesiumoxydes (MgO) oder des Cuprioxydes (CuO) viel ähnlicher als zu dem des Zinkchlorides ($ZnCl_2$) oder jenem des Zinksulfates ($ZnSO_4$), in denen die Konstitution und der Charakter der negativen Bestandteile wesentlich verschieden sind. Von dieser Idee ausgegangen haben wir in diesem Werke zum Prinzip der Einteilung der Verbindungen die negativen Bestandteile derselben zugrunde gelegt. Die zusammengesetzten Bestandteile betrachten wir dann als homologe, wenn dieselben bei gleicher Wertigkeit und ähnlichem Charakter auch eine korrespondierende Konstitution besitzen. Dies setzt voraus, daß die betreffenden zusammengesetzten Bestandteile aus einer gleichen Anzahl homologer oder zum Teil identischer Radikale zusammengesetzt sei, die miteinander in ähnlicher Gruppierung direkt verbunden sind. So sind z. B. die Radikale $P^VO\equiv$ und $P^VS\equiv$ oder die Säurereste Cl^VO_3- und J^VO_3- untereinander homolog; dagegen sind die Säurereste $O:N\cdot O-$ und $O_2\vdots N\cdot O-$ oder $S^{IV}O_3=$ und $S^{VI}O_4=$ nicht homolog. Aus dem Gesagten geht hervor, daß im allgemeinen jene Verbindungen einander am meisten ähnlich sind, welche die homologen positiven Radikale mit einem und denselben negativen Radikale bilden. Die Ähnlichkeit ist, obwohl etwas geringer, aber doch ganz entschieden bei den Verbindungen, die aus isologen positiven Radikalen mit demselben negativen Bestandteile bestehen. Der Grad der Ähnlichkeit ist im ganzen genommen geringer bei jenen Verbindungen, welche die positiven Radikale von gleichem Charakter mit nicht identischen aber homologen negativen Bestandteilen bilden. Endlich ist die Ähnlichkeit die geringste bei jenen Verbindungen, welche die positiven Radikale von gleichem Charakter mit nicht homologen negativen Bestandteilen bilden. Nennt man kurzweg die erste Art der Verbindungen *homologe*, die zweite *isologe*, die dritte *analoge* und die vierte Art *heterologe Verbindungen*, so kann man zur Bezeichnung der Abstufungen der Ähnlichkeit den Sinn dieser Ausdrücke folgendermaßen feststellen.

Homolog sind die Verbindungen der homologen positiven Radikale mit einem und demselben negativen Bestandteile. Homolog sind also z. B. KCl, $RbCl$, $NaCl$, $AgCl$, ferner K_2SO_4 und Na_2SO_4, dagegen sind $NaCl$ und JCl nicht homolog.

Isolog sind die Verbindungen der isologen positiven Radikale mit demselben negativen Bestandteil; also KCl, $CaCl_2$ und $FeCl_3$, sowie K_2SO_4 und $BaSO_4$, endlich PCl_3 und $SbCl_5$.

Analog sind die Verbindungen der positiven Radikale von ähnlichem Charakter, mit nicht identischen aber homologen negativen Bestandteilen. So z. B. KCl, $FeBr_3$ und ZnJ_2, ferner K_2SO_4, $NaCrO_4$ und $PbSeO_4$. Die Analogie ist natürlich am größten bei den Verbindungen desselben positiven Radikals mit homologen negativen Bestandteilen, wie z. B. KCl, KBr und KJ_2.

Heterolog sind endlich die Verbindungen der positiven Radikale von ähnlichem Charakter, mit nicht homologen negativen Bestandteilen; z. B. KCl und ZnO oder $Ba(NO_3)_2$ und $FeSO_4$. Die heterologen resp. analogen Verbindungen, welche ein identisches positives (oder identisches negatives) Radikal enthalten, können durch eine einfache Substitution (auch durch Umsatz) ineinander umgewandelt werden. Solche Verbindungen sind z. B. KJ, KCl, K_2O, KNO_3, K_2SO_4 usw. In solchen genetischen Gruppen haben wir im I. Bande dieses Werkes, bei der Beschreibung der Elemente, die wichtigsten Verbindungen derselben mit Erwähnung der hervorragendsten Eigenschaften in tabellarischer Übersicht zusammengefaßt.

Nach dem Angeführten besteht in dem angenommenen Systeme je eine Gruppe respektive eine Reihe der Verbindungen aus mehreren Abschnitten der homologen Verbindungen, die untereinander isolog sind. So sind beispielsweise in der oben mitgeteilten Gruppierung der Metallhaloide, die in den Kolumnen *a*, *b*, *c*, *d* eingeschriebenen Glieder desselben Abschnittes miteinander homolog, während die Glieder der verschiedenen Abschnitte miteinander verglichen isolog sind. Wir brauchen kaum hervorzuheben, daß die Homologie die vollkommenste bei jenen Verbindungen ist, deren positive Bestandteile in dieselbe Haupt- oder Nebengruppe des periodischen Systems gehören.

Im vorliegenden Buche beschreiben wir die wichtigeren Arten der Stammverbindungen in solchen aus homologen Gliedern bestehenden isologen Abteilungen. Bei der eben charakterisierten Einteilung kommt es häufig vor, daß Verbindungen der Elemente mit verschiedener Valenz (d. h. der Isomerien desselben Elementes) an Orten beschrieben werden, die voneinander weiter entfernt sind. Wenn bloß die Valenz des Elementes eine verschiedene ist, der Charakter aber ähnlich geblieben ist, so fallen die einfacheren Verbindungen desselben in verschiedene Abschnitte einer und derselben Gruppe resp. Reihe. So kommen z. B. $FeCl_2$, $MnCl_2$ und $CoCl_2$ in demselben Abschnitte vor, während $FeCl_3$ mit $AlCl_3$ in einem andern Abschnitte enthalten sind. Dies ist auch vollkommen gerechtfertigt, wenn man die verschiedenen Formen der elementaren Bestandteile (die Isomerie derselben) scharf

unterscheidet (I S. 189f.). Das Ferrochlorid ist mit Manganochlorid homolog, während das Ferrichlorid mit dem Aluminiumchlorid homolog ist. In der Tat ist das Verhalten der nebeneinander beschriebenen Verbindungen viel ähnlicher miteinander als jene des Ferrochlorids im Vergleiche zu jenem des Ferrichlorids. Wenn aber mit der Valenz des Elementes zugleich auch der Charakter desselben eine Umwandlung erlitten hat, so gelangen die entsprechenden Verbindungen des Elementes in ganz verschiedene Abteilungen, Klassen oder Gruppen des Systems. So z. B. werden die Mangano(Mn^{II})verbindungen im ersten Teile der Ferroreihe, die Manganate (Mn^{VI}) und Hypermanganate (Mn^{VII}) in der dritten Abteilung des Systems bei den Sulfaten resp. bei den Chloraten beschrieben, wo auch ihr natürlicher Ort ist. Der genetischen Beziehungen zuliebe erfolgt in solchen Fällen ein gegenseitiger Hinweis auf die betreffenden Verbindungen.

Mit dem geschilderten Verfahren werden die Vorzüge des periodischen Systems der Elemente der Wirklichkeit entsprechend zur Geltung gelangen, während man die aus dem Mangel des erwähnten Systems hervorgehenden Widersprüche vermeidet. Zur Übersicht des neuen Systems und insbesondere zur Übersicht der Reihenfolge der Stammverbindungen dient die folgende Tabelle. Diese Tabelle enthält die Elemente und deren isomere Formen, welche die Bestandteile jener Stammverbindungen bilden, welche in diesem Buche beschrieben sind.

In dieser Tabelle sind die ähnlichsten homologen Elemente in derselben horizontalen Reihe angeführt. Der leichteren Übersicht wegen sind die homologen Reihen der echten Metalle und Metalloide etwas nach links, jene der Platinoidmetalle und der Hemimetalloide nach rechts verschoben. Nach den oben angeführten Auseinandersetzungen bilden die Grundlage der Einteilung der Verbindungen in Klassen und Gruppen jene Nichtmetalle von minimaler Valenz, deren Glieder in der Tabelle durch fettgedruckte Buchstaben hervorgehoben sind. Zur Orientierung im Gebrauch dieser Tabelle sei folgendes bemerkt. Kombiniert man die nacheinander folgenden metallischen Elemente mit dem ersten der fettgedruckten Nichtmetalle, also mit dem Fluor (Fl), so erhält man die 1. Gruppe der I. Klasse der Verbindungen, nämlich die Gruppe der Metallfluoride. In dieser Gruppe folgen die einzelnen Metallfluoride nach derselben Reihenfolge wie die der Metalle im obern Teile der Tabelle. Ebenso erhält man die 2. Gruppe derselben Klasse, d. h. die der Metallchloride durch Kombination der einzelnen Metalle mit dem Chlor (Cl). Zur II. Klasse gelangt man, wenn man in derselben Weise die Metalle mit dem Sauerstoff ($\mathbf{O}^{II}$), dem Schwefel ($\mathbf{S}^{II}$) usw. kombiniert. Die andern Abteilungen, Klassen, Gruppen und Reihen können in ähnlicher Weise aus der folgenden Tabelle festgestellt werden.

Tabelle der elementaren Radikale und deren isomere Formen.

Metalle.

Echte Metalle.** / Platinoidmetalle.**

I. H^I

K^I Rb^I Cs^I $(H_4N)^{I}$* Fl^I

Li^I Na^I

Cu^I Hg^I Ag^I Au^I

II. Ca^{II} Sr^{II} Ba^{II} Pb^{II} Ra^{II}

Be^{II} Mg^{II} Zn^{II} Cd^{II} Sn^{II}

Cr^{II} Mn^{II} Fe^{II} Co^{II} Ni^{II} Cu^{II} Hg^{II}

Pt^{II} Pd^{II} Jr^{II} Rh^{II} Os^{II} Ru^{II}

III. Al^{III} Gu^{III} Jn^{III} Fl^{III} Sb^{III} Bi^{III}

Cr^{III} Mn^{III} Fe^{III} Co^{III} Au^{III} Rh^{III}

IV. Ce^{IV} Th^{IV} U^{IV} Sn^{IV}

Pt^{IV} Pd^{IV} Jr^{IV} Rh^{IV} Os^{IV} Ru^{IV}

Nichtmetalle.

Oxygenoide

I. $\mathbf{Fl^I}$ $\mathbf{Cl^I}$ $\mathbf{Br^I}$ $\mathbf{J^I}$ $\mathbf{(CN)^I}$*

II. $\mathbf{O^{II}}$ $\mathbf{S^{II}}$ $\mathbf{Se^{II}}$ $\mathbf{Te^{II}}$

Metalloide.** / Hemimetalloide.**

III. . . . . Fl^{III} Cl^{III} Br^{III} J^{III} $(C_3N_3)^{III}$*

$\mathbf{N^{III}}$ $\mathbf{P^{III}}$ $\mathbf{As^{III}}$ $\mathbf{Sb^{III}}$ $\mathbf{Bi^{III}}$ $\mathbf{B^{III}}$

IV. O^{IV} S^{IV} Se^{IV} Te^{IV}

$\mathbf{C^{IV}}$ $\mathbf{Si^{IV}}$ $\mathbf{Ti^{IV}}$ $\mathbf{Zr^{IV}}$ $\mathbf{Ge^{IV}}$ $\mathbf{Sn^{IV}}$

Pb^{IV} Mn^{IV} Mo^{IV}

V. . . . . Cl^V Br^V J^V

N^V P^V A^V Sb^V Bi^V

VI. . . . . S^{VI} Se^{VI} Te^{VI} Cr^{VI} Mn^{VI} Fe^{VI}

Mo^{VI} W^{VI} U^{VI}

VII. . . . . Cl^{VII} J^{VII} Cr^{VII} Mn^{VII}

VIII. . . . . Os^{VIII} Ru^{VIII}

* Das Ammonium, Cyan und Tricyan haben wir aus systematischem Gesichtspunkte, obwohl dieselben zusammengesetzte Radikale sind, den elementaren Radikalen eingeschaltet.

** Die auf der linken Seite befindlichen Benennungen beziehen sich auf die nach links verschobenen Gruppen, die rechtsseitigen Benennungen dagegen auf die nach rechts verschobenen Gruppen.

In den großen Klassen der Amph
zahlreichen Gruppen mehrere Reihen s
unter sich homolog sind. Die Einte
Reihenfolge derselben ist in der Einle
wenn erforderlich, näher auseinander g
dies z. B. bei der komplizierten Klasse
füge ich hier die Einleitung zu dies
setzung bei.

VIII. Klasse: O

„Die Oxysalze sind jene Amphid
mittels des Sauerstoffes mit dem Säurere
reste enthalten nebst dem Sauerstoff in
loid. Die Valenz dieses Metalloids be
stoffatome in dem Säurereste, und da
meistens auch die Konstitution des Sal
pierung der Oxysalze bildet daher die
haltenen Metalloids, sowie die Kons
Reihenfolge innerhalb der Gruppen ents
loids in der Tabelle der Elemente (S.
ein Metalloid von gleicher Valenz und
halten, außerdem eine gleiche Zusamm
halten zeigen, sind in dieselbe Grup
werden diese Gruppen nach dem wich
Gruppen bildenden Reihen benannt.

Nach diesen Grundsätzen sind die
16 Gruppen zusammengefaßt:

1. Hypochloritgruppe . .
2. Nitritgruppe . . . . . .
3. Orthophosphitgruppe .
4. Hyposulfitgruppe* . . .
5. Sulfitgruppe . . . . . .
6. Karbonatgruppe . . . .
7. Nitratgruppe . . . . . .
8. Orthophosphatgruppe .
9. Pyrophosphatgruppe . .

---

* Diese Gruppe sollte nach der neuer
genannt werden. Ich behielt den obigen
mit den sauren schwefligsauren Salzen (
gegenwertig die unterschwefligsauren Salz
sondern als Thiosulfate bezeichnet werden

10. Sulfatgruppe . . . . . $M_2M_\delta^{VI}O_4$.
11. Pyrosulfatgruppe . . . . . $M_2(M_\delta^{VI})_2O_7$.
12. Polythionatgruppe . . . . . $M_2S_n^{II}S_2^{VI}O_6$.
13. Hypersulfatgruppe . . . . . $M_2(M_\delta^{VI})_2O_8$.
14. Hyperchloridgruppe . . . . . $MM_\delta^{VII}O_4$.
15. Hyperchromatgruppe . . . . $MM_\delta^{VII}O_5$.
16. Haloidamphidsalzgruppe . . . $MO_3M_\delta^{VI}R$.

Die meisten dieser Gruppen teilen sich in mehrere analoge Reihen von Oxysalzen.

So besteht z. B. die Nitratgruppe aus folgenden analogen Reihen:

Die Reihen der 7. oder der Nitratgruppe.

Reihe 7 α: Chlorate . . . . . $MClO_3$.
Reihe 7 β: Bromate . . . . . $MBrO_3$.
Reihe 7 γ: Jodate . . . . . MJO_3.
Reihe 7 δ: Nitrate . . . . . MNO_3.
Reihe 7 ε: Metaphosphate . . . . . MPO_3.
Reihe 7 η: Metaarsenate . . . . . $MAsO_3$.
Reihe 7 ϑ: Metaantimonate . . . . . $MSbO_3$.

Von diesen Reihen sind die vier ersten im Vergleich zueinander ähnlicher als im Vergleich zu den drei letzten Gruppen, die wieder unter sich mehr Ähnlichkeit aufweisen.

Innerhalb der Reihen werden die einzelnen Salze in derselben Reihenfolge beschrieben, welche, wie bei andern Verbindungen der Metalle, der Valenz und dem Charakter derselben der Reihe nach entsprechen (s. Tab. auf S. 361). Die Reihe beginnt immer mit dem Wasserstoffsalze d. h. der Hydrosäure. So z. B. ist:

Die Reihenfolge der Glieder der 7 δ (d. h. der Nitrat)-Reihe.

HNO_3	$LiNO_3$	$Ca(NO_3)_2$	$Fe(NO_3)_2$	$Tl(NO_3)_3$	$Ce(NO_3)_4$
KNO_3	$NaNO_3$	$Sr(NO_3)_2$	$Co(NO_3)_2$	$Al(NO_3)_3$	$Th(NO_3)_4$
$RbNO_3$	$HgNO_3$	$Ba(NO_3)_2$	$Ni(NO_3)_2$	$Fe(NO_3)_3$	$Sn(NO_3)_4$
$CsNO_3$	$AgNO_3$	$Pb(NO_3)_2$	$Cu(NO_3)_2$	$Bi(NO_3)_3$	
$(H_4N)NO_3$		$Mg(NO_3)_2$	$Hg(NO_3)_2$		
$TlNO_3$		$Zn(NO_3)_2$	$Pd(NO_3)_2$		
		$Cd(NO_3)_2$	$(UO)(NO_3)_2$		
		$Sn(NO_3)_2$			

Diese Reihen bestehen also wieder aus isologen Abschnitten, deren Glieder unter sich homolog sind."

Wenn wir bei der Charakterisierung der einzelnen Klassen oder auch der Gruppen allgemeine Formeln anwenden, benutzen wir immer Zeichen von folgender Bedeutung:

M = einwertiges Metall.
M^v = $v$wertiges Platinoidmetall.
R = einwertiges Haloid.
R^{II} = zweiwertiges Amphid.
$M_\delta{}^v$ = $v$wertiges Metalloid.

Nach der obigen Auseinandersetzung ist ersichtlich, daß nach der befolgten Reihenfolge der Beschreibung in den isologen Abschnitten die ähnlichsten Verbindungen nebeneinander gelangen, deren physikalische und chemische Eigenschaften beim Fortschreiten in der Reihenfolge sich stufenweise und zwar meistens regelmäßig ändern. Diese regelmäßige Änderung der Eigenschaften wiederholt sich in den isologen Abschnitten der verschiedenen Verbindungsgattungen in ähnlicher Weise. In dieser Art erlangt man ohne Überbürdung des Gedächtnisses, in verhältnismäßig leichter Weise, eine Orientierung über die Ähnlichkeit und Verschiedenheit der einzelnen Verbindungsgattungen. Diese Orientierung wird auch noch dadurch erleichtert, daß die Gruppen der in dieselbe Klasse gehörenden Verbindungsformen analoge, daher einander auch ähnlich sind. Wenn der Studierende auf diese Weise mit dem chemischen Begriffe der Gruppen und Reihen, welche die zwölf Klassen bilden, vertraut geworden ist, so hat er sich auch die Kenntnisse der wesentlichsten Eigenschaften der wichtigsten Verbindungsformen angeeignet. Ich glaube, daß nach dem Gesagten eine weitere Begründung der Vorteile dieses Systems aus dem Gesichtspunkte des Lernens und der Orientierung überflüssig sein dürfte.

Bei der Beschreibung der einzelnen Verbindungen verfahren wir ähnlich wie bei der Beschreibung der Elemente geschehen ist. Wir beginnen *a*) mit der Schilderung der wichtigsten äußeren Merkmale, die der Beobachtung unmittelbar zugänglich sind; dann teilen wir die wichtigeren physikalischen und chemischen Konstanten der Verbindung mit, und zwar in tabellarischer Übersicht. Hierauf folgen das chemische Verhalten der Wärme, dem Lichte, sowie andern Körpern gegenüber; hiermit in Verbindung wird, sofern es erforderlich scheint, die Konstitution abgeleitet. An dieser Stelle werden die Modifikationen, Isomerien nnd die minder wichtigen komplexen Derivate der betreffenden Verbindung, bei den Salzen z. B. die basischen Salze, die Polyanhydrosalze, die Doppelsalze usw. erwähnt, wenn dieselben nicht in besonderen Artikeln beschrieben sein sollten. Endlich werden die wichtigsten Bildungsweisen und die zur Darstellung der Verbindung üblichen Verfahren angegeben. Bei einzelnen wichtigeren Körpern werden auch die wichtigsten analytischen Methoden der Bestimmung, sowie das

Vorkommen und die Geschichte der Verbindung angeführt, soweit dieselben nicht schon bei der Beschreibung der Elemente berücksichtigt worden sind. Um ein klares Bild der Beschreibung der einzelnen Verbindungen zu geben, sei hier die Beschreibung des Ammoniumchlorids auf S. 65 des ungarischen Textes in deutscher Übersetzung beigefügt.

Ammoniumchlorid, *Chlorammonium, Salmiak* $(H_4N)Cl = 53{,}52$.

Physikalische Eigenschaften. Farblose reguläre Oktaeder oder Würfel, welche aus der wässerigen Lösung rasch kristallisiert, gewöhnlich farrenkrautartig aneinander gereiht sind. In trockenem Zustande stellt dasselbe gewöhnlich einen kristallinischen Gries dar. Der sublimierte Salmiak kommt im Verkehr in runden konvex-konkaven Kuchen vor; ist schwer zu zerreiben, da die etwas elastischen Kristallfasern miteinander verwoben sind. Der Geschmack ist scharf und salzig, zugleich abkühlend. In Wasser leicht und in Alkohol kaum löslich. Mit der vierfachen Menge Schnee zerrieben, sinkt die Temperatur des Gemenges von 0^0 auf $-15{,}4^0$ C.

Die wichtigeren Konstanten des Ammoniumchlorids.

Spezifisches Gewicht . . . . . $d_{19^0} = 1{,}522$ [Schiff u. Monsacchi]
Dampfdichte (bei Rotglut) . . . . $D_l = 0{,}926$ [Pullinger u. Gardn.].
Kubischer Ausdehnungskoeffizient . $\gamma_{40^\cdot} = 0{,}00\,018\,764$ [Fizeau].
Spezifische Wärme (23—100^0) . . $C = 0{,}3908$ [Neumann].
Verdampfungswärme (1 g) . . . . $V_w = 706$ *Kal.* [Marignac].
Bildungswärme (aus d. gasf. Elem.) $(H_4N)Cl = 758$ *Kal.* [Thomsen].
Neutralisationsw.$(H_3N Aq + HCl Aq)$ $N_w = Aq$ 123 *Kal.* [Thomsen].
Lösungswärme (mol.) . . . . . $L_w = -Aq$ 39 *Kal.* [Thomsen].

Ein G.-T. Salmiak löst sich bei t^0 in s G.-T. Wasser [Alluard].

t^0	s	t^0	s	t^0	s
0	3,52	30	2,40	60	1,82
10	3,04	40	2,17	80	1,56
20	2,68	50	1,98	100	1,37

Ein G.-T. Salmiak
löst sich bei t^0 in s G.-T. Weingeist (45 G. %) [Grabfield].

t^0	s	t^0	s
8	7,93	38	4,24
27	5,15	56	3,32

Das spezifische Gewicht $d\,^{15^0}/_{15^0}$ einer Salmiaklösung von p % [Gerlach].

p %	d	p %	d	p %	d
1	1,0032	10	1,0303	20	1,0593
5	1,0158	16	1.0481	26	1,0758

Der Siedepunkt Sp einer Salmiaklösung von p % Gehalt [GERLACH].

p %	Sp	p %	Sp	p %	Sp
6,5	101°	34,6	106°	61,9	111°
12,8	102°	39,6	107°	67,8	112°
19,0	103°	45,0	108°	74,2	113°
24,7	104°	50,6	109°	81,3	114°
29,7	105°	56,2	110°	87,1	114,8°

Spezifische Wärme C einer Salmiaklösung von p % [THOMSEN-MARIGNAC].

p %	C	p %	C
1,4 % bei	18° 0,982	10,6 % zwischen	20—52° 0,885
2,9 „ „	18° 0,967	28,3 „ „	20—52° 0,760

Gr.-Äquivalent-Leitfähigkeit Λ, der wässerigen H_4N^{+1}, Cl^{-1} Lösung bei 18° [KOHLRAUSCH]. Verdünnung v in Litern.

v	Λ	v	Λ	v	Λ
1	97,0	50	119,6	1000	127,3
5	106,5	100	122,1	5000	128,8
10	110,7	500	126,2	10000	129,2

Chemische Eigenschaften. Der Salmiak verflüchtigt sich beim Erhitzen, ohne zu schmelzen, schon unterhalb der Rotglut; sein Dampf ist beinahe vollständig in Salzsäure- und Ammoniakgas dissoziiert. Seine Dampfdichte ($S_l = 0{,}926$) ist aus diesem Grunde die Hälfte der berechneten Dichte ($S_l = 1{,}853$). Diese Dissoziation ist durch das Verhalten des Dampfes bei der Diffusion (I S. 99), ferner auch dadurch experimentell bewiesen, daß Salzsäure- und Ammoniakgas vorher auf 350° erhitzt, beim Vermischen keinerlei Wirkung aufeinander ausüben.*

Nach den Beobachtungen von BAKER hat die Dampfdichte des absolut trockenen Salmiaks einen normalen Wert. Die Dissoziation des gewöhnlichen Salmiaks ist daher auf die katalytische Wirkung der Feuchtigkeitspuren zurückzuführen. Die wässerige Lösung des Ammoniumchlorids hat eine neutrale Reaktion; kocht man aber die Lösung längere Zeit, insbesondere wenn man zugleich einen Luftstrom durch die Lösung hindurchleitet, so entweicht etwas Ammoniak, und die Lösung nimmt dann eine saure Reaktion an. Erhitzt man das

* C. v. THAN, m. tud. Akademia közlönye V. Bd. S. 171, 1865. Deutsch Liebigs Annalen Bd. XXXI S. 129—147, 1864. Ferner siehe C. v. THAN, Die neueren Fortschritte der theoretischen Chemie (ung.) S. 197, Budapest 1901

Ammoniumchlorid mit metallischem Kalium, Zink oder Eisen, so verwandeln sich diese Metalle in Chloride, während sich Wasserstoff- und und Ammoniakgas entwickeln. Eine ähnliche Zersetzung tritt bei Gegenwart von Wasser und Luft schon bei gewöhnlicher Temperatur ein. Daher werden die genannten Metalle, sowie auch das Kupfer in Berührung mit Salmiak stark angegriffen. Alkalisch reagierende Verbindungen, namentlich die Metalloxyde und Metallhydroxyde zersetzen den Salmiak sehr leicht unter Entwicklung von Ammoniak. Nitrate, Sulfate und Karbonate werden beim Erhitzen mit überschüssigem Salmiak nach und nach in Chloride verwandelt. In einer verdünnten Lösung des Salmiaks in Berührung mit Luft vermehren sich die Schimmelpilze nach längerer Zeit in dem Maße, daß zufolge der Einwirkung derselben auch das gelöste Salz zerlegt wird.

Bildung und Darstellung. Das Ammoniumchlorid bildet sich beim Vermischen gleicher Volumina von Salzsäure- und Ammoniakgas unter bedeutender Wärmeentwicklung $HCl + H_3N = \mathbf{H_4NCl} + 419\ K.$ [Thomsen]; sowie auch dann, wenn man die wässerige Lösung dieser Gase miteinander mischt:

$$HClAq + H_3NAq = (H_4N)ClAq + 123\ K.$$

Man sieht aus dieser Angabe, daß die Neutralisationswärme derselben bedeutend kleiner ist als die der Chloride der Alkalimetalle.

Bei der Darstellung des Leuchtgases wird die Steinkohle, welche auch Stickstoff enthält, der trocknen Destillation unterworfen. Man erhält hierbei als Nebenprodukte Teer und ein solches wässeriges Destillat, welches neben viel Ammoniumkarbonat Teerprodukte, wenig Ammoniumsulfid, Ammoniumcyanid und auch Ammoniumcyanat enthält; dieses Destillat ist das sogenannte *Gaswasser*. Aus diesem stellt man den Salmiak gewöhnlich so dar, daß man das Gaswasser mit Kalkmilch destilliert, das sich hierbei entwickelnde Ammoniakgas in Salzsäure hineinleitet und die Lösung eindampft. Der so gewonnene rohe Salmiak wird zur Entfernung der darin enthaltenen Eisenverbindungen mit wenig saurem Calcium- oder Ammoniumphosphat, und zur Zurückhaltung der Teerbestandteile mit Kohle vermischt, in flachen gußeisernen oder tönernen Gefäßen erhitzt, wobei der Salmiak auf dem konkaven Deckel hinaufsublimiert.

Der sublimierte Salmiak enthält etwas Ferrochlorid als Verunreinigung; man befreit ihn davon nach dem ungarischen Arzneibuch in der Weise, daß man denselben, in der dreifachen Wassermenge gelöst, mit Ammoniak versetzt. In Berührung mit der Luft scheidet sich dann Ferrihydroxyd ab. Die filtrierte Lösung dampft man in einer Porsellanschale ab, und trocknet den Rückstand unter Umrühren ein. Das Arzneibuch fordert, daß der Salmiak von neutraler Reaktion sei, beim Erhitzen in einem Probierrohr soll er sich vollständig

verflüchtigen und ein völlig weißes Sublimat geben; eine gelbe oder graue Farbe deutet auf einen Teergehalt. Die verdünnte Lösung darf weder von Baryumchlorid (SO_4) noch mit Essigsäure angesäuert von Schwefelwasserstoff verändert werden (*Pb*, *Cu*, *As*). Auch muß es auf Zusatz von Ammoniumsulfid unverändert bleiben (*Fe*, *Zn*). Mit Jodjodkaliumlösung vermischt darf die Lösung auch nach 2—3 Stunden keinen Niederschlag geben (Pyridinbasen). Auf einen Arsengehalt prüft man die Lösung des Salmiaks in derselben Weise wie die Salzsäure. Der Salmiak dient als Arzneimittel, auch verwendet man ihn beim Verzinnen und Löten der Metalle, ferner als Beizmittel und zur Darstellung von Ammoniak und anderer Ammoniumsalze usw.

Vorkommen. Salmiak kommt in der Natur selten und in spärlicher Menge vor, namentlich in der Nähe der tätigen Vulkane; Spuren finden sich im Steinsalz, in manchen Steinkohlen und auch im Harne. Er bildet sich auch bei der trocknen Destillation stickstoffhaltiger Carbonide bei Gegenwart von Chloriden. Aus dieser Tatsache ist zu erklären, daß man aus dem Ruße, welcher beim Verbrennen des Kamelmistes sich ablagert, durch Sublimation Salmiak erhalten kann. In uralten Zeiten soll in Ägypten auf diese Weise Salmiak erzeugt worden sein."

Nach der Beschreibung der Gruppen resp. Reihen folgt eine kurz zusammenfassende Charakterisierung der wesentlichsten physikalischen und chemischen Eigenschaften der zu den Gruppen gehörigen Verbindungen. Hierbei werden die gegenseitigen Verwandlungen der verschiedenen Verbindungsgattungen, also ihre genetischen Beziehungen berücksichtigt. Nach dem Angeführten bilden den wichtigsten Stoff des Lernens eben die einleitenden Übersichten und die charakterisierende Zusammenfassung der einzelnen Verbindungsformen. Bei fleißigen Besuch der Vorlesungen und durch Verwendung dieser Zusammenfassungen kann auch der Anfänger die chemische Denkweise sich leicht aneignen. Das oben geschilderte System der Beschreibung und die konsequent durchgeführte Reihenfolge der Verbindungen ermöglicht das leichte Auffinden der betreffenden Verbindung. Dieser Umstand, sowie die zahlreichen übersichtlich dargestellten Angaben gestatten, daß das Buch neben der Bequemlichkeit des Lernens auch als Nachschlagebuch vorteilhaft benutzt werden kann.

Den Schluß dieses Buches bildet eine zusammenfassende Übersicht der Stammverbindungen, welche 20 Seiten umfaßt. In diesen sind die hervorragendsten Eigenschaften aller wichtigeren Verbindungsformen, welche in den zwölf Klassen der Gruppen und Reihen beschrieben worden sind, in möglichster Kürze zusammengefaßt. Diese Skizzierung ist z. B. für die IV. Klasse, welche die Metalloidhaloide enthält, in folgender Weise auf S. 1015 ausgeführt.

IV. Klasse: Metallhaloide.

„Hierher gehören die normalen Verbindungen der Metalloide mit den Haloiden. In diesen Verbindungen ist eine jede Valenz des Metalloides mit einem Haloidelemente verbunden. Die Zusammensetzung derselben, welche zugleich die Konstitution wiedergibt, ist $M_\delta^v Rv$. Dieselben haben die gemeinsamen Eigenschaften, daß sie schlechte Elektrolyte sind, und daß sie *durch Wasser*, mit wenigen Ausnahmen, *hydrolytisch* vollständig *in Haloidsäure* und *in eine Oxysäure zerfallen*. Mit dem Ammoniak, mit dem Wasser und mit den Haloidsalzen vereinigen sich dieselben häufig zu Molekelverbindungen. Sie entstehen aus ihren elementaren Bestandteilen meistens unter bedeutender Wärmeentwicklung. Die Stickstoffhaloide sind in hohem Maße endothermisch und bilden sich aus ihren Komponenten nur im Statu nascendi.

1. Gruppe: Metalloidfludide $M_\delta^v Flv$. Das PFl_3, PFl_5, BFl_3, CFl_4, $SiFl_4$ und SFl_6 sind gasförmig, die übrigen Verbindungen bilden meistens flüchtige rauchende Flüssigkeiten oder feste kristallinische Körper. Das BFl_3 und das $SiFl_4$ verbinden sich mit Metallhaloiden auch zu komplexen Halogensalzen.

2. Gruppe: Metalloidchloride $M_\delta^v Clv$. Das Cyanchlorid ist gasförmig, die andern sind größtenteils flüchtige rauchende Flüssigkeiten, manchmal kristallinisch. In trocknem Zustande sind sie meistens beständig. Die Pentachloride dissoziieren bei höherer Temperatur in Chlorgas und in Trichloride.

3. Gruppe: Metalloidbromide $M_\delta^v Brv$. Dieselben sind flüchtige rauchende Flüssigkeiten oder Kristalle. Ihr Verhalten ist jenem der Metalloidchloride entsprechend.

4. Gruppe: Metalloidjodide $M_\delta^v Jv$. Sie bilden meistens kristallinische gefärbte Verbindungen, die flüchtigeren rauchen an der feuchten Luft. Auf Einwirkung des Chlorgases scheiden sie Jod aus. Ihr Verhalten entspricht jenem der Metalloidchloride, sie sind aber leichter zersetzlich."

Dem Anfänger, der das Buch beim Studieren benutzt hat, dient diese Zusammenfassung zur wesentlichen Erleichterung der unvermeidlichen Gedächtnisarbeit. Die Zusammenfassungen enthalten dasjenige, was im Gedächtnis auch des Anfängers einzuprägen hauptsächlich wertvoll ist. Ich glaube, daß sich derselbe hiermit eine gebührende Übersicht der Stammesverbindungen verschafft.

Das Buch enthält eine große Anzahl Angaben, die demselben gewissermaßen den Charakter eines Handbuches verleihen. Dieser Umstand, sowie die im Interesse des Anfängers aufgenommenen Charakterisierungen und Zusammenfassungen nach den einzelnen Gruppen,

verursachten, daß das Buch etwas umfangreich (66 Bogen) geworden ist. Dies war aber bei unsern heimischen literarischen Verhältnissen beinahe unvermeidlich. Zur Erläuterung des Textes dienen 88 schematische und klare Holzschnitte. Die Ausstattung des Buches gereicht zur Ehre der Druckerei der FRANKLIN-Gesellschaft, sowohl was die Reinheit des Druckes als auch die Präzision des Satzes der zahlreichen oft komplizierten chemischen Symbole und Formeln betrifft.

Daß das angenommene System als erster Versuch noch manche der Verbesserung fähige Mängel aufweist, ist begreiflich. Ich glaube aber dasselbe hat eine gesunde Grundlage. Die Annahme der Isomerie der Elemente mit verschiedenen Valenzen, welche zum Aufbau des Systemes sehr wesentlich war, ist auch mit der Elektronentheorie in vollkommenem Einklange. Hiermit ist es möglich gewesen, die Vorteile des periodischen Systems mit Vermeidung der Widersprüche desselben vollauf zur Geltung zu bringen.

Da der Begriff der Isomerie der elementaren Bestandteile, auf welchem das neue System ruht, kein geläufiger ist, gestatten Sie mir, daß ich bei dieser Gelegenheit die Berechtigung dieses Begriffes, wenn auch nur kurz gefaßt, motivieren könne.

Daß dieser Begriff sich bisher nicht allgemein Eingang verschaffen konnte, dem stand, meiner Überzeugung nach, hauptsächlich das Dogma der absoluten Unveränderlichkeit der chemischen Atome entgegen. Dieses Dogma ist aus folgenden Erfahrungstatsachen hervorgegangen. Die einfachen elementaren Körper können aus ihren verschiedenen Verbindungen mit ihren ursprünglichen Eigenschaften dargestellt werden. So kann z. B. aus dem Merkurochlorid ($HgCl$) und ebenso aus dem Merkurichlorid ($HgCl_2$) dasselbe metallische Quecksilber dargestellt werden. Ferner hat sich die Masse des Atoms, bei Anwendung unserer verhältnismäßig wenig empfindlichen Wagen, bei allen chemischen Prozessen wenigstens scheinbar als völlig konstant erwiesen. Aus diesen beiden Tatsachen ist das oben erwähnte Dogma hervorgegangen und ist ohne eine tiefere kritische Überlegung allgemein angenommen worden. Zu diesem Behufe wäre es aber notwendig gewesen, zu beweisen, daß das chemische Atom wirklich einfach und nicht aus weiter zerlegbaren Teilen zusammengesetzt ist. Nur in diesem Falle hätte man annehmen dürfen, daß innerhalb des Atoms bei konstanter Masse auch keine weiteren Änderungen möglich sind. Dieser Beweis ist aber niemals erbracht worden, daher ist die absolute Unveränderlichkeit des Atoms einfach als ein unbewiesenes Dogma zu betrachten, dem die neuesten Untersuchungen zu widersprechen scheinen.

In einem der ungarischen Akademie der Wissenschaften im Jahre

1892 vorgelegten Aufsatze* „Über das Gesetz der Valenz" habe ich auf Grund rein objektiver Betrachtungen zu beweisen versucht, daß die Tatsachen uns zu einer entgegengesetzten Auffassung zwingen. Das Ergebnis dieser Betrachtungen führte nämlich zu der Annahme, daß die elementaren Bestandteile der Verbindungen in verschiedenen Zuständen auftreten können, woraus unbedingt gefolgert werden muß, daß innerhalb des chemischen Atoms wesentliche Veränderungen auch in dem Falle stattfinden können, wenn die Masse desselben scheinbar konstant bleibt.

Bei Vermeidung jedweder Hypothese war mein Gedankengang etwa der folgende:

Die elementaren Bestandteile einer Verbindung darf man mit den im freien Zustande dargestellten einfachen Körpern gleichen Namens schon aus dem Grunde nicht identifizieren, weil der Energieinhalt in den beiden Zuständen gewöhnlich in hohem Grade verschieden ist. Es wäre beispielsweise widersinnig, zu behaupten, daß das Knallgas und das Wasser deshalb identisch wären, weil beide dieselben Bestandteile in demselben Gewichtsverhältnisse enthalten. Der große Unterschied der beiden Körper besteht hauptsächlich darin, daß 18 g Wasser eine 68400 Kal. entsprechende Energiemenge weniger enthalten als eine gleiche Menge des Knallgases. Dieser kolossale Unterschied des Energieinhaltes verursacht eben die große Verschiedenheit der physikalischen und chemischen Eigenschaften der beiden Körper.

Da die Bestandteile als solche in isoliertem Zustande uns völlig unbekannt sind, so können wir uns über ihre Eigenschaften nur indirekt aus dem Verhalten ihrer selbständig existierenden Verbindungen Kenntnis verschaffen. Aus diesem Umstande wirft sich die Frage auf, wie man sich in exakter Weise über die Identität der gleichnamigen Bestandteile zweier Verbindungen überzeugen könne? Wie es Ihnen bekannt sein dürfte, haben diese Betrachtungen zu dem Ergebnisse geführt, daß man in zwei verschiedenen Verbindungen einen identischen Bestandteil nur in dem Falle anzunehmen berechtigt ist, wenn:

beide Verbindungen bei einem einfachen Umsatze mit demselben dritten Körper eine den betreffenden Bestandteil enthaltende Verbindung liefern, deren Eigenschaften alle identisch sind.

Gestatten Sie mir, daß ich den Inhalt dieses Satzes an einigen konkreten Beispielen in möglichster Kürze erläutere.

Aus den beifolgenden einfachen Umsätzen

$$Fe^{III}Cl_3 + 3\,KOH = 3\,KCl + Fe^{III}(OH)_3$$

und

$$Fe_2^{III}(SO_4)_3 + 6\,KOH = 3\,K_2SO_3 + 2\,Fe^{III}(OH)_3$$

* *Mathematisch-naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn* Bd. XI, S. 374—388. Derselbe Gegenstand ist mit Versuchen erläutert in meinem Lehrbuche „Kisérleti chemia" I, S. 183—196 ausführlich dargelegt.

folgern wir, daß in dem Ferrichlorid $[FeCl_3]$ und in dem Ferrisulfat $[Fe_2(SO)_3]$, das Ferriradikal $[Fe^{III}]$ als identischer Bestandteil enthalten ist, da die physikalischen und chemischen Eigenschaften der aus denselben durch Kaliumhydroxyd entstandenen Ferrihydroxyde identisch sind.

Aus den beiden einfachen Umsätzen

$$Fe^{III}Cl_3 + 3\,KOH = 3\,HCl + Fe^{III}(OH)_3$$

und

$$Fe^{II}Cl_2 + 2\,HOH = 2\,HCl + Fe^{II}(OH)_2$$

folgt dagegen, daß Ferrichlorid $[Fe^{III}Cl_3]$ und das Ferrochlorid $[Fe^{II}Cl_2]$ zwei wesentlich verschiedene Bestandteile, nämlich das Ferriradikal $[Fe^{III}]$ und das Ferroradikal $[Fe^{II}]$ enthalten, da die physikalischen und chemischen Eigenschaften der beiden Produkte völlig verschieden sind. Obwohl aus diesen Bestandteilen dasselbe metallische Eisen darstellbar ist, dürfen dieselben dennoch nicht identifiziert werden. Man darf dieselben nur als isomere Bestandteile ansehen, da die beiden Radikale mit Beibehaltung ihrer Wertigkeiten und spezifischen Qualitäten durch eine ganze Reihe von Verbindungen jedes für sich überführbar sind. Wären die beiden Radikale ineinander nicht so leicht zu verwandeln, wie dies in der Tat der Fall ist, so müßte man das Ferriradikal und das Ferroradikal trotz der Gleichheit ihrer Atomgewichte als zwei wesentlich verschiedene elementare Bestandteile ansehen. Man müßte sie mit derselben Berechtigung für verschiedene Elemente halten, wie z. B. Kobalt und Nickel oder Eisen und Mangan, deren Atomgewichte ebenfalls nur wenig voneinander abweichen.

Das Dogma von der absoluten Unveränderlichkeit des Atoms hat das abweichende Verhalten des Ferri- und Ferrochlorides dadurch zu erklären versucht, daß das Eisen in der einen Verbindung mit drei Atomen Chlor, in der andern dagegen nur mit zwei Atomen verbunden ist. Hiernach wäre das vesschiedene Verhalten der Verbindungen nicht auf die Verschiedenheit des Eisenatoms, sondern auf die verschiedene Anzahl der mit demselben verbundenen Chloratome zurückzuführen. — Mit dieser Auffassung wäre die Tatsache nicht so leicht zu erklären, daß in vielen Verbindungen die beiden Formen des Eisens zugleich vorkommen und diese beiden Formen in einer und derselben Reaktion mit Beibehaltung ihrer charakteristischen Qualität sich verschieden verhalten. Eine solche Verbindung ist z. B. das Ferroferrioxyd oder Magnetit. Löst man dasselbe in Salzsäure auf, so verwandelt sich $^1/_3$ des Eisens in Ferrochlorid, während $^2/_3$ desselben in Ferrichlorid übergeht.

$$\begin{matrix} Fe^{II}{-}O\cdot Fe^{III}:O \\ \quad\;\; {-}O\cdot Fe^{III}:O \end{matrix} + 8\,HCl = 4\,H_2O + Fe^{II}Cl_2 + 2\,Fe^{III}Cl_3.$$

Aus dieser Reaktion muß man schließen, daß in dem Magnetit sowohl das Ferroradikal wie das Ferriradikal zu gleicher Zeit nebeneinander existieren. Da das Verhalten derselben bei dieser und ähnlichen Reaktionen gänzlich verschieden ist, darf man diese beiden Formen nicht als identische, sondern nur als isomere betrachten.

Daß das Ferroradikal und das Ferriradikal nicht identisch sein können, geht auch aus dem elektrolytischen Verhalten ihrer Verbindungen entschieden hervor. In den wässerigen Lösungen der Ferrosalze müssen wir das zweiwertige Ferroion (Fe^{+2}), in jenen der Ferrisalze dagegen das dreiwertige Ferriion (Fe^{+3}) annehmen. Nur bei diesen Annahmen sind wir imstande die elektrolytische Dissoziation, den osmotischen Druck, die Gefrierpunktserniedrigung und die Siedepunktserhöhung ihrer Lösungen zu erklären. — In wässerigen Lösungen der betreffenden Salze ist das Ferroion bezw. das Ferriion mit andern Bestandteilen nicht direkt verbunden, sondern sie bilden nach der neuern Theorie der Lösungen selbständig existierende Molekule. Nach dieser Auffassung ist die Ansicht, ihr verschiedenes Verhalten damit zu erklären, daß sie mit verschiedenen Mengen der andern Bestandteile verbunden wären, vollständig unhaltbar. Das verschiedene Verhalten dieser beiden Ionen beweisen am entschiedensten die Faraday-schen Gesetze der Elektrolyse. Mit einem Mol also mit 56 g Ferroion werden bei der Elektrolyse 2×96540 Coulomb Elektrizitätsmenge in Bewegung gesetzt, während bei der Elektrolyse der Ferrisalze dieselbe Eisenmenge 3×96540 Coulomb mit sich führt. Dies bedeutet mit andern Worten, daß die elektrische Ladung des selbständig wandernden Ferriions um $^1/_3$ größer als jene des Ferroions ist. Schon aus diesem wichtigen Grunde darf man logischer Weise die beiden Bestandteile miteinander nicht identifizieren.

Wir wollen nun sehen, wie es sich mit dem Energieinhalt der beiden fraglichen Bestandteile verhält. Dies geht aus der Ionisierungswärme des Ferro- und Ferriions hervor, worüber die folgenden thermo-chemischen Gleichungen Rechenschaft geben.

$$\mathbf{Fe} = Aq\,Fe^{+2} + 20200\ cal. \qquad (1)$$

$$Aq\,Fe^{+2} = Aq\,Fe^{+3} - 18100\ cal. \qquad (2)$$

Aus der Summierung beider Gleichungen folgt

$$\mathbf{Fe} = Aq\,Fe^{+3} + 2100\ cal. \qquad (3)$$

Hieraus ergibt sich, daß bei der Verwandlung von 56 g des elektrisch-neutralen metallischen Eisens in Ferroion exothermisch 20200 cal. abgegeben werden (Gl. 1). Während bei der Umwandlung des Ferroions in Ferriion endothermisch 18100 cal. aufgenommen werden (Gl. 2). Aus dieser Tatsache erklärt sich die relativ starke oxydierende Eigen-

schaft der Ferriverbindungen im Gegensatz zu den stark reduzierenden Eigenschaften der Ferrosalze.

Vergleicht man die Gleichung 3 mit der Gleichung 1, so ergibt sich, daß von ein und demselben Anfangszustand, nämlich jenem des elektrisch-neutralen metallischen Eisens ausgegangen, bei der Bildung des Ferroions beinahe die zehnfache Menge der Energie (20200 cal.) ausgeschieden wird als bei der Bildung des Ferriions (2100 cal.). Wenn man im Angesicht dieser Tatsachen das Ferroion mit dem Ferriion im Sinne des obenerwähnten Dogmas identifizieren wollte, so würde man denselben groben Irrtum begehen, den man begeht, wenn man das Knallgas mit dem Wasser identifiziert. Dies aber würde einfach die Ignorierung wohlbegründeter Tatsachen bedeuten, welches mit den Grundprinzipien der naturwissenschaftlichen Denkart in direktem Widerspruch wäre.

Die neue Elektronentheorie nimmt an, daß bei der Bildung des Ferroions aus neutralen Eisenatomen letzteres exothermisch zwei negative Elektronen verliert, wodurch zwei positive Ladungen des Eisenatoms frei werden. Bei der Umwandlung des Ferroions in Ferriion verliert das Eisenatom noch ein negatives Elektron, wodurch seine positive Ladung sich um eine Einheit vermehrt. Da dies in endothermischer Weise vor sich geht, ist das Potential des Ferriions bedeutend geringer als jenes des Ferroions. Wenn man mit NERNST die positiven Elektronen mit ⊕ bezeichnet, so ist die symbolische Konstitution der beiden Ionen

⊕ *Fe* ⊕	und	⊕ ⊕ *Fe* ⊕
Ferroion.		*Ferriion.*

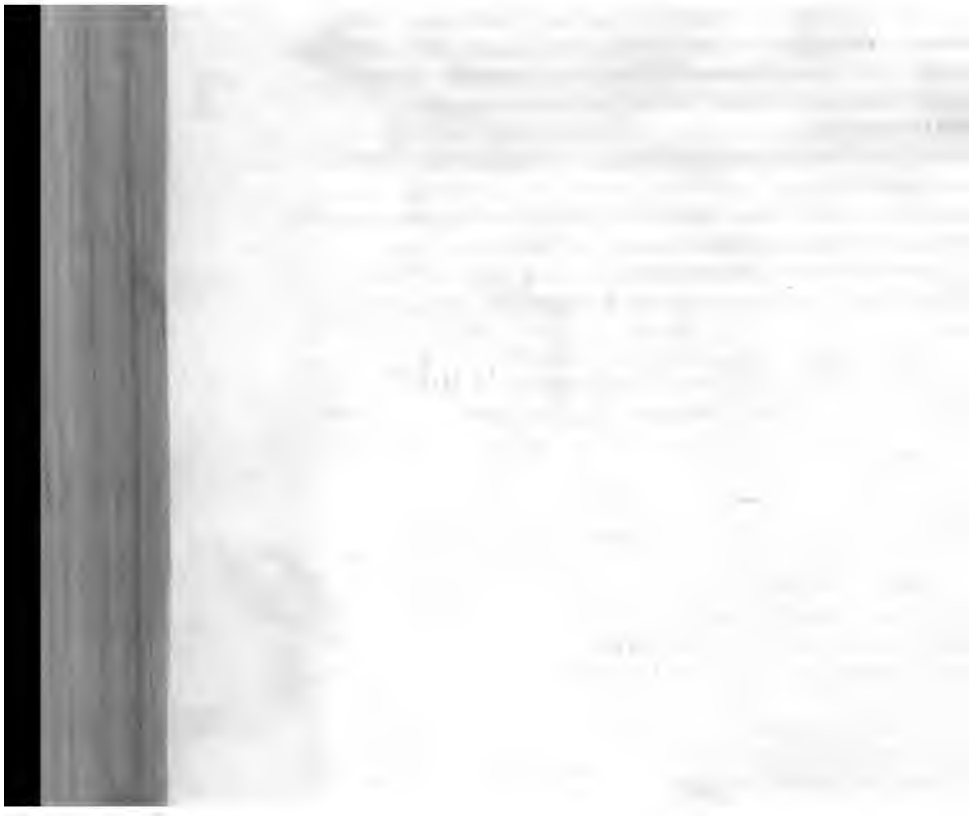
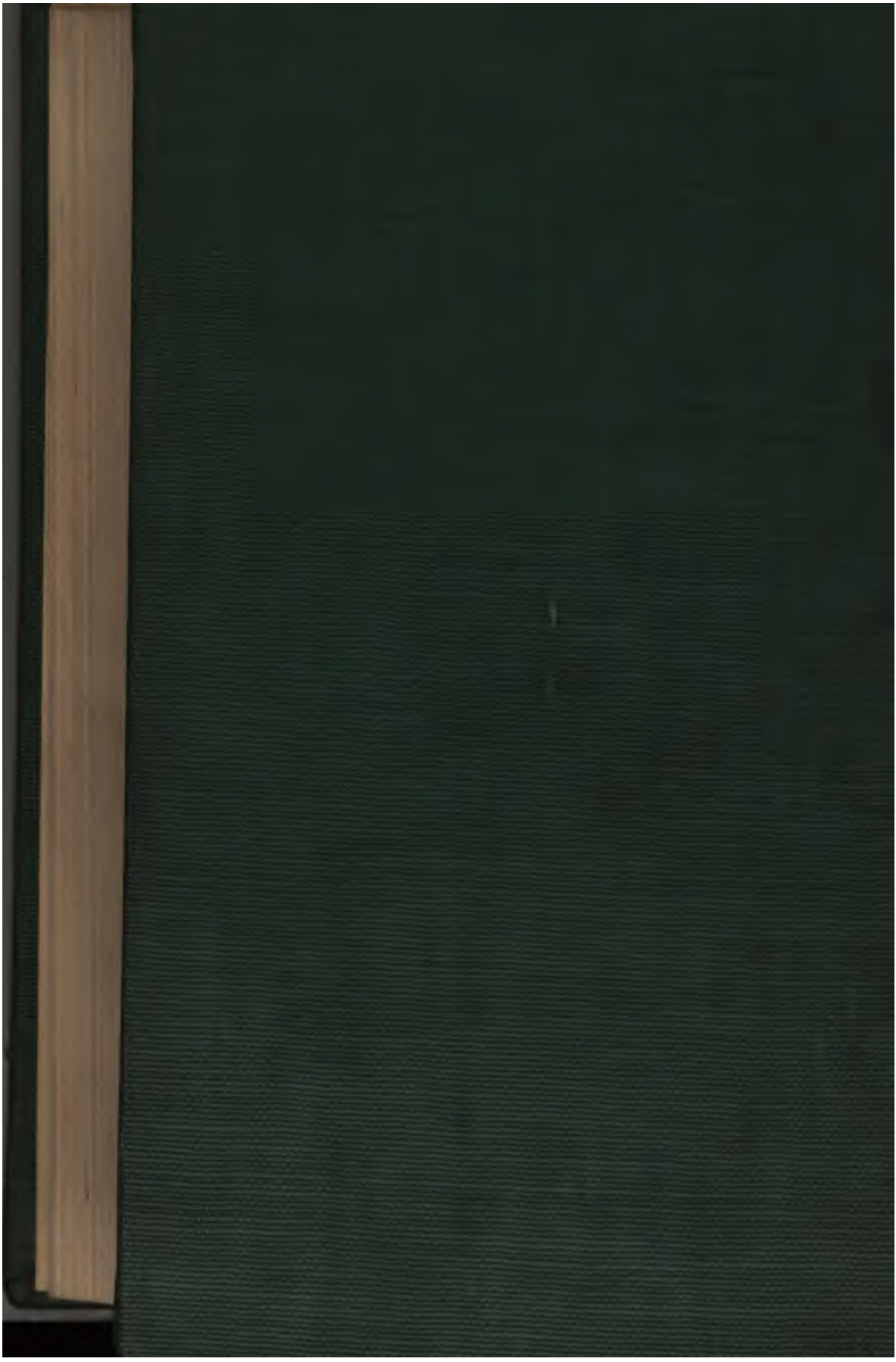
Die Elektronentheorie hat aus gewissen Tatsachen die Hypothese abgeleitet, daß die bisher für einfach angesehenen chemischen Atome sehr kompliziert zusammengesetzte Gebilde seien. Diese Hypothese betrachtet die chemischen Atome als das System einer sehr großen Anzahl von positiv geladenen Elektronen, um welche eine kolossale Anzahl negativer Elektronen mit enormer Geschwindigkeit herumkreisen. Nach dieser Hypothese können im Innern dieser komplizierten Systeme durch äußere Einflüsse Veränderungen und daher verschiedene Gleichgewichtszustände hervorgebracht werden, welche etwa den verschiedenen Isomerien der elementaren Bestandteile entsprechen würden.

Das an dem konkreten Beispiele der Eisenverbindungen Angeführte gilt auch für andere elementare Bestandteile, die mit verschiedener Valenz und abweichendem Charakter in den Verbindungen auftreten können. Man darf daher bei objektiver Überlegung die aus demselben einfachen Körper entstandenen elementaren Bestandteile, die eine ver-

schiedene Wertigkeit und auch einen verschiedenen Charakter besitzen, nicht identifizieren. Man muß sogar derartige elementare Bestandteile mit demselben Rechte für isomer ansehen, wie irgend welche zusammengesetzte Radikale, die miteinander isomer sind. Solche sind z. B. das einwertige Allyl $CH_2 : CH : \underset{|}{CH_2}$ und das dreiwertige Glyceryl $\underset{|}{CH_2} \cdot \underset{|}{CH} \cdot \underset{|}{CH_2}$. Kein vernünftig denkender Chemiker wird diese beiden Radikale, weil sie gleich zusammengesetzt sind, für identische Bestandteile halten. Die hier kurz angeführten Tatsachen, sowie die Folgerungen der Ionentheorie und der Elektronentheorie können nur dann ungezwungen erklärt werden, wenn man die elementaren Bestandteile von verschiedener Wertigkeit, obwohl dieselben schlechtweg häufig denselben Namen führen, nicht als identische, sondern als isomere betrachtet.

Die Annahme der Isomerie solcher elementarer Bestandteile, welche die Grundlage meines Systems bildet, ist nicht nur berechtigt, sondern auch notwendig. Will man nicht in unlösbare Widersprüche geraten, so kann eine rationelle Erläuterung der Ähnlichkeit der verschiedenen Stammverbindungen meiner Ansicht nach nur auf Grund der Annahme der Isomerie der elementaren Bestandteile durchgeführt werden.

Budapest, am 27. März 1906. **C. v. Than.**



DEC 9 - 1938